نظرية المجموعات المبهمة و كرونولوجيا ترتيب الأرقام المبهمة:

"دراسة نموذجية لتحديد مركز عدد مبهم"

The Fuzzy Set Theory and The Chronological Fuzzy Numbers Ranking
A Model Study to Determine The Centroid of A Fuzzy Number

د.مجدوب خيرة
جامعة ابن خلدون تيارت
Prof.medjdoub@gmail.com

د.طويطي مصطفى
جامعة غارداية
Kaizen1982@gmail.com

الملخص:إن أهم مميزات مسائل اتخاذ القرار تحت الظروف المبهمة هو اشتمالها على معلومات و معطيات غير دقيقة بشكل واضح، كأن تكون لغوية، تقريبية و أمام هذه الوضعيات ظهرت نظرية المجموعات المبهمة لحل المشاكل التي يكون وصف نشاطاتها و مشاهداتها غير محدد، غامض و يسوده عدم اليقين ، و هذا من خلال إتاحة الفرصة لمعالجة التعابير اللغوية و التعامل مع درجة غموضها كما هي في الواقع

وتهدف هذه الدراسة إلى تسليط الضوء على أحدث الطرق المستعملة في ترتيب الأرقام المبهمة بعرض تسلسلي يركز على طريقة مركز عدد مبهم إذ يحتل ترتيب الأرقام المبهمة أهمية كبيرة في بيئة الأعمال المعاصرة المتسمة بالغموض و اللايقين ففي العديد من التطبيقات ينظر إلى ترتيب الأرقام المبهمة كأحد أهم مكونات عملية اتخاذ القرار.

الكلمات المفتاحية: المجموعات المبهمة، اتخاذ القرار، الأرقام المبهمة، ترتيب الأرقام المبهمة.

Abstract :
The most important characteristics of decision-making issues under unclear circumstances are the inclusion of information and data that are not clearly accurate, such as linguistic, approximate and in front of these situations emerged the theory of fuzzy set to solve problems whose description of activities and views is not specific, ambiguous and uncertain, This is done by providing the opportunity to deal with the language and to deal with its ambiguity as it is in reality.

The aim of this study is to highlight the latest methods used in the order of the fuzzy numbers serial display focuses on the method of the centroid of the fuzzy number as the arrangement of the fuzzy numbers importance in the contemporary business environment of uncertainty and uncertainty In many applications, the order of the numbers is seen as one of the most important components Decision-making process.

Keywords: fuzzy set, decision making, fuzzy numbers, fuzzy order numbers.
JEL Classification : E26, C97.

مقدمة: في عملية اتخاذ القرار فإن معظم البيانات يفترض فيها أن تكون محددة و أن تعالج على أساس بيانات رقمية في حين أنها بيانات لغوية بطبيعتها، غامضة، و مبهمة و هي تحتاج من أجل معالجتها إلى اللجوء إلى منطق يسمح بالأخذ بعين الاعتبار خصوصيتها ممثلا في المجموعات المبهمة، فقد تم تطوير نظرية المجموعات المبهمة من أجل حل المشاكل التي تكون مواصفات أنشطتها و ملاحظاتها غير دقيقة، غامضة و يسودها عدم اليقين، فهي تقدم إطار عمل رياضي متكامل، دقيق و صارم يُمكن من دراسة، تحليل و وصف الظواهر المتشعبة بشكل بَيِنْ، فالفكرة الرئيسية للمجموعات المبهمة و المنطق الغامض هي استبدال المجموعة ثنائية القيمة (0,1) لدرجة الصحة في المنطق الثنائي بمجموعة أوسع معرفة على المجال [0 ,1][1] و من بين المجالات التي أثبتت فيها هذه النظرية جدواها و فعاليتها كمدخل متكامل هي تقييم وقياس غموض التفكير، المعرفة و الإدراك البشري، إضافة إلى عدد من المجالات الأخرى مثل: تسيير الإنتاج، المراقبة الهندسية، اتخاذ القرار، التنبؤات،[2] بحوث العمليات،[3] النقل [4] ،التخزين [5]، إدارة سلاسل الإمداد [6] ....الخ،و قد استعملت المجموعات المبهمة بصفة خاصة في البرمجة الرياضية المبهمة و هذا من أجل التعريف الدقيق للأهداف و القيود و تحديد مدى الإبهام و الغموض المحيط بهما [7] و كذلك من أجل أن تعكس مستويات الطموح الحقيقية لدى متخذ القرار.[8]

لقد عرف مفهوم الأرقام المبهمة انتشارا واسعا و إقبالا كبيرا من طرف الباحثين بعد أن قام كل من Chang&Zadeh باقتراحها سنة 1972 كامتداد لأعمالهما حول المجموعات المبهمة[9] و التي مضى على ظهورها أكثر من 30 سنة أظهرت خلالها فعالية و كفاءة قصوى خاصة فيما يتعلق بتطبيقات أنظمة التحكم[10] ، و تعتبر الأرقام المبهمة المثلثية TFN من أهم أنواع الأرقام المبهمة التي حضيت بالدراسة و التحليل و ذلك راجع إلى بساطتها و مرونتها في عمليات الحساب المبهمة إضافة إلى أنواع أخرى كالأرقام الرسغية TrFN و الأرقام من النوع L-R و التي غالبا ما تستعمل في نمذجة البيانات غير الدقيقة.[11]

أولا: المجموعات المبهمة و اتخاذ القرار.

في العام 1970 قدم العالمان zedah & bellmann مقالا عرضا فيه لأول مرة إمكانية تطبيق نظرية المجموعات المبهمة في مجال طرق اتخاذ القرار، و ظهر بعد ذلك عدد كبير جدا من التطبيقات التي اثبتت فاعلية هذا المنطق الحديث فتفسير القرار المثالي وفق الطرق الكلاسيكية ينطوي دائما على خطورة كبيرة لأن الفصل القاسي و الحاد بين ما هو مثالي و ما هو غير مثالي يجلب معه في غالب الأحيان نتائج لا نستطيع التعامل معها على أنها واقعية.

لقد أعطى مبدأ المجموعات المبهمة للمثالية إمكانية محاكاة التصرف البشري و الأشياء المحسوسة (محاكاة الواقع) التي يصعب أحيانا التعبير عنها بشكل رقمي، الأمر الذي يسمح لنا بمراعاة كم إضافي من المعايير التي كنا نقوم سابقا بإهمالها نظرا لعدم التمكن من محاكاتها.

عملية صنع القرار تتطلب دراسة جميع الإمكانيات أو الحلول أو البدائل في كل المراحل (التصميم ، التنفيذ و الاستثمار) حيث نقف دائما أمام كم هائل من الخيارات التي يجب أن نوجد لها المعايير الدالة بالمحصلة على الأهداف الأساسية للمشروع للوصول إلى حالة مثالية عامة.

بشكل عام يمكن أن نميز شكلين رئيسيين للنماذج الرياضية لطرق اتخاذ القرار تحت عدة معايير " MCDM"

* **اتخاذ القرار تحت عدة معايير بشكل صفاتي:** MADM multiple attribute decision making حيث نتعامل في هذه الطريقة مع مجموعتين:

– مجموعة الخيارات أو البدائل و هي جملة الحلول التي سيتم من بينها اختيار الحل و يجب أن يتوفر على الأقل على بديلين.

– مجموعة الأهداف و يعبر عنها بشكل رياضي من خلال المعايير التي يتم تحديدها لتقييم البدائل.

هاتين المجموعتين هما على الغالب من النوع المحدد و نتيجة للارتباط الديكارتي للمجموعتين نحصل على مجموعة أخرى نعبر عنها بالشكل المصفوفي و يدعى التابع الذي ينتج بتابع المنفعة utility function.

* **اتخاذ القرار تحت عدة معايير بشكل مستمر:** MODM Multiple Objective Decision Making يكون لدينا هنا مجموعة من المتغيرات المطلوب إيجاد القيمة العددية المثالية لها، و ذلك تحت جملة من الأهداف حيث أم مجموعة الأهداف التي تصاغ بتابعية هذه المتغيرات و يكون لها توجهان أما MAX أو MIN و مجموعة من الشروط المقيدة للمسألة.

