Résolution du problème d'affectation routière en nombres entiers par les super-colonies de fourmis

L.IDRES et M.S. RADJEF

Doctoriales de Recherche Opérationnelle, le 12 et 13 Décembre 2018

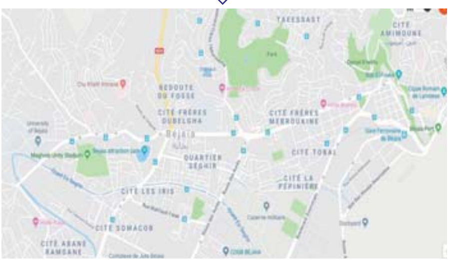
Introduction

- L'importance socio-économique de la mobilité et la complexité des systèmes de transports, font de la modélisation et de la résolution des problématiques qui en résultent l'un des challenges les plus incontournables de notre décennie. Dans le cadre de ce travail, nous étudions le problème de l'affectation routière statique en nombres entiers.
- Beckmann et al.**[1]** furent les premiers à modéliser le problème de l'affectation routière, toutefois, le modèle proposé ne prend pas en considération le fait que le flot (le nombre de véhicules) soit entier.
- Rosenthal **[2]** prouve que la solution du modèle de Beckmann et al.**[1]** ne constitue pas une bonne approximation de la solution entière. Il suggère alors l'utilisation de la théorie des jeux et définit ainsi les jeux de congestion pour modéliser ce problème **[3].**
- La résolution d'un jeu de congestion modélisant le problème de l'affectation routière consiste au calcul d'un équilibre de Nash.
- Le problème de calcul d'équilibre de Nash dans de tels jeux étant NP-complet, nous développons plusieurs variantes d'un algorithme inspiré du comportement des super-colonies de fourmi[5].

Problématique:

N usagers

⇩



⇩

Plusieurs paires (O-D)

⇩

Trouver une distribution des usagers sur les itinéraires telle que leurs temps de parcours soit minimal:
Combien d'usagers à affecter sur chaque itinéraire?

Méthodologie

Modélisation:

Réseau routier → (Modélisé par) → Graphe

- ➢ Le réseau routier est modélisé sous forme d'un graphe, où chaque route sera représentée par un arc et chaque intersection par un sommet.
- • Un itinéraire du réseau est un chemin du graphe.
- •Chaque arc (route) sera caractérisé par une capacité et un temps fluide.
- •Le temps de parcours d'un arc (route) est donné en fonction de sa capacité, son temps fluide et du nombre d'usagers l'empruntant.
- •Le temps de parcours d'un chemin est la somme des temps de parcours des arcs le constituant.

Interactions entre véhicules → (Modélisées par) → Jeu de Congestion

- ➢ L'interaction entre les usagers de la route (les véhicules) est modélisée par un jeu de congestion asymétrique tel que:
- • Chaque usager sera représenté par un joueur.
- •Une stratégie d'un joueur est un chemin reliant sa source à sa destination.
- •L'ensemble des ressources est constitué de l'ensemble des routes du réseau routier.
- •Le coût d'utilisation d'une stratégie d'un joueur est donné par le temps de parcours du chemin qu'elle représente.

Concept de solution:

Équilibre de Nash: situation dans laquelle aucun usager n'a intérêt à changer d'une manière unilatérale d'itinéraire .

Résolution:

1. Initialisation	GBR , aléatoire
2. Construction d'une solution par les fourmi	Calcul des probabilités
3. Appliquer une recherche locale	Re-affectation
4. Actualiser la phéromone	Actualisation des temps de parcours

Critère d'arrêt

$$\max_{\sigma_j \in \Phi_j^*} Pr(\sigma_j) - \min_{\sigma_j \in \Phi_j^*} Pr(\sigma_j) \leq \epsilon, \quad j = \overline{1, l},$$

$$\max_{\sigma_j \in \Phi_j^{-*}} Pr(\sigma_j) \leq \min_{\sigma_j \in \Phi_j^*} Pr(\sigma_j), \quad j = \overline{1, l}.$$

