



MODELISATION DE L'ADHERENCE DANS LES STRUCTURES A L'ETAT DE SERVICE

S. KHALFALLAH, Département de Génie Civil, Université de Jijel, B.P 98 Ouled Aïssa, Université de Jijel, 18000 Jijel, Algérie.
Reçu le : 28/04/09 Accepté le : 21/06/09

Résumé

Cet article présente une contribution du comportement du milieu interface acier-béton des structures en béton armé. Pour simuler le comportement de cette zone sensible, l'adhérence acier-béton est modélisée par des ressorts répartis au long du contact acier-béton.

L'implantation numérique consiste à incorporer les tensions dans les ressorts dans la loi constitutive des armatures d'acier sous forme de contraintes tangentielles. Cette technique a été implantée dans un programme numérique déjà conçu à la modélisation du comportement des structures en béton armé. Les exemples numériques traités montrent la concordance des résultats de la présente simulation et les données de la méthode analytique.

Abstract

This article presents a contribution of interface continuum steel-concrete of the reinforced concrete structures behavior. To simulate the behavior of this sensible zone, the bond behavior is modeled by smeared springs along the steel and surrounding concrete contact.

The numerical implementation consists of incorporating the tensions in springs in the law constitutive of the steel reinforcements in the form of shear stresses. This technique is implanted in a numerical program already conceived for modeling of the reinforced concrete structures behavior. The treated numerical examples show the agreement of the results of this simulation and the analytical method.

Key words: Modeling, bond-slip, reinforced concrete structures, reinforcing bars, shear stresses, interface zone, serviceability conditions.

1 Introduction

Une structure en béton armé est une structure composée de deux matériaux avec des caractéristiques mécaniques différentes. Le matériau composé béton armé est dérivée de la combinaison du béton présentant une forte durabilité en compression et de barres d'acier caractérisées par une forte ductilité.

En général, les actions agissant sur les structures soumises à une flexion ou à un effort axial sont rarement appliquées aux barres d'acier. Elles reçoivent leur part à travers le béton qui les entoure. On maintient qu'une structure composée nécessite un transfert de contraintes qui se développent à l'interface entre le béton et l'acier. Cette zone d'interface transfère les efforts entre les barres d'acier et la pâte de béton et modifie l'état de contrainte dans l'acier.

L'adhérence est le moyen responsable de la formation du matériau composite. Cependant,

l'interaction entre le béton et l'acier est une tâche très complexe à travers les relations adhérence-glisement ou due à la déformation locale des barres d'acier. Il n'est pas admis en général de négliger cet effet lorsque les systèmes sont soumis à des chargements sévères (cas d'un séisme par exemple). Lorsque l'adhérence excède sa capacité, il en résulte une forte localisation d'endommagement et un mouvement significatif entre l'acier et le béton se produit. Ces phénomènes complexes ont conduit les ingénieurs à prendre en compte des formules empiriques déduites des expériences dans la conception des structures en béton armé pour améliorer la réponse structurale.

Avec les développements des machines de calcul de haute puissance et les méthodes numériques performantes telle que la méthode des éléments finis en mécanique des structures, un effort considérable est consacré au développement des solutions



numériques [1-4]. Jusqu'à maintenant, deux différentes approches qui tiennent compte de l'effet d'adhérence dans l'analyse par éléments finis des structures en béton armé. La première approche proposée par Ngo et Scordelis [5] utilise une liaison parfaite qui connecte à la fois les nœuds adjacents des éléments bétons et ceux des barres d'acier (figure 1). Dans ce cas, l'élément de liaison n'a pas de dimensions physiques et les coordonnées géométriques sont identiques. La seconde approche est basée sur l'adhérence zonale développée par de Groot et al [6], le comportement de la surface de contact entre le béton et l'acier est décrit par une loi constitutive qui tient en considération de propriétés de la zone adhérente. Par conséquent, l'élément de contact prévoit une connexion continue entre le béton et l'acier. De façon précise, Keuser et Mehlhorn [7] ont montré que la première approche ne peut pas représenter convenablement la rigidité de l'élément interface.

