أهمية استخدام النماذج الإحصائية الخاصة بتفسير المتغيرات التابعة ذات الإستجابة الثنائية

The importance of using statistical models for explanation of dependent variables with binary response

أ. فخاري فاروق– طالب دكتوراه–جامعة المسيلة
Farouk_fakhari@yahoo.fr

أ. زبيري نورة –طالبة دكتوراه –جامعة المسيلة
zebiri.nora@yahoo.fr

الملخص:

إن محدودية نتائج النماذج الإحصائية في شكلها الإعتيادي في تفسير الظواهر المُمَثلة بالمتغيرات التابعة ذات الإستجابة الثنائية والمعبر عنها عادةً بالقيم (0،1)، جعل خبراء علم الإحصاء يتجهون نحو استخدام نماذج إحصائية أخرى ذات طبيعة خاصة، تتلائم وحل مشكلة التنبؤ بالقيم الثنائية للمتغيرات التابعة. من هذا المنطلق تأتي أهمية هذا المقال والمتمثلة في كيفية المفاضلة في استخدام كل من نماذج الإحتمال الخطي، نماذج التوبيت النماذج اللوجستية والبروبيتية، في دراسة العلاقة بين القيم الثنائية للمتغير التابع الذي يمثل الظاهرة المراد دراستها، وبين المتغيرات المستقلة التي تفسرها، بالإظافة إلى التطرق لفرضيات وشروط تطبيقها ومحاولة التعرض لكيفية تقدير معلماتها وتقويم ملائمة نتائجها بما يتلائم وهدف الصفة الثنائية المراد البحث فيها.

الكلمات المفتاحية: المتغير التابع الثنائي، نموذج الإحتمال الخطي، نموذج التوبيت، النموذج اللوجستي، النموذج البروبيتي.

Abstract :

Limited statistical models results in impairment in interpreting phenomena represented by binary response-dependent variables and usually expressed in values (0, 1), make statistics experts tend to use other statistical models, fit and solve the problem of predicting the binary values of variables. From this comes the importance of this article, and of how the trade-offs in using both linear probability models, models altobit, walbrobitet, logistics models in the study of the relationship between binary values for the dependent variable representing the phenomenon to be studied, between independent variables which explain those, plus address hypotheses and conditions apply and try how to estimate exposure parameters and appropriate results calendar to suit the aim of bilateral character to be searched.

Keywords: Binary dependent variable, Linear probability model, tobit model, logistic model, probit model.

مقدمة:

يواجه الباحث حالات عديدة خلال بحوثه المعتمدة على النماذج الإحصائية، ولعل معظمها تلك البحوث المهتمة بعملية تنبؤ وتفسير ظاهرة أو مشكلة معينة، وذلك باستخدام نماذج الإنحدار البسيطة والمتعددة ونماذج أخرى متعارف عليها في علم الإحصاء، غير أن معظم هذه النماذج قد أثبتت محدوديتها في الحالات التي تكون فيها الظاهرة أو المشكلة محل الدراسة (المتغير التابع) تحمل صفتين أو أكثر، من هنا ازداد الإهتمام بالدراسات والأبحاث المعتمدة على النماذج التي تمتلك القدرة التنبؤية بتلك الظواهر ذات الصفات الثنائية أو المتعددة. وتعتبر النماذج الإحصائية المتخصصة في تفسير الظواهر ذات الصفات الثنائية إحدى النماذج المهمة ذات التطبيق الواسع في الوقت الحالي في مختلف المجالات والعلوم، وخاصة في العلوم الإقتصادية والمالية، وذلك لإمتلاك هذا النوع من النماذج خاصية التنبؤ باحتمالات حدوث أو عدم حدوث قيم المتغيرات التابعة الإسمية (Categorical Variable) انطلاقا من مجموعة من المتغيرات التفسيرية (المتغيرات المستقلة) سواء كانت في شكلها الكمي أو النوعي.

إشكالية البحث: مما سبق يمكن صياغة إشكالية هذا البحث في التساؤل الرئيسي الآتي: **كيف يتم التنبؤ بالمتغيرات التابعة ذات الإستجابة الثنائية؟**

الإشكاليات الفرعية: من أجل الإجابة على إشكالية البحث سنحاول معالجة الأسئلة الفرعية الآتية:

1. فيما يتمثل جوهر إشكالية عدم ملائمة نماذج الإنحدار الإحصائية العادية مع طبيعة المتغيرات التابعة الثنائية ؟

2. ما هو دور نماذج الإحتمال الخطي LPM ونماذج التوبيت Tobit في تفسير الظواهر ذات الصفة الثنائية ؟

