Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)
Volume 17, 2017, pp. 7 - 10

2

Méthodes de Résolution des Modèles Linéaires Mixtes en Nombres Entiers

S. KENDI et M.S. RADJEF

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

Résumé L'optimisation combinatoire définit un cadre formel pour de nombreux problèmes de de l'industrie, de la finance ou de la vie quotidienne. Nous avons étudié un problème de localisation dans les réseaux de distribution, dont la formulation renvoie à un programme linéaire mixte. L'expérimentation que nous avons mené montre qu'une légère augmentation dans la taille du problème augmente considérablement le nombre de combinaisons à explorer de sorte que le temps de résolution devient excessivement long. De ce fait, des perspectives de résolution ont été proposées.

Mots-clès : Optimisation combinatoire, modèles linéaires mixtes, méthodes de résolution, problème de localisation.

Introduction

L'optimisation combinatoire définit un cadre formel pour de nombreux problèmes de de l'industrie, de la finance ou de la vie quotidienne. On qualifie généralement de "combinatoires" les problèmes dont la résolution se heurte à une explosion du nombre de combinaisons à explorer. C'est le cas par exemple lorsque l'on cherche à concevoir un emploi du temps.
Les problèmes d'optimisation combinatoire peuvent s'avérer très difficiles à résoudre bien qu'ils soient généralement faciles à formaliser.

2.1 Problèmes combinatoires et complexité

Les problèmes d'optimisation combinatoire sont des problèmes où toutes (ou une partie) des variables appartiennent à l'ensemble des entiers (problème en nombres entiers ou problèmes d'optimisation mixtes en nombres entiers). Ce sont donc des problèmes d'optimisation dont les ensembles réalisables sont infini ou finis mais combinatoires.
Cette notion de "combinatoire" est formellement caractérisée par la théorie de la complexité qui propose une classification des problèmes en fonction de la complexité de leur résolution. Cette complexité est basée sur les travaux d'Edmonds (1962) [2] et de Cook (1971) [1]. Elle permet de classer un problème donné parmi les problèmes faciles ou difficiles.

2.1.1 Exemples issus de l'optimisation combinatoire

– Des problèmes combinatoires formulés grâce à des variables de décision (Stable dans un graphe, coloration de graphes, voyageur de commerce, ...).

– Des problèmes de consistance en logique propositionnelle ou en logique du premier ordre (Détection de pannes, puzzles, . . .).
– Des problèmes mixtes (ordonnancements disjonctifs, Flow Shop, localisation, multiflots, gestion de production, . . .).

2.2 Résolution des PL mixtes en nombres entiers

2.2.1 Méthodes exactes : Branch and Bound

– Vu la complexité des problèmes d'optimisation combinatoire, les approches de résolution proposées dans la littérature pour les résoudre utilisent la technique de relaxation.
– L'approche la plus connue faisant appel à la relaxation est certainement la méthode par séparation et évaluation, dite aussi "Branch and Bound".

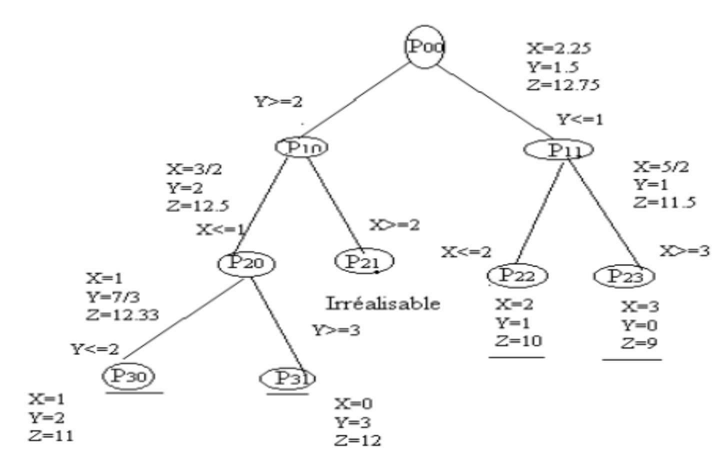

FIGURE 2.1. Méthode de Branch and Bound

2.2.2 Méthodes exactes : étude polyédrale

L'approche est initiée par Jack Edmonds en 1965 pour le problème du couplage.

2.2.3 Méthodes exactes : étude polyédrale

Difficulté : Le nombre de contraintes (facettes) du polyèdre des solutions peut être exponentiel.

