

Détermination de la déflexion d'un tablier de pont dalle sous charge roulante

Bilal BOUA ^a, Mahmoud BENSABIB ^b

¹ Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics, Alger, Algérie

² Université Saad Dahlab, Blida, Algérie

Résumé

Les charges roulantes sur les tabliers de ponts provoquent des déformations. Ces déformations doivent rester dans le domaine élastique afin de permettre au pont de remplir son rôle. A cet effet la détermination des déformations du tablier d'un pont sous charge roulante est impérative et doit être obtenue en temps réel. Nous nous proposons à travers l'utilisation de deux méthodes d'estimer cette déformation. La première méthode se base sur une approche simplifiée en utilisant l'équation dynamique d'une plaque mince sous un chargement mobile modélisé par une masse et un ressort. La deuxième méthode est celle des éléments finis utilisant l'analyse temporelle (pas à pas) par intégration directe pour la résolution de l'équation dynamique obtenue. Dans la première méthode, le principe consiste à formuler les équations dynamiques du mouvement du véhicule ainsi que celles du tablier puis celles de l'interaction tablier-charge roulante. Cette méthode nous a permis de déterminer la déflexion du tablier ainsi que la variation de la force dynamique exercée par le véhicule sur le tablier à chaque instant (t). Dans la deuxième méthode, les équations dynamiques sont ceux de la méthode des éléments finis (MEF) et la charge est modélisée par des forces ponctuelles. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont comparés.

Mots clés : Pont dalle, Charge roulante, Isotrope, Eléments finis, Oscillateur, Analyse Temporelle, Plaque mince.

1. Introduction

L'étude de la réponse des tabliers des ponts sous charge roulante a fait l'objet de plusieurs études et recherches autant théoriques qu'expérimentales.

Pour l'étude des charges roulantes par le problème inverse (Identification de la charge à partir de la réponse du tablier), Chan et al. [1] ont utilisé l'analyse modal, le tablier du pont étant modélisé par une poutre de Bernoulli, un modèle de véhicule à deux charges ponctuelles a été utilisé pour générer les équations d'équilibres. Chan et al. [2] ont étudié l'identification des charges roulantes sur un tablier de pont en précontrainte. Des mesures sur site ont été effectuées afin d'identifier les charges revenant au tablier. Ils ont obtenu les fréquences fondamentales du véhicule roulant en utilisant la transformée de Fourier. Law et al [3] ont utilisé la transformation de fourrier pour écrire l'équation du mouvement en coordonnées modales. La relation entre la réponse et les forces appliquées est obtenue dans le domaine fréquentiel. Zhu et Law [4] ont étudié le comportement dynamique d'un tablier de pont par la théorie de superposition modale. Le tablier étant modélisé par une plaque orthotrope appuyée simplement sous charge

roulante. La charge étant modélisée par un groupe de charges ponctuelles. Les résultats ont été comparés avec la modélisation par une poutre et validés par des essais en laboratoire. La même étude sur une plaque orthotrope a fait l'objet d'une étude par Zhu et Law. [5]. Ils ont utilisé le calcul de la matrice inverse et la technique de régularisation de Tikhonov. Zhu et Law [6] ont étudié la force dynamique due à un véhicule roulant à une vitesse constante sur un tablier de pont à plusieurs travées modélisé par une plaque orthotrope. Le véhicule est de type H20-44 (selon le règlement AASHTO). Il est assimilé à un modèle tridimensionnel à deux essieux. Le comportement dynamique est étudié par le principe de superposition modal et la charge dynamique est obtenue en termes de facteur d'amplification dynamique. Sur la base des méthodes d'indentification des charges roulantes sur les ponts à poutres continues. Zhu et Law [7] ont étudié l'influence de la variation de la vitesse et la rugosité de la surface de contact par expérimentation et simulation numérique. Wu [8] a effectué une analyse dynamique par la méthode des éléments finis d'un tablier de pont dalle assimilé à un modèle unidimensionnel de type poutre-plaque soumis à un groupe de charges ponctuelles répartis transversalement. Le groupe de charges ponctuelles répartis a été transféré à une seule charge ponctuelle. Partant du fait

que les méthodes utilisant l'analyse modale pour l'identification des charges peuvent induire des erreurs dus à la troncature du signal, Law et al. [9] ont utilisé la méthode des éléments finis avec une technique de condensation. Ils ont étudié l'identification des forces de contact d'un véhicule modélisé par deux charges ponctuelles sur une poutre de Bernoulli, avec la prise en compte de la rugosité de surface de contact. Yang et Lin [10] ont étudié par le principe de superposition modale l'interaction entre le véhicule et le pont où le véhicule est modélisé par une masse sur un ressort et le pont par une poutre de Bernoulli. Law et al. [11] ont étudié l'identification des charges roulantes sur une plaque orthotrope à partir de la réponse du pont par le principe de Hamilton. Ils ont validé leurs résultats par des essais en laboratoire. Asnachindaa et al. [12] ont développé une méthode pratique d'identification des charges dynamiques d'un véhicule à plusieurs essieux à partir de la réponse du pont. Le travail a été fait sur un modèle numérique et un modèle expérimental. Malekzadeh et al. [13] ont étudié la réponse dynamique d'une plaque épaisse modélisée selon la théorie des plaques sandwich sous une charge roulante modélisée par une charge ponctuelle. Ouyang [14] a présenté une étude bibliographique des études de réponse dynamique de plusieurs types de ponts sous différentes charges roulantes.