لقد شهدت السنوات الأخيرة استخدامات متعددة لمنطق المجموعات المبهمة في كلا الأسلوبين المذكورين و كانت نتائج تحليل الحساسية للنتائج تدل على مدى أهمية استخدام FUZZY SET في طرق اتخاذ القرار.[12]

ثانيا: كرونولوجيا ترتيب الأرقام المبهمة:

1– مفهوم الرقم المبهم:

عادة ما تستعمل الأرقام المبهمة لتمثيل حالات عدم التأكد و التعامل مع البيانات غير الكاملة[13] و القياسات العددية غير المحددة مثل:"قريب من 10"، "نوعا ما"، و غيرها من القياسات و يعرف الرقم المبهم حسب Dubois, D. and Prade, H كما يلي:"يعتبر رقما مبهما أية مجموعة مبهمة جزئية(ثانوية) $M = \{(x, \mu(x))\}$ أين يأخذ xقيمة في R و تكون دالة انتماءه $\mu_M(x)$ محصورة في المجال

"[0,1]"[14]، أما GIACHETTI R.E; YOUNG R.E فيعتبر الرقم المبهم $\widetilde{A}$ هو مجموعة مبهمة من الأرقام الحقيقية التي تقدم معلومات مثل:" حوالي m" و يتوجب فيه أن يعبر عن قيمة واحدة لـ: m و يكون مستمرا و محدبا [15] في حين يرى Chen C T ; Huang S F الرقم المبهم $\widetilde{A}$ على أنه مجموعة مبهمة دالة انتماءها $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تحقق الشروط التالية:[16]

1. $\mu_{\tilde{A}}(x)$: مستمرة.
2. $\mu_{\tilde{A}}(x)$: مجموعة مبهمة جزئية محدبة.
3. $\mu_{\tilde{A}}(x_0)=1$: يوجد بها على الأقل عنصر واحد x_0 دالة انتماءه تساوي 1.[17]

و عليه يمكن القول بأنه يكون $\widetilde{A}$ عددا مبهما إذا وفقط إذا وجد مجال مغلق (و الذي يمكن أن يكون حدا منفردا Singleton) $[a,b]\neq\emptyset$ و يحقق:[18]

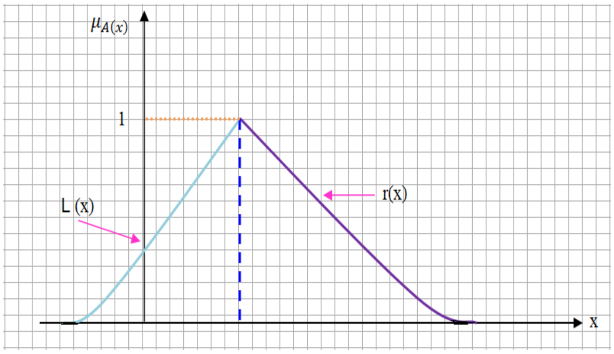
$$\tilde{A}(x)=\begin{cases}0 & \text{if } x\le a_1\\ L_{\tilde{A}}(x) & \text{if } a_1\le x\le a_2\\ 1 & \text{if } a_2\le x\le a_3\\ r_{\tilde{A}}(x) & \text{if } a_3\le x\le a_4\\ 0 & \text{if } a_4\le x\end{cases}$$

حيث:[19]

1. $a_1,a_2,a_3,a_4\in \boldsymbol{R}$
2. $L_{\tilde{A}}:R\to[0,1]$ دالة مستمرة متزايدة و $L_{\tilde{A}}(a_1)=0\,,L_{\tilde{A}}(a_2)=1$: تدعى الجهة اليسرى للعدد المبهم $\widetilde{A}$.
3. $r_{\tilde{A}}:R\to[0,1]$ دالة مستمرة متناقصة و $r_{\tilde{A}}(a_4)=0\,,r_{\tilde{A}}(a_3)=1$: تدعى الجهة اليمنى للعدد المبهم $\widetilde{A}$.

و يمكن تمثيله بيانيا كما يلي:[20]

الشكل (1):**الرقم المبهم $\widetilde{A}$.**



Source: DAVIS H.Z; MESZNIK R; LEE J.Y, Finding an internal optimum in the classification of management accounting information: The role of fuzzy sets, Marc J. Epstein, John Y. Lee, in (ed.) 17 (Advances in Management Accounting, Volume 17), Emerald Group Publishing Limited,2008, p. 208.

و يمكن للرقم المبهم أن يكون متقطعا كما يمكن له أن يكون مستمرا.

2- كرونولوجيا ترتيب الأرقام المبهمة:

يرجع انتشار مفهوم الأرقام المبهمة إلى كتابات كل من R.Jain و Dubois و Prade سنة 1976، و يحتل ترتيب الأرقام المبهمة أهمية كبيرة في بيئة الأعمال المعاصرة المتسمة بالغموض و اللايقين[21] ففي العديد من التطبيقات ينظر إلى ترتيب الأرقام المبهمة كأحد أهم مكونات عملية اتخاذ القرار[22]، و توجد حاليا أزيد من 30 طريقة مقترحة لترتيب ومقارنة الأرقام المبهمة مع بعضها البعض تتدرج من السهل إلى الصعب و تختلف من حيث شروط التطبيق، فبعضها يستعمل فقط في بيئات و ظروف معينة وبعضها الآخر يشترط لتطبيقها تمتع دالة الانتماء بخصائص مميزة كأن تكون طبيعية، مثلثية، رسغية،.....الخ.

و منذ ظهور مفهوم المجموعات المبهمة على يد zadeh سنة1965[23] تعددت واختلفت الطرق المقدمة لترتيب الأرقام المبهمة بتعدد مقترحيها إذ شهد هذا المفهوم إقبالا واسعا من طرف العديد من الباحثين و هذا ما يفسر العدد الكبير من المنشورات و المقالات المعالجة لهذا الموضوع و تعتبر محاولات R.Jain للترتيب (1976-1977) هي الأولى من نوعها في هذا المجال حيث اقترح طريقة تقوم على استعمال مفهوم المجموعات العظمى "Minimizing Sets" ، و لكن هذه الطريقة اقتصرت على استعمال الجانب الأيمن فقط من دالة الانتماء من أجل اتخاذ القرار و أهملت الجانب الأيسر، كما قام كل من Dubois و Prade باستعمال نفس المفهوم للترتيب سنة 1978[24] مما دفع بـ:Baldwin &Guild سنة1979[25] لمراجعة الطريقتين السابقتين وخلصا إلى كونهما غير فعالتين في عملية الترتيب و تحتويان على تناقضات عدة، فاقترح Adamo مفهوم مجموعات مستوى الثقة α-level sets كأساس لعملية الترتيب والمقارنة بين الأرقام المبهمة مع إدراج مفهوم قواعد التفضيل

سنة 1980 [26]أما سنة 1981 فقد عرفت عرض Chang [27]لمفهوم دوال التفضيل في عملية الاختيار كبديل لعملية الترتيب، و لعل هذا ما دفع بكل من G. Bortolan, R. Degani[28] للتوجيه جهودهما نحو مقارنة الطرق السابقة سنة 1985و بالرغم من كل الجهود المبذولة و المحاولات الحثيثة و الكثيرة إلا أن كل هذه الأعمال لم تسلم من الانتقادات من طرف العديد من الباحثين المهتمين بهذا المجال كأمثال[31] Choobineh,[29] Chen[30] Cheng إذ وصفت باللامنطقية إضافة إلى صعوبة تطبيقها على أرض الواقع وتعارضها مع بعضها البعض و هذا ما فتح الباب أمام أبحاث أكثر حداثة قائمة على تجنب عيوب الطرق القديمة أساسها البساطة و إمكانية التطبيق.

