

# ETUDE DU COUPLAGE TRACTION CISAILLEMENT DANS LE CAS DE SOLLICITATION EN FLEXION DE MATERIAUX COMPOSITES VERRE / EPOXY

Arezki DJEBBAR<sup>(1)</sup>, Francois. SIDOROFF<sup>(2)</sup> Léo VINCENT<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Laboratoire de Mécanique, Structure, Energétique (L.M.S.E), Faculté du Génie de la Construction, Département de Génie Mécanique, Université de Tizi-Ouzou (Algérie).

<sup>(2)</sup> <sup>(3)</sup> Département M.P.P, Ecole Centrale de Lyon, 136 avenue guy de Colongue, Lyon (France).  
Reçu le : 07/12/2003      Accepté le : 22/07/2006

## RESUME

*Les contraintes de cisaillement, dans les composites unidirectionnels, jouent un rôle important sur la dégradation des interfaces et par-là même sur la tenue en service de ces matériaux. L'essai de flexion trois points est bien adaptés à la caractérisation de cette influence car il permet de contrôler ces contraintes en jouant sur l'élançement de l'éprouvette.*

*Nous présentons ici une analyse théorique du couplage traction – cisaillement dans cet essai. Nous montrons en particulier que, sauf en cas de couplage fort, la rupture ne peut se produire qu'en mode de traction pure ou de cisaillement pur. Cette analyse est ensuite confrontée à des résultats expérimentaux obtenus sur des composites verre/époxy.*

**Mots clés :** cisaillement, flexion, couplage, composite, matrice, fatigue, fibre.

## Abstract:

*Applied shear stress plays a significant part in the degradation process on interfaces in unidirectional composites and therefore on the lifetime or strength of these material. Three points bending test appears as appropriate for the characterization of this influence because it allows the control of shear stress through the variation of the length/thickness ratio of the specimen.*

*This paper is devoted to this characterization. A theoretical analysis of the coupling between tensile and shear stress in this test is developed. In particular it is shown that pure tensile or pure shear rupture modes can only be obtained unless a very strong coupling is assumed. This analysis is then compared with experimental results obtained on glass-epoxy unidirectional composites.*

## 1. INTRODUCTION

Le rôle des interfaces dans le comportement des matériaux composites est souvent mis en avant, et de nombreuses études leur ont été consacrées. En particulier, leur influence sur la résistance à une sollicitation monotone ou répétée peut largement conditionner l'utilisation et les propriétés d'usage.

Toutefois, s'il est relativement facile d'attribuer aux interfaces certaines anomalies observées, il est

beaucoup plus difficile d'aller plus loin pour fonder ces affirmations sur une base solide. La notion d'interface n'est en effet pas si simple et peut recouvrir, même si l'on se limite au cas des composites unidirectionnels, diverses réalités : interphases fibre – matrice

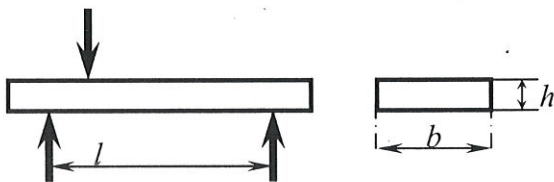
Mais aussi interfaces entre mèches ou entre plis. Quant à leur influence sur le comportement, elle est aussi difficile à modéliser qu'à caractériser.

Il est clair que cette influence sera la plus nette sur le comportement au cisaillement, et parmi les essais courants l'essai de flexion trois points est certainement l'un des mieux appropriés, au moins pour les composites unidirectionnels qui nous intéressent ici. Il permet en effet de contrôler, au travers de l'élanement de l'éprouvette, le rapport des contraintes de traction et de cisaillement et donc de caractériser leur influence respective [1]; [2].

