



Revue des Matériaux et Energies Renouvelable

Journal homepage: <https://icmre.000webhostapp.com>
ISSN: 507-554



Comportement à la Flexion Statique des Plaques Sandwiches Rectangulaires Epaissees en FGM Soumises à une Charge Mécanique

Merdaci Slimane^{1,3*}, Hadj Mostefa Adda², Hellal Hadjira³, Boutaleb Sabrina³.

¹ Laboratoire des Structures et des Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics, Université Djillali Liabés de Sidi Bel Abbés, 89 Cité Ben M'hidi 22000 Sidi Bel Abbés, algérie.

² Laboratoire de Génie Industriel et Développement Durable. Centre Universitaire Ahmed Zabana de Relizane, B.P. 48000 Relizane, Algérie.

³ Département de génie civil & Travaux Publics, Université Djillali Liabés de Sidi Bel Abbés, 89 Cité Ben M'hidi 22000 Sidi Bel Abbés, algérie.

RESUME

Cet article présente l'analyse statique du comportement d'une plaque sandwiches épaisses rectangulaire simplement appuyée en matériau à gradient variable soumise à un chargement mécanique uniformément réparti. La plaque FGM est constituée de deux matériaux différents à travers son épaisseur, d'une céramique et d'un métal. La solution analytique de la plaque homogène et non-homogène rectangulaire en FGM soumises à la flexion statique est obtenue, en utilisant les différentes théories. Des résultats sont obtenus pour déformation de et la flexion de la plaque sandwich. Des résultats de littérature être employés pour la comparaison des résultats obtenu, de ce fait on réduit considérablement le nombre des inconnus pour des problèmes de la flexion statique des plaques en FGM.

Article history:

Received in revised form 18 March 2020

Accepted 01 April 2020

Keys word: Flexion statique, Plaque sandwich, FGM, Théorie d'ordre élevé.

Copyright © 2020 - All rights reserved

1. Introduction

Les matériaux à gradient variable FGM (Functionally graded materials) sont un type de matériaux composites dans lesquels les propriétés du matériau sont conçues pour faire varier de façon continue et progressivement d'une surface à l'autre (figure.1). A la différence des composites stratifiés, les FGM éliminer la contrainte indésirable discontinuité existant entre deux surfaces en matériaux composites stratifiés. Grâce à cet avantage, les FGM sont largement utilisés dans de nombreux secteurs de l'ingénierie tels que l'aérospatiale, aviation, automobile, industries de la défense, et de l'ingénierie biomédicale.

Le concept de "Matériaux à Gradient Variable " FGM a été développé dans le laboratoire national d'aérospatial du Japon en 1984 par M. Niino [2]. L'utilisation des FGMs est en progression croissante pour différentes applications, telles que les barrières thermiques pour les moteurs vue leur composition riche en céramique, turbines à gaz, couches minces optiques, etc ... [3].

* Corresponding author. E-mail address: slimanem2016@gmail.com

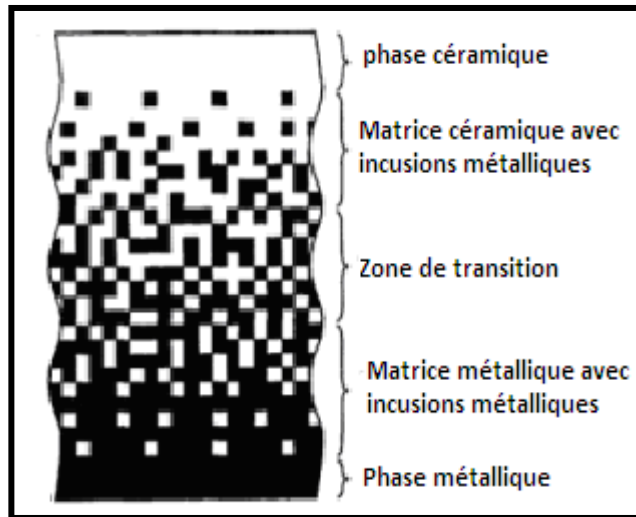


Figure 1– Variation et microstructure de la propriété des matériaux FGM.