و تعتبر طريقة Lee&Li التي تدمج المقاييس الاحتمالية نقطة تحول في تاريخ ترتيب الأرقام المبهمة سنة 1988[32]إذ اقترح مؤشرين مختلفين للمقارنة بين الأرقام المبهمة يقومان على الأخذ بعين الاعتبار كل من قيم المتوسط و الانحراف المعياري بالاعتماد على نوعين من التوزيعات الاحتمالية، ففي حالة التوزيع المنتظم ، متوسط حدث مبهم $\tilde{A}$ ذو دالة الانتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$يعرف كما يلي:[33]

$$M_u(\tilde{A}) = \frac{\int_A x\mu_{\tilde{A}}(x)dx}{\int_A \mu_{\tilde{A}}(x)dx}$$

أما تباين $\tilde{A}$ فيعطى بالعلاقة التالية:

$$G_u^2(\tilde{A}) = \frac{\int_A x^2\mu_{\tilde{A}}(x)dx}{\int_A \mu_{\tilde{A}}(x)dx} - M_u^2(\tilde{A})$$

أما في حالة التوزيع النسبي فإن متوسط حدث مبهم $\tilde{A}$ ذو دالة الانتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$يعرف كما يلي:

$$M_p(\tilde{A}) = \frac{\int_A x\mu_{\tilde{A}}^2(x)dx}{\int_A \mu_{\tilde{A}}^2(x)dx}$$

أما تباين $\tilde{A}$ فيعطى بالعلاقة التالية:

$$G_p^2(\tilde{A}) = \frac{\int_A x^2\mu_{\tilde{A}}^2(x)dx}{\int_A \mu_{\tilde{A}}^2(x)dx} - M_p^2(\tilde{A})$$

و على هذا الأساس فإنه يمكن ترتيب و مقارنة أي رقم مبهم طبيعي $\tilde{A}=(a,b,c,d)$معرف بدالة انتماء معطاة بالصيغة التالية:

$$f_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}x - \frac{a}{b-a}, & a \le x \le b, \\ 1, & b \le x \le c, \\ -\frac{1}{d-c}x - \frac{d}{d-c}, & c \le x \le d, \\ 0, & otherwise, \end{cases}$$

بعد حساب متوسطه و تباينه المعرفين كما يلي:

$$M_u(\tilde{A}) = \frac{-a^2 - b^2 + c^2 + d^2 - ab + cd}{3(-a - b + c + d)}$$

$$G_u^2(\tilde{A}) = \frac{-a^3 - b^3 + c^3 + d^3 - ab(a + b) + cd(c + d)}{6(-a - b + c + d)} - M_u^2(\tilde{A})$$

$$M_p(\tilde{A}) = \frac{-a^2 - 3b^2 + 3c^2 + d^2 - 2ab + 2cd}{4(-a - 2b + 2c + d)}$$

$$G_p^2(\tilde{A}) = \frac{-a^3 - 4b^3 + 4c^3 + d^3 - ab(2a + 3b) + cd(3c + 2d)}{10(-a - 2b + 2c + d)} - M_u^2(\tilde{A})$$

غير أن هذه الطريقة انتقدت بشدة لعدد من العيوب التي ظهرت أثناء تطبيقها و من أهمها:

- من الناحية الإحصائية: لا يمكن الاعتماد بشكل أساسي و وحيد على قيم المتوسط و التباين فقط أثناء عملية المقارنة و الترتيب.
- صعوبة الطريقة و تعقيدها.
- اقتصار الطريقة على ترتيب الأرقام المبهمة الطبيعية فقط.
- عجز الطريقة عن ترتيب أكثر من رقمين مبهمين.

و هذا ما دفع Cheng [34] إلى محاولة تحسين و تطوير طريقة Lee&Li باقتراح طريقة تعتمد حساب معامل التباين"coefficient of variance" كمؤشر جديد للبعد أو المسافة بين الأرقام المبهمة و الذي يرمز له ب: cv indexبالاعتماد على الطريقة المقترحة من طرف Murakami&all سنة 1983 كما اقترح أيضا طريقة البعد(المسافة)"The Distance Method"للترتيب من أجل تحسينها غير أن تطبيقها كان يتعارض مع مؤشر CV.

و من أجل تفادي كل هذه المشاكل اقترح Chu&Tsao طريقة جديدة سنة 2002[35]تعتمد على المسافة بين مركز الرقم المبهم و نقطة المبدأ غير أن Wang&Lee [36] قام سنة 2008 بتحسين هذه الصيغة بناءا على عدة ملاحظات أهمها تعدد قيم كل من $\bar{x}$ و $\bar{y}$ و اقترحا الاعتماد على $\bar{y}$ في حالة تساوي $\bar{x}$بالأرقام المبهمة المراد ترتيبها، و رغم تميز هذه الطريقة بعدة إيجابيات كالبساطة و ملاءمتها للبديهيات غير أن Wang&all [37] انتقد هذه الطريقة سنة 2009 و عاب عليها سوء ترتيبها للأرقام في حالة تساوي قيم مراكزها مما قد يؤدي إلى نتائج مغلوطة، فاقترح طريقة أخرى تقوم على أساس درجة انحراف الرقم المبهم عن اليمين و عن اليسار كمؤشر للقياس، و لكنها تبقى أيضا غير صحيحة خاصة إذا كان كل من:الانحراف عن اليمين، الانحراف عن اليسار و معامل التحويل"transfercoefficient" مساويا للصفر أو كان معامل التحويل مساويا لـ:1،و هنا ظهرت طريقة Nejad&Mashinchi[38]سنة 2011 لتصحيح الأخطاء السابقة عن طريق حساب مساحة الأرقام المبهمة عن اليمين و عن اليسار و تميزت هذه الطريقة بسهولة تطبيقها مقارنة بالطرق الحديثة الأخرى، و لا تزال

الجهود مستمرة من أجل الوصول إلى أحسن الطرق و أسهلها لترتيب الأرقام المبهمة، و عموما وبناءا على ما جاء به CHEN & HWANG سنة 1992 فإنه يمكن تصنيف أهم الطرق المقترحة للترتيب ضمن أربعة أقسام رئيسية تتمثل فيما يلي:[39]

العلاقات المرجعية، المتوسط المبهم، التنقيط المبهم، التعابير اللغوية.

3- الصيغة الصحيحة لمركز عدد مبهم: إن طريقة مركز رقم مبهم "Centroid Fuzzy Number" هي من أكثر الطرق الحديثة استعمالا في عملية ترتيب و مقارنة الأرقام المبهمة، و يعد Yager [40] أول باحث استعمل مفهوم المركز($centroid = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x\mu_{\tilde{A}}(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{A}}(x)dx}$) في عملية الترتيب و هذا في مقال له نشر سنة 1980 [41]، ثم قام Cheng باقتراح طريقة مؤشر المركز التي ترتكز على احتساب المسافة الاقليدية للترتيب باحتساب بعد نقطة المركز لأي رقم مبهم عن نقطة المبدأ [42] (0,0) ويمكن توضيحها كالتالي:

ليكن $\tilde{A}$ عددا مبهما دالة انتماءه $f(x)$ يعبر عنها كما يلي:[43]

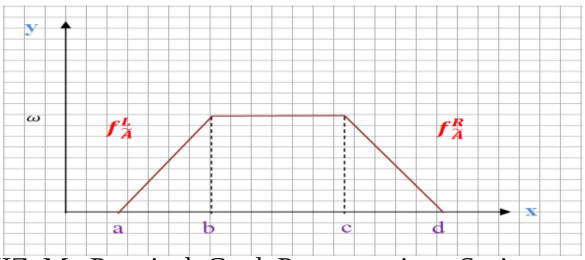
$$f_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\tilde{A}}^{L}(x), & a \le x \le b, \\ \omega, & b \le x \le c, \\ f_{\tilde{A}}^{R}(x), & c \le x \le d, \\ 0, & otherwise, \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث: $0 < \omega \le 1$: ثابت.

