Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)
Volume 13, 2014, pp. 33 - 36

5

Modélisation du trafic routier par les réseaux de files d'attente

N. GUERROUAHANE[a], L. BOUALLOUCHE [b] et D. AÏSSANI[c]

Unité de recherche LaMOS (Laboratoires de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes)
Université de Bejaia, Bejaia 06000, Algérie
Tél. (213) 34 21 51 88,
[a] email : naciraro@hotmail.fr
[b] email : louiza_medjkoune@yahoo.fr
[c] email : lamos_bejaia@hotmail.com

Résumé La congestion urbaine se produit principalement en raison de l'augmentation de la demande de déplacement sur un lien de capacité limitée. Par conséquent, un modèle approprié est nécessaire pour développer et étudier l'effet dynamique et stochastique de la congestion sur une simple route (ou section). Pour le faire, on doit d'abord savoir comment la congestion se modélise sur un lien simple. Les applications dans lesquelles les modèles de files d'attente dependants de l'état peuvent être utiles incluent les problèmes de telecommunication, le transport, les assurances, les banques, etc.
Un réseau de files d'attente à capacité finie est l'outil le mieux adapté pour modéliser certains systèmes de transport dont le taux de service est donné en fonction de la densité de trafic. Le modèle de files d'attente $M/G/c/c$ dépendant de l'état (modèle de MacGregor Smith) est un modèle conceptuel raisonnable et plus approprié pour modéliser un lien simple du trafic en raison de sa capacité finie et son mécanisme de service. Dans ce qui suit, nous allons présenter le modèle de MacGregor Smith et un autre nouveau modèle qui est basé sur le modèle de MacGregor Smith, mais qui prend en considération la demande en amont et l'offre en aval de la section considérée, et nous allons présenter quelques résultats comparatifs.

Mots clés : Trafic routier réseaux de files d'attente, modèle de Mac Gregor Smith, modèle M/G/C/C dépendant de l'état, étude comparative.

La congestion urbaine se produit principalement en raison de l'augmentation de la demande de déplacement sur un lien de capacité limitée. Par conséquent, un modèle approprié est nécessaire pour développer et étudier l'effet dynamique et stochastique de la congestion sur une simple route (ou section). Pour le faire, on doit d'abord savoir comment la congestion se modélise sur un lien simple. Les applications dans lesquelles les modèles de files d'attente dependants de l'état peuvent être utiles incluent les problèmes de telecommunication, le transport, les assurances, les banques, etc.
Un réseau de files d'attente à capacité finie est l'outil le mieux adapté pour modéliser certains systèmes de transport dont le taux de service est donné en fonction de la densité de trafic. Plusieurs modèles de files d'attente ont été proposés dans la littérature. Nous pouvons citer les travaux de Vandaele et al[7], Heidemann [3] qui ont prouvé que les modèles de files d'attente $M/M/1, M/G/1$ et $G/G/1$ peuvent être employés pour modéliser la circula-

tion ininterrompue. Le modèle de files d'attente $M/G/c/c$ dépendant de l'état (modèle de MacGregor Smith) est un modèle conceptuel raisonnable et plus approprié pour modéliser un lien simple du trafic en raison de sa capacité finie et son mécanisme de service(qui est général et qui suppose que le diagramme fondamental vitesse-densité est vérifié)[5]. Dans ce qui suit, nous allons présenter le modèle de MacGregor Smith et un autre nouveau modèle qui est basé sur le modèle de MacGregor Smith, mais qui prend en considération la demande en amont et l'offre en aval de la section considérée, et nous allons présenter quelques résultats comparatifs.

5.1 Modèle de MacGregor Smith ($M/G/c/c$ dépendant de l'état)

Le modèle de file d'attente $M/G/C/C$ dépendant de l'état est un modèle conceptuel raisonnable et plus approprié pour décrire un lien simple du trafic en raison de sa capacité finie et son mécanisme de service qui est très général et qui dépend de l'état du système (la densité du trafic)[4]. Le raisonnement d'employer le modèle de file d'attente $M/G/C/C$ dépendant de l'état plutôt que d'autres modèles traditionnels de files d'attente déterministes est qu'il relie la vitesse moyenne de déplacement (v_n) à la densité du lien (combien de véhicules occupent le lien). Le taux de service normalisé dans ce modèle est ainsi défini comme le rapport de la vitesse moyenne de déplacement des n occupants à la vitesse libre de circulation ($\frac{v_n}{v_1}$) afin de capturer les effets de la congestion, ce taux est une fonction décroissante du nombre d'occupants dans le système.
Le modèle de file d'attente $M/G/C/C$ dépendant de l'état décrit comme suit [5] :

1. Les véhicules arrivent selon un processus de Poisson (M) de taux λ;
2. Le service est général (G), dépend de la vitesse de déplacement et elle même dépend de la densité du trafic;
3. La durée moyenne de service est : $E(S) = \frac{L}{v_n}$;
4. L'espace occupé par un véhicule individuel sur la route est considéré comme un serveur ou bien une station de service;
5. Le nombre de serveurs égale à la capacité maximale du système C, avec $C = \lfloor L \times W \times K_{jam} \rfloor$;
6. Le taux normalisé (effectif) de service $f(n)$ de chaque véhicule est donné par le rapport entre le taux de service de n véhicules et le taux de service d'un seul véhicule, $f(n) = \frac{1/E_n(S)}{1/E_1(S)} = \frac{v_n/L}{v_1/L} = \frac{v_n}{v_1}$, avec n=1,..,C;
7. Deux taux de service sont considérés, un taux linéaire et un taux exponentiel;