3. ما مكانة نماذج الإنحدار اللوجستي والبروبيتي Regression Logistic and Probit في التنبؤ بالقيم الثنائية للمتغير التابع ؟

أهداف البحث: يحاول هذا البحث الوصول إلى تحقيق الأهداف الآتية:

- محاولة تحليل إشكالية عدم ملائمة نماذج الإنحدار الإحصائية العادية مع طبيعة المتغيرات التابعة الثنائية.
- تحديد مفهوم نماذج الإحتمال الخطي LPM ونماذج التوبيت Tobit وإبراز دورها في تفسير الظواهر والإشكاليات التي تتبع الصفات الثنائية.
- محاولة الإحاطة بأساليب تقدير معلمات المتغيرات التفسيرية للظواهر التي تحمل الصفة الثنائية وتفسيرها باستخدام نماذج الإنحدار اللوجستي والبروبيتي Regression Logistic and Probit .

خطة البحث: للإلمام بمختلف جوانب الموضوع تم تقسيمه إلى العناصر الآتية:

✓ المحور الأول: إشكالية تفسير بعض النماذج الإحصائية للمتغيرات التابعة الثنائية.

– أولا: إشكالية عدم ملائمة نماذج الإنحدار الإحصائية العادية مع طبيعة المتغيرات التابعة الثنائية.

– ثانيا: معالجة إشكالية عدم ملائمة نماذج الإنحدار الإحصائية العادية مع طبيعة المتغيرات التابعة الثنائية .

✓ المحور الثاني: عموميات حول نماذج الإحتمال الخطي LPM ونماذج التوبيت.

– أولا: نموذج الإحتمال الخطي LPM ومشكلة تقدير معلماته.

– ثانيا: نماذج التوبيت Tobit والتنبؤ بالمشاهدات الصفرية والمستمرة.

✓ المحور الثالث: التحليل النظري لنموذج الإنحدار اللوجستي والبروبيتي Regression Logistic and Probit.

– أولا: مدخل لأساليب التنبؤ بالمتغيرات التابعة الثنائية باستخدام النموذج اللوجستي.

– ثانيا: ماهية النموذج البروبيتي واستخدامه في تفسير متغيرات الإستجابة الثنائية ذات النوع التابع.

المحور الأول: إشكالية تفسير بعض النماذج الإحصائية للمتغيرات التابعة الثنائية.

أولا: إشكالية عدم ملائمة نماذج الإنحدار الإحصائية العادية مع طبيعة المتغيرات التابعة الثنائية:

بالرغم من التوسع في استخدام المتغيرات الصورية (الثنائية) كمتغيرات تفسيرية إلا أن استخدامها كمتغيرات تابعة مازال محدودا، ولعل هذا يرجع للمشاكل العديدة التي تنجم عند استخدام هذه المتغيرات كمتغيرات تابعة،[1] فلا يمكن لنموذج الإنحدار الإعتيادي المقدر بطريقة المربعات الصغرى الإعتيادية OLS والذي يتخذ الصيغة $Y=a+ bX_i$ أن يؤدي دوره بشكل جيد إن كانت المتغيرات التابعة متغيرات وهمية أي متغيرات مرمزة بقيم متقاطعة كالصفر والواحد، فهو لن يستطيع أن يقدر معلمات الإنحدار بكفاءة، وبالتالي لن تكون مفيدة في توقع النتائج أو في التحليل والتنبؤ. ذلك أن هذا النوع من الإنحدار وبسبب طبيعة المتغير التابع سيؤدي إلى ظهور عدم تجانس تباين الخطأ وارتباط قيم الخطأ بقيم المتغيرات المستقلة، لذا فإن القيمة المتوقعة للمتغير التابع سوف لن تقع بالضرورة ضمن المدى المنطقي والفعلي لذلك المتغير، أي أنها سوف لن تقع بين الصفر والواحد، أي بين لا ونعم إن كان الصفر يمثل "لا" والواحد يمثل "نعم" مثلا، أو أن القيمة المتوقعة للمتغير التابع سوف لن تقع بين "أنثى" و"ذكر" إن كان الصفر يمثل الإناث والواحد يمثل الذكور مثلا، فإن كانت القيم المتوقعة بهذا الشكل فمن تمثل إذن؟ حيث لا يوجد لدينا غير النعم أو لا في عملية التصويت. وتبقى هذه المشكلة قائمة بغض النظر عن شكل العلاقة المقدرة أي في النماذج الخطية وفي النماذج اللاخطية أيضا.