En raison de larges variations et applications des matériaux à gradient de propriétés, la littérature correspondante aux FGM dans les constituants des matériaux [4], mécanique de rupture ([5]; [6]; [7]), et procédé de fabrication [8], ont été rapidement augmentés en 15 dernières années. Beaucoup de chercheurs ont consacré leur temps pour comprendre le comportement mécanique et le mécanisme des FGM pour offrir un profil optimum aux concepteurs. Les plaques composites constituées du métal et de céramique sont largement utilisées dans les avions, les réacteurs des navires, et d'autres applications de technologie des structures. La compréhension du comportement mécanique d'une plaque FGM est très importante pour estimer la sécurité de la plaque. Woo et Meguid [9] ont appliqué la théorie de Karman pour que la grande déformation pour obtenir la solution analytique pour les plaques et coques sous un chargement mécaniques transversales et un champ de la température. Praveen et Reddy [10] ont étudié les réponses statiques et dynamiques des plaques FGM épaisse (céramique-métal) en employant une plaque en éléments finis qui tient en compte la présence des contraintes de cisaillement transversal, les grandes rotations dans le sens de Von Karman.

Cette étude porte sur l'analyse du comportement mécanique à la flexion statique d'une plaque rectangulaire homogène en matériaux à gradient de propriétés FGM avec la théorie d'ordre élevé. Les propriétés matérielles de la plaque changent à travers l'épaisseur, selon la fraction volumique du matériau constitutif suivant une fonction de loi de puissance P-FGM. Les résultats obtenus montrent que le comportement mécanique des plaques FGM est différent à celles des plaques isotropes. Le changement du l'indice de fraction volumique a un effet important sur le comportement de plaque.

2. Modèle Mathématique

Considérant une plaque rectangulaire épaisse en matériau à gradient de propriétés FGM (fig.2), de longueur a, de largeur b et d'épaisseur h soumise à un chargement uniformément répartie $q(x,y)$.

La plaque est composée de trois couches élastiques, voir la Fig.2. Les ordonnées verticales de ces couches de bas vers le haut de la plaque sandwich en FGM, sont désigné par $h_1=-h/2$, h_2 , h_3 , $h_4=h/2$, respectivement.

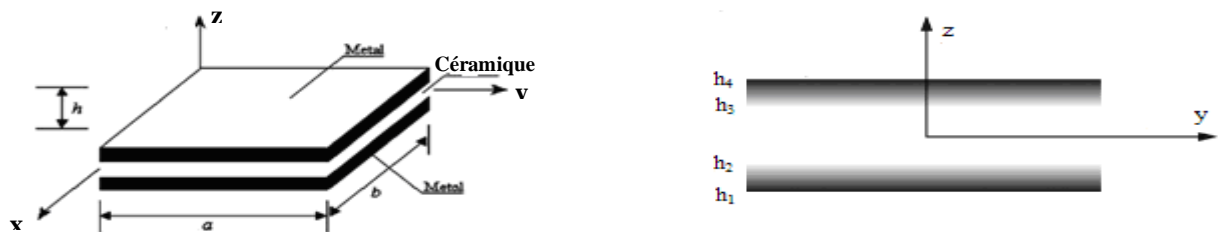


Figure. 2– Dimensions et variation de l'épaisseur d'une plaque sandwich rectangulaire épaisse en FGM

La relation entre E et z pour la plaque FGM (céramique -métal) est considérée comme (Ait Atmane; Praveen and Reddy; Mechab et al., [13-14 et 15]).

$$E(z) = E_m + E_{cm} V_f \quad E_{cm} = E_c - E_m, \tag{1}$$

$$V^{(1)} = \left(\frac{z - h_1}{h_2 - h_1} \right)^k, \quad z \in [h_1, h_2], \quad V^{(2)} = 1, \quad z \in [h_2, h_3], \quad V^{(3)} = \left(\frac{z - h_4}{h_3 - h_4} \right)^k, \quad z \in [h_3, h_4] \quad (2)$$

E_C et E_m sont les modules d'élasticité du céramique et du métal respectivement et k est la fraction de volume.

Où $V^{(n)}$, ($n=1,2,3$) représente la fonction de la fraction volumique de la couche n ; k est l'indice de fraction volumique ($0 \leq k \leq \infty$), qui indique le profil de variation des matériaux à travers l'épaisseur (fig.03).