$f_{\tilde{A}}^{L}(x): [a,b] \to [0,\omega]$ و $f_{\tilde{A}}^{R}(x): [c,d] \to [0,\omega]$ تطبيقان مستمران تماما من R نحو المجال المغلق $[0,\omega]$.[44]

مع الإشارة إلى أنه إذا كان $\omega = 1$ فإن $\tilde{A}$ هو عدد مبهم طبيعي أما إذا كان $\omega \neq 1$ فإن $\tilde{A}$ هو عدد مبهم غير طبيعي و في حالة ما إذا كانت دالة الانتماء $f_{\tilde{A}}(x)$ خطية فإن $\tilde{A}$ يكون عددا مبهما رسغيا (شبه منحرف) يرمز له بـ: $\tilde{A} = (a,b,c,d;\omega)$ أو $\tilde{A} = (a,b,c,d;\omega)$ إذا كان $\omega = 1$ كما هو مبين في الشكل :[45]

الشكل (2):**الرقم المبهم الرسغي.**



Source: JONES D;TAMIZ M, Practical Goal Programming, Springer publishing, New York, 2010, p 19.

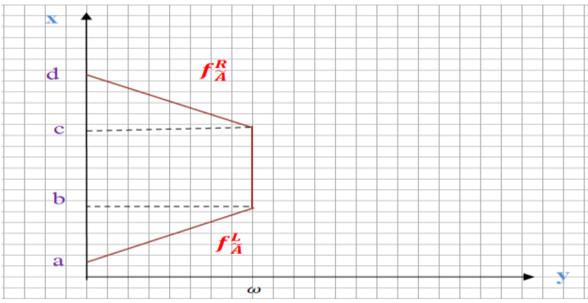
و في حالة تساوي كل من c و b ($b \equiv c$) فإن الرقم الرسغي $\tilde{A}$ يصبح رقما مبهما مثلثيا (TFN) يعبر عنه كما يلي: $\tilde{A} = (a, b, c, \omega)$ أو $\tilde{A} = (a, b, c, d, \omega)$ إذا كان $\omega = 1$ وبهذا يعتبر الرقم المبهم المثلثي حالة خاصة من الرقم المثلثي الرسغي أين ($b \equiv c$). و بما أن $f_{\tilde{A}}^{L}(x)$ و $f_{\tilde{A}}^{R}(x)$ دالتان متماثلتان و مستمرتان فإنه يمكن استخراج مقلوبهما و اللذين يمتازان بنفس خصائصهما (التماثل و الاستمرارية)، ليكن $g_{\tilde{A}}^{L}: [0, \omega] \to [a, b]$ و $g_{\tilde{A}}^{R}: [0, \omega] \to [c, d]$ مقلوب الدوال $f_{\tilde{A}}^{L}(x)$ و $f_{\tilde{A}}^{R}(x)$ على الترتيب و عليه فإن $g_{\tilde{A}}^{L}(y)$ و $g_{\tilde{A}}^{R}(y)$ يجب أن يكونا صحيحين في المجال $[0, \omega]$ أو بعبارة أخرى يجب أن تكون كل من $\int_0^{\omega} g_{\tilde{A}}^{L}(y)dy$ و $\int_0^{\omega} g_{\tilde{A}}^{R}(y)dy$ محققتان.[46]

و يأخذ $g_{\tilde{A}}^{L}(y)$ و $g_{\tilde{A}}^{R}(y)$ في حالة عدد مبهم رسغي الصيغة التحليلية التالية:

$$g_{\tilde{A}}^{L}(y) = a + (b - a)y/\omega, \quad 0 \le y \le \omega \quad \ldots\ldots(2)$$

$$g_{\tilde{A}}^{R}(y) = d + (c - d)y/\omega, \quad 0 \le y \le \omega \ldots\ldots\ldots(3)$$

و الممثلين في الشكل (3): **$g_{\tilde{A}}^{R}(y)$ و $g_{\tilde{A}}^{L}(y)$ في حالة عدد مبهم رسغي.**



Source: LIOU T.S; WANGM.J,Ranking Fuzzy Numbers With Integral Value, fuzzy sets and systems 50, 1992,pp247-255.

و من أجل تحديد إحداثيات نقطة المركز $(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$ للعدد المبهم $\tilde{A}$ قام CHENG C H بحساب مؤشر البعد R و المعطى بالعلاقة التالية:[47]

$$R(\tilde{A}) = \sqrt{(\bar{x}_0)^2 + (\bar{y}_0)^2}$$

و الذي يحسب انطلاقا من المعادلتين التاليتين:[48]

$$\bar{x}_0(\tilde{A}) = \frac{\int_a^b (x f_{\tilde{A}}^{L})dx + \int_b^c x dx + \int_c^d (x f_{\tilde{A}}^{R})dx}{\int_a^b (f_{\tilde{A}}^{L})dx + \int_b^c dx + \int_c^d (f_{\tilde{A}}^{R})dx}, \ldots\ldots\ldots(a)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A}) = \frac{\int_0^1 (y g_{\tilde{A}}^{L})dy + \int_0^1 (y g_{\tilde{A}}^{R})dy}{\int_0^1 (g_{\tilde{A}}^{L})dy + \int_0^1 (g_{\tilde{A}}^{R})dy}, \ldots\ldots\ldots(b)$$

غير أن هاتين العبارتين تبقيان صحيحتين فقط من أجل الأعداد المبهمة الطبيعية فقط أين $\omega = 1$.

أما إذا كان $\tilde{B}$ عددا مبهما غير طبيعي معطى بالصيغة التالية:[49]

$$f_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \dfrac{\omega(x-a)}{b-a}, & a \le x \le b, \\ \omega, \quad b \le x \le c, & , 0 \le \omega \le 1 \\ \dfrac{\omega(x-d)}{c-d}, & c \le x \le d, \\ 0, & otherwise, \end{cases}$$

و كان مقلوبا الدوال $f_{\tilde{B}}^{L}(x)$و$f_{\tilde{B}}^{R}(x)$هما على التوالي$g_{\tilde{B}}^{L}(y)$و $g_{\tilde{B}}^{R}(y)$ و المعرف كما يلي:

$$g_{\tilde{B}}^{L}(y) = \mathrm{a} + (\mathrm{b}-\mathrm{a})\mathrm{y}/\omega, \;\; 0 \le \mathrm{y} \le \omega$$

فإننا و بالاستعانة $g_{\tilde{B}}^{R}(y) = \mathrm{d} + (\mathrm{c}-\mathrm{d})\mathrm{y}/\omega, \;\; 0 \le \mathrm{y} \le \omega$

بالمعادلتين السابقتين(a) و (b)نحصل على نقطة مركزه كما يلي:[5]

$$\bar{x}_0(\tilde{A}) = \frac{\omega \int_a^b \left[x \dfrac{x-a}{b-a}\right] dx + \omega \int_b^c x\,dx + \omega \int_c^d \left[x \dfrac{x-d}{c-b}\right] dx}{w \int_a^b \dfrac{x-a}{b-a} dx + \omega \int_b^c dx + \omega \int_c^d \dfrac{x-d}{c-b} dx}$$

$$= \frac{\int_a^b (x f_A^L) dx + \int_b^c x dx + \int_c^d (x f_A^R) dx}{\int_a^b (f_A^L) dx + \int_b^c dx + \int_c^d (f_A^R) dx}, \ldots\ldots\ldots (4)$$

و هنا نلاحظ أن قيمة $\bar{x}_0$تبقى نفسها من أجل الأعداد المبهمة الطبيعية و غير الطبيعية، و لكن:

$$\int_0^1 g_{\tilde{B}}^{L}(\omega y)\, dy = \int_0^1 [a + (b-a)(\omega y)/\omega]\, dy = \int_0^1 g_{\tilde{A}}^{L}(y) dy,$$
$$\int_0^1 g_{\tilde{B}}^{R}(\omega y)\, dy = \int_0^1 [d + (c-d)(\omega y)/\omega]\, dy = \int_0^1 g_{\tilde{A}}^{R}(y) dy,$$