ثانيا: معالجة إشكالية عدم ملائمة نماذج الإنحدار الإحصائية العادية مع طبيعة المتغيرات التابعة الثنائية : ولمعالجة المشاكل أعلاه تم اللجوء إلى نموذج الإحتمال الخطي في الإنحدار The linear probability model، وهو الذي يتخذ شكل المعادلة:[2]

$$P= E(Y=1/X)= a+bX$$

وهو نموذج يحاول بيان أثر المتغير الكمي المستقل في المتغير التابع النوعي، والمتغير التابع هنا هو متغير احتمالي ذو طبيعة خاصة لأنه يتضمن قيمتي الصفر والواحد كما أسلفنا، لذا فإن القيمة المتوقعة له ستكون بين الصفر والواحد.

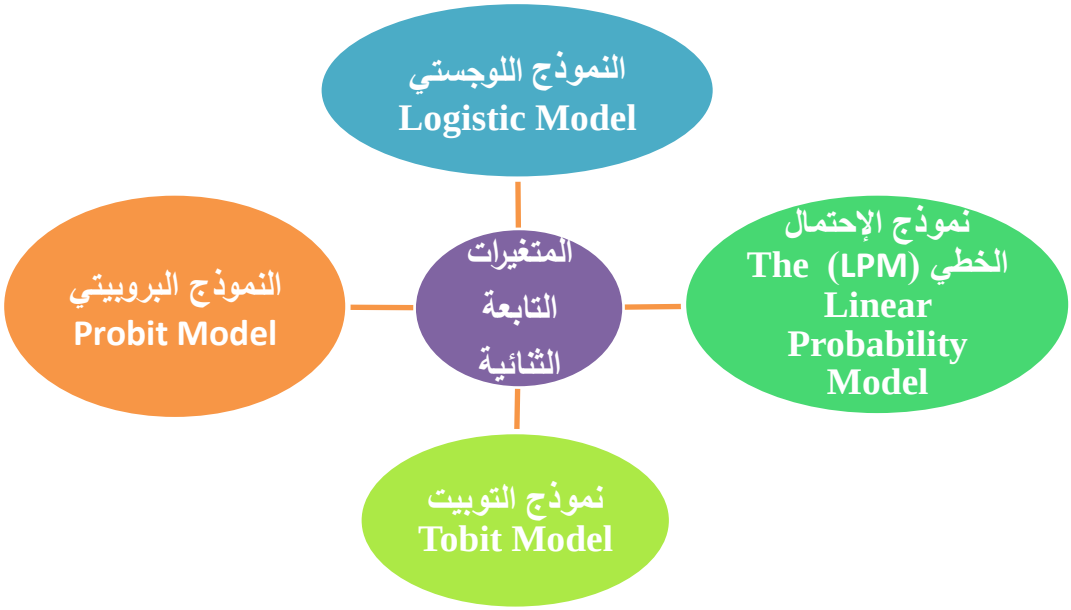
$$0 < E(Y/X) < 1$$

وهنا أيضا سوف لن يكون هناك توزيع معتدل لقيم الخطأ أو الحد العشوائي، وهذا يعقد علينا اختبار معنويات المعلمات المقدرة، الذي يفترض عدالة التوزيع، هذا مع استمرار وجود مشكلة عدم تجانس تباين حد الخطأ بسبب ارتباط قيم المتغيرات المستقلة، وللتخلص من هذه المشكلة يتم قسمة طرفي النموذج على $\hat{K}$ والتي تساوي:

$$\hat{K} = \sqrt{y(1-\hat{y})}$$

ومن أهم النماذج التي تتلائم مع طبيعة المتغيرات التابعة الصورية نجد النماذج المبينة في الشكل الآتي:

الشكل رقم (01): نماذج المتغيرات التابعة الثنائية



المصدر: من إعداد الباحثين.

المحور الثاني: عموميات حول نماذج الإحتمال الخطي LPM ونماذج التوبيت.

أولا: نموذج الإحتمال الخطي LPM ومشكلة تقدير معلماته.

1. نموذج الإحتمال الخطي The Linear Probability Model (LPM):[3] ليكن لدينا Y المتغيرة الثنائية التابعة التي يمكن أن تأخذ القيمتين الصفر والواحد، والمشاهدة على مجموعة من الأفراد التي يرمز له بـ i حيث تتروح من الواحد إلى غاية n فرد، لتمثل في مجموعها العينة المدروسة، فإذا كنا بصدد تقدير نموذج إحتمالي خطي يشمل k متغير تفسيري، مع العلم أن $X_{i0}=0$ ويأخذ النموذج الشكل الآتي:

$$Y = \sum_{j=0}^{k} \beta_j x_{ij} + u_i$$

فالنموذج الخطي الإحتمالي يحاول بيان أثر المتغير الكمي المستقل في المتغير التابع النوعي والمتغير التابع هنا متغير احتمالي ذو طبيعة خاصة لأنه يتضمن قيمتي الصفر والواحد كما أسلفنا، لذا فإن القيمة المتوقعة له ستكون بين الصفر والواحد وفق الشكل التالي:

$$0 \leq E\ (Yi/Xi) \leq 1$$

ومن ثم فإن القيمة المتوقعة للمتغير التابع:

$$E(Yi) = \sum_{i=1}^{n} P_i . Y_i$$

2. **مشكلة تقدير نماذج LPM واستخدام المتغير الصوري كمتغير تابع:** من أهم المشاكل التي تنجم عند استخدام المتغير الصوري كمتغير تابع ما يلي:

- الإخلال بأحد افتراضات طريقة المربعات الصغرى وهو أن الحد العشوائي له توزيع معتدل. فيلاحظ في هذه الحالة أن الحد العشوائي لا يكون له توزيع معتدل، وذلك لأنه يأخذ قيمتين فقط، ويتضح هذا مما يلي:

$$U_i = Y_i - a - bx_i$$

ومن ثم فإن قيم Ui تصبح كما بالجدول الآتي:

الجدول رقم (01) : العلاقة بين UiوYi

قيمة Y_i	قيمة U_i
1	1-a-bxi
0	-a-bxi

المصدر: من إعداد الطالب بناءا على المرجع الآتي:

- عبد القادر محمد عبد القادر عطيه، **الحديث في الإقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق**، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر،2004، ص 375.

وفي حالة أن يكون توزيع Ui غير معتدل يصعب علينا اختبار معنوية المعلمات المقدرة بواسطة المربعات الصغرى العادية لأنه لا يمكن استخدام جداول (t) أو (Z) والتي هي قائمة أساسا على افتراض اعتدالية التوزيع.

- كما يترتب أيضا على استخدام المتغير الصوري كمتغير تابع وجدود ارتباط بين الحد العشوائي والمتغير المستقل، وهذا يحل مرة أخرى بأحد افتراضات طريقة المربعات الصغرى العادية القائلة بعدم وجود ارتباط بين Ui، Xi حتى يمكن تحديد أثر كل واحد منهما بصورة مستقلة على المتغير التابع. وتسمى هذه المشكلة بعدم ثبات التباين Heteroscedasticity. وللتخلص من هذه المشكلة نقوم بتعديل البيانات من خلال قسمة طرفي النموذج على حد جديد تعبر عنه الصيغة:

$$K = \sqrt{pi - (1 - pi)}$$

وحيث أنه من الصعب تحديد الإحتمال Pi في المجتمع فإننا نستعيض عنه بالإحتمال المقدر من العينة، وبالتعويض نحصل على:

$$\hat{K}_i = \sqrt{y(1-\hat{y})}$$

ثانيا: نماذج التوبيت Tobit والتنبؤ بالمشاهدات الصفرية والمستمرة

1. تعريف نماذج التوبيت Tobit: سمي هذا النموذج باسم نموذج التوبيت Tobit Model نسبة إلى من وضعه James Tobin سنة 1958.[4] ويستخدم هذا الأسلوب اذا كان المتغير التابع يحتوي على مشاهدات صفرية وأخرى مستمرة، ويطلق على ذلك أسلوب "Tobit Censored Truncated Regreesion".[5]

يتم صياغة النموذج رياضيا على النحو التالي:[6]

$$Y = \begin{cases} y_i^* = \beta xi + u_i \ \text{ if } y_i^* > 0 \\ 0 \qquad\qquad\qquad \text{if } y_i^* \leq 0 \end{cases}$$

$$U_i \sim IIDN(0, \sigma^2)$$

يستخدم هذا النموذج كذلك في حالة وجود قيود دنيا أو عليا أو كليهما على المتغير التابع، حيث لا يشترط أن يقتصر القيد على عدم سلبية المتغير التابع، وإنما ممكن أن تأخذ تلك القيود أي قيم أخرى مثل وجود حد أدنى للأجور أو سقف للأسعار، أو قيم معينة يتراوح بينها المتغير التابع، ويكون النموذج في هذه الحالة مزدوج الحدود وسيمى النموذج نموذج توبت ذا الحدين Two Limit Tobit (2LT) ويستخدم في تقدير معالم هذا النموذج طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method.