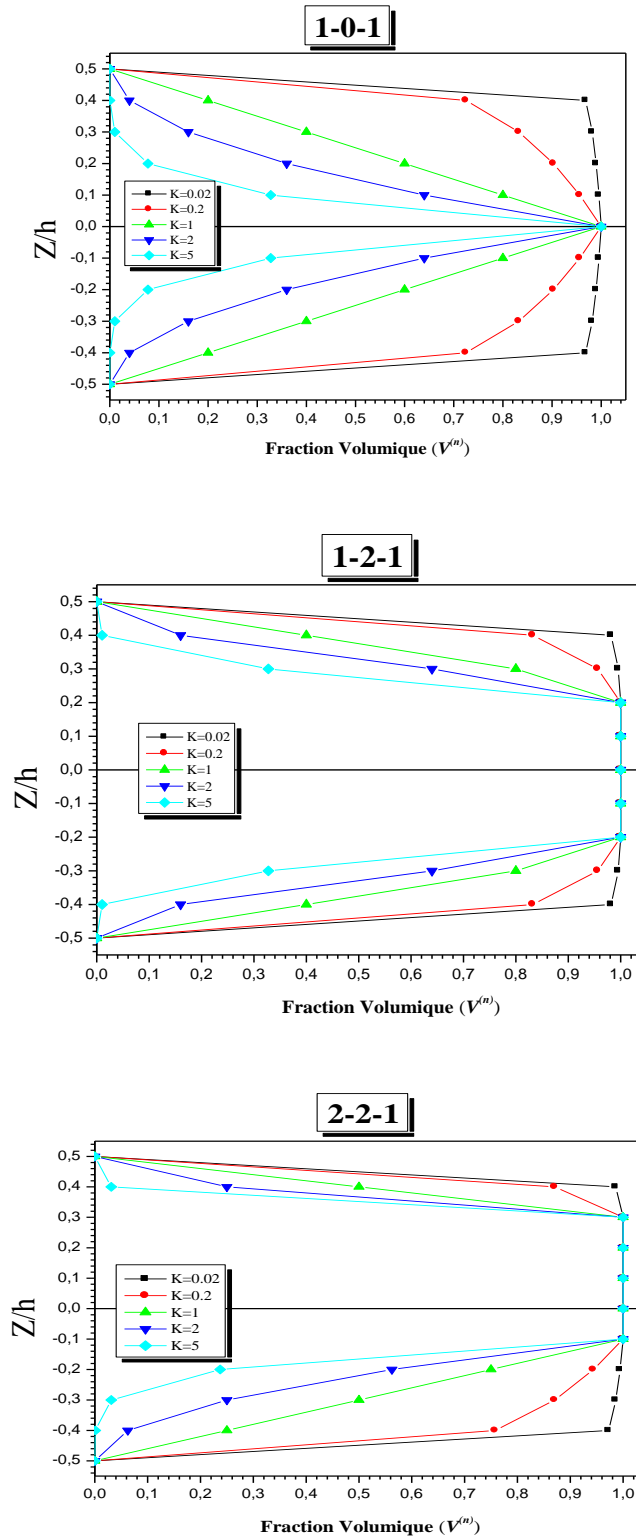


Figure 3 – Variation de la fraction volumique à travers l'épaisseur de la plaque.

3. Champ du Déplacement

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_b(x, y) + w_s(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

Où $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ sont les déplacements de la surface moyenne. w_b , w_s , sont les déformations de cisaillement sur la surface moyenne suivant les axes y et x respectivement. $f(z)$ représente la fonction de distribution des contraintes de cisaillement [16]. Dans cette étude on prend :

$$\text{RSDPT : } f(z) = z - \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (4)$$

Les déformations associées aux déplacements dans l'équation (6) sont :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z k_y^b + f(z) k_y^s \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z k_{xy}^b + f(z) k_{xy}^s \\ \gamma_{yz} &= g(z) \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz} &= g(z) \gamma_{xz}^s \\ \varepsilon_z &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad k_y^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}, \quad k_y^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, \quad k_{xy}^b = -2\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}, \quad k_{xy}^s = -2\frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y}; \quad \gamma_{yz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial y}, \quad \gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad g(z) = 1 - f'(z) \text{ et } f'(z) = \frac{df(z)}{dz} \end{aligned} \quad (6)$$

Pour une plaque **FGM** élastique isotrope, les équations constitutives peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \text{ et } \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Où $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{yx})$ et $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{yx})$ sont les composantes de contrainte et déformation, respectivement. En utilisant les propriétés des matériaux définis dans l'équation (1), les coefficients de rigidité Q_{ij} peuvent être exprimés comme suit :

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}, \quad Q_{12} = \frac{\nu E(z)}{1-\nu^2}, \quad Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)}, \quad (8)$$

4. Equations d'équilibre

Les équations d'équilibre gouvernantes peuvent être obtenues en utilisant le principe des déplacements virtuels:

$$\int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{zx} \delta \gamma_{zx}] d\Omega dz + \int_{\Omega} [f_e \delta w] d\Omega - \int_{\Omega} [q \delta w] d\Omega = 0 \quad (9)$$

Ω : La surface supérieure.

