Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)
Volume 13, 2014, pp. 79 - 82

12

Application des Réseaux de Petri Stochastiques Généralisés (RdPSG) aux Systèmes d'attente avec Rappels et Priorité

S. HAKMI[a], O. LEKADIR[b] et D. AÏSSANI[c]

Unité de recherche LaMOS (Laboratoires de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes)
Université de Bejaia, Bejaia 06000, Algérie
Tél. (213) 34 21 51 88,
[a]email : sed.hakmi@gmail.com
[b] email : ouizalekadir@gmail.com
[c] email : lamos_bejaia@hotmail.com

Résumé Dans ce travail, nous donnons une analyse des systèmes avec rappels ayant deux classes de Priorité en utilisant le formalisme de RdPSG (réseaux de Petri stochastiques généralisés). Une chaîne de Markov à temps continue décrivant le comportement de ce système étudié est obtenue de ce modèle RdPSG associé. Cela nous permet d'effectuer une analyse qualitative et quantitative de ces systèmes.

keyword : Systèmes de files d'attente, Priorité, Rappels, Evaluation des performances, Réseaux de Petri Stochastiques Généralisés (RdPSG).

12.1 Introduction

Les RdPSG sont des outils graphiques et mathématiques permettant de modéliser le comportement dynamique des systèmes à événements discrets comme les systèmes de télécommunications, les réseaux de transport, etc. Les RdPSG autorisent deux classes de transitions : Des transitions instantanées à temporisation nulle (transition immédiate) qui sont franchies immédiatement dès qu'elles sont sensibilisées. Des transitions temporisées ayant une durée de franchissement aléatoire. Nous avons utilisé ce formalisme pour l'analyse des systèmes de files d'attente $M_2/M_2/1//N$ $M_2/M_2/1//(N_1, N_2)$ et $M_3/M_3/1//(N_1, N_2, N_3)$ avec priorité relative (voir [3, 4, 5, 6]). Dans ce travail, nous utilisons ce formalisme pour l'analyse du système d'attente avec rappels ayant deux classes de priorité.

12.2 Modélisation de $M_2/M_2/1//(N_1, N_2)$ avec rappels par les RDPSG

On considère le système $M_2/M_2/1//(N_1, N_2)$ avec rappels , dans lequel arrivent deux classes de clients : clients non prioritaires venant de la source P_A et les clients prioritaires

venant de la source P_B. Les deux types de clients arrivent indépendamment les uns des autres suivant un processus quasi-aléatoire avec un taux de λ_1 et λ_2 respectivement. Le client qui arrive et trouve le serveur occupé, rentre directement en orbite et fait ses tentatives de rappels avec un taux υ. Le service des clients prioritaires et non prioritaires se fait suivant la loi exponentielle de paramètre μ_1 et μ_2 respectivement. La figure 12.1 représente une modélisation de ce système par les RdPSG où la capacité de la population est représentée par les paramètres entiers positifs N_1 et N_2 qui apparaissent comme marquage initial des places P_B et P_A respectivement.
Dans ce modèle on a la place :

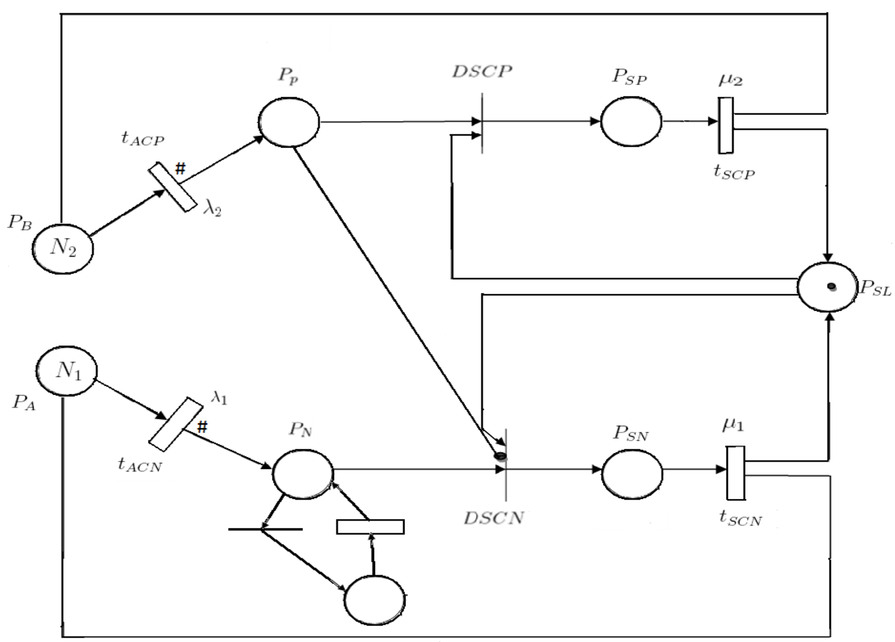

Figure 12.1. Le RdPSG modélisant les systèmes $M_2/M_2/1//(N_1, N_2)$ avec rappels

- P_A illustre la source des clients non prioritaires ;
- P_B illustre la source des clients prioritaires ;
- P_p contient les clients prioritaires ;
- P_O représente l'orbite ;
- P_N représente la condition qu'un client demande à être servi ;
- P_{SP} (resp. P_{SN}) représente l'état le serveur est occupé par le client prioritaire (resp. non prioritaire) ;
- P_{SL} représente l'état 'Le serveur est libre', représenté par un seul jeton. Le marquage

initial est :$M_o = (M(P_A), M(P_p), M(P_{SP}), M(P_B), M(P_N),$
$M(P_O), M(P_{SN}), M(P_{SL}) = (N_1, 0, 0, N_2, 0, 0, 0, 1)$