أيضا:

$$\int_0^1 (\omega y) g_{\tilde{B}}^{L}(\omega y) dy = \omega \int_0^1 [dy - (b-a)(\omega y^2)/\omega] dy,$$
$$= \omega \int_0^1 (y) g_{\tilde{A}}^{L}(y) dy.$$
$$\int_0^1 (\omega y) g_{\tilde{B}}^{R}(\omega y) dy = \omega \int_0^1 [dy - (c-d)(\omega y^2)/\omega] dy,$$
$$= \omega \int_0^1 (y) g_{\tilde{A}}^{R}(y) dy.$$

و عليه فإن:

$$\bar{y}_0(\tilde{A}) = \frac{\omega \left[\int_0^1 (y g_{\tilde{A}}^{L}) dy + \int_0^1 (y g_{\tilde{A}}^{R}) dy\right]}{\int_0^1 (g_{\tilde{A}}^{L}) dy + \int_0^1 (g_{\tilde{A}}^{R}) dy}, \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

في هذه الطريقة و أثناء عملية الترتيب فإن الرقم ذو أكبر بعد يكون هو الرقم الأكبر، غير أن هذه الطريقة لم تكن أيضا صحيحة إذ تبين أن نتائجها تختلف باختلاف طبيعة و نوع الرقم كما أن ترتيب الأرقام المبهمة A_1 وA_2 هو نفس ترتيب صورتهما (أي $-A_1$و$-A_2$)، و من أجل تجنب هذا النقص اقترح (Chun &Tsao)الصيغة التالية:[51]

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{\int_a^b\left(xf_{\tilde{A}}^L(x)\right)dx+\int_b^c xdx+\int_c^d\left(xf_{\tilde{A}}^R(x)\right)dx}{\int_a^b\left(f_{\tilde{A}}^L(x)\right)dx+\int_b^c dx+\int_c^d\left(f_{\tilde{A}}^R(x)\right)dx},\ldots\ldots\ldots(6)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\frac{\int_0^\omega\left(yg_{\tilde{A}}^L(y)\right)dy+\int_0^\omega\left(yg_{\tilde{A}}^R(y)\right)dy}{\int_0^\omega\left(g_{\tilde{A}}^L(y)\right)dy+\int_0^\omega\left(g_{\tilde{A}}^R(y)\right)dy},\ldots\ldots\ldots(7)$$

حيث اعتبرا أن المساحة بين نقطة المركز $\left(\bar{x}_0(\tilde{A}),\bar{y}_0(\tilde{A})\right)$و نقطة المبدأ (0,0) تحسب بالعلاقة التالية:[52]

$$S(\tilde{A})=\bar{x}_0(\tilde{A}).\bar{y}_0(\tilde{A})$$

و تجدر الإشارة هنا إلى كون yالمستعملة في هذه الطريقة تختلف عن $\bar{y}$ في طريقة Cheng.

غير أن هذه الأعمال قد عرفت عدة انتقادات مما دفع بـ: (Wang & All) إلى اقتراح الصيغة المصححة لنقطة مركز الرقم المبهم و تمثيلها هندسيا و التي يجب أن تكون كما يلي:[53]

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}xf_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}f_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\frac{\int_a^b xf_{\tilde{A}}^L(x)dx+\int_b^c(x\omega)\,dx+\int_c^d xf_{\tilde{A}}^R(x)dx}{\int_a^b f_{\tilde{A}}^L(x)dx+\int_b^c(\omega)\,dx+\int_c^d f_{\tilde{A}}^R(x)dx},\ldots\ldots\ldots(8)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\frac{\int_0^\omega y\left(g_{\tilde{A}}^R(y)-g_{\tilde{A}}^L(y)\right)dy}{\int_0^\omega\left(g_{\tilde{A}}^R(y)-g_{\tilde{A}}^L(y)\right)dy},\ldots\ldots\ldots(9)$$

حيث يعبر المقام $\int_0^\omega\left(g_{\tilde{A}}^R(y)-g_{\tilde{A}}^L(y)\right)dy$عن مساحة شبه المنحرف في الشكل (02)بينما يشير البسط $\int_0^\omega y\left(g_{\tilde{A}}^R(y)-g_{\tilde{A}}^L(y)\right)dy$إلى متوسط وزن المساحة.

حيث أشار إلى أن الخطأ الجوهري في كل من المعادلتين (4) و (6) هو خلو عبارتهما من أي قيمة لـ ω وهذا ما يجعلهما خاطئتين في حال ما إذا كان $\omega\neq 1$.

كما أوضح أيضا أن الإشارة الموجبة في كل من بسط و مقام المعادلتين (5) و (7) تعتبر خطأ أساسيا يجعلهما غير صحيحتين من أجل أي قيمة لـ .

و من أجل توضيح هذه الأخطاء اعتمد "Wang"[54] رقمين مبهمين:$\tilde{A}$بدالة انتماءه المعرفة في المعادلة (1) و $\tilde{B}$المعرف كما يلي:[55]

$$f_{\tilde{B}}(x)=\begin{cases} f_{\tilde{A}}^{L}(x-\delta), & a+\delta\le x\le b+\delta,\\ \omega, & b+\delta\le x\le c+\delta,\\ f_{\tilde{A}}^{R}(x-\delta), & c+\delta\le x\le d+\delta,\\ 0, & otherwise,\end{cases}\quad \ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

حيث:

δ:عدد ثابت غير معدوم.

و من الواضح هنا أن $\tilde{B}$هو مفسر لـ $\tilde{A}$ إما عن اليمين أو عن اليسار على امتداد المحور الأفقي و الذي يشترط فيه أن يجعل نقطة المركز للعدد $\tilde{B}$ تتحرك بنفس الدرجة و الاتجاه على المحور الأفقي دون أن تغير من إحداثياتها على المحور العمودي، و عليه فإنه العلاقتين $\bar{x}_0(\tilde{B})=\bar{x}_0(\tilde{A})+\delta$ و $\bar{y}_0(\tilde{A})\equiv\bar{y}_0(\tilde{B})$يجب أن تكونا محققتين و هو شرط جوهري، بالإضافة إلى ذلك فإن التغير في ω يجب أن يطال $\bar{y}_0(\tilde{A})$و$\bar{y}_0(\tilde{B})$فقط و لا يمتد إلى $\bar{x}_0(\tilde{A})$ و $\bar{x}_0(\tilde{B})$ و هذا من أهم خصائص المركز الصحيح.

ليكن $f_{\tilde{A}}^{l}(y)$ و$f_{\tilde{A}}^{R}(y)$ الدوال العكسية (مقلوب) لكل من $f_{\tilde{A}}^{L}(x)$ و$f_{\tilde{A}}^{R}(x)$على الترتيب و$g_{\tilde{B}}^{R}(y)$،$g_{\tilde{B}}^{L}(y)$الدوال العكسية لكل من $f_{\tilde{B}}^{L}(x)$ و$f_{\tilde{B}}^{R}(x)$ و على الترتيب.

إن كون $\tilde{B}$مفسر لـ $\tilde{A}$ فإن ذلك لا يغير من شكله إطلاقا و على هذا الأساس فإن $g_{\tilde{B}}^{L}(y)$ و $g_{\tilde{B}}^{R}(y)$ يمكن التعبير عنهما كما يلي:

$$g_{\tilde{B}}^{L}(y)=g_{\tilde{A}}^{L}(y)+\delta.$$
$$g_{\tilde{B}}^{R}(y)=g_{\tilde{A}}^{R}(y)+\delta.$$

و عليه يمكن أن نستنتج من المعادلة (5) ما يلي:

$$\bar{y}_0(\tilde{B})\{cheng\}=\frac{\omega\left[\int_0^1\left(yg_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^1\left(yg_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy+\delta\right]}{\int_0^1\left(g_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^1\left(g_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy+2\delta},$$
$$\neq\frac{\omega\left[\int_0^1\left(yg_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^1\left(yg_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy\right]}{\int_0^1\left(g_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^1\left(g_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy}=\bar{y}_0(\tilde{A})\{cheng\}$$

و مما سبق نستنتج أن قيمة $\bar{y}_0(\tilde{B})\{cheng\}$ تتغير بتغير قيمة δ و $\bar{y}_0(\tilde{B})\{cheng\}\neq\bar{y}_0(\tilde{A})\{cheng\}$و هذا ما يجعل من هذه المعادلة غير صحيحة، و بنفس الطريقة نستنتج من المعادلة (7) ما يلي:

$$\bar{y}_0(\tilde{B})\{Chu\ and\ Tsao\}=\frac{\int_0^{\omega}\left(yg_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^{\omega}\left(yg_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy+\delta\omega^2}{\int_0^{\omega}\left(g_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^{\omega}\left(g_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy+2\delta\omega},$$
$$\neq\frac{\int_0^{\omega}\left(yg_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^{\omega}\left(yg_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy}{\int_0^{\omega}\left(g_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy+\int_0^{\omega}\left(g_{\tilde{A}}^{R}(y)\right)dy}=\bar{y}_0(\tilde{A})\{Chu\ and\ Tsao\}$$

و هنا نلاحظ أن المعادلة (7) خاطئة أيضا.