2. أشكال دالة الإحتمال اللوغارتمي لنماذج التوبت Tobit: تأخذ دالة الإحتمال اللوغارتمي ((LIF(Θ لنموذج Tobit الصور الآتية:[7]

1.2 أسلوب إنحدار Truncated Tobit: حيث يتم حذف المشاهدات الصفرية أو السالبة من المتغير التابع ونظريتها المقابلة لها بالمتغيرات المستقلة ثم يقدر النموذج على باقي المشاهدات وتأخذ دالة الإحتمال اللوغارتمي ((LIF1(Θ الشكل الآتي:

$$LLF1(\Theta) = -0.5D_1 \ln(2\pi\sigma^2) - 0.5D_1((Y_t - X_t\beta)/\sigma^2) - D_1 \ln|F(X_t\beta/\sigma)|$$

$$LLF1(\Theta) = -0.5D_1 \ln(2\pi\sigma^2) - 0.5D_1((Y_t - X_t\beta)/\sigma^2) - D_1 \ln|1 - F(-X_t\beta/\sigma)|$$

2.2. أسلوب إنحدار Normalized Cencored Tobit Regression : حيث يتم إدخال كل المشاهدات مع استبدال المشاهدات الصفرية والسالبة بالمتغير التابع فقط بالصفر ولكن مع ترجيح معلمات الإنحدار من خلال قسمتها على الخطأ المعياري للنموذج ويطلق عليها Normalized Cofficients وتأخذ دالة الإحتمال اللوغارتمي ((LIF2(Θ الشكل التالي:

$$LLF2(\Theta)=-0.5D_1\ln(2\pi\sigma^2)-0.5D_1(Y_t/\sigma-X_t\beta)^2+D_0\ln|F(-X_t\beta/\sigma)|$$

$$LLF2(\Theta)=-0.5D_1\ln(2\pi\sigma^2)-0.5D_1(Y_t/\sigma-X_t\beta)^2+D_0\ln|1-F(X_t\beta/\sigma)|$$

3.2. أسلوب إنحدار Censored Tobit Regression: وفق هذا الأسلوب يمكن تقدير النموذج بإدخال كل المشاهدات مع استبدال القيم الصفرية والسالبة في المتغير التابع بالصفر مع ملاحظة عدم ترجيح معلمات الإنحدار بالخطأ القياسي، وتأخذ دالة الإحتمال اللوغارتمي ((LIF3(Θ)) الشكل التالي:

$$LLF3(\Theta)=-0.5D_1\ln(2\pi\sigma^2)-0.5D_1(Y_t/\sigma-X_t\beta)^2+D_0\ln|1-F(X_t\beta)|$$

$$LLF3(\Theta)=-0.5D_1\ln(2\pi)+D1\ln(\sigma)-0.5D_1(Y_t\ \sigma-X_t\beta)^2+D_0\ln|F(-X_t\beta)|$$

إذ أن:

$$D_0=1 \text{ if } Y_t\leq 0$$

$$D_1=1 \text{ if } Y_t>0$$

$$F_t=PDF=f(-X_tB/\sigma)$$

$$F_t=CDF=F(-X_tB/\sigma)$$

$$\text{Inverse Mill,s Ratio IM}=f_t/F_t$$

يحسب معامل التحديد R^2 في نموذج Tobit من العلاقة التالية:

$$R^2_{Tobit}=1-\sum_{t=1}^{T}\epsilon_t^2/\sum_{t=1}^{T}(y_t-\bar{y})^2$$

$$\epsilon_t=Y_t-(\sigma f(Xt\beta)+\sigma F(Xt\beta)(Xt\beta))$$

المحور الثالث: التحليل النظري لنموذج الإنحدار اللوجستي والبروبيتي Regression Logistic and Probit.

أولا: مدخل لأساليب التنبؤ بالمتغيرات التابعة الثنائية باستخدام النموذج اللوجستي.

1. تعريف النموذج اللوجستي: يعرف كل من R. Lyman Ott & Michael Longnecker النموذج اللوجستي على أنه "ذلك النموذج المستخدم في كثير من الأحيان في دراسة العلاقة بين متغير تابع ثنائي الإستجابة ومتغيرات تفسيرية يتم تحديدها"[8] كما يعرفه Gilbert SAPORTA بأنه "النموذج الذي يؤدي إلى تعبير يفهم بين 0 و1، مما يجعله ملائما على التعبير بشكل احتمالي على ظاهرة معينة ".[9]

من خلال التعريفات السابقة لنموذج تحليل الإنحدار اللوجستي يمكن تعريفه بأنه نموذج احصائي ثنائي الإستجابة، يستعمل في التنبؤ باحتمالات حدوث حدث معين من عدمه (المتغير التابع)، وذلك من خلال سبب أو مجموعة من الأسباب التي تؤثر عليه وتعمل على تفسيره (المتغيرات المستقلة).