La majorité de ces méthodes et expérimentations donnent essentiellement la charge à partir de la réponse c'est ce qui est communément appelé problème inverse. Dans notre cas nous nous intéressons au problème direct à savoir la détermination de la déformation d'un tablier de pont en béton armé soumis à une charge roulante. L'analyse dynamique du problème d'interaction charge roulante-tablier de pont sera étudié par deux approches. Une approche analytique simplifiée où nous proposons une simulation des charges roulantes par une masse surmontée par un ressort et une approche basée sur la méthode des éléments finis en utilisant l'analyse temporelle.

2. Méthodes d'étude

Nous étudions notre problème par deux approches différentes. Une approche simplifiée et une approche éléments finis ceci afin de pouvoir effectuer une comparaison entre les deux méthodes.

2.1. Etude par la méthode simplifiée

Cette étude passe par deux étapes. La première est la résolution du problème des vibrations libres et la seconde est la résolution du problème sous charge roulante.

2.1.1. Analyse de vibration libre du tablier [15]

Le tablier est modélisé par une plaque mince appuyée simplement sur deux cotés opposés et libre sur les deux autres. La théorie de Love-Kirchhoff est utilisée.

L'équation gouvernante de vibration libre du tablier est donnée par :

$$D \left[\frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4} \right] + \mu \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$w(x, y, t)$: déflexion du tablier au point (x, y) à l'instant t .

D : rigidité flexionnelle.

μ : masse par unité de surface du tablier.

L'équation (1) est résolue en se basant sur la méthode de FRYBA. La méthode est basée sur la transformation généralisée de la déflexion donnée par :

$$w(i, j, t) = \int_0^a \int_0^b w(x, y, t) \sin \frac{i\pi x}{b} w_{(j)}(y) dx dy \quad (2)$$

Avec :

$w_{(j)}(y)$: une fonction qui satisfait les conditions aux limites du bord de tablier.

L'équation caractéristique du mouvement est donnée par :

$$\frac{d^4 w_{(j)}(y)}{dy^4} - 2 \frac{i^2 \pi^2}{a^2} \frac{d^2 w_{(j)}(y)}{dy^2} + \left(\frac{i^4 \pi^4}{a^4} - \frac{\mu \omega^2(i, j)}{D} \right) w_{(j)}(y) = 0 \quad (3)$$

Les solutions de l'équation (3) doivent vérifier les relations suivantes, elles sont au nombre de trois :

$$1\text{-Si } \frac{i^2 \pi^2}{a^2} > \left(\frac{\mu \omega^2(i, j)}{D} \right)^{1/2}$$

L'équation caractéristique des pulsations propres $\omega_{(i, j)}$ est donnée par :

$$2\lambda_1 \lambda_2 D_1^2 D_2^2 (\cosh \lambda_1 \cosh \lambda_2 - 1) - (\lambda_1^2 D_1^4 + \lambda_2^2 D_2^4) \sinh \lambda_1 \sinh \lambda_2 = 0 \quad (4)$$

λ : doit satisfaire l'équation caractéristique suivante :

$$\frac{\lambda^4}{b^4} - 2 \frac{i^2 \pi^2}{a^2} \frac{\lambda^2}{b^2} + \left(\frac{i^4 \pi^4}{a^4} - \frac{\mu \omega^2(i, j)}{D} \right) = 0 \quad (5)$$

$$2\text{-Si } \frac{i^2 \pi^2}{a^2} < \left(\frac{\mu \omega^2(i, j)}{D} \right)^{1/2}$$

L'équation caractéristique pour le calcul des pulsations propres $\omega_{(i, j)}$ est donnée par :

$$2\lambda_1 \lambda_2 D_1^2 D_2^2 (\cos \lambda_1 \cosh \lambda_2 - 1) + (\lambda_1^2 D_1^4 - \lambda_2^2 D_2^4) \sinh \lambda_1 \sinh \lambda_2 = 0 \quad (6)$$

$$3- \text{si } \frac{i^2 \pi^2}{a^2} = \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2}$$

L'équation des pulsations propres est donnée par :

$$2(\cosh \lambda_2 - 1) - \lambda_2 \sinh \lambda_2 = 0 \tag{8}$$

$$\lambda_1 = -\lambda_3 = 1/b \left[\frac{i^2 \pi^2}{a^2} - \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \tag{7}$$

avec :

$$\lambda_2 = -\lambda_4 = 1/b \left[\frac{i^2 \pi^2}{a^2} + \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \tag{9}$$

$$\begin{cases} D_2 = b^2 \left[(v-1) \frac{i^2 \pi^2}{a^2} + \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2} \right] \\ D_1 = b^2 \left[(1-v) \frac{i^2 \pi^2}{a^2} + \left(\frac{\mu \omega_{(i,j)}^2}{D} \right)^{1/2} \right] \end{cases} \tag{10}$$

$\omega_{(i,j)}$: la pulsation du mode (i,j)

2.1.2 Etude de la réponse du tablier sous charge roulante

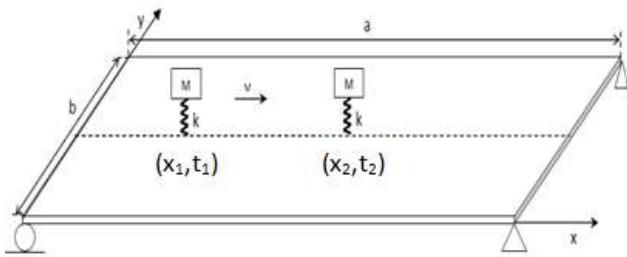


Fig.1. Modèle de l'étude par la méthode analytique.