أما بخصوص المعادلة (9) فنحصل على النتائج التالية:

$$\bar{y}_0(\tilde{B})=\frac{\int_0^{\omega} y\left(g_{\tilde{B}}^{R}(y)-g_{\tilde{B}}^{L}(y)\right)dy}{\int_0^{\omega}\left(g_{\tilde{B}}^{R}(y)-g_{\tilde{B}}^{L}(y)\right)dy}=\frac{\int_0^{\omega} y\left(g_{\tilde{A}}^{R}(y)-g_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy}{\int_0^{\omega}\left(g_{\tilde{A}}^{R}(y)-g_{\tilde{A}}^{L}(y)\right)dy}\equiv\bar{y}_0(\tilde{A})$$

حيث أن مركز الرقم المبهم لا يتغير على المحور العمودي بتغير الرقم على المحور الأفقي.

و من أجل توضيح مركز عدد مبهم هندسيا نعتمد الرقم المبهم الرسغي $\tilde{A}=[a,b,c,d;\omega]$ ذو دالة الانتماء التالية:[54]

$$f_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}\frac{\omega(x-a)}{b-a}, & a\le x\le b,\\ \omega, \quad b\le x\le c, & 0\le\omega\le 1\\ \frac{\omega(x-d)}{d-c}, & c\le x\le d,\\ 0, & otherwise,\end{cases}\quad\ldots\ldots\ldots(11)$$

و نعتبر كل من $g_{\tilde{A}}^{L}(y)$ و $g_{\tilde{A}}^{R}(y)$ مقلوب في حالة عدد مبهم رسغي و المعطاة بالصيغة التحليلية التالية [المعادلة (2) و(3)]:

$$g_{\tilde{A}}^{L}(y)=a+(b-a)y/\omega,\quad 0\le y\le\omega\quad\ldots\ldots(2)$$

$$g_{\tilde{A}}^{R}(y)=d+(c-d)y/\omega,\quad 0\le y\le\omega\ldots\ldots\ldots(3)$$

من أجل هذا الرقم المبهم نشتق من المعادلتين (4) و (5) ما يلي:

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{\omega(d^2-2c^2+2b^2-b^2+dc-ab)+3(c^2+b^2)}{3\omega(d-c+b-a)+6(c-b)}\ldots\ldots(12)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\omega\frac{1}{3}\left[1+\frac{(b+c)-(a+d)(1-\omega)}{(b+c-a-d)+2(a+d)\omega}\right]\ldots\ldots(13)$$

و نحصل من المعادلة (7) على:

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\omega\frac{1}{3}\left[1+\frac{b+c}{a+b+c+d}\right]\ldots\ldots\ldots(14)$$

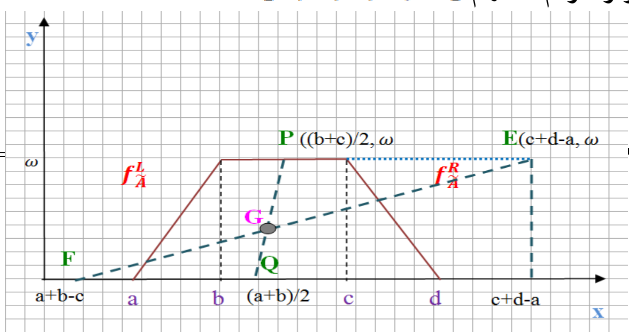
و بنفس الطريقة نحصل من اشتقاق المعادلتين (8) و (9) على النتائج التالية:[55]

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{1}{3}\left[a+b+c+d-\frac{dc-ab}{(d+c)-(a+b)}\right]\ldots\ldots\ldots(15)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\omega\frac{1}{3}\left[1+\frac{c-b}{(d+c)-(a+b)}\right]\ldots\ldots\ldots(16)$$

و يوضح الشكل الموالي مركز العدد المبهم $\tilde{A}=[a,b,c,d;\omega]$ هندسيا:[56]

الشكل (4):**مركز الرقم المبهم $\tilde{A}\%=[a,b,c,d;\omega]$ هندسيا.**



Source: WANGY.M ; YANGA J.B; XUA D.L; CHINC K.S, On the centroids of fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems 157 (2006) 919 – 926.

يتقاطع الخطان المستقيمان EF و PQ في النقطة G و التي تعبر و بدقة عن مركز ثقل شبه المنحرف المعرف بـ: $\tilde{A}=[a,b,c,d;\omega]$ و من أجل تحديد إحداثيات النقطة G نعطي معادلة الخطان المستقيمان EF و PQ على النحو التالي:

$$EF: y=\frac{\omega(x-(a+b-c))}{(c+d-a)-(a+b-c)} \dots\dots (17)$$

$$EF: y=\frac{\omega(a+d-2x)}{(a+d)-(a+c)} \dots\dots (18)$$

ليكن:

$$\frac{\omega(x-(a+b-c))}{(c+d-a)-(a+b-c)}=\frac{\omega(a+d-2x)}{(a+d)-(a+c)}$$

و عليه فإن:

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{1}{3}\left[a+b+c+d-\frac{dc-ab}{(d+c)-(a+b)}\right] \dots\dots (19)$$

و هي نفس النتيجة التي خلصت إليها المعادلة (8)، و باستبدال $\bar{x}_0(\tilde{A})=x$ في المعادلتين (17) و (18) نحصل على:

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\omega\frac{1}{3}\left[1+\frac{c-b}{(d+c)-(a+b)}\right] \dots\dots (20)$$

و هي نفس النتيجة التي خلصت إليها المعادلة (16) المشتقة من المعادلة (9).

و عليه فإنه و من أجل أي عدد مبهم رسغي تحدد إحداثيات مركزه من خلال العبارتين التاليتين:[57]

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{1}{3}\left[a+b+c+d-\frac{dc-ab}{(d+c)-(a+b)}\right]$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A})=\omega\frac{1}{3}\left[1+\frac{c-b}{(d+c)-(a+b)}\right]$$

و على اعتبار الرقم المبهم المثلثي حالة خاصة من الرقم المبهم الرسغي أين b=c، فإنه و من أجل أي رقم مبهم مثلثي $\tilde{A}=[a,b,d;\omega]$ يحسب مركزه بالعلاقة التالية:[58]

$$\bar{x}_0(\tilde{A})=\frac{1}{3}[a+b+d] \dots\dots (21)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A}) = \frac{1}{3}\omega \dots\dots (22)$$

حالات خاصة: إذا كان $(\tilde{A})$ رقما مبهما طبيعيا فإن مركزه يصبح:[59]

$$\bar{x}_0(\tilde{A}) = \frac{1}{3}[a + b + d]$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A}) = \frac{1}{3} \text{ (ثابت)}$$

من أجل أي عدد مبهم $(\tilde{A}) = [a, b, c, d]$ من النوع LR فإن القيمة المتوقعة لمركزه تعطى بالعلاقة التالية:[60]

$$M = \frac{\int_{a-c}^{b+d} x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_{a-c}^{b+d} \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}$$

ثالثا:حالة تطبيقية: نعتبر أنه لدينا رقمين مبهمين A= (1, 2, 3 ; 1) و B= (0.5 , 2.5 , 3 ; 27/28) معرفين بدوال الانتماء التالية:

$$f_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} x-1, & 1 \le x \le 2, \\ 1 & x = 2, \\ 3-x, & 2 \le x \le 3, \\ 0, & otherwise, \end{cases}$$

$$f_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \frac{27}{28}\frac{x-0.5}{2}, & 0.5 \le x \le 2.5, \\ \frac{27}{28}, & x = 2.5 \\ \frac{27}{28}\frac{3-x}{0.5}, & 2.5 \le x \le 3 \\ 0, & otherwise, \end{cases}$$

و الجدول أدناه يوضح حساب مختلف مراكز الرقمين المبهمين باستعمال المعادلات السابقة:

الجدول رقم (01): مركز رقمين مبهمين باستعمال مختلف المعادلات.