2. الشكل الرياضي والبياني لنموذج تحليل الإنحدار اللوجستي: في حالة نموذج Logit فإن العلاقة بين الإحتمال والمتغير التفسيري تعتبر علاقة غير خطية، كما تتراوح قيم الإحتمال بين الصفر والواحد، وتأخذ

هذه العلاقة في حال وجود متغير مستقل وحيد ومتغير تابع وصفي ثنائي Logistic Regression Simple الصيغة التالية:

$$P_x = E(y_i/x_i) = \frac{1}{1+\exp^{-(b0+b1xi)}} \quad ; \quad 0 < p < 1$$

حيث أن:

P_x: المتغير التابع Y.

E(yi/xi): القيمة المتوقعة للمتغير التابع الإحتمالي.

exp: وهي (e) أساس اللوغاريتم الطبيعي.

X: المتغير المستقل.

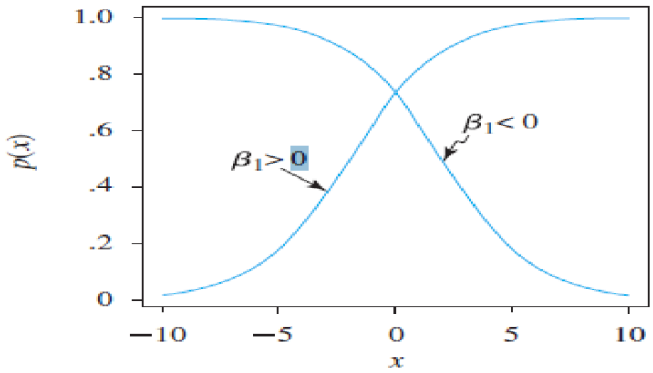
b_0 وb_1: المعاملات المقدرة من البيانات.

ويمكن كتابة الصيغة السابقة كما يلي:

$$P_x = \frac{1}{1+\exp^{-zi}}$$

حيث: $Z_i = b_0+b_1x_i$، تمثل المعادلة الأخيرة لدالة التوزيع التراكمي Cumulative Logistic Distribution Function. ومن الملاحظ أنه عندما تتراوح Zi بين $-\infty$ $+\infty$ فإن P_x تتراوح بين الصفر والواحد، كما أن Z_i (ومن ثم b_1x_i) على علاقة غير خطية مع p_x.

الشكل رقم (02): الشكل البياني لدالة نموذج تحليل الإنحدار اللوجستي



المصدر: -R. Lyman Ott, Michael Longnecker, **An Introduction to statistical Methods and Data Analysis**, Broks/cole, Sixth Edition, Canada, 2010, p 702.

أما في حالة كل من المتغير التابع وصفي ثنائي وكان هناك عدة متغيرات مستقلة Multiple Logistic Regression، فإن النموذج يأخذ الصورة التالية:[10]

$$P(x) = \frac{1}{1+\exp^{-(z)}}$$

حيث أن: $Z_i = b_0+b_1x_1+b_2x_2+.....+b_px_p$

4. فرضيات تطبيق النموذج اللوجستي:

- محاولة جمع أكبر عدد مكن من المتغيرات المستقلة التفسيرية، ثم حذف المتغيرات الغير دالة إحصائياً.
- المتغير التابع متغير وصفي ثنائي أو متعدد، التوقع الشرطي لهذا المتغير E(y/x) عبارة عن متغير محدود بالفترة (0، 1)، أما المتغيرات التفسيرية فيمكن أن تكون مستمرة أو متقطعة، وصفية ثنائية أو متعددة، كما يفترض أن جميع المتغيرات تقاس بدون أخطاء.
- هناك علاقة دالية بين المتغير التابع والمتغيرات التفسيرية تأخذ الصورة التالية:[11]

$$p_r(y_k=1/x) = \exp(\beta x)/1+\exp(\beta x)$$

- لايوجد ارتباط بين الخطأ العشوائي والمتغيرات التفسيرية.
- لايوجد ارتباط بين المتغيرات التفسيرية بعضها البعض بصورة كاملة إذ يجب حذف المتغيرات التي يوجد بينهما علاقة ارتباط تامة.
- لا يشترط النموذج أن تكون المتغيرات المستقلة الداخلة في النموذج تتبع التوزيع الطبيعي.

5. تقدير معلمات النموذج اللوجستي: كغيره من بقية النماذج التنبؤية الإحصائية الأخرى، يتطلب تحليل وتفسير نتائج النموذج اللوجستي في بادئ الأمر القيام بتقدير معلماته، وقد استخدمت عدة طرق في تقدير هذه المعلمات، نذكر منها طريقة الإمكان الأعظم (ML) (طريقة التقدير بدالة الترجيح الأعظم)، طريقة (Minimum Logit χ^2) وطريقة المربعات الصغرى المرجحة، غير أن طريقة الإمكان الأعظم حققت أكبر نسبة استخدام في عملية تقدير معلمات الإنحدار اللوجستي، وذلك بفضل ما تحمله من أساسيات احصائية لقيت قبولا عاما من طرف جل الباحثين الإحصائيين.