## 2. ETUDE THEORIQUE

### 2.1 L'essai de flexion trois points

L'essai de flexion trois points est réalisé sur une éprouvette parallélépipédique (longueur entre appuis  $l$ , épaisseur  $h$ , largeur  $b$ ). Pratiquement, nous nous limiterons dans la suite à un composite unidirectionnel sollicité dans la direction des fibres.



**Figure 1:** Flexion 3 points (3 points bending test)

Dans le cadre des hypothèses de la résistance des matériaux, la flèche au centre est donnée par (Fisher et al, 1981). [3],

$$\delta = \frac{pl^3}{4Ebh} \left[ 1 + \frac{6}{5} \frac{E}{G} \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Où  $E = E_{xx}$  et  $G = G_{xy}$  sont les modules de rigidité en traction et cisaillement respectivement. Cette relation montre bien que le terme correctif de cisaillement, habituellement négligeable, peut devenir significatif pour un composite unidirectionnel ou le rapport  $E/G$ , peut être très grand. Le rapport  $l/h$ , conditionne alors l'importance respective des effets de traction cisaillement. Il en va de même pour la répartition des contraintes de traction et de cisaillement qui s'écrivent dans la section médiane ( $x = 0$ ).

$$\sigma = \frac{M}{J} y = \frac{3Pl}{bh^3} y$$

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{T}{S} \left( 1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right) = \frac{3}{4} \frac{p}{bh} \left( 1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right)$$

En portant les valeurs maximales de la contrainte de traction et de cisaillement :

$$\sigma = \sigma_M \varepsilon \quad \tau = \tau_M (1 - \xi^2) \quad (2)$$

$$\sigma_M = \frac{3Pl}{2bh^2} \quad \tau_M = \frac{3P}{4bh} = \frac{h}{2l} \sigma_M$$

La contrainte de traction maximale est atteinte sur les faces intérieure et supérieure de l'éprouvette ( $\xi = \pm 1$ ), tandis que pour les contraintes de cisaillement elle atteinte au centre ( $\xi = 0$ ). On constate encore que  $\tau_M$  la contrainte de cisaillement maximale est petit devant la contrainte de traction maximale  $\sigma_M$ , mais il va de même pour les contraintes limites, et les influences respectives de la traction et du cisaillement sur la rupture pourront être comparables et contrôlées par le rapport  $l/h$ .

### 2.2. Localisation de la rupture.

On se limitera à la rupture sous charge monotone et notera  $\sigma$  et  $\tau_R$  les contraintes à rupture en traction et cisaillement purs. En supposant que ces deux modes de rupture sont découplés, le critère de rupture peut s'écrire :

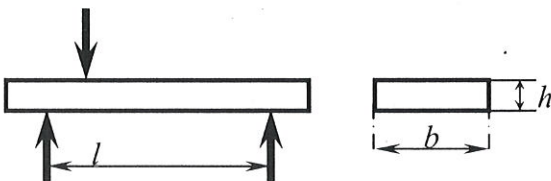
Mais aussi interfaces entre mèches ou entre plis. Quant à leur influence sur le comportement, elle est aussi difficile à modéliser qu'à caractériser.

Il est clair que cette influence sera la plus nette sur le comportement au cisaillement, et parmi les essais courants l'essai de flexion trois points est certainement l'un des mieux appropriés, au moins pour les composites unidirectionnels qui nous intéressent ici. Il permet en effet de contrôler, au travers de l'élanement de l'éprouvette, le rapport des contraintes de traction et de cisaillement et donc de caractériser leur influence respective [1]; [2].

## 2. ETUDE THEORIQUE

### 2.1 L'essai de flexion trois points

L'essai de flexion trois points est réalisé sur une éprouvette parallélépipédique (longueur entre appuis  $l$ , épaisseur  $h$ , largeur  $b$ ). Pratiquement, nous nous limiterons dans la suite à un composite unidirectionnel sollicité dans la direction des fibres.