La zone de béton entourant les barres d'acier a connu une importance particulière en son comportement et en sa modélisation. Pour améliorer la réponse de l'interface, plusieurs travaux de la relation adhérence-glisement ont été menés à l'étude de ce complexe phénomène [8-9]. On peut distinguer une complication numérique liée à la topologie du maillage due au dédoublement des nœuds à savoir que plusieurs modèles éléments finis des structures en béton armé négligent l'effet d'adhérence-glisement des barres d'acier. Sa prise en compte est introduite par un changement de la loi constitutive en considérant la modélisation du comportement adoucissant du béton (modélisation de l'option tension-stiffening). Pour éviter la topologie des nœuds des éléments finis, une modélisation pour en simuler est présentée. L'idée de base consiste à considérer des ressorts uniformément répartis le long de la zone de contact entre l'acier et le béton prenant appuis au béton (figure 2).

L'exactitude de la démarche proposée est vérifiée à travers l'étude comparative entreprise en comparant les résultats analytiques obtenus et les résultats de la présente simulation.

2 Modélisation des matériaux

2.1 Modélisation du comportement du béton

La réponse d'une structure soumise à un chargement quelconque dépend de la relation constitutive contrainte-déformation des différents composants. A l'état actuel, la bibliographie recense une enveloppe de modèles mathématiques [10] utilisés à l'analyse des structures en béton armé.

Dans cette étude, on associe la formulation présentée dans la référence [11] et qui a été implantée dans le programme développé [12] ; en compression, le comportement du béton est élastique linéaire jusqu'à 30% de sa résistance limite. Ensuite, il devient élastoplastique avec écrouissage isotrope jusqu'à la contrainte limite de rupture, un comportement adoucissant est ainsi considéré.

2.1.1 La phase élastique

La relation qui lie les incréments de contraintes et de déformations dans la phase élastique est :

$$[1] d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e$$

où $d\sigma_{ij}$, $d\varepsilon_{kl}^e$ sont respectivement les incréments de contraintes et de déformations et C_{ijkl}^e est le tenseur d'élasticité linéaire.

Dans le cas d'un problème en contraintes plane (cas étudié), le tenseur de l'élasticité linéaire est donné par :

$$C_{ijkl}^e = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

où E et ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson.

2.1.2 La phase élastoplastique

De façon pareille, on définit la relation représentant le comportement élasto-plastique par :

$$[2] d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}^e$$

où C_{ijkl}^{ep} est le tenseur élastoplastique dont son expression est :

$$[3] C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e}{-A + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}$$



En traction, le modèle suppose un comportement élastique linéaire. Au-delà de sa contrainte limite en traction, on constate soit une chute de tension (modélisation cut-off) ou un comportement adoucissant (modélisation tension-stiffening) (figure 3). L'apparition de la rupture est supposée lorsque la déformation principale de traction dépasse ε_0 (figure 3).

$$[4] \Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}^T \Delta\varepsilon_{kl}$$

$$C_{ijkl}^T = C_{ijkl}^e : \text{cas d'un béton tendu non fissuré}$$

Dans le cas d'une fissuration, la matrice d'élasticité

$$\text{est : } C_{ijkl}^T = \begin{bmatrix} E_t & 0 & 0 \\ 0 & E_{ts} & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix}$$

C_{ijkl}^T est la matrice de rigidité du béton fissuré et β est le facteur de transfert de cisaillement à travers les lèvres du béton fissuré. Dans le cas d'une modélisation cut-off, le paramètre relatif à l'option tension-stiffening E_{ts} est nul et E_t est le module d'élasticité du béton suivant la direction des fissures.

2.2 Modélisation de comportement des barres d'acier

Le comportement des aciers est supposé élastoplastique (bi-linéaire) avec une contrainte d'écoulement initiale σ_y (figure 4).

$$[5] \begin{bmatrix} C_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

E_s est le module de Young des barres d'acier utilisées, il est remplacé par le module plastique E_p si la contrainte effective dans l'acier dépasse la contrainte d'écoulement σ_y (Figure 4).

$$[6] f_s = E_s \varepsilon_s \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$$

Dans le domaine plastique, la courbe contrainte-déformation des barres d'acier intégrées dans le béton s'écrit :

$$[7] f_s = (E_s - E_p) \varepsilon_y + E_p \varepsilon_s \quad \varepsilon_s > \varepsilon_y$$

où f_s , ε_s et ε_y sont respectivement la contrainte, la déformation et la déformation d'écoulement des barres d'acier.