Les équations d'équilibre peuvent être écrite à partir des gradients de déplacements et mettre les coefficients δu_0 , δv_0 , δw_b et δw_s égales à zéro séparément. Ainsi on peut obtenir les équations d'équilibre liées à la présente théorie de déformation de cisaillement,

$$\begin{aligned}
\delta u_0 : \quad & \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \\
\delta v_0 : \quad & \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \\
\delta w_b : \quad & \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} - f_e + q = 0 \\
\delta w_s : \quad & \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} - f_e + q = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

La résultante des contraintes d'une plaque sandwich composée de trois couches peuvent être liés aux couches total par :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ A & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k^b \\ k^s \end{Bmatrix}, \quad S = A^s \gamma, \tag{11}$$

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^t, M^b = \{M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b\}^t, M^s = \{M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s\}^t, \varepsilon = \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0\}^t, k^b = \{k_x^b, k_y^b, k_{xy}^b\}^t, k^s = \{k_x^s, k_y^s, k_{xy}^s\}^t \tag{12}$$

Les coefficients de rigidité A_{ij} et B_{ij} , sont définis comme :

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} Q_{11}^{(n)}(1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) \begin{Bmatrix} 1 \\ v^{(n)} \\ \frac{1-v^{(n)}}{2} \end{Bmatrix} dz \tag{13a}$$

$$(A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s) Q_{11}^{(n)} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}, A_{44}^s = A_{55}^s = \sum_{n=1}^3 \int_{h_n}^{h_{n+1}} \frac{E(z)}{2(1+\nu)} [g(z)]^2 dz, \tag{13b}$$

5. Solution Numérique

Les plaques rectangulaires sont généralement classifiées selon le type d'appui. Ici, nous sommes concernés par les solutions analytiques de l'équation pour une plaque **FGM** simplement appuyée. Pour résoudre ce problème, Navier a présenté la force extérieure sous forme de double série trigonométrique :

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y), \tag{14}$$

Où $\lambda = m\pi/a$ et $\mu = n\pi/b$, et m et n sont des nombres de mode. Pour le cas d'une charge distribuée sinusoidalement, nous avons : $m = n = 1$, et $q_{11} = q_0$

Où q_0 représente l'intensité de la charge au centre de la plaque. À la suite de la procédure de solution Navier, nous supposons que la forme de solution pour la suite (u_0, v_0, w_b, w_s) satisfait les conditions aux limites,

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W_{bmn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ W_{smn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{Bmatrix} \tag{15}$$

Où U_{mn} , V_{mn} , W_{bmn} et W_{smn} sont des paramètres arbitraires à déterminer. Nous obtenons l'équation suivante:

$$[\mathbf{K}]\{\Delta\} = \{\mathbf{F}\} \tag{16}$$

Où $\{\Delta\}$ et $\{\mathbf{F}\}$ sont des vecteurs colonnes

$$\{\Delta\}^T = \{U_{mn}, V_{mn}, W_{bmn}, W_{smn}\}, \text{ et } \{\mathbf{F}\}^T = \{0, 0, -q_{mn}, -q_{mn}\} \tag{17}$$

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix}, \tag{18}$$

Les éléments de la matrice symétrique $[K]$ sont définis par :

$$\begin{aligned} a_{11} &= -(A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2); a_{12} = -\lambda\mu(A_{12} + A_{66}); a_{13} = \lambda[B_{11}\lambda^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2]; a_{14} = \lambda[B_{11}^s\lambda^2 + (B_{12}^s + 2B_{66}^s)\mu^2] \\ a_{22} &= -(A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2); a_{23} = \mu[(B_{12} + 2B_{66})\lambda^2 + B_{22}\mu^2]; a_{24} = \mu[(B_{12}^s + 2B_{66}^s)\lambda^2 + B_{22}^s\mu^2] \\ a_{33} &= -(D_{11}\lambda^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4); a_{34} = -(D_{11}^s\lambda^4 + 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)\lambda^2\mu^2 + D_{22}^s\mu^4) \\ a_{44} &= -(H_{11}^s\lambda^4 + 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)\lambda^2\mu^2 + H_{22}^s\mu^4 + A_{55}^s\lambda^2 + A_{44}^s\mu^2) \end{aligned} \quad (19)$$