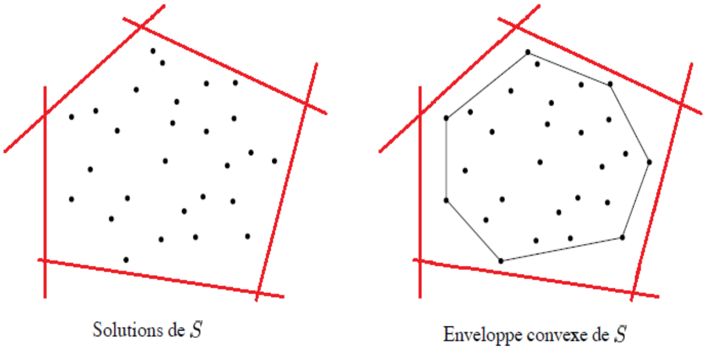

FIGURE 2.2. Enveloppe convexe des solution

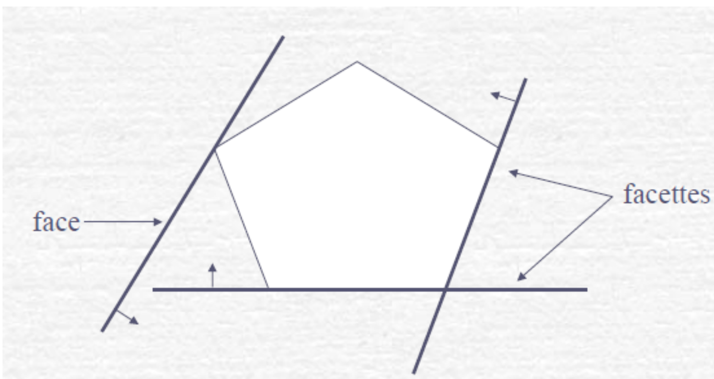

FIGURE 2.3. Polyèdres, faces et facettes

2.3 Etude d'un problème de localisation : position du problème

La programmation linéaire mixte prédomine dans la formulation des problèmes de planification de la production et de la distribution.

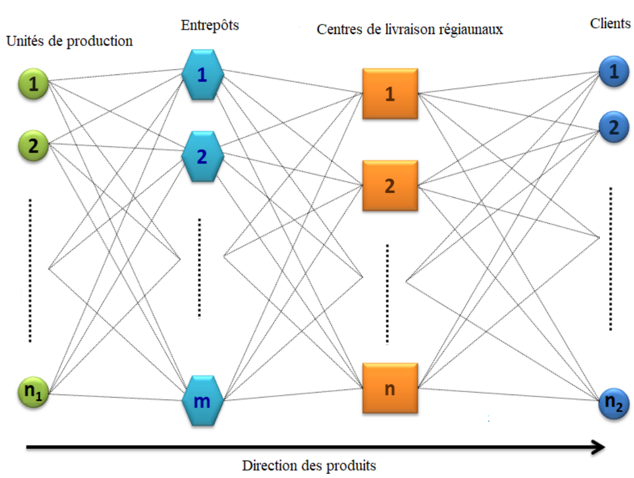

FIGURE 2.4. Réseaux de Production-Distribution

2.3.1 Résolution du PL mixte

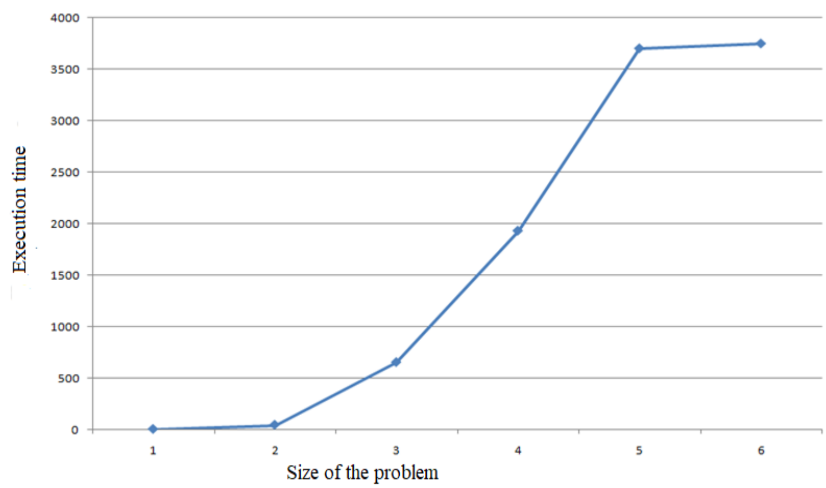

FIGURE 2.5. Le temps d'execution en fonction de la taille du problème

Nous constatons qu'une légère augmentation dans la taille du problème augmente considérablement le nombre de combinaisons à explorer de sorte que le temps de résolution devient excessivement long.

Conclusion et perspectives

- Adaptation d'une méta-heuristique, à savoir les algorithmes de colonies d'abeilles, pour la résolution.
- Résolution avec la méthode exacte avec l'utilisation de techniques de réduction du temps de calcul (reformulation du problème initial, intervention au niveau de l'arbre de résolution, association d'heuristiques, etc).
- Résolution des sous problèmes résultant de l'application de la méthode de branch and bound avec les algorithmes de flot max à coût min, à la place du simplex pourrait peut être réduire le temps de calcul.

Références

1. S.A. Cook. The complexity of theorem-proving procedures. In Proceedings 3rd Annual ACM Symposium on Theory of Computing, pages 151–158, New York, 1971. Association for Computing Machinery.
2. J. Edmonds. Covers and packings in a family of sets. Bull. American Mathematical Society, 68(5) :494–499, 1962.
3. M.R. Garey and D.S. Johnson. Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman and Company, New-York, 1979