**Figure 1:** Flexion 3 points (3 points bending test)

Dans le cadre des hypothèses de la résistance des matériaux, la flèche au centre est donnée par (Fisher et al, 1981). [3],

$$\delta = \frac{pl^3}{4Ebh} \left[ 1 + \frac{6}{5} \frac{E}{G} \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Où  $E = E_{xx}$  et  $G = G_{xy}$  sont les modules de rigidité en traction et cisaillement respectivement. Cette relation montre bien que le terme correctif de cisaillement, habituellement négligeable, peut devenir significatif pour un composite unidirectionnel ou le rapport  $E/G$ , peut être très grand. Le rapport  $l/h$ , conditionne alors l'importance respective des effets de traction cisaillement. Il en va de même pour la répartition des contraintes de traction et de cisaillement qui s'écrivent dans la section médiane ( $x = 0$ ).

$$\sigma = \frac{M}{J} y = \frac{3Pl}{bh^3} y$$

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{T}{S} \left( 1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right) = \frac{3}{4} \frac{P}{bh} \left( 1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right)$$

En portant les valeurs maximales de la contrainte de traction et de cisaillement :

$$\sigma = \sigma_M \varepsilon \quad \tau = \tau_M (1 - \xi^2) \quad (2)$$

$$\sigma_M = \frac{3Pl}{2bh^2} \quad \tau_M = \frac{3P}{4bh} = \frac{h}{2l} \sigma_M$$

La contrainte de traction maximale est atteinte sur les faces intérieure et supérieure de l'éprouvette ( $\xi = \pm 1$ ), tandis que pour les contraintes de cisaillement elle atteinte au centre ( $\xi = 0$ ). On constate encore que  $\tau_M$  la contrainte de cisaillement maximale est petit devant la contrainte de traction maximale  $\sigma_M$ , mais il va de même pour les contraintes limites, et les influences respectives de la traction et du cisaillement sur la rupture pourront être comparables et contrôlées par le rapport  $l/h$ .

### 2.2. Localisation de la rupture.

On se limitera à la rupture sous charge monotone et notera  $\sigma$  et  $\tau_R$  les contraintes à rupture en traction et cisaillement purs. En supposant que ces deux modes de rupture sont découplés, le critère de rupture peut s'écrire :

$$\sigma \leq \sigma_R \quad \tau \leq \tau_R \quad (3)$$

D'après l'expression (2) de  $\sigma$  et  $\tau$ , on voit que deux situations peuvent se présenter suivant les valeurs du rapport  $l/h$  ;

- Si  $\frac{l}{h} > \frac{\sigma_R}{2\tau_R}$ , La première condition est la plus sévère ; la rupture se produit en traction, donc sur le bord  $\xi = \pm 1$  et pour une valeur de la charge :

$$P_R = \frac{2Ph^2}{3l} \sigma_R \quad (4)$$

Pour l'analyse des résultats expérimentaux, il est commode de normer la charge  $P$  en posant :

$$\varepsilon_M = \frac{3Pl}{2Ebh^2} \quad (5)$$

ce qui correspond à l'allongement maximal. Le critère devient alors dans ce cas :

$$\varepsilon_M < \varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E} \quad (6)$$

Si  $\frac{l}{h} < \frac{\sigma_R}{2\tau_R}$ , c'est la seconde condition qui est critique et la rupture se produit par cisaillement au centre de l'éprouvette ( $\xi = 0$ ). La charge à rupture devient alors :

$$P_R = \frac{4bh}{3} \tau_R, \quad \gamma_M = \frac{3P}{4Gbh} \leq \gamma_R = \frac{\tau_R}{G} \quad (7)$$

ou  $\gamma_M$  est le glissement maximal. Si l'on revient à l'allongement  $\varepsilon_M$ , le critère de rupture devient :

$$\varepsilon_M \leq \tau_R \frac{2l}{h} \quad (8)$$

Ces résultats sont schématisés sur la figure 2 ou les courbes en trait plein représentent en fonction du rapport  $l/h$ .

le critère de rupture pour  $\varepsilon_M$  (représentation classique)

le critère de rupture pour  $\gamma_M$  (représentation non classique mais qui s'imposerait pour  $l/h$  petit)

La localisation  $\xi_R$  de la rupture.