La charge roulante sera modélisée par un ressort surmonté par une masse. Le tablier sera modélisé par une plaque mince selon la théorie de Love-Kirchhoff, Fig. 1.

L'équation du mouvement du véhicule est donnée par :

$$M \ddot{z} + k(z - w(x, y, t)) = 0 \tag{11}$$

$w(x, y, t)$: déflexion du tablier.

z : déplacement vertical de la masse, donc du véhicule.

M : masse totale du véhicule.

k : raideur du ressort qui représente les caractéristiques de la suspension.

L'équation de vibration d'un tablier modélisé par une plaque mince appuyée simplement en $x=0$ et $x=a$ et libre en $y=0$ et $y=b$ sous une charge roulante est donnée par :

$$D \left[\frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4} \right] + \mu \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = \delta(x - vt) \delta(y - \eta) p(t) \tag{12}$$

avec :

δ : Fonction de Dirac.

η : Position transversale du véhicule.

v : vitesse du véhicule.

L'équation de la charge dynamique appliquée par le véhicule est donnée par :

$$p(t) = M(g - \ddot{z}) \tag{13}$$

La résolution des équations (11), (12) et (13) permet de formuler les équations qui expriment la réponse d'un tablier de pont dalle sous une charge roulante modélisée par une masse surmontée d'un ressort comme suit:

$$\ddot{\Phi}_{11}(t) + \omega_{11}^2 \Phi_{11}(t) = \frac{M \left(g + \omega^2 z - \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(t) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \right)}{\mu} \sin\left(\frac{\pi vt}{a}\right) Y_{11}(\eta) \tag{14}$$

$$\ddot{\Phi}_{12}(t) + \omega_{12}^2 \Phi_{12}(t) = \frac{M \left(g + \omega^2 z - \frac{2\omega^2}{a.b} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{K_{ij}} \Phi_{ij}(t) Y_{ij}(t) \sin\left(\frac{i\pi vt}{a}\right) \right)}{\mu} \sin\left(\frac{\pi vt}{a}\right) Y_{12}(\eta) \tag{15}$$

$$\ddot{z} + \omega^2 z = \frac{2\omega^2}{l_x l_y} \sum_j \frac{1}{K_{1j}} \Phi_{1j}(t) Y_{1j}(\eta) \sin\left(\frac{i\pi vt}{l_x}\right) \tag{16}$$

2.2. Etude par l'approche éléments finis

Le tablier est modélisé par une plaque mince en se basant sur la théorie de love Kirchhoff, la plaque est appuyé simplement en $x=0$ et en $x= b$. elle est libre sur les deux autres bords. La charge roulante est modélisée par plusieurs charges ponctuelles espacées de d (i), Fig 2. L'équation d'équilibre de l'ensemble du système formulé par la méthode des éléments finis est donnée par :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F(T) \tag{17}$$

Avec :

M : matrice de masse.

C : matrice d'amortissement.

K : matrice de rigidité.

F : chargement appliqué.

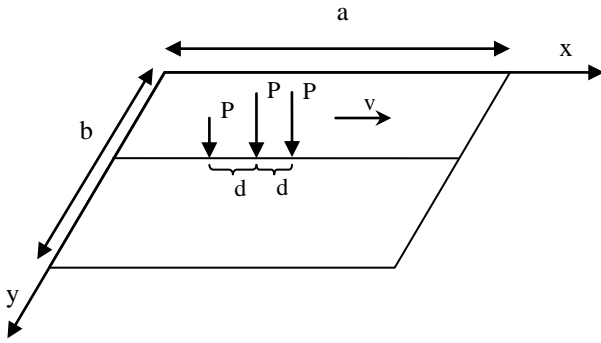


Fig.2 Plaque mince sous une charge roulante

La résolution du présent problème étudié par la méthode des éléments finis est basée sur l'analyse temporelle par intégration directe.

Selon les paramètres d'intégration et le pas de temps ainsi que les constantes d'intégration plusieurs méthodes sont utilisées, à savoir :

a) Méthode de Newmark [16]:

Les équations de la méthode de Newmark sont données par :

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_t \quad (18)$$

$$\dot{u}_t = b_4(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (19)$$

$$\ddot{u}_t = b_1(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (20)$$

avec:

$$b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; \quad b_2 = -\frac{1}{\beta \Delta t}; \quad b_3 = 1 - \frac{1}{2\beta};$$

$$b_4 = \gamma b_1 \Delta t; \quad b_5 = 1 + b_2 \gamma \Delta t$$

$$b_6 = (1 + \gamma(b_3 - 1)) \Delta t$$

γ, β : Paramètres d'intégration

b) Méthode de θ Wilson [16] :

La méthode de θ Wilson est caractérisée par l'introduction d'un incrément de temps définie par $\theta \Delta t$.

avec :

$$\Delta t' = \theta \Delta t \quad (21)$$

La charge est définie par :

$$R_t = R_{t-\Delta t} + \theta (R_t - R_{t-\Delta t}) \quad (22)$$

Les équations de θ Wilson sont données par :