2.3 Modélisation de l'interface

L'adhérence est l'interaction entre l'armature d'acier et le béton qui l'entoure. L'effet d'adhérence devient de plus en plus important lorsque les contraintes de transfert augmentent dues au changement de forces aux barres d'acier. Elles sont maxima au droit de la fissure et diminuent le long de la longueur d'effet de transfert (figure 5). Il est pratiquement impossible d'établir une relation locale des contraintes d'adhérence-glisement. En dépit de nombreuses difficultés rencontrées, plusieurs relations expérimentales de contrainte d'adhérence-glisement ont été proposées [13-14].

Le champ de déplacements au milieu interface est calculé par la matrice de rigidité globale, qui est restreinte pour une liaison parfaite. Au niveau du comportement matériel, les éléments d'interface sont présentés le long de la barre. On peut schématiser, dans ce cas, l'effet d'adhérence comme des forces résiduelles.

L'idée fondamentale de cette approche est brièvement illustrée ci-dessus par une analogie d'éléments barres comme le montre la figure 2. On représente l'adhérence par le comportement des ressorts qui sont rattachés aux appuis (béton) d'une part et aux éléments barres (acier) d'autre part. On peut connaître par une analyse d'éléments finis le champ de déplacement des éléments membranaires que l'on peut assimiler comme déplacements des appuis, ces déplacements se traduisent aux éléments barres par l'outil de connexion (ressorts). On peut dire que le comportement de l'interface est représenté dans ce cas, par le déplacement relatif du nœud barre et celui de l'élément membranaire. De même, les forces associées agissant sur le béton et l'acier sont de signes opposés.

Pour intégrer la contribution des éléments interface, il est nécessaire d'évaluer le module de rigidité de la courbe donnant la réponse de l'élément interface (figure 6).

La correction des contraintes dues à l'intégration de l'adhérence doit être évaluée aux points de Gauss (d'intégration). Les mêmes fonctions de forme employées pour l'élément barre sont aussi utilisées au calcul de l'intégration de l'effet d'adhérence.

Considérons un élément entre deux points adjacents le long de la barre, l'élongation est :

$$[8] \Delta l = \varepsilon dl$$



La matrice de rigidité des barres d'acier :

$$[9] [K_s] = \Omega_s \int_{-1}^{+1} [B_s]^T E_s [B_s] J d\xi$$

Où B_s est la matrice liant les déformations aux déplacements pour l'élément unidimensionnel et Ω_s est l'aire des armatures d'acier.

De même, la matrice de rigidité de la liaison peut être déduite :

$$[10] [K_j] = \pi \phi \int_{-1}^{+1} [B_j]^T k [B_j] J d\xi$$

B_j est la matrice liant les déformations aux déplacements pour l'élément interface, k est la rigidité linéaire du ressort ($k_j = \frac{E}{g}$) et ϕ est le diamètre des barres. Dans cette étude, on utilise le modèle Euro-code [15].

La matrice de rigidité peut être évaluée par assemblage à laquelle il est permis de résoudre le système d'équations obtenues. Ensuite, on calcule les déplacements des nœuds des éléments barres et les glissements relatifs entre les nœuds des éléments barres et membranaires qui ont été associés à l'élément d'adhérence.

Nous avons cité ci-dessus que les efforts extérieurs sont pratiquement appliqués au béton et le transfert s'effectue par adhérence. La répartition des efforts dans un tirant s'effectue de la même façon présentée sur la figure 6 :

$$[11a] dP_s = \Omega_s E_s d\varepsilon_s = \pi \phi f_b dx$$

$$[11b] dP_b = \Omega E_b d\varepsilon_b = -\pi \phi f_b dx$$

On définit le glissement à l'interface acier-béton :

$$[12] g(x) = U_s(x) - U_b(x)$$

D'où :

$$[13] \frac{d^2 g(x)}{dx^2} = \frac{d^2 U_s(x)}{dx^2} - \frac{d^2 U_b(x)}{dx^2} = \frac{d\varepsilon_s(x)}{dx} - \frac{d\varepsilon_b(x)}{dx}$$

De (11a) et (11b), on peut déduire :

$$[14] \frac{d\varepsilon_s(x)}{dx} = \frac{\pi \phi}{\Omega_s E_s} f_b$$

$$[15] \frac{d\varepsilon_b(x)}{dx} = -\frac{\pi \phi}{\Omega E_b} f_b$$

On substitue les équations (14) et (15) dans (13) :

$$[16] \frac{d^2 g(x)}{dx^2} = \frac{1+\eta\rho}{\Omega_s E_s} \pi \phi f_b$$

La solution de l'équation différentielle (16) permet de calculer le glissement des aciers $g(x)$. D'après la loi utilisée, on déduit la contrainte d'adhérence correspondante.