6. تقويم ملائمة النموذج اللوجستي: بعد تقدير معلمات النموذج اللوجستي وتوفيقه، يقوم الباحث باستخدام مجموعة من الإختبارات الإحصائية الخاصة بالإستدلال الإحصائي، وذلك حتى يتمكن من التحقق من مدى ملائمة النموذج مع الغرض والهدف الذي صمم من أجله وفق التقويم العام والتوفيق الخاص بكل متغير تفسيري على حدة، ثم القيام بتفسير مخرجات النموذج، ويمكن إيجاز الإختبارات الإحصائية الخاصة بالتقويم الكلي والجزئي لنتائج النموذج اللوجستي في النقاط الآتية:

- تحليل الرواسب والإنحرافات Riseduals and Deviance (إختبار معنوية معلمات النموذج).
- إختبار قوة المتغيرات التوضيحية على التفسير والتنبؤ بالمتغير التابع (Pseudo R^2).
- إختبار Hosmer and Lemeshow (H&L).
- التحقق من ملائمة النموذج اللوجستي عن طريق جداول التصنيف Classification Tables.
- تحليل منحنى Receiver Operating Characteristic Curve Analysis (ROC).
- إختبار والد Wald Test.

ثانيا: ماهية النموذج البروبيتي واستخدامه في تفسير متغيرات الإستجابة الثنائية ذات النوع التابع.

1. مفهوم النموذج البروبيتي: نموذج الإنحدار ذو الإحتمال الشرطي Probit يعد أحد نماذج الإختيار الثنائي (التي يأخذ فيها المتغير التابع القيم 0 أو 1)، تتبع دالة توزيع الخطأ فيه القانون الطبيعي المختصر N(0,1).[12] هذا النموذج يشبه نموذج Logit في طبيعة المتغير التابع اذ يكون متغير نوعي يأخذ صفتين هما الصفر والواحد ويعتمد على دالة التكثيف الإحتمالي f(XtB) ودالة التوزيع التراكمي F(XtB) وإذ كان يتبع توزيع طبيعي Normal Distribution بمتوسط μ=0 وتباين δ^2=1 فإن دالتي PDF (دالة التكثيف الإحتمالي) و CDF (دالة التوزيع التراكمي) تكونا على النحو الآتي:[13]

$$(X\beta)=\exp(-0.5(X_t\beta)^2)\ f_t=f$$

$$\int_{-\infty}^{XtB} \exp(-0.5(Xt\beta)2)/\sqrt{2\pi}\ dXt\beta=Ft=F(X_t\beta)$$

وتأخذ دالة الإحتمال اللوغارتمي LLF(B) لنموذج البروبيت الشكل الآتي:

$$\ln[1-F(XtB)])1-Y_t+(LLF(\beta)=\sum_{t=1}^{T}\ln F(Xt\ \beta)$$

2. إستخدامات النموذج البروبيتي: إن الغرض الأساسي لإستخدام نموذج البروبيت يكمن في العناصر الآتية:

- الدلالة الإحصائية للتنبؤ.
- دلالة متغيرات التنبؤ.
- التفاعل بين متغيرات التنبؤ.
- حجم التأثير.

الخاتمة:

لقد ساهمت نماذج الإنحدار الثنائية في حل مشكلة تقدير القيم الثنائية للمتغير التابع، حيث أن التقدير بطريقة المربعات الصغرى OLS للنماذج الإحصائية الإعتيادية شكل قصورا في تفسير القيم المعبر عنها عادة بـ (1،0)، وكذلك تجاوز مشكلة ظهور عدم تجانس تباين الخطأ وارتباط قيم الخطأ بقيم المتغيرات المستقلة.

النتائج: من خلال تقديم التحليل النظري لموضوع البحث يمكن استنتاج العناصر الآتية:

- أدى استخدام النماذج المتعلقة بالإنحدار اللوجستي والبروبيتي، نماذج التوبيت والإحتمال الخطي إلى الحصول على نتائج منطقية في تفسير الظواهر ذات الصفة الثنائية والمعبر عنها بحدوث أو عدم حدوث الحدث.
- اتضح أن النماذج الإحصائية الثنائية تتميز بخاصية جمع المتغيرات المستقلة بنوعيها الكمي والنوعي في معادلة واحدة، بشكل أسهم في زيادة دقة التنبؤ الصحيح للظواهر المدروسة ذات الإستجابة الثنائية.