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = a_0(u_{t+\Delta t} - u_t) + a_2 \dot{u}_t + 2\ddot{u}_t \quad (23)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t a_7 (\ddot{u}_{t+\Delta t} + \ddot{u}_t) \quad (24)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + a_8 (\ddot{u}_{t+\Delta t} + 2\ddot{u}_t) \quad (25)$$

avec :

$$a_0 = \frac{6}{(\theta \Delta t)^2}; \quad a_1 = \frac{3}{\theta \Delta t}; \quad a_2 = 2a_1; \quad a_3 = \frac{\theta \Delta t}{2};$$

$$a_4 = \frac{a_0}{\theta}; \quad a_5 = \frac{-a_2}{\theta};$$

$$a_6 = 1 - \frac{3}{\theta}; \quad a_7 = \frac{(\Delta t)}{2}; \quad a_8 = \frac{(\Delta t)^2}{6}$$

c) Méthode d'intégration directe de Houbolt [16] :

Les équations de la méthode de Houbolt sont les suivantes :

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = a_0 u_{t+\Delta t} - a_2 u_t - a_4 u_{t-\Delta t} - a_6 u_{t-2\Delta t} \quad (26)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = a_1 u_{t+\Delta t} - a_3 u_t - a_5 u_{t-\Delta t} - a_7 u_{t-2\Delta t} \quad (27)$$

avec :

$$a_0 = \frac{2}{\Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{11}{6\Delta t}; \quad a_2 = \frac{5}{\Delta t^2};$$

$$a_3 = \frac{3}{\Delta t}; \quad a_4 = -2a_0; \quad a_5 = \frac{-a_3}{2};$$

$$a_6 = \frac{a_0}{2}; \quad a_7 = \frac{a_3}{9}$$

d) Méthode d'intégration directe de Hilber Huges et Taylor [14] :

La méthode α utilise la méthode Newmark pour donner une solution à l'équation suivante :

$$M \ddot{u}(t) + (1 + \alpha) C u(t) + (1 + \alpha) K u(t) = R(t) + \alpha C \dot{u}(t - \Delta t) + \alpha K u(t - \Delta t) \quad (28)$$

3. Etude de cas

Pour la charge roulante nous avons choisi un chargement conventionnel défini dans le code des charges et surcharges appliquées sur les ponts routiers (fascicule 61 titre II) [17], voir figure 3.

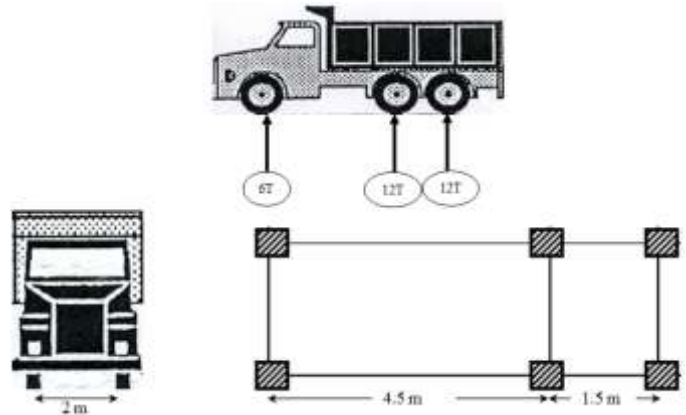


Fig. 3 Modèle de la charge roulante

Pour le tablier nous avons étudié le cas d'une dalle rectangulaire en béton armé, qu'a les caractéristiques suivantes, Fig. 4:

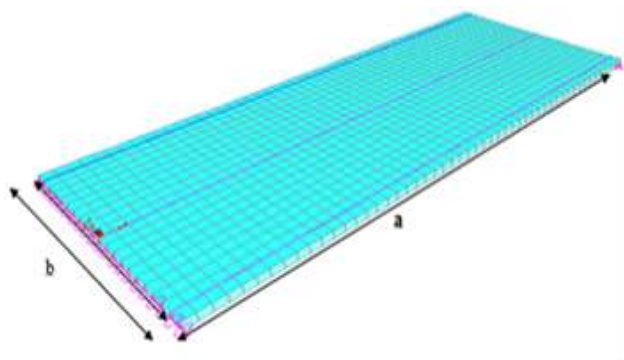


Fig. 4 Modèle du tablier

Géométrie :

- Largeur : 8 m
- Longueur : 20 m
- Epaisseur : 40 cm

Matériau :

Module de Young $E = 34179 \text{ MPa}$
 Coefficient de poisson $\nu = 0.2$

Maillage : Carrée de dimension 40 cm

Analyse temporelle : $\Delta t = 0.001s$

Lieu des résultats :

- a) $Y = b/2$
- b) $Y = 0.95 b$

Caractéristiques du véhicule :

Masse: 30 Tonne
 Raideur: 2.10^6 N/m .

3.1 Résultats de l'étude

Nous avons développé deux programmes l'un pour la méthode simplifiée sous MATLAB et l'autre pour la méthode des éléments finis avec le SAP2000. Les deux approches ont donné les résultats ci-après.

3.1.1 Résultats de l'approche éléments finis

Nous présenterons les résultats obtenues par l'approche élément finis en utilisant l'analyse temporelle.