3 Validation numérique

3.1 Méthode analytique

L'objet de cette validation numérique consiste en la confrontation des résultats obtenus par la simulation numérique d'une part et les résultats analytiques. Pour élargir cette étude, on distingue les cas suivants :

Cas1 : Poutre en béton non armée

Les contraintes principales dans les fibres extrêmes:

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \frac{M}{W} = 3MPa$$

Le choix de la valeur du moment de flexion est convenable afin d'avoir une contrainte normale maximale égale à la contrainte limite en traction dans la fibre la plus tendue (la négligence du béton fissuré).

Cas2 : Poutre en béton tendu non fissuré (Figure 7)

Les équations d'équilibre et de compatibilité permettent d'écrire l'équation de l'axe neutre :

$$[17] y - \frac{h^2 + \alpha h - \alpha d}{2h + \alpha} = 0$$

avec $\alpha = \frac{2\Omega_s}{b} \eta$ et d est l'enrobage inférieur.

La déformation de la fibre la plus comprimée :

$$\varepsilon_c = \frac{3yM}{b(h-y)^2 h E_b + 3\Omega_s E_s (h-y-d)(h-d-\frac{1}{3}y)}$$

En utilisant l'hypothèse de Navier-Bernoulli, les déformations dans les fibres tendues et dans les fibres d'acier :



$$\varepsilon_t = \frac{h-y}{y} \varepsilon_c$$

$$\varepsilon_s = \frac{h-y-d}{y} \varepsilon_c$$

Les lois constitutives des matériaux permettent de calculer les contraintes dans les fibres extrêmes et celle des aciers.

La solution de l'équation (17) donne :

La hauteur de la partie comprimée du béton : $y = 23.55$ cm

D'où : $\varepsilon_c = 0.084\%$

$$\sigma_c = -2.53 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = 1.73 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = 8.31 \text{ MPa}$$

Cas3 : Poutre en béton fissuré (Figure 8)

Dans ce cas, l'équation de l'axe neutre est donnée par :

$$y^2 + \alpha y - \alpha(h-d) = 0$$

Deux cas de ferrailages peuvent être effectués :

- **5 barres $\phi 30$**

$$y = 19.25 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_c = \frac{yM}{\Omega_s E_s (h-y-d)(h-d - \frac{1}{3}y)} = 0.0966\%$$

$$\sigma_c = -2.899 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = 15.80 \text{ MPa}$$

- **2 barres $\phi 12$**

$$y = 6.54 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_c = 0.2477\%$$

$$\sigma_c = -7.432 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = 215.58 \text{ MPa}$$

La contrainte dans le béton est sous-estimée car la distribution des contraintes n'est pas bien simulée avec 2x2 points d'intégration.

3.2 Caractéristiques géométriques et mécaniques

La structure étudiée est une poutre simplement appuyée (figure 9). Elle est discrétisée en 48 éléments finis membranaires. La poutre est de 6m de long et de section rectangulaire de 20 x 40 cm. Le centre de pression des armatures est situé de 5 cm de la fibre inférieure de la poutre.

Les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés sont regroupées dans le tableau suivant:

Béton	Acier
$E_b = 30\,000 \text{ MPa}$	$E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
$f_c = 30.0 \text{ MPa}$	$\sigma_y = 550 \text{ MPa}$
$f_t = 3.0 \text{ Mpa}$	$\Omega_s \equiv 5\phi 30$ et $\Omega_s \equiv 2\phi 12$

3.3 Poutre soumise à un chargement de service

La figure (10) montre la répartition des contraintes normale d'une poutre en béton non armé avant l'apparition du phénomène de fissuration. Dans ce cas, le comportement du matériau est élastique linéaire. Les résultats numériques donnés par SCNL [11] avec 2x2 points d'intégration montrent une bonne concordance avec les résultats analytiques.

La distribution de contraintes de la poutre armée non fissurée est montrée sur la figure (11). Elle est armée, dans ce cas, par 5 barres $\phi 30$, une section considérée sur-armée afin que l'état de contraintes ne dépasse pas la contrainte de plasticité des aciers. Les résultats numériques des contraintes du béton et des aciers sont identiques aux résultats analytiques.