Résultats

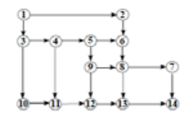


Fig. 1. Network example

		GBR-AC (v1)		AC (v2) α=1, β=0		α=0, β=1		α=0.4, β=0.6		α=0.1, β=0.9		GBR-AC (v3) α=1, β=0		α=0, β=1		α=0.5, β=0.5	
		n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)	n(σ)	t(σ)
1st pair	σ_1	4643	24.76	4643	21.62	3286	23.98	4292	22.30	3149	24.08	1161	27.36	3303	23.97	3039	24.13
	σ_2	0	27.14	0	22.19	1357	23.90	351	22.38	1494	24.09	3482	28.32	1340	23.87	1604	24.23
	σ_3	0	29.49	0	28.42	0	28.90	0	28.48	0	28.94	0	29.23	0	28.90	0	28.96
2nd pair	σ_1	908	23.13	908	18.19	908	19.90	908	18.38	908	20.09	908	24.32	908	19.87	908	20.23
	σ_2	0	25.42	0	24.42	0	24.90	0	24.48	0	24.94	0	25.23	0	24.90	0	24.96
3rd pair	σ_1	2868	22.07	1183	23.62	3789	25.98	2006	24.30	3875	26.08	4525	29.36	3778	25.97	3938	26.13
	σ_2	1081	22.05	1706	26.18	1049	26.05	1720	26.16	1054	26.05	0	26.06	1041	26.05	1116	26.04
	σ_3	0	22.06	0	33.00	0	33.00	0	33.00	0	33.00	0	33.06	0	33.00	0	33.00
	σ_4	0	26.91	1759	26.18	646	26.05	1091	26.15	552	26.05	0	26.06	662	26.05	427	26.04
	σ_5	1532	21.06	833	26.21	0	28.08	664	26.82	0	28.14	956	31.14	0	28.07	0	28.17
4th pair	σ_1	917	24.02	968	20.19	0	21.90	415	20.38	0	22.09	5	26.32	0	21.87	0	22.23
	σ_2	39	26.05	0	22.18	0	22.05	216	22.16	0	22.05	0	22.00	0	22.05	0	22.04
	σ_3	0	33.00	0	22.18	0	22.05	141	22.15	0	22.04	0	22.00	0	22.05	0	22.04
	σ_4	12	26.06	0	26.42	0	26.90	0	26.48	0	26.94	0	27.23	0	26.90	0	26.96
	σ_5	0	26.14	0	21.15	968	21.05	196	21.13	968	21.04	968	21.00	968	21.05	968	21.04

Table 1: The obtained assignment and travel times for the example network

		Nombre d'itérations	Temps moyen de parcours	Pourcentage de convergence	ϵ
GBR-ASC	(v1)	**30**	**23.22**	100%	8.5%
ASC (v2)	α = 1, β = 0	**40**	**23.07**	100%	10.9%
	α = 0, β = 1	69	24.35	100%	**0.3%**
	α = 0.4, β = 0.6	**18**	**23.39**	100%	10%
	α = 0.1, β = 0.9	80	24.44	100%	**0.1%**
GBR-ASC (v3)	α = 1, β = 0	60	27.94	*75%*	*20%*
	α = 0, β = 1	185	24.33	100%	**0.4%**
	α = 0.5, β = 0.5	103	24.49	100%	**0.4%**

TABLEAU 4.2 – Tableau comparatif entre les différentes variantes de l'algorithme.

Conclusions

- Les différentes variantes induisent différentes approximations de l'équilibres de Nash .
- Ces différentes approximations donnent une certaine flexibilité à l'algorithme, et permet ainsi au manager du réseau de choisir la solution qui répond le mieux à ses objectif.
- La majorité des variantes considérées convergent vers des epsilon équilibres de Nash dans plus de 91% des cas étudiés.

Références

[1]. Beckmann, M., McGuire, C., and Winsten, C. *Studies in the economics of transportation*. Yale University Press (1956)

[2]. Rosenthal, R.W. *The network equilibrium problem in integer*. Networks (3) pp 53-59 (1973)

[3]. Rosenthal, R.W. *A class of game possessing pure-strategy Nash equilibria*. International Journal of Game Theory (2) pp 65-67 (1973)

[4]. Idres, L., Radjef, M.S. Adaptation of ant supercolony behavior to solve route assignment problem in integers. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics (11:3) pp 423-442 (2018)