3.1.1.1 Cas d'une charge ponctuelle

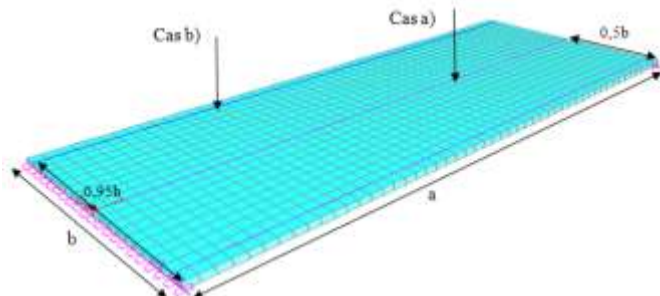


Fig. 5 Points d'application de la charge roulante

a) Méthode de Newmark

La variation des déflexions le long des deux positions transversales du véhicule sont données ci-après :

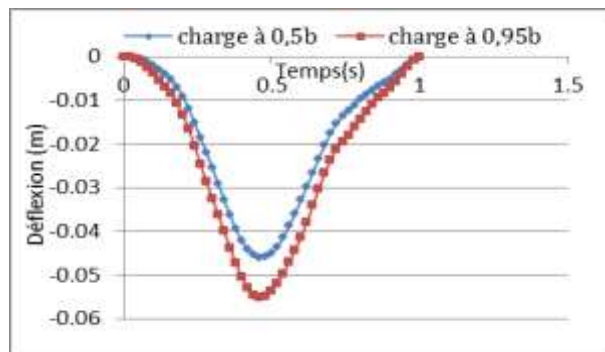


Fig.6 Réponse du tablier pour deux positions de la charge

Nous remarquons que la forme de la déflexion est la même et que le maximum de la déflexion est situé au milieu du tablier ceci pour les deux positions de la charge. La charge excentrée provoque une déflexion plus importante que la charge centrée.

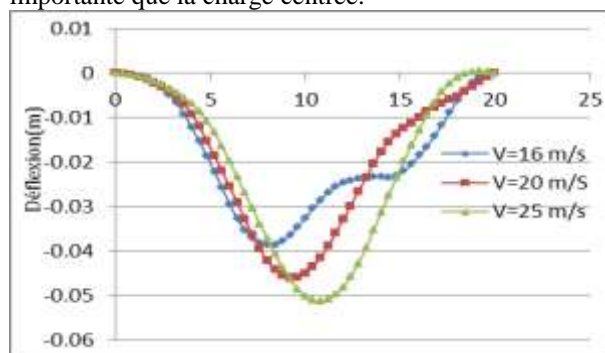


Fig. 7 Effet de la vitesse sur la réponse du tablier selon Newmark

La figure 7 montre la déflexion pour différentes valeurs de la vitesse. Nous remarquons que la réponse maximale est donnée par la plus grande vitesse, ce qui explique la prise en compte de l'effet de la vitesse sur la réponse dynamique du tablier.

Dans cette étude nous avons étudié l'effet de la méthode d'intégration sur la réponse du tablier. Cette dernière est la même quel que soit la méthode utilisée. Ceci peut s'expliquer par le fait que nous sommes dans le domaine élastique linéaire. Aussi nous utiliserons par la suite la méthode de résolution de Newmark.

3.1.1.2 Cas de trois charges ponctuelles

Nous considérons maintenant le modèle de véhicule en entier comme présenté sur la Fig. 11 avec une charge centrée, le cas a) et une charge excentrée le cas, b).

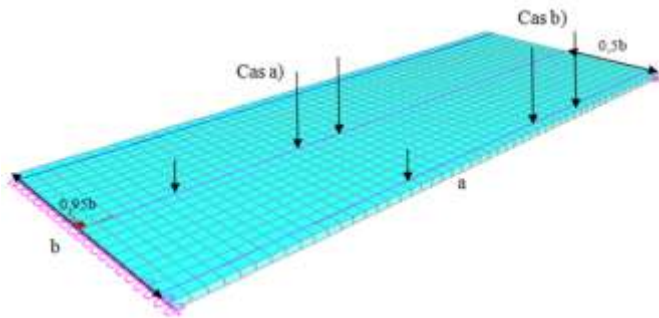


Fig. 08 Points d'application de la charge roulante (trois essieux)

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures 09, 10 et 11.

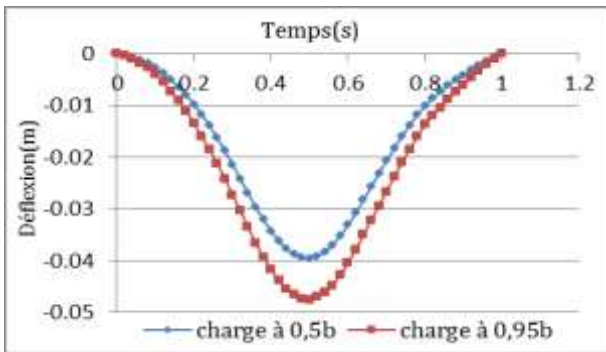


Fig. 09 Déflexion pour une charge à trois essieux avec une vitesse de 20 m/s

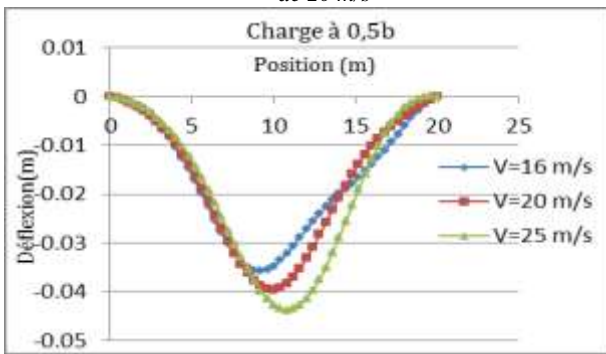


Fig. 10 Variation de la déflexion en fonction de la vitesse pour la modélisation par trois essieux.