On constate une transition brutale d'un régime de rupture en traction à un régime de rupture en cisaillement. Cette transition se produit pour une valeur critique,  $l/h = \sigma_R/2\tau_R$ . La détermination expérimentale de cette valeur critique donnera accès au rapport  $\sigma_R/\tau_R$  et donc à  $\tau_R$  si  $\sigma_R$  est connu.

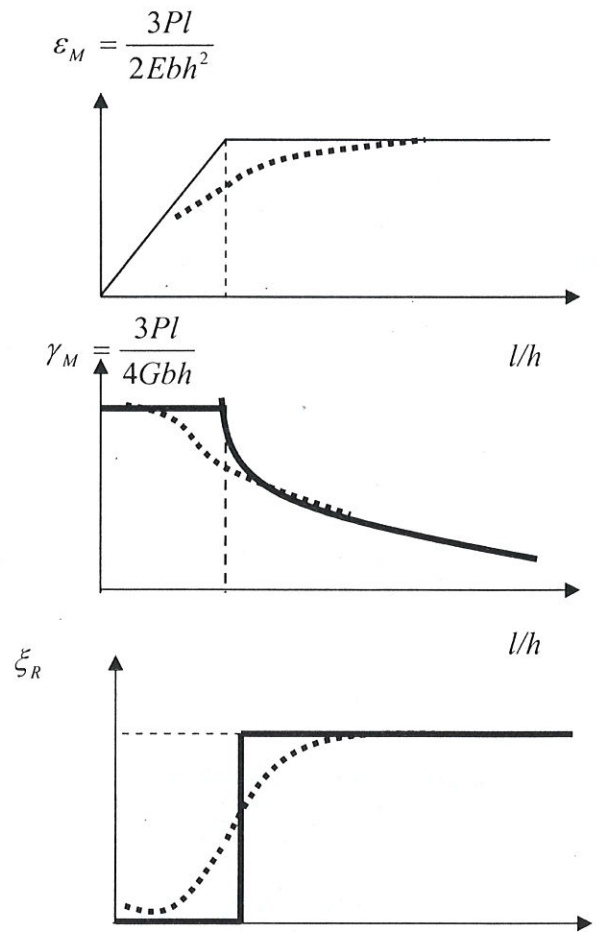


Figure 2 : Mode de rupture – charge et localisation  
(Rupture mode – load and localization)

### 3. Critère de rupture couple :

#### 3.1. Formulation générale.

Cette transition brutale était prévisible à partir du moment où l'on a postulé un critère

$$\sigma \leq \sigma_R \quad \tau \leq \tau_R \quad (3)$$

D'après l'expression (2) de  $\sigma$  et  $\tau$ , on voit que deux situations peuvent se présenter suivant les valeurs du rapport  $l/h$  ;

- Si  $\frac{l}{h} > \frac{\sigma_R}{2\tau_R}$ , La première condition est la plus sévère ; la rupture se produit en traction, donc sur le bord  $\xi = \pm 1$  et pour une valeur de la charge :

$$P_R = \frac{2Ph^2}{3l} \sigma_R \quad (4)$$

Pour l'analyse des résultats expérimentaux, il est commode de normer la charge  $P$  en posant :

$$\varepsilon_M = \frac{3Pl}{2Ebh^2} \quad (5)$$

ce qui correspond à l'allongement maximal. Le critère devient alors dans ce cas :

$$\varepsilon_M < \varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E} \quad (6)$$