6. Résultats et discussions

Dans cette étude, l'analyse à la flexion des plaques sandwichs épaisses rectangulaires en FGM par la présente nouvelle théorie de déformation au cisaillement trigonométrique est proposée. Des comparaisons sont faites avec les solutions disponibles en littérature. Afin de vérifier l'exactitude de la présente analyse, quelques exemples numériques sont entrepris. Les propriétés des matériaux utilisées dans la présente étude sont :

- Metal (Aluminium, Al): $E_m = 70 \text{ GPa}$; $\nu = 0.3$. Ceramic (Alumina, Al_2O_3): $E_c = 380 \text{ GPa}$; $\nu = 0.3$.
- On prend le rapport $a/h=10$.

Divers paramètres non-dimensionnels utilisés sont :

- Déplacement : $\bar{w} = \frac{10h^3 E_c}{a^4 q_0} w\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$,
- Contrainte axiale : $\bar{\sigma}_x = \frac{h}{aq_0} \sigma_x\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{h}{2}\right)$,
- Contrainte de cisaillement : $\bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{aq_0} \tau_{xz}\left(0, \frac{b}{2}, 0\right)$, et Épaisseur de coordonnée : $\bar{z} = z/h$,

Dans ce qui suit, nous notons que plusieurs types de plaques homogènes sont utilisées:

- La plaque (a) FGM: La plaque est symétrique et en a seulement deux couches d'épaisseur égale, il n'y a pas de couche de base. Ainsi, $h_1 = h_2 = 0$.
- La plaque (b) FGM: La plaque est symétrique, dans laquelle l'épaisseur de la couche centrale égale à la somme des épaisseurs des deux couches supérieure et inférieur, nous avons $h_1 = -h/4$, $h_2 = h/4$.
- La plaque (c) FGM: Ici, la plaque est aussi symétrique, et l'épaisseur de l'âme est la moitié de l'épaisseur de la face. Dans ce cas, nous avons $h_1 = -h/10$, $h_2 = h/10$.

7. Validation Analytique

Dans cette partie, nous proposons de valider le modèle proposé à travers quelques tests standard connus de la littérature. Il s'agit essentiellement d'évaluer ses performances en précision sur les déplacements transversales pour différent rapport d'allongement. Afin de valider notre modèle, un exemple de la flexion statique sera étudié. L'exemple traite la flexion d'une plaque isotrope simplement appuyée soumise à un chargement statique variant linéairement à travers l'épaisseur. Une comparaison a été faite avec les résultats de la méthode de Timoshenko et Woinowsky-Krieger [11], les résultats d'Euler-Bernoulli et Zenkour [12] seront également introduits dans la comparaison.

Table 1 - Effet du rapport (a / b) de l'allongement sur la flèche pour une plaque isotrope soumise à un chargement linéaire et (k= 2) pour les différentes méthodes.

a/b	Euler-Bernoulli	[Timoshenko 1972]	[Zenkour 2004]	Présente étude
	CLPT	FSDPT	SSDPT	RSDPT
1/4	0.9832	1.0003	0.9969	0.99694
1/2	0.7103	0.7249	0.7220	0.72204
1	0.2774	0.2866	0.2847	0.28478
2	0.0443	0.0480	0.0473	0.04731
4	0.0038	0.0049	0.0046	0.00469

Table 2 - Comparaison entre les différents modèles de calcul des contraintes normales d'une plaque isotrope soumise à un chargement linéaire.

z/h	Euler-Bernoulli	[Timoshenko 1972]	[Zenkour 2004]	Présente étude
	CLPT	FSDPT	SSDPT	RSDPT
0.5	1.975764	1.975764	1.983924	1.995501
0.4	1.580611	1.580611	1.581429	1.582588
0.3	1.185458	1.185458	1.182452	1.178187
0.2	0.7903054	0.7903054	0.7864697	0.781029
0.1	0.3951527	0.3951527	0.3926630	0.389131
0	0	0	0	0
-0.1	0.3951527	0.3951527	0.3926630	0.389131
-0.2	0.7903054	0.7903054	0.7864697	0.781029
-0.3	1.185458	1.185458	1.182452	1.178187
-0.4	1.580611	1.580611	1.581429	1.582588
-0.5	1.975764	1.975764	1.983924	1.995501

CLPT: la théorie des plaque classique [Euler-Bernoulli]

FSDPT : première théorie des plaques [Timoshenko 1972]

SSDPT : théorie des plaques sinusoïdales [Zenkour 2004]

RSDPT : théorie des plaques raffinées du déformation-cisaillement (Présente étude)

Les résultats obtenus à partir des différentes modèles (Timoshenko et Woinowsky-Krieger [11], Euler-Bernoulli et Zenkour [12]), coïncident avec ceux issus de la présente méthode comme il illustré dans les tableaux **1** et **2**, on reporte respectivement les déplacements et les contraintes normales d'une plaque isotrope soumise à un chargement linéaire.