La figure 10 montre que la vitesse n'a pas d'effet sur la forme de la réponse, mais elle a un effet sur l'amplitude de la réponse. La réponse maximale est donnée par la plus grande vitesse.

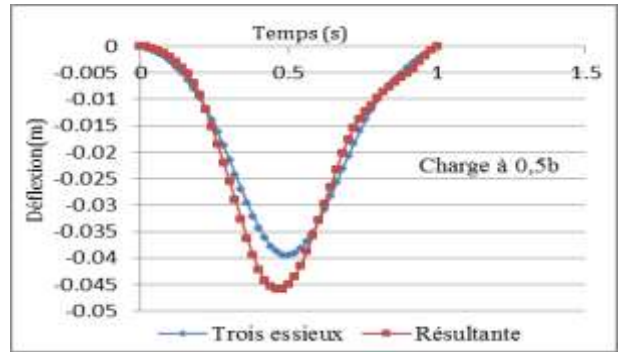


Fig. 11 Comparaison entre les deux types de modélisation du chargement

La figure 11 montre que la modélisation par charge ponctuelle (résultante) donne des réponses plus importantes que celles par plusieurs charges ponctuelles. Ceci peut être justifié par le fait d'avoir une concentration de toute la charge sur un point de mesure.

3.1.2 Résultats d'étude par la méthode simplifiée

Dans ce cas on va étudier le même modèle présenté dans la Fig 3, cependant la charge sera modélisée par une masse surmontant un ressort (oscillateur), Fig 12.

La charge se déplace le long du tablier suivant une ligne droite avec une vitesse constante.

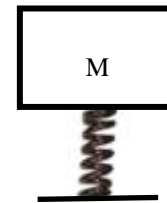


Fig. 12 Modèle oscillateur

Ω	Ω_{11}	Ω_{12}	Ω_{13}	Ω_{21}	Ω_{22}	Ω_{23}	Ω_{31}	Ω_{32}
R=0,4	1,57	6,3	25,6	6,31	13,5	33,9	14,2	22,73
ω	ω_{11}	ω_{12}	ω_{13}	ω_{21}	ω_{22}	ω_{23}	ω_{31}	ω_{32}
R=0,4	3,72	14,7	60,5	14,8	32,0	79,9	33,5	53,62

Tab.1 Résultats de l'analyse de vibration libre du tablier

Avec :

$$\Omega_{ij} = b^2 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{D}} \omega_{ij}$$

ω_{ij} : est la pulsation.
R : est le rapport b/a

La charge roulante et le tablier possèdent les caractéristiques suivantes :

$$\begin{cases} D = 2278371.70 \text{ kg.m} \\ v = 0.2 \\ \omega_{11} = 3.72 \\ \omega_{12} = 14,72 \\ \mu = 1000 \text{ kg / m}^2 \\ k = 2.10^6 \text{ N / m} \end{cases}$$

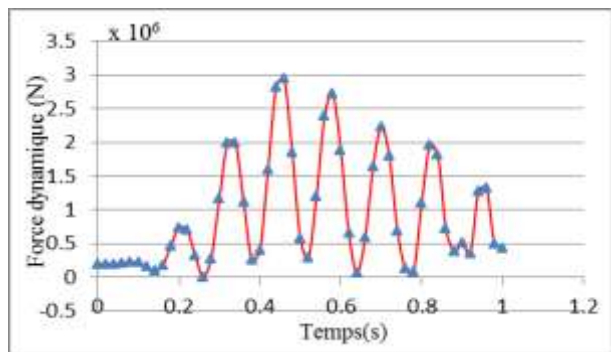


Fig. 13 Variation de la force dynamique

Nous remarquons que la force dynamique croit puis décroît atteignant un maximum au milieu du tablier. Nous donnons ci-après la déflexion du pont dans les deux cas a) et b) ainsi qu'une comparaison entre eux.

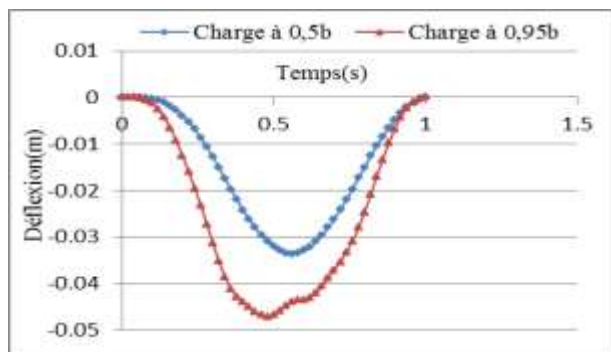


Fig. 14 Comparaison entre les deux cas a) et b)

Nous constatons que la déflexion du tablier est plus importante dans le cas d'une charge excentrée que dans celui de la charge centrée. Ceci est justifié par la participation du deuxième mode transversal.

4. Etude paramétrique

L'effet des paramètres du véhicule (masse, vitesse, et positions transversale) sur la réponse du tablier et aussi sur la variation de la force dynamique a été étudié aussi.