12.3 Application sur le système $M_2/M_2/1//(2,2)$ avec rappels

On considère le système $M_2/M_2/1//(2,2)$ avec rappels. Le marquage initial est alors donné par $M_0 = (2,0,0,2,0,0,0,1)$. A partir d'un RdPSG, on génère l'arbre d'admissibilité qui représente les séquences de franchissements des transitions. Cet arbre nous permet de visionner tous les marquages possibles à partir du marquage initial. Cet arbre est taillé quand un précédent marquage est obtenu. L'étiquette sur chaque arête orientée représente la transition tirée qui a produit le marquage suivant. La chaîne de Markov à temps continu peut être construite à partir de ce graphe de marquage. Cette CMTC est ergodique puisque le RdPSG auquel elle est associée est borné et admet l'état initial comme état d'accueil. Le

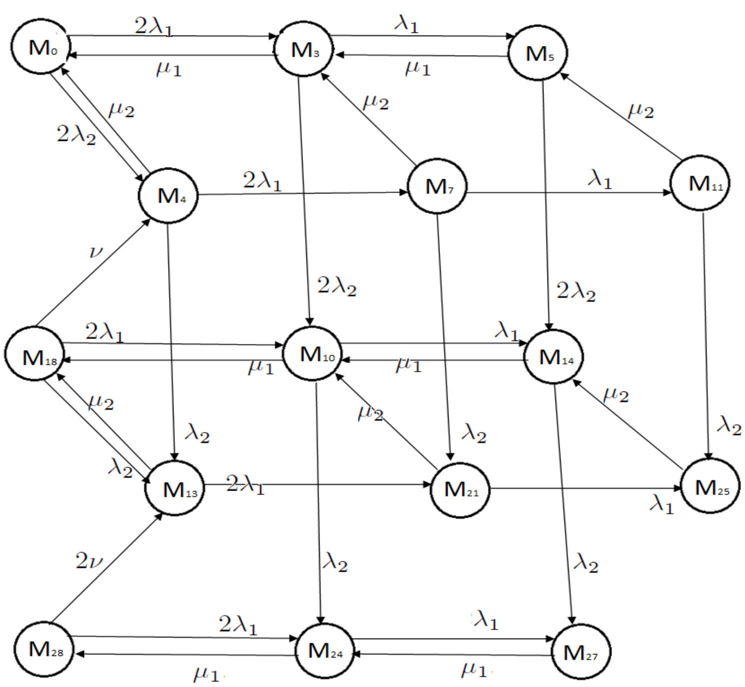

Figure 12.2. La CTMC pour les systèmes $M_2/M_2/1//(2,2)$ avec rappels.

générateur infinitésimal Q de la chaîne de Markov ainsi définie est obtenu. De ce générateur Q on a pu calculer la distribution stationnaire π du système, ainsi que ses indices de performances, tels que : le taux moyen effectif des arrivées des clients non prioritaires (resp. prioritaires), nombre moyen de clients non prioritaires (resp. prioritaires) dans la file puis dans le système, le temps moyen d'attente des clients non prioritaires (resp. prioritaires), le temps moyen de réponse des clients non prioritaires (resp. prioritaires),... .

12.4 Conclusion

Dans ce travail nous avons pu analyser le système avec rappels ayant deux classes de priorité et évaluer ses performances. A partir des résultats de cette étude nous avons prouvé l'efficacité de l'approche proposée. En effet, de nombreux problèmes dans les systèmes avec priorité et rappels peuvent être simplifiés en utilisant cette approche. Ainsi, la puissance d'expression de cet outil nous a permis une modélisation très détaillée et sémantiquement précise qui a réduit la complexité de ces systèmes . Il nous reste à étudier l'influence du phénomène de rappels et l'influence de la priorité sur les mesures de performance de ce système.

Références

1. M. Diaz., Petri nets, fundamental models, verification and applications, ISTE Ltd and John Wiley and Sons, Inc, 2009
2. N. Gharbi and M. Ioualalen., Numerical investigation of finite-source multi server systems with different vacation policies, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234(3) (2010).
3. S. Hakmi, O. Lekadir , D. Aïssani, Analyse de système prioritaire à deux sources finies via les Réseaux de Petri Stochastiques Généralisés (RdPSG), communication à la Rencontre RAMA'8, 2012.
4. S. Hakmi, O. Lekadir and D. Aïssani , "Performance analysis of a priority queueing system using generalized stochastic Petri nets", article soumis pour publication au journal "Applied mathematics and computation", 2012.
5. S. Hakmi, O. Lekadir and D. Aïssani, "GSPN analysis of a multiple finite sources, non-preemptive priority queueing systems", article soumis pour publication au journal applied mathematical modelling, 2013.
6. S. Hakmi, O. Lekadir and D. Aïssani, "Performance analysis of finite source, non-preemptive priority queueing systems" 3rd Stochastic Modeling Techniques and Data Analysis International Conference, Lisbon, Portugal, 2014.
7. N. K. Jaiswal and K. Thiruvengadam, Finite Source Priority Queues, SIAM J. Appl. Math., 13(1) (1967) 65–82.
8. N. K. Jaiswal, Prioity Queues. Acadimic press new york and london, University of southern California, 1968.