La distribution de contraintes (Figure 12) est identique à celle discutée précédemment (Figure 11) mais dans ce cas la contribution du béton fissuré est prise en considération. La relation constitutive du béton en compression est supposée linéaire.

Dans ce cas, le pourcentage de ferrailage est changé en 2 barres $\phi 12$, cette valeur rend la section sous-armée ceci pour montrer l'effet de la plastification des aciers (Figure 13). On constate que la position de l'axe neutre se lève par rapport au cas précédent.



4 Conclusions

Une contribution relative à la modélisation du comportement du milieu interface acier-béton est présentée. La démarche physique est basée sur la tenue en considération de ressorts disposés au long du contact acier-béton en de modéliser le comportement du milieu interface entre les armatures et les bétons qui les entourent. Cette modélisation permet d'incorporer le comportement de l'interface dans une analyse par éléments finis du comportement des structures en béton armé. A savoir que les modèles tenant compte de l'effet d'adhérence posent des problèmes majeurs en implémentation numérique. Cette contribution tient en considération de l'effet d'adhérence sans recours à une topologie des nœuds de l'interface acier-béton.

L'étude présentée couvre les différents cas possibles du comportement des poutres courantes. Il s'agit de (1) poutres non armées, (2) poutres en béton tendu non fissuré, (3) poutres en béton tendu fissuré. Dans ce dernier, deux cas peuvent être envisagés: les poutres sous-armées et les poutres sur-armées.

Ce travail présente le comportement conjonctif du matériau béton armé dont il est bien observé dans le cas d'une poutre en béton armé non fissuré. Au contraire, dans le béton armé fissuré, une augmentation considérable dans la contrainte des aciers est observée et elle devient très notable dans le cas des poutres sous-armées.

Les figures des résultats obtenus faisant objet de la confrontation montrent d'une façon explicite la contribution structurale du milieu interface par l'intermédiaire de la quantification du transfert des contraintes entre le béton et les barres d'acier.

Enfin, l'efficacité et la fiabilité de cette approche sont montrées à travers l'étude de la corrélation les résultats numériques obtenus par la simulation exposée ci-dessus et les résultats analytiques appliquée à des différents types de poutres en béton armé. En plus, cette étude permet à quantifier la contribution du comportement structural du milieu interface acier-béton.

5 Références Bibliographiques

[1] Choi C.K., Cheung S.H., The effect of finite element mesh sizes in nonlinear finite element analysis of R/C structures. *Computers and Structures*, 1990, **36(4)**, pp. 175-186.

[2] Leibengood L.D., Darwin D., Dodds R.H., Parameters affecting FE analysis of concrete structures. *J. of Struct. Engng. ASCE*, 1986, **112(2)**, pp. 326-341.

[3] Khalfallah S., Bond modeling in reinforced concrete structures. *Building Research Journal*, **57(1)**, pp. 45-54.

[4] Dominguez N, Study of concrete-steel interaction: From modeling of the phenomenon to the novel formulation of reinforced concrete finite element. Ph.D. thesis, Cachan, France, 2005, 226 p.

[5] Ngo D., Scordelis A.C., Finite element analysis of reinforced concrete beams. *J. of ACI*, 1967, **64(3)**, pp. 152-163.

[6] de Groot A.K., Kusters G.M.A., Monnier T., Numerical modeling of bond-slip behavior. *Heron, Concrete mechanics*, 1981, **26(1B)**, pp. 6-38.

[7] Kwak H.G., Kim S.P., Bond-slip behavior under monotonic loading. *Engineering Structures*, 2001, **23**, pp. 298-309.

[8] Salari M.R., Spacone E., Finite element formulations of one-dimensional elements with bond-slip. *Engineering Structures*, 2001, **23**, pp. 815-826.

[9] Limkatanyu S., Spacone E. Reinforced concrete frame element with bond interfaces. *Journal of Structural Engineering*, 2002, **3**, pp. 346-355.

[10] Amziane S., Comportement cyclique des bétons ordinaires et des bétons de haute performance. Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 1998, 150 p.

[11] Khalfallah S., Charif A., Guenfoud M., Modélisation du comportement non linéaire des structures en béton armé. *Revue Française de Génie Civil*, 2002, **6(7-8)**, pp. 1397-1414.

