*Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)*
*Volume 4, 2006, pp. 3 - 5*

# 1

# Sur les jeux sous forme caractéristique : les jeux d'ensemble

Arezki FERHAT[1], Mohammed Saïd RADJEF[2].

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes LAMOS
Université de Béjaïa 06000, Algérie.
email : ferhat_ar@yahoo.fr

**Résumé** Il est souvent très difficile d'évaluer les sujets de conflit ou donner une valeur monétaire à telle ou telle chose, les jeux d'ensemble suggère de prendre les sujets de conflit tels qu'ils sont sans les dénaturer en leurs affectant des valeurs, d'où les motivations de ce nouveau type de jeu. Les jeux d'ensemble ont été introduit dans une publication interne par Hoede en 1992. La première thèse sur le sujet a été écrite par Aarts en 1994. Ces jeux sont classés dans la catégorie des jeux à utilité transferable.
Dans ce travail nous présentons une synthèse sur les jeux d'ensemble.

**Mots clés :** Théorie des jeux, jeux sous forme carctèristique, jeux d'ensemble.

Il est souvent très difficile d'évaluer les sujets de conflit ou donner une valeur monétaire à telle ou telle chose, les jeux d'ensemble suggère de prendre les sujets de conflit tels qu'ils sont sans les dénaturés en leurs affectant des valeurs, d'où les motivations de ce nouveau type de jeu. Les jeux d'ensemble ont été introduit dans une publication interne par Hoede en 1992. La première thèse sur le sujet a été écrite par Aarts [3] en 1994. Ces jeux sont classés dans la catégorie des jeux à utilité transferable.

Pour cette catégorie de jeux, la literature fournie plusieurs méthodes, appelé concepts de solution, qui décrivent pour chaque jeu comment les valeurs de la grande coalition devrait être partagé entre les joueurs. Certains concepts de solution, comme le cœur Gillies [6] 1953, le noyau Davis et Maschler [5] 1965 ou l'ensemble de négociation Aumann et Maschler [4] 1964 suggère plus d'une allocation (imputation). D'autres comme la valeur de Shapley (Shapley [8] 1953), le nucleolus Schmeidler [11] 1969 et la $\tau$-valeur Tijs [13] 1981 impose à chaque jeu, pour lequel le concept est défini, exactement une seul allocation.

Dans la théorie des jeux coopératifs, les situations étudiées sont celles où un groupe d'agents peuvent décider de travailler ensemble, coopérer dans des sous groupes (dit coalitions) ou travailler tous ensemble dans la coalition de tous les joueurs (grande coalition). Le bénéfice qu'ils peuvent en tirer dans tous ces cas est décrit par ce qu'on appelle la fonction caractéristique, qui assigne à chaque coalition un nombre réel. Une question fondamentale qui a eu une très grande attention en théorie des jeux coopératifs est la suivante.

Supposons que tous les joueurs décide de travailler tous ensemble dans la grande coalition, comment partager les gains, obtenus par cette coopération, entre tout les joueurs ? Plusieurs propositions , dites concepts de solution, à ce problème de division ont été apportées. Parmi eux, mentionnons les contextes de valeur comme la valeur de Shapley, le nucleolus et la $\tau$-valeur. En outre plusieurs propriétés (dites axiomes) que ces concepts peuvent avoir ont été introduite. Á l'exemple des axiomes standards symétrie, additivité, efficacité et la propriété nulle du joueur. Parmi les axiomes cités, la valeur de Shapley satisfait tous ces axiomes alors que le nucleolus et la $\tau$-valeur possède la symétrie l'efficacité et la propriété nulle du joueur.

**Définition 1.1** *[9] Un jeu d'ensemble est un triplet* $(\mathcal{N},\ v,\ \mathcal{U})$, *où* $\mathcal{N}$ *est un ensemble fini de joueurs,* $\mathcal{U}$ *un ensemble abstrait dit univers,* $v$ *une application* $v : 2^{\mathcal{N}} \longrightarrow 2^{\mathcal{U}}$, *ainsi la valeur* $v(S)$ *de la coalition* $S$ *est un sous-ensemble de l'univers* $\mathcal{U}$. *On pose* $v(\emptyset) = \emptyset$.

**Interprétation 1.1.** [9] $\mathcal{U}$ peut représenté un ensemble dénombrable de biens et $v(S)$ le sous-ensemble de biens qui peut être obtenue par la coalition $S$ si ses membre coopèrent. Ainsi $\mathcal{U}$ peut être une quantité infinie d'un bien infiniment divisible (comme l'eau et l'air).

Dans la théorie des jeux coopératifs sous forme normal la répartition de la valeur $v(\mathcal{N})$ de la grande coalition sur les joueurs prend l'aspect habituel.

## Références


1. Aarts H., Y. Funaki et C. Hoede : Set games, Homo Oeconomicus **XVII (1/2)**, (ECCEDO Verlagsgesellschaft, München), In : *Power Indices and Coalition Formation,* (Manfred J. Holler, and Guillermo Owen, eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands. (2000) 137-154.
2. Aarts H., Y. Funaki et C. Hoede : A marginalistic value for monotonic set games, *I*nternational Journal of Game Theory, **26** (1997) 97-111.
3. Aarts H. : Minimum cost spanning tree games and set games, Ph.D. thesis of the University of Twente, The Netherlands. (1994)
4. Aumann R.J. et M. Maschler : The bargaining set for cooperative games, In :*E*ssays in Mathematical Economics (Ed. M. Shubik), Princeton, new Jersey. (1964)
5. Davis M. et M. Maschler : The kernel of a cooperative game, *N*aval Research Logistics Quarterly, **12** (1965) 223-259.
6. Gillies D.B. : Some theorems on n-person games, Ph.D. thesis, Princeton University Press, Princeton, New Jersey. (1953)
7. McKins J. C. C. : Introduction to the Theory of Games. McGraw Hill Book Company, Inc., New York. Toronto. London, (1952).
8. Schapley L. S. : A Value for n-Person Games. In the Contribution to the Theory of Games, Ann. Math., Studies **28** 307–317, (1953).
9. Morris P. : Introduction to Game Theory. Springer-Verlag, New York, Inc, 1994.
10. Moulin H. : Théorie des jeux pour l'économie et la politique. Herman, Paris, (1981).
11. Schmeidler D. : The nucleolus of a characteristic function game, SIAM Journal of Applied Mathematics,**17**,(1969) 1163-1170.

12. Sun H. : A contribution to set game theory. Ph.D. thesis, Twente University Press, ISBN 90-365118-7 (2003).
13. Tijs S.H. : Bounds for th core and the $\tau$-value, In : Game Theory and Mathematical Economics (Moeschlin, O. and D. Pallaschke, eds), North-Holland Publishing Company, Amsterdam, (1981) 123-132.