Si  $\frac{l}{h} < \frac{\sigma_R}{2\tau_R}$ , c'est la seconde condition qui est critique et la rupture se produit par cisaillement au centre de l'éprouvette ( $\xi = 0$ ). La charge à rupture devient alors :

$$P_R = \frac{4bh}{3} \tau_R, \quad \gamma_M = \frac{3P}{4Gbh} \leq \gamma_R = \frac{\tau_R}{G} \quad (7)$$

ou  $\gamma_M$  est le glissement maximal. Si l'on revient à l'allongement  $\varepsilon_M$ , le critère de rupture devient :

$$\varepsilon_M \leq \tau_R \frac{2l}{h} \quad (8)$$

Ces résultats sont schématisés sur la figure 2 ou les courbes en trait plein représentent en fonction du rapport  $l/h$ .

le critère de rupture pour  $\varepsilon_M$  (représentation classique)

le critère de rupture pour  $\gamma_M$  (représentation non classique mais qui s'imposerait pour  $l/h$  petit)

La localisation  $\xi_R$  de la rupture.

On constate une transition brutale d'un régime de rupture en traction à un régime de rupture en cisaillement. Cette transition se produit pour une valeur critique,  $l/h = \sigma_R/2\tau_R$ . La détermination expérimentale de cette valeur critique donnera accès au rapport  $\sigma_R/\tau_R$  et donc à  $\tau_R$  si  $\sigma_R$  est connu.

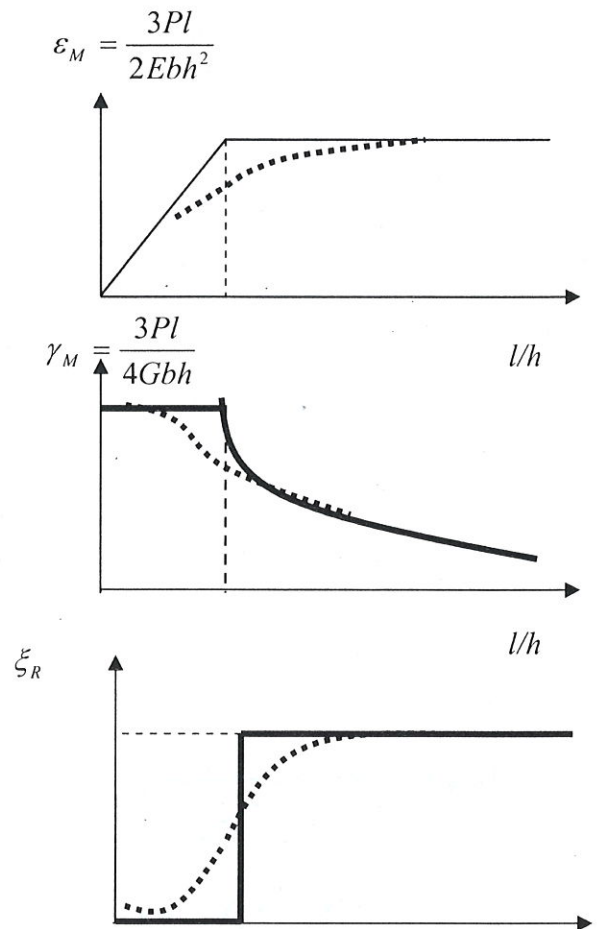


Figure 2 : Mode de rupture – charge et localisation  
(Rupture mode – load and localization)

### 3. Critère de rupture couple :

#### 3.1. Formulation générale.

Cette transition brutale était prévisible à partir du moment où l'on a postulé un critère

découplé (3). On peut s'attendre à ce qu'un couplage des deux mécanismes de rupture se traduise par une transition continue entre les deux modes – traction pour  $l/h$  grand et cisaillement pour  $l/h$  petit – c'est-à-dire par les courbes pointillées de la figure 2.