Table 3 - Valeur des déplacements, et l'effet de la fraction volumique « k » par rapport à la plaque en FGM.

Théorie	k	\bar{w}		
		La plaque (a)	La plaque (b)	La plaque (c)
RSDPT	0	0.07790303811	0,07790303804	0,07790303801
SSDPT		0.07790303807	0,07790303802	0,0779030380
CLPT		0.07375297775	0,07375297770	0,07375297770
RSDPT	1	0.1960374616	0,13498173110	0,17345972290
SSDPT		0.1960374616	0,13498173100	0,1734597229
CLPT		0.1900076715	0,13016490702	0,16810299627
RSDPT	2	0.2847866148	0,16924087300	0,24325965000
SSDPT		0.2847866147	0,16924087280	0,24325965020
CLPT		0.2774864509	0,16413547020	0,23728437028
RSDPT	3	0.33606390476	0,19039414850	0,28726451480
SSDPT		0.3360639047	0,19039414840	0,28726451450
CPT		0.3277910123	0,18514372605	0,28093556075
RSDPT	4	0.3645156376	0,20430260850	0,31487582170
SSDPT		0.3645156376	0,20430260790	0,31487582150
CLPT		0.3554038421	0,19896847947	0,30830858810
RSDPT	5	0.3808987521	0,21398907620	0,33284921310
SSDPT		0.3808987518	0,21398907730	0,33284921460
CLPT		0.3710315287	0,20860121166	0,32610192956

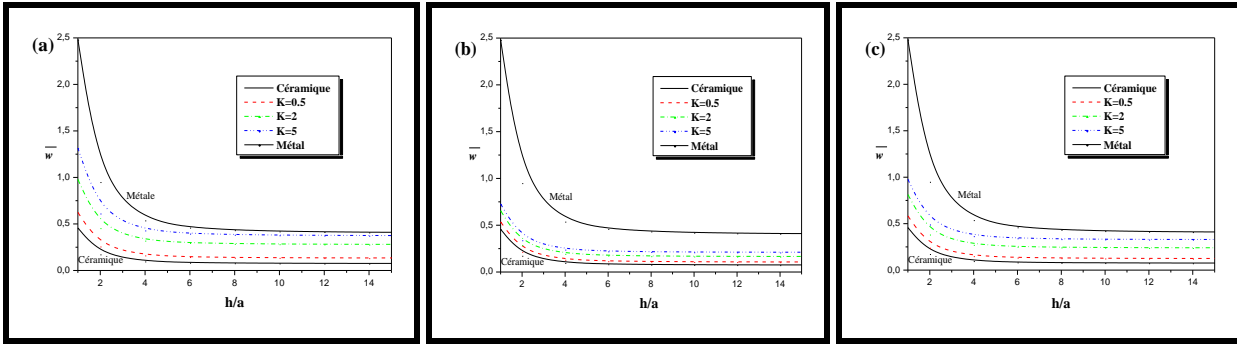


Figure 4 – Influence de l'épaisseur (h/a) pour diverses valeurs de « k » et différents types des plaques FGM.

La figure 4 montre l'influence de l'indice de la fraction volumique « k » par rapport au différents types des plaque. D'après ces figures on remarque que la variation de déplacement diminue par rapport à l'épaisseur pour différents types des plaques homogènes FGM. La diminution se situe entre celles des plaques en céramique (Al_2O_3) et le métal (Al).