8. Si la vitesse est linéaire, le taux de service normalisé $f(n) = \frac{C-n+1}{C}$, et si elle est exponentielle, $f(n) = \exp[-(\frac{n-1}{\beta})^\gamma]$;
9. Le service commence dès qu'un véhicule joint le segment jusqu'à ce que la fin du segment soit atteinte (le service représente l'acte du déplacement) ;
10. Si le segment est plein, les nouvelles arrivées seront rejetées par le système où ils devraient trouver des voies de déviations ;
11. Les véhicules sont supposés identiques et équivalents aux véhicules de tourisme ou bien en utilise le concept de coefficient d'équivalence (exprimé en u.v.p).

La distribution de probabilité du nombre de véhicules sur la route est donné comme suit :

$$P_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^{c} \frac{(\lambda L/v(1))^n}{\prod_{i=1}^{n} if(i)}\right)^{-1}, \qquad P_n = \frac{(\lambda L/v(1))^n}{\prod_{i=1}^{n} if(i)} P_0, \quad n = 1, .., c. \tag{5.1}$$

Considérons le modèle précédent, mais avec un diagramme fondamental triangulaire, qui

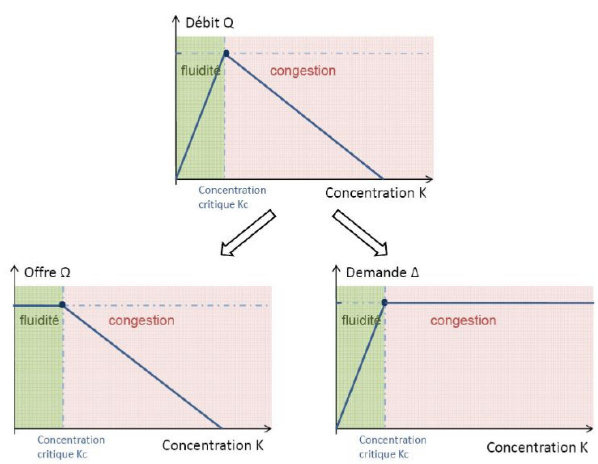

Figure 5.1. Diagramme fondamental triangulaire.

modélise les deux situations de trafic routier (fluide/congestion), le taux de service de ce nouveau modèle est donné en fonction du débit qui est en fonction de la densité du trafic. La La distribution de probabilité du nombre de véhicules sur la route est donnée comme suit :

$$P_n = \frac{(\lambda)^n (\frac{L}{v_f})^{n_{cr}} (\frac{L}{w})^{n-n_{cr}}}{\prod_{i=1}^{n_{cr}} i \prod_{i=n_{cr}+1}^{n-n_{cr}} (c-i)} P_0, \quad \text{with} \quad P_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^{c} \frac{(\lambda)^n (\frac{L}{v_f})^{n_{cr}} (\frac{L}{w})^{n-n_{cr}}}{\prod_{i=1}^{n_{cr}} i \prod_{i=n_{cr}+1}^{n-n_{cr}} (c-i)}\right)^{-1}, \tag{5.2}$$

$n_{cr} = \rho_{cr} L$ le nombre de véhicules correspondant à la densité critique.
Le nouveau modèle permet de calculer la distribution stationnaire sur la même section mais avec la prise en considération des deux diagrammes de la demande et de l'offre (diagrammes de la demande et de l'offre).
L'analyse des résultats trouvés par simulation montre que le nouveau modèle est plus performant en terme de la distribution stationnaire, la vitesse de déplacement, la durée moyenne de service, le débit de sorti, etc.

Références

1. C. F. Daganzo, The cell transmission model, Transportation Research Part B, 269 - 287, 1994.
2. D. Heidemann. *Queueing at unsignalized intersections*, Transportation Research Part B, 239 - 263, 1997.
3. D. Heidemann. *A queueing theory model of nonstationary traffic flow*, Transportation Science, 405 - 412, 2001.
4. J. M. Smith and J. Y. Cheah, Generalized $M/G/C/C$ state dependent queuing models and pedestrian traffic flows, Queueing Systems, 365 - 385, 1994.
5. J. M. Smith and R. Jain. Modeling vehicular traffic flow using $M/G/C/C$ state dependent queueing models, Transportation Science, 324-336, 1997.
6. T. Van Woensel, L. Kerbache, H. Peremans and N. Vandaele. *Vehicle routing with dynamic travel times : A queueing approach*, European Journal of Operational Research, 990 – 1007, 2008.
7. N. Verbruggen N. Vandaele and T. Van Woensel. *A queueing based traffic flow model*, Transportation Research-Part D : Transportation and Environment, 121 - 135, 2000.