[12] Khalfallah S., Modélisation par éléments finis du comportement non linéaire des structures en béton armé sous chargement monotone. Thèse de Doctorat, Université de Constantine, 2003, 158 p.

[13] Eligehausen R., Popov E.P., Bertero V.V., Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations. Report N° UCB/BERC 83-23. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1983.

[14] Hayashi S., Kokusho S., Bond behavior of the neighborhood of the crack. In. Proc., US-Japan Joint Seminar on finite element analysis of reinforced concrete, Tokyo, 1985, pp. 364-373.



[15] CEB-FIB, Comité Euro-International du béton, Model code 1990. Bulletin d'information, CEB, 1993, Lausanne, Switzerland.

Les figures

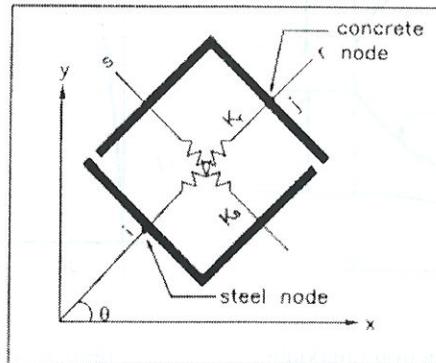


Figure 1- Interface - Liaison parfaite d'après [5]