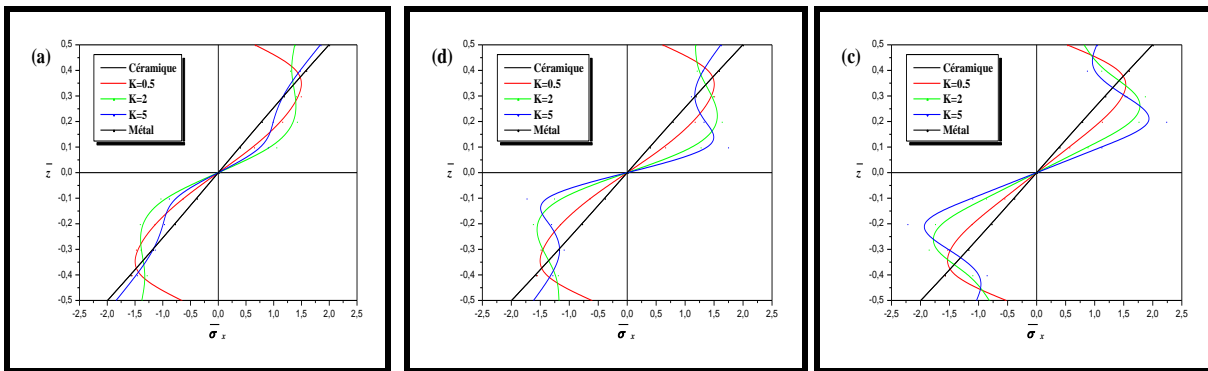


Figure 5 – Variation de la contrainte $\bar{\sigma}_x$, à travers l'épaisseur pour différentes valeurs de k et différents types des plaques homogènes FGM.

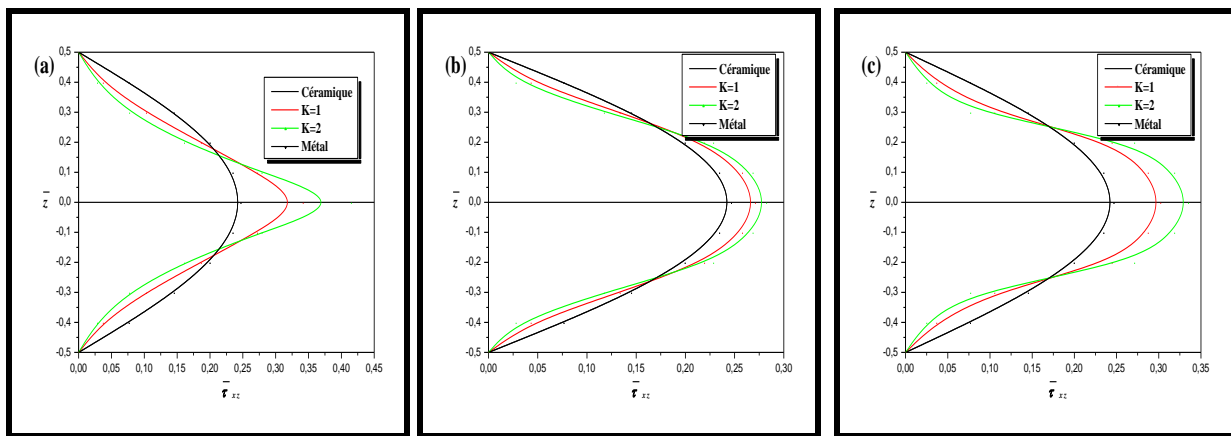


Figure 6 – Variation de la contrainte de cisaillement transversale $\bar{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur de la plaque pour différentes valeurs de k et différents types des plaques homogènes FGM.

Figure 5 contient les graphes de la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ à travers l'épaisseur des plaques homogènes FGM. Les contraintes sont à la traction au-dessus du plan médian et à la compression en dessous du plan médian. Les résultats démontrent une non-linéarité de la variation de la contrainte axiale de l'épaisseur de la tôle pour les plaques en FGM. Il est important d'observer que la contrainte maximale dépend de la valeur de l'exposant de la fraction volumique k . Dans la figure 6, on a tracé les contraintes de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$ à travers la distribution de l'épaisseur transversal. La valeur maximale se produit à un point sur le plan médian de la plaque, et son variation pour une plaque FGM est plus grand que, pour une plaque homogène (en céramique ou en métal).