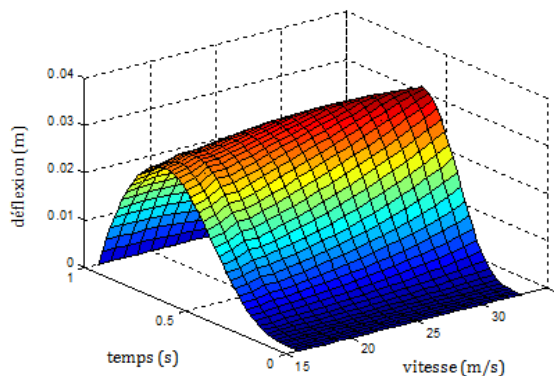


Fig. 15 Effet de la vitesse sur la déflexion du tablier

Nous constatons que plus la masse est importante plus la déflexion est importante et plus la vitesse est importante plus la déflexion l'est. Nous avons étudié aussi la variation de la force dynamique exercée par la charge sur le tablier en fonction de la masse et de la position de la charge ainsi que sa vitesse.

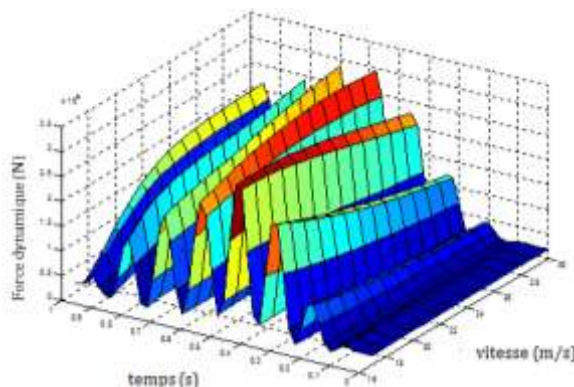


Fig. 16 Effet de la vitesse sur la variation de la force dynamique

La figure 16 montre que la position dans le tablier de la valeur maximale de la force dynamique est différente d'une vitesse à une autre. La valeur maximale est donnée par une vitesse de 30 m/s à un instant $t = 0,6$ s.

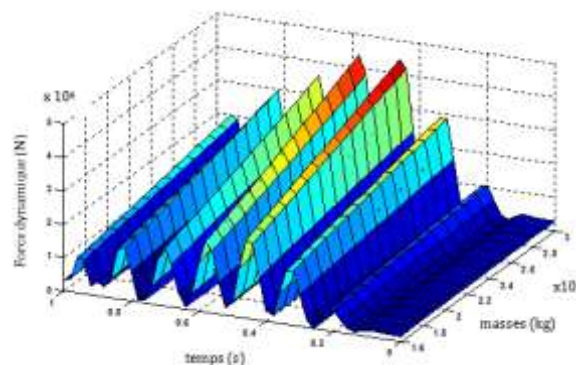


Fig. 17 Effet de la masse sur la variation de la force dynamique.

Nous constatons que la valeur maximale de la force dynamique est donnée par la plus grande masse (30 tonne).

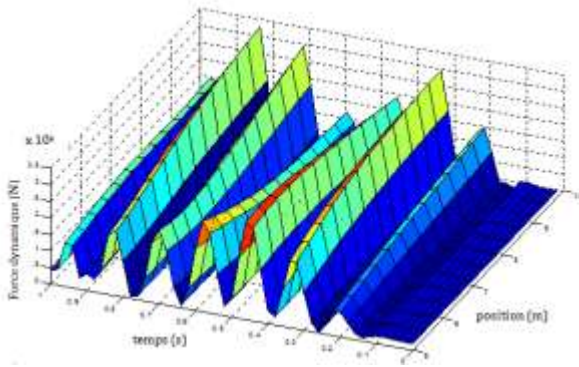


Fig. 18 Effet de la position du véhicule sur la variation de la force dynamique

La figure 18 montre que plus on s'éloigne du milieu du tablier plus la valeur maximale de la force dynamique s'éloigne du milieu du tablier.

La valeur maximale de la force dynamique est donnée pour une position du véhicule à $0,95b$ qui correspond la position de la déflexion maximale du tablier.

5. Comparaison entre la méthode simplifiée et la méthode des éléments finis

Nous comparons les deux solutions pour une charge équivalente et un oscillateur.

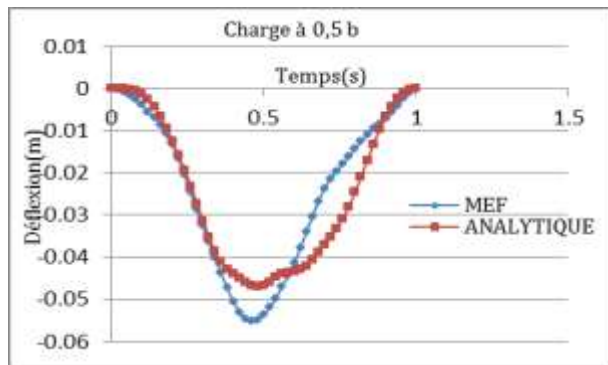


Fig. 19 Comparaison des deux résultats pour le cas de trois essieux avec l'oscillateur

Nous constatons que la déflexion maximale du tablier est au milieu, ainsi la valeur maximale entre les deux méthodes est donnée par la méthode des éléments finis. La figure 19 nous donne un écart max entre les deux méthodes de l'ordre de 15%.

De ce fait la méthode des éléments finis est plus conservatrice par rapport à la méthode simplifiée.