Fuzzy number	Centriods by Cheng's formulae			Centroids by Chu and Tsao's formulae			Centroids by formulae (22)–(24)			
	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$\sqrt{(\bar{x}_i)^2 + (\bar{y}_i)^2}$	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$\bar{x}_i\bar{y}_i$	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$\sqrt{(\bar{x}_i)^2 + (\bar{y}_i)^2}$	$\bar{x}_i\bar{y}_i$
$\tilde{A}$	2	0.5	1.5811	2	0.5	1	2	1/3	1.5275	2/3
$\tilde{B}$	2	0.5114	1.5845	2	0.5105	1.021	2	9/28	1.5236	9/14

Source: YING-MING WANG &all: on the centroids of fuzzy numbers, fuzzy sets and systems 157 (2006), pp 919-926.

يظهر الجدول أعلاه النتائج المتحصل عليها بواسطة معادلة Cheng's و كذا Chu and Tsao's إضافة إلى الصيغة الصحيحة لمركز عدد مبهم.و يبدو من الواضح أن النتائج الأولى و الثانية تقودنا إلى ترتيب غير صحيح للرقمين حيث وجدنا أن $\tilde{B} > \hat{A}$ في حين أن العكس هو الأصح بمعنى أن $\tilde{B} > \hat{A}$ حسب صيغة المركز الصحيحة و هذا يدل على أن إتباع هذه الصيغة بات مهما جدا عندما يتعلق الأمر بمقارنة و ترتيب الأرقام المبهمة.[61]

رابعا: خاتمة : تتعدد أساليب و فنيات اتخاذ القرارات و تتنوع في صعوبة استخدامها أو سهولتها بالنسبة للجهد والكلفة و الوقت والدقة في تقديم النتائج.و من أهم الأساليب التي تستخدم في اتخاذ القرارات الإدارية تبدأ بأسلوب الحدس و الحكم الشخصي أو التخمين الذي يعتبر أبسط الأساليب و هو يقوم على نظرة متخذ القرار الخاصة و تأثره بمجريات المشكلة و أحداثها،و خبرته السابقة و خلفياته الثقافية والمعلومات المتوفرة لديه. إلا أن هناك عوامل التي تتفاعل مع مؤهلاته لا تزال غير معروفة بشكل عام مما يجعل هذا الأسلوب أمر صعب تحديده لأنه يفتقد للأساس العلمي الصحيح.إلا أن هذا الأسلوب يعتمد في حالة اختلاف طبيعة المشاكل والمواقف، و خاصة المشاكل الإنسانية التي ترتبط بالدوافع النفسية و العواطف البشرية ثم تتدرج تلك الوسائل في الصعوبة و التعقيد حين استخدام الأساليب الحديثة في اتخاذ القرار التي سوف تقلل بكثير من التقديرات الخاطئة و احتمالات الوقوع في الخطأ، يعد موضوع ترتيب الأرقام المبهمة واحدا من المواضيع الحديثة التي لاقت اهتماما واسعا من طرف العديد من الباحثين باعتباره يمثل حجر الأساس في عملية اتخاذ القرار المعاصرة

و بالرغم من وجود العديد من الدراسات حول الموضوع في الدول المتقدمة، إلا أنه يوجد القليل من الدراسات المنجزة في الدول النامية عامة و الجزائر خاصة .

حاولنا من خلال هذه الدراسة عرض أهم المفاهيم المتعلقة بالمجموعات المبهمة و الأرقام المبهمة مع التركيز على أهم الطرق المستعملة في عملية ترتيبها مع الحرص على توضيحها من خلال إدراج حالة تطبيقية.

و في الأخير تجر بنا الإشارة إلى أن إن إدخال الأساليب و التقنيات الحديثة كالأرقام المبهمة لا يمكن أن يتم إلا بصورة تدريجية، لأن هذا يتطلب تكوين مسؤولين المؤسسة، إلا أن فائدة هذا التكوين يجب أن تلقى اعترافا وقبولا في أعلى قيمة التنظيم. إضافة إلى ذلك، أن هذا التكوين يتطلب كذلك تواجد عدد كبير من المكونين و الخبراء في مجال نظرية القرار، إلا أن هذا الشيء قد لا يتوفر. كما أن استخدام أساليب التحليل الكمي يتطلب توفر و سائل من إطارات و أجهزة الكمبيوتر، و الوقت اللازم.فإذا كانت تكلفة مثل هذا التحليل ليست مهملة، فإنها قد تؤثر على إمكانية استخدام هذه الأساليب و في مقابل ذلك أن عنصر الوقت هو الآخر يشكل في بعض

الأحيان تقييدا لاستعمال التحليل الكمي فمثلا إذا كان قرار يرتبط بالتسويق و يتطلب الأخذ بمواعيد محددة جدا فإن هذا لا يسمح بإجراء تحليل معمق و ضمن هذه الحالة، فإن اتخاذ القرار يكون بالضرورة حسب طرق أكثر تقليدية.

6. الهوامش و المراجع المستخدمة:

1) KLEMENT E.P, Some mathematical aspects of fuzzy sets: Triangular norms, fuzzy logics, and generalized measures, Fuzzy Sets and Systems 90, 1997, pp 133-140.
2) ESOGBUE A.O, SONG Q, On the decomposition problem of fuzzy sets, journal of Fuzzy Sets and Systems 98, 1998, pp 57- 66
3) HERRERA F, VERDEGAY J.L, Fuzzy sets and operations research: Perspectives, journal of Fuzzy Sets and Systems 90, 1997, pp207-218.
4) KAUR A, KUMAR A, A new approach for solving fuzzy transportation problems using generalized trapezoidal fuzzy numbers, Applied Soft Computing 12, 2012, pp1201–1213.
5) GEN M; TSUJIMURA Y; ZHENG D , An Application of Fuzzy Set Theory to Inventory Control Models, Computers ind.Engng Vol. 33, N 3-4, 1997, pp. 553-556.
6) LIANG T.F, Application of fuzzy sets to manufacturing/distribution planning decisions in supply chains , Information Sciences 181, 2011, pp842–854
7) JONES D; TAMIZ M, Practical Goal Programming,, International Series in OperationsResearch & Management Science, Springer New York Dordrecht Heidelberg London, 2010, p 17.
8) AZMI R AND TAMIZ M , A Review of Goal Programming for Portfolio Selection , Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, New Developments in Multiple Objective and Goal Programming, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany ,2010, p. 24.
9) LIANG T.F, Application of fuzzy sets to manufacturing/distribution planning decisions in supply chains, Information Sciences 181, 2011, pp. 842–854.
10) LIVCHITZ M, ABERSHITZ A, SOUDAK U, KANDEL A, Development of an automated fuzzy-logic-based expert system for unmanned landing,Fuzzy Sets and Systems 93, 1998, pp. 145-159,
11) COLUBI A, RODRIGUEZ G.G, Triangular fuzzification of random variables and power of distribution tests: Empirical discussion, Computational Statistics & Data Analysis 51, 2007, pp. 4742 – 4750.
12) WAIL MAHMOUD : النمذجة الرياضية و اتخاذ القرار الهندسي باستخدام نظرية المجموعات المبهمة , the international arab journal of information technology, vol 1, N 0 , july 2003, pp 11-17
13) YEH C.T, On improving trapezoidal and triangular approximations of fuzzy numbers, International Journal of Approximate Reasoning, 48 (2008), pp. 297–313.
14) DUBOIS D AND PRADE H, A set-theoretic view on belief functions: logical operations and Approximations by fuzzy sets, International Journal of General Systems, Vol. 12, 1986,pp. 193-226.
15) GIACHETTI R.E; YOUNG R.E, A parametric representation of fuzzy numbers and their arithmetic operatorsFuzzy Sets and Systems 91, 1997, pp. 185-202.
16) CHEN C.T ; HUANG S.F, Applying fuzzy method for measuring criticality in project network, Information Sciences 177? 2007, pp. 2448–2458.