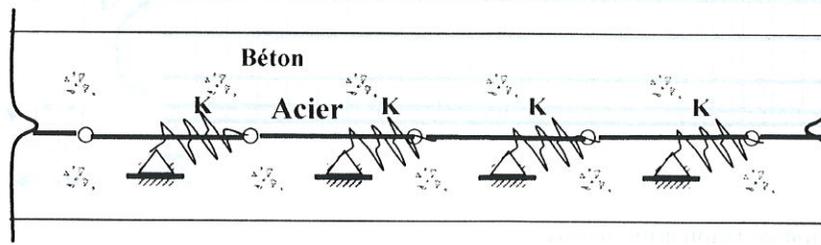


Figure 2- Illustration graphique de la modélisation présentée

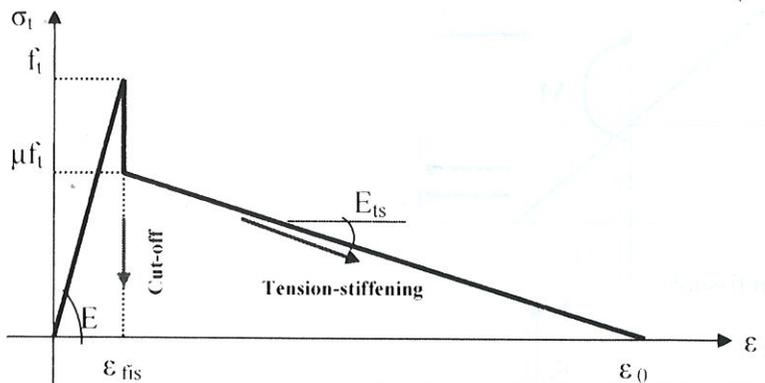


Figure 3- Modélisation du béton fissuré

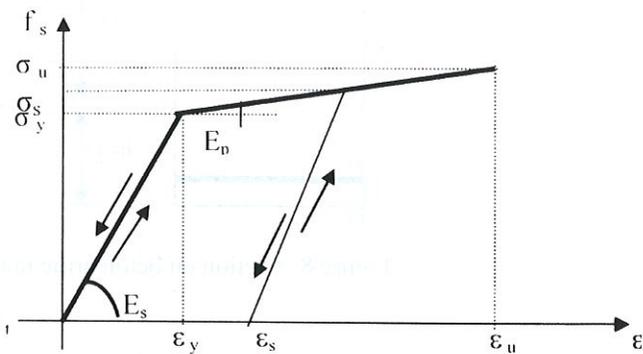


Figure 4- Modélisation des aciers

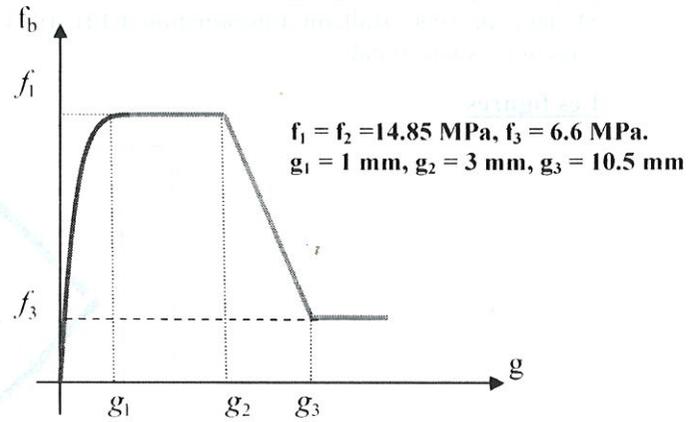
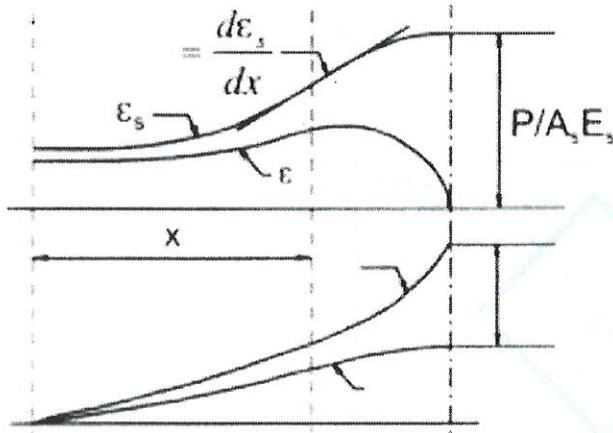