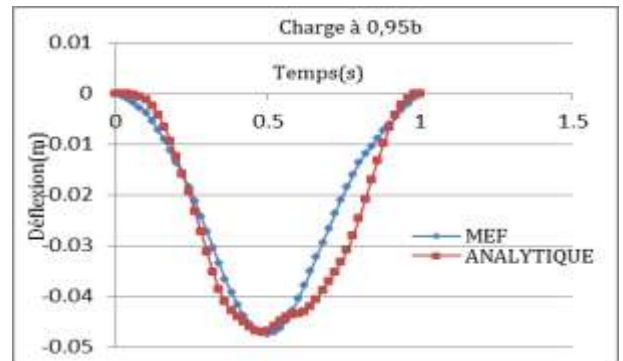


Fig. 20 Comparaison des deux résultats pour le cas de trois essieux avec l'oscillateur

Pour la charge excentrée nous remarquons que les deux méthodes donnent presque la même valeur de la déflexion maximale du tablier. L'écart maximal est de l'ordre de 1%.

6. Conclusion

Les résultats de l'analyse temporelle montrent que le choix de la méthode d'intégration directe n'a pas d'influence sur la réponse du tablier. La réponse du tablier est importante lorsque la charge est excentrée. Il y a aussi une proportionnalité entre la vitesse du véhicule et la réponse maximale du tablier. La modélisation du véhicule par une charge ponctuelle donne des amplitudes plus importantes qu'un chargement par essieux.

Pour l'étude par la méthode simplifiée, nous constatons que la force dynamique exercée par le véhicule n'est pas constante le long du pont, la masse et la position du véhicule ainsi que la vitesse n'ont pas une influence sur la forme de variation de la force dynamique mais influent sur son amplitude.

La comparaison entre les deux méthodes d'étude indique que les points éloignés de la ligne de chargement peuvent être soumis à des réponses non négligeables. Pour toute position du véhicule et du point de mesure, la méthode des éléments finis donne la réponse maximale la plus importante.

L'utilisation de la méthode simplifiée peut être préconisée comme une alternative dans le cas où une vérification des résultats obtenus par la MEF s'impose. Néanmoins, il convient de l'améliorer en considérant le cas de pont à portée importante ou à plusieurs travées et la modélisation du chargement roulant par plusieurs essieux.

7. Bibliographie

- [1] T.H.T Chan, S.S. Law & T.H. Yung 'An interpretive method for moving force identification', *Journal of Sound and Vibration*, Volume 219, Issue 3, 21 January 1999, Pages 503-524.
- [2] T.H.T. Chan, S.S. Law, T.H. Yung 'Moving force identification using an existing prestressed concrete Bridge', *Engineering Structures*, Volume 22, Issue 11, November 2000, Pages 1529-1537.
- [3] S.S. Law, T.H.T. Chan, Q.H. Zeng 'Moving force identification : a frequency and time domain analysis', *Journal of Sound and Vibration*, Volume 261, Issue 2, 20 March 2003, Pages 329-349.
- [4] S.S. Law, X. Q. Zhu 'Identification of vehicle axle loads from bridge dynamic responses', *Journal of Sound and Vibration*, Volume 236, Issue 4, 28 September 2000, Pages 705-724.
- [5] X.Q. Zhu & S.S. Law 'Identification of moving loads on an orthotropic plate', *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 49, Issue 11, November 2007, Pages 1262-1275.
- [6] X.Q. Zhu. & S.S. Law 'Dynamic load on continuous multi-lane bridge deck from moving vehicles', *Journal of Sound and Vibration*, Volume 251, Issue 4, 4 April 2002, Pages 697-716.
- [7] X.Q. Zhu & S.S. Law 'Practical aspects in moving load identification', *Journal of Sound and Vibration*, Volume 258, Issue 1, 14 November 2002, Pages 123-146.
- [8] J. J. Wu 'Use of equivalent beam models for the dynamic analyses of beam plates under moving forces', *Computers & Structures*, Volume 81, Issues 30-31, November 2003, Pages 2749-2766.
- [9] S.S. Law, B. BU, X.Q. Zhu 'Vehicle axle loads identification using finite element method', *Engineering Structures*, Volume 26, Issue 8, July 2004, Pages 1143-1153.
- [10] Y.B. Yang, C.W. Lin 'Vehicle, bridge interaction dynamics and potential applications', *Journal of Sound and Vibration*, Volume 284, Issues 1-2, 7 June 2005, Pages 205-226.
- [11] S.S. Law, J.Q. Bub, X.Q. Zhuc, S.L. Chana 'Moving load identification on a simply supported orthotropic plate', *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 49, Issue 11, November 2007, Pages 1262-1275.
- [12] P. Asnachinda, T. Pinkaewa, J.A. Lamanb, 'Multiple vehicle axle load identification from continuous bridge bending moment response', *Engineering Structures*, Volume 30, Issue 10, October 2008, Pages 2800-2817.
- [13] P. Malekzadeh, A.R. Fiouz, H. Razi 'Three-dimensional dynamic analysis of laminated composite plates subjected to moving load', *Composite Structures*, Volume 90, Issue 2, September 2009, Pages 105-114.
- [14] H. Ouyang 'Moving-load dynamic problems: A tutorial' *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 25, Issue 6, August 2011, Pages 2039-2060.
- [15] L. Fryba, 'Vibration of solid and structures under moving loads', Thomas Telford Ltd, third edition, 1999.
- [16] E. Wilson, 'Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures', University of Berkeley. Second edition.
- [17] Fascicule 61 titre II des charges et surcharges appliquée sur les ponts routiers.