17) MA M; FRIEDMAN M; KANDEL A, A new fuzzy arithmetic», Fuzzy Sets and Systems 108, 1999, pp. 83-90.
18) BAN A.I , Nearest Interval Approximation of an Intuitionistic Fuzzy Number, studies in fuzziness and soft computing, volume 169, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, pp. 229-230.
19) LALLAA M ;FACCHINETTI G ; MASTROLEO G, Vagueness evaluation of the crisp output in a fuzzy inference system, Fuzzy Sets and Systems 159 (2008), pp. 3297 – 3312.
20) DAVIS H.Z, MESZNIK R, LEE J.Y, Finding an internal optimum in the classification of management accounting information: The role of fuzzy sets, Marc J. Epstein, John Y. Lee, in (ed.) 17 (Advances in Management Accounting, Volume 17), Emerald Group Publishing Limited,2008, p. 208.
21) XU P, SU X & ALL, A Note On Ranking Generalized Fuzzy Numbers , Expert Systems With Applications 39 (2012), pp. 6454–6457.
22) [1] YAGER R.R, DIMITAR F, On ranking fuzzy numbers using valuations», International Journal of Intelligent Systems 14 (1999), pp. 1249–1268
23) ZADEH L.A, fuzzy set , information and control Vol 8, 1965, p.339.
24) DUBOIS D &Prade H, Towards fuzzy differential calculus. Part 3:Differentiation, Fuzzy Sets and Systems, 8, 1982, pp.225–233.
25) BALDWIN J.F; GUILD N.C.F, Comparison of fuzzy numbers on the same decision space, Fuzzy Sets and Systems 2, 1979, pp.213_233.
26) ADAMO M, Fuzzy decision trees, Fuzzy Sets and Systems 128 (2002) 131_132; 4, 1980, pp. 207_219.
27) ABBASBANDY S; HAJJARI T, A new approach for ranking of trapezoidal fuzzy numbers, Computers and Mathematics with Applications 57, 2009, pp. 413_419.
28) BORTOLAN G; DEGANI R, A review of some methods for ranking fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems 15, 1985, pp. 1_19.
29) CHEN S, Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set, Fuzzy Sets and Systems 17, 1985, pp. 113_129.
30) CHOOBINEH F; LI H, An index for ordering fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems 54, 1993, pp. 287_294.
31) Cheng C.H, A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method, Fuzzy Sets and Systems 95, 1998, pp. 307_317.
32) LEE E.S & LI R.J, Comparison of fuzzy numbers based on the probability measure of fuzzy events, Computers Math Applic15 (lo), 1988,pp.887-896
33) TANG H.C, Inconsistent Property of Lee and Li Fuzzy Ranking Method, Computers and Mathematics with Applications 4, 2003, pp. 709-713.
34) CHENG C. H, A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method,Fuzzy Sets and Systems, 95, 1998, pp.307–317.

35) EZZATI R ; ALLAHVIRANLOO T; KHEZERLOO S; KHEZERLOO M, An approach for ranking of fuzzy numbers, Expert Systems with Applications 39, 2012, pp. 690–695.
36) WANG Y.J; LEE H.S, The revised method of ranking fuzzy numbers with an area between the centroid and original points, Computers and Mathematics with Applications 55, 2008, pp. 2033–2042.
37) [1]WANG Z.X, LIU Y.J., FAN Z.P, FENG B, Ranking L–R fuzzy number based on deviation degree, Inform. Sci. 179, 2009, pp. 2070–2077.

38) NEJAD A.M , MASHINCHI M, Ranking fuzzy numbers based on the areas on the left and the right sides of fuzzy number»,Computers and Mathematics with Applications 61, 2011, pp. 431–442 .
39) CHEN C.C, TANG H.C, Ranking nonnormal p-norm trapezoidal fuzzy numbers with integral value, Computers and Mathematics with Applications 56, 2008, pp. 2340–2346
40) YAGER R.R, On a general class of fuzzy connectives, Fuzzy Sets and Systems 4, 1980, pp. 235–242.
41) YAO J.C; WU K, Ranking fuzzy numbers based on decomposition principle and signed distanc, Fuzzy Sets and Systems 116, 2000, pp. 275-288.
42) WANG Z.X; LIU Y.J; FAN Z.P; FENG B, Ranking L–R fuzzy number based on deviation degree, Information Sciences 179, 2009, pp. 2070–2077.
43) DUBOIS D ; PRADE H, Operation on Fuzzy Numbers» ,International Journal of Systems Science, Vol.9, 1978, pp.613-26.
44) CHEN S.M; MUNIF A; CHEN G.H, LIU H.C, KUO B.C, Fuzzy risk analysis based on ranking generalized fuzzy numbers with different left heights and right heights, Expert Systems with Applications 39, 2012, pp. 6320–6334.
45) JONES D;TAMIZ M, Practical Goal Programming, Springer publishing, New York, 2010, p. 19.
46) LIOU T.S; WANGM.J, Ranking Fuzzy Numbers With Integral Value, fuzzy sets and systems 50, 1992,pp247-255.
47) ABBASBANDY S; ASADY B, Ranking of fuzzy numbers by sign distance, Information Sciences 176, 2006, pp 2405–2416.
48) CHENG C.H, A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method, Fuzzy Sets and Systems 95, 1998, p 307- 317.
49) NEJAD A.M; MASHINCHI M, Ranking fuzzy numbers based on the areas on the left and the right sides of fuzzy number,Computers and Mathematics with Applications 61, 2011, pp 431–442 .
50) WANG W.J; LUOH.L, Simple Computation for Sum and Center Of Gravity, journal of intelligent and fuzzy systems 9, 2000, pp 53-59.
51) DENG Y; ZHENFU Z; QI L, Ranking Fuzzy Numbers with an Area Method using Radius of Gyration, Computers and Mathematics with Applications 51, 2006, pp1127-1136
52) CHU T & TSAO C, Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and original point, Comput. Math. Applications, Vol. 43, 2002, pp. 11-117.
53) WANG Y.M ; YANGA J.B; XUA D.L; CHINC K.S, On the centroids of fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems 157, 2006, pp919 – 926.
54) WANG W.J; LUOH L, Simple Computation for Sum and Center Of Gravity, journal of intelligent and fuzzy systems 9, 2000, pp 53-59.
55) LI D.F, A ratio ranking method of triangular intuitionistic fuzzy numbers and its application to MADM problems, Computers and Mathematics with Applications 60, 2010, pp 1557_1570.

56) DUBOIS D; PRADE H, The mean value of a fuzzy number, Fuzzy Sets and Systems 24, 1987, pp 279–300
57) VENCHEH A.H, MOKHTARIAN M.N, A new fuzzy MCDM approach based on centroid of fuzzy numbers, Expert Systems with Applications 38 (2011) 5226–5230.
58) WANG Y.M ; YANGA J.B; XUA D.L; CHINC K.S, On the centroids of fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems 157 (2006) 919 – 926.op.cite.

59) VENCHEH H.A, ALLAME M, On the relation between a fuzzy number and its centroid, Computers and Mathematics with Applications 59, 2010, pp 3578_3582.
60) WANG Y.M, Centroid defuzzification and the maximizing set and minimizing set ranking based on alpha level sets, computers and industrial engineering 57, 2009, pp 288-236.
61) WANG W.J ; LUOH L, Simple computation for the defuzzifications of center of sum and center of gravity, journal of intelligent and fuzzy systems, 9,2012, pp 53-59.