Figure 5- Répartition des déformations : Traction uniaxiale

Figure 6- Contraintes d'adhérence- glissement

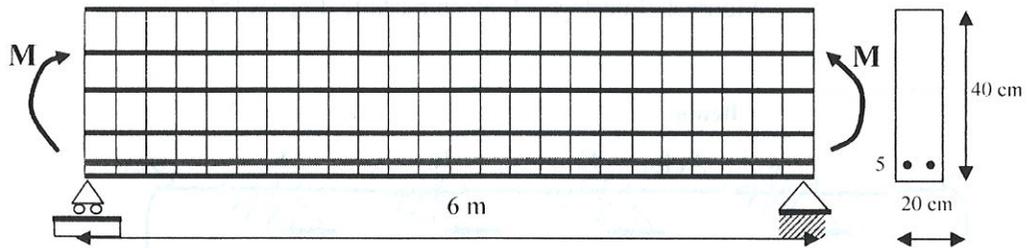


Figure 7- Section en béton armé fissuré

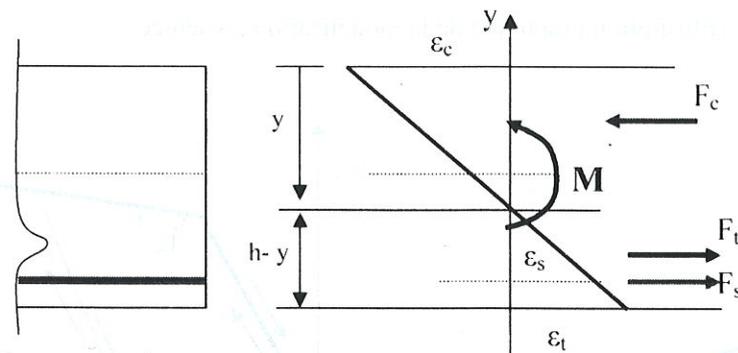


Figure 8- Section en béton armé non fissuré

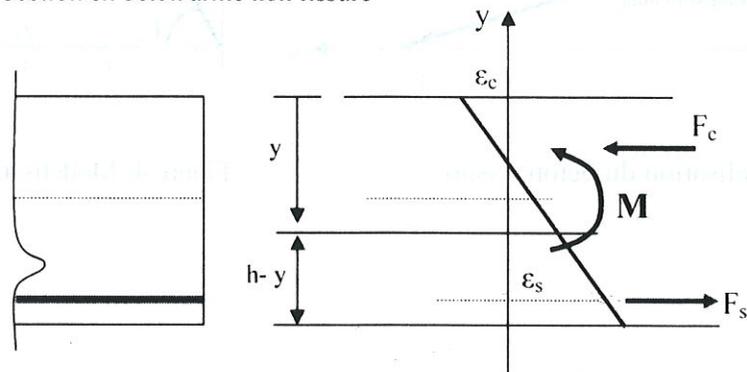


Figure 9- Poutre étudiée et le chargement de flexion $M = 16 \text{ kN.m}$

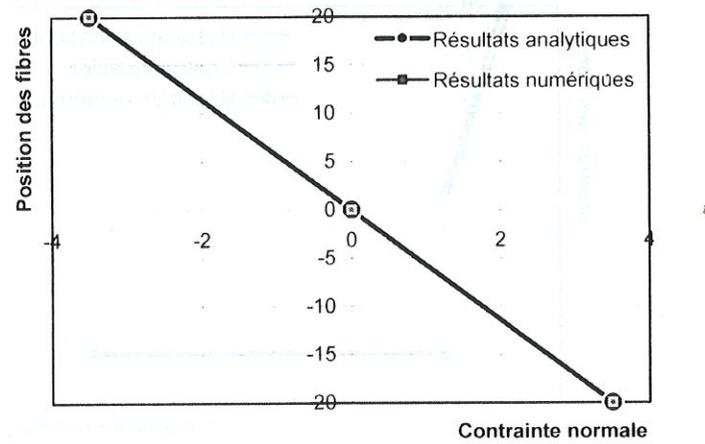


Figure 10- Distribution des contraintes, Poutre en béton non armée

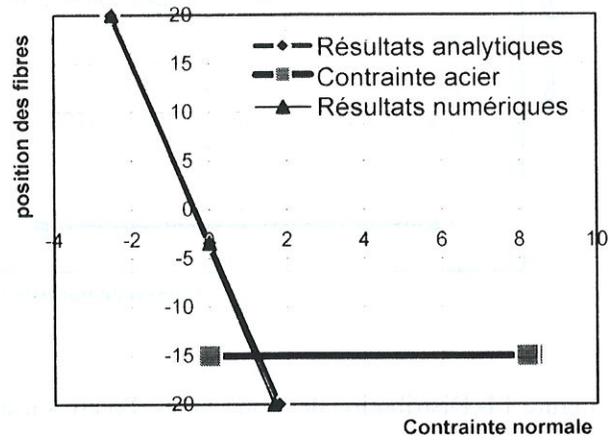


Figure 11- Distribution de contraintes, Poutre en béton armé non fissuré

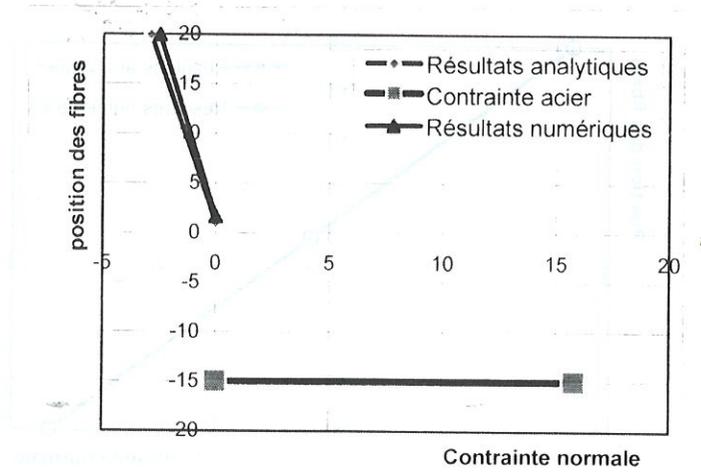


Figure 13- Distribution des contraintes, Poutre sous-armée

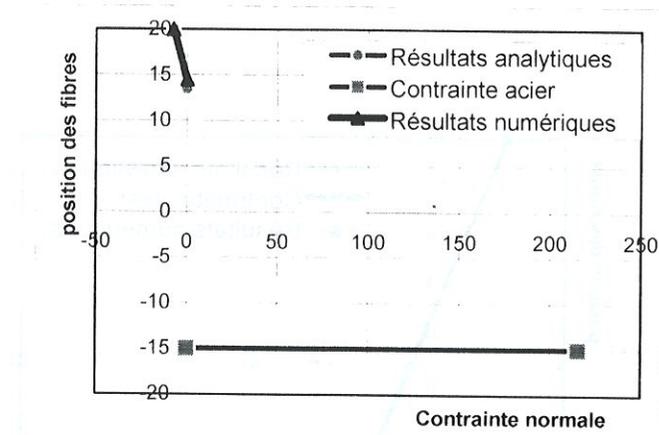


Figure 14- Distribution des contraintes, Poutre sur-armée