التوصيات: يمكن تقديم بعض التوصيات التي من شأنها الإسهام في بحوث أخرى ذات صلة بموضوع البحث كالأتي:

- ضرورة الإعتماد على النماذج الإحصائية الثنائية في دراسة مختلف الظواهر في عدة مجالات خاصة في المجالات الإقتصادية، المالية، التسويقية، ومجالات إدارة الأعمال.
- ضرورة التركيز على تلك النماذج الإحصائية ذات الفرضيات البسيطة عند تطبيقها، ومن أمثلتها النماذج اللوجستية التي تتجاوز العديد من الشروط والإفتراضات المعقدة التي تفترضها بعض النماذج الأخرى ذات نفس الإختصاص، ومن أمثلة ذلك تجاوز اشتراط توزيع بيانات الدراسة للتوزيع الطبيعي.
- ضرورة تطوير النماذج الإحصائية الثنائية نحو دراسة مختلف الإشكاليات والظواهر التي يكون فيها المتغير التابع يحمل صفة التعدد (متغير تابع يحمل أكثر من صفتين).

المراجع:

[1]– عبد القادر محمد عبد القادر عطيه، **الحديث في الإقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق**، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر 2004، ص372.

[2]– عباس ناجي جواد، **المفاضلة بين طرق تقدير الدوال الإقتصادية ذات المتغيرات التابعة النوعية**، مجلة تكريت للعلوم الإدارية والإقتصادية، المجلد 6، العدد 18، جامعة تكريت، العراق، 2010، ص104.

[3]– مصطفى طويطي، **دور التحليل النوعي في التنبؤ بفشل المؤسسات الإقتصادية "حالة المؤسسات الصغيرة والمتوسطة الجزائرية** أطروحة دكتوراه، كلية العلوم الإقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة جيلالي ليابس، سيدي بلعباس، الجزائر، 2014، ص 114.

[4] - Rajulton Fernando, **Logit, Probit and Tobit : Models for Categorical and Limited Dependent Variables**, PLCS/RDC Statistics and Data Series in 23 March 2011, Western University, Canada , p13.

[5]–سعاد سيد محمود، عماد عبد المسيح شحاتة، **كفاءة آداء عنصر العمل البشري في قطاع الإنتاج الحيواني (دراسة حالة)**، مجلة مصر المعاصرة، الجمعية المصرية للإقتصاد السياسي والإحصاء والتشريع، عدد أفريل 482، مصر، 2006، ص–ص 8–9.

[6]– سمر حسن الباجوري، **مشكلة الإحصاءات في إفريقيا جنوب الصحراء وتحليل أثرها على فاعلية الأداء الحكومي باستخدام نموذج التوبيت**، مجلة البحوث الإقتصادية والمالية، العدد 5، جامعة أم البواقي، الجزائر، 2016، ص 226.

[7]– سعاد سيد محمود، عماد عبد المسيح شحاتة، **مرجع سابق**، ص 9.

[8] - R. Lyman Ott, Michael Longnecker, **An Introduction to statistical Methods and Data Analysis**, Broks/cole, Sixth Edition, Canada, 2010, p 702.

[9] - Gilbert SAPORTA, **Probabilités analyse des données et Statistique**, Technip, 2éme édition, Paris, France, 2006, p 475.

[10]– شادي إسماعيل التلباني، **دراسة مقارنة بين نموذج الإنحدار اللوجستي ونموذج انحدار كوكس لدراسة أهم العوامل الإقتصادية والديموغرافية المؤثرة على معرفة واتجاهات الشباب نحو قضايا الصحة الإنجابية (نموذج مقترح ودراسة تطبيقية مقارنة)**، أطروحة دكتوراه، كلية العلوم الإقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية، تخصص الإحصاء التطبيقي، جامعة أبو بكر بلقايد، تلمسان، الجزائر، 2012 ، ص191. بتصرف

[11]– عبد الحميد محمد العباسي، **الإنحدار اللوجستي تطبيقات في العلوم الإجتماعية باستخدام SPSS**، بحث مقدم لمعهد الدراسات والبحوث الإحصائية، قسم الإحصاء الحيوي والسكاني، جامعة القاهرة، مصر، 2011، ص 3.

[12]– إلياس بن ساسي، ذهبية بن عبد الرحمان، **قرار الرفع في رأس المال نقدا تحت تأثير الأداء المالي والبورصي–دراسة تطبيقية على عينة من المؤسسات المدرجة في سوق عمان للأوراق المالية**، مجلة الباحث، العدد 13، جامعة قاصدي مرباح، ورقلة، الجزائر، 2013، ص 43.

[13]– سعاد سيد محمود، عماد عبد المسيح شحاتة، **مرجع سابق**، ص8. بتصرف.