Conclusion

Dans cette étude, nous avons démontrés les solutions théoriques des plaques sandwiches en matériaux à gradient variable **FGM** sous un chargement transversal développé en utilisant la théorie d'ordre élevé. Les résultats numériques obtenus montrent que la variation du module d'élasticité joue un rôle important sur les distributions de contraintes normales et tangentielles ainsi que le déplacement transversal de la plaque **FGM**. Les théories développées donnent une distribution parabolique de la déformation de cisaillement transversal et satisfait les conditions aux limites et qui n'exige pas de facteur de correction de cisaillement. Toutes les études comparatives ont démontré que les déplacements et les contraintes obtenues en utilisant les théories de déformation de cisaillement à quatre inconnues sont presque identiques à ceux des autres théories à cinq inconnues (**SSDPT**). L'extension de la théorie actuelle est également prévue pour des conditions aux limites générales et des plaques de forme plus générale. En conclusion, on peut dire que la théorie proposée **RSDPT** est précise et simple à résoudre pour l'étude du comportement statique des plaques homogène rectangulaires en **FGM**.

REFERENCES

- [1]- Zhong, Z & Yu, T., 2007 *Analytical solution of a cantilever functionally graded beam*, Composites Science and Technology, , Vol. 67, p. 481–488.
- [2]- Koizumi, M., 1992 *Recent Progress of Functionally Gradient Materials in Japan*, Ceram. Eng. Sci. Proc., , Vol. 13, N° 7-8, p.333-47.
- [3]- Nguyen, TK., 2008 *First-order shear deformation plate models for functionally graded materials*, Compos. Struct, , Vol 83, p.25-36.
- [4]- *Fundamentals of Functionally Graded Materials*. Cambridge University Press.
- [5]- *Stresses intensity relaxation at the tip of an edge crack in a functionally graded material subjected to a thermal shock*. Journal of Thermal Stresses 19, 317–339.
- [6]- Erdogan., *Interfacial cracking of FGM/metal bonds*. In: Kokini, K. (Ed.), Ceramic Coating, pp. 29–37.
- [7]- Caib., *Crack bridging in functionally graded coatings*. International Journal of Solids and Structures 35, 701– 717.
- [8]- Kesl., *Determination of processing-induced stresses and properties of layered and graded coatings: experimental method and results for Plasma-sprayed Ni– Al₂O₃*. Acta Materialia 45, 3123–3134.
- [9]- Woo J., *Nonlinear analysis of functionally graded plates and shallow shells*. International Journal of Solids and Structures 38, 7409–7421.
- [10]- Praveen et Reddy, *Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic–metal plates*. International Journal of Solids and Structures 35, 4457–4476.
- [11]- S.P.Timoshenko et J.M.Gere. 2004 *Mechanics of Materials*. New York: D.Van Nostrand Company, 1972.
- [12]- A. M. Zenkour., Kafr El-Sheikh, *Thermal effects on the bending response of fiber-reinforced viscoelastic composite plates using a sinusoidal shear deformation theory*, Acta Mechanica; 171 (3-4):171–187
- [13]- Ait Atmane, H., Tounsi, A., Mechab, I., Adda Bedia, E.A. 2010. “Free vibration analysis of functionally graded plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations using a new shear deformation theory.” *Int. J. Mech. Mater. Des*, Vol. 6, No. 2, pp. 113 – 121.
- [14]- Praveen, G.N. and Reddy, J.N. 1998. “Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic–metal plates.” *Int. J. Solids Struct*, Vol. 35, pp. 4457–4476.
- [15]- Reddy, J. N. 1984. “A simple higher order theory for laminated composite plates.” *J. Appl. Mech*, Vol. 51, pp. 745-752.
- [16]- Merdaci Slimane ,Tounsi.A , Houari M.S.A , Mechab.I , Heballi.H , Benyoucef.S. 2010" *Two new refined shear displacement models for functionally graded sandwich plates*".
- [17]- Merdaci Slimane, 2018 “Analysis of Bending of Ceramic-Metal Functionally Graded Plates with Porosities Using of High Order Shear Theory”; *Advanced Engineering Forum*; Vol.30, pp 54-70.
- [18]- Merdaci .S, Belghoul.H, 2019 “High Order Shear Theory for Static Analysis Functionally Graded Plates with Porosities”, *Comptes rendus Mecanique*, Vol 347, Issue3, pp 207-217.
- [19]- Merdaci Slimane, Belmahi Samir, Belghoul Hakima, Hadj Mostefa Adda 2019,“Free Vibration Analysis of Functionally Graded Plates FG with Porosities”,*International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, Vol. 8 Issue 03,pp143-147.
- [20]- Merdaci Slimane, 2019 “Free Vibration Analysis of Composite Material Plates "Case of a Typical Functionally Graded FG Plates Ceramic/Metal" with Porosities”, *Nano Hybrids and Composites (NHC)*, Vol. 25, pp 69-83.