Un tel critère de rupture peut être :

$$q = \left[ \left( \frac{\sigma}{\sigma_R} \right)^m + \left( \frac{\tau}{\tau_R} \right)^m \right]^{1/m} \leq 1$$

(9)  $m \geq 1$ . est un coefficient qui caractérise le couplage des deux mécanismes. L'allure du critère dans le plan  $(\sigma, \tau)$  est donnée à la figure 3. On remarque que l'on retrouve un critère quadratique (ellipse) de type Tsai lorsque  $m=2$ , un critère linéaire (losange) pour  $m=1$  tandis que le critère découplé (3) correspond à  $m \rightarrow \infty$  (rectangle). La condition  $m \geq 1$  traduit la convexité du domaine de rupture.

D'un point de vue phénoménologique, la rupture en traction et la rupture en cisaillement correspondent à des mécanismes physiques différents.[3] S'il est sans doute trop abrupt de les décrire par deux critères complètement découplés, il est toutefois clair que leur couplage doit être faible. La valeur  $m=2$  apparaît donc comme la valeur extrême et nous limiterons dans la suite au cas  $m \geq 2$ .

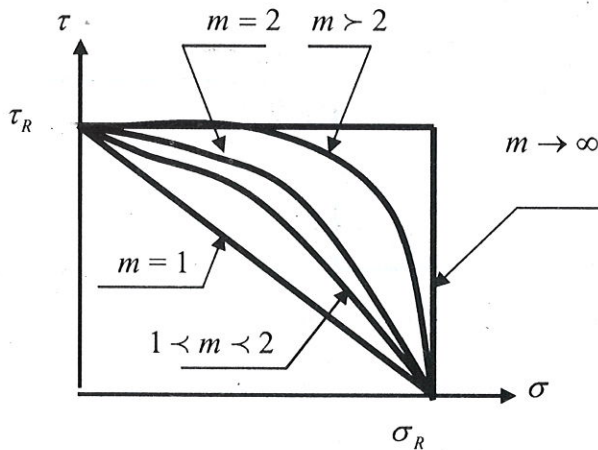


Figure 3 – Critère de rupture couplé (Coupled failure criterion)

### 3.2 Application à la flexion trois points :

En flexion trois points, les contraintes  $\sigma$  et  $\tau$  sont, dans la section médiane, données par (2). Le critère (9) devient alors:

$$q(\xi) = \left[ \left( \frac{\sigma_M}{\sigma_R} \xi \right)^m + \left( \frac{\tau_M}{\tau_R} (1 - \xi^2) \right)^m \right]^{1/m} \leq 1$$

$$= \frac{\sigma_M}{\sigma_R} [\varphi(\xi)]^{1/m} \leq 1 \quad (10)$$

$$\varphi(\xi) = \xi^m + [\beta (1 - \xi^2)]^m ;$$

$$\beta = \frac{\tau_M}{\sigma_M} \frac{\sigma_R}{\tau_R} = \frac{h}{2l} \frac{\sigma_R}{\tau_R}$$

ou  $\beta$  est un paramètre sans dimension dépendant pour un matériau donné ( $\sigma_R, \tau_R, m$  connus) de l'élanement  $l/h$ .

Le critère de rupture s'écrira donc finalement

$$P \leq P_R = \frac{2bh^2}{3l} \frac{\sigma_R}{\varphi_M^{1/m}} ; \varphi_M = \sup \varphi(\xi) \quad (11)$$

ou  $\varphi_M$  est la valeur maximale de  $\varphi(\xi)$  dans l'intervalle  $[0,1]$ , la rupture se produisant pour la valeur  $\xi_R$  de  $\xi$  réalisant ce maximum. Le problème se ramène donc à la recherche de ce maximum selon la valeur du coefficient de couplage  $m$  et du coefficient  $\beta$ . Lorsque  $m \rightarrow \infty$ , ce maximum sera clairement atteint pour  $\xi = 0$  ou  $\xi = 1$ .

$$\varphi_M = \max[1, \beta^m] \begin{cases} \beta^m & \xi_R = 0 \text{ si } \beta > 1 \\ 1 & \xi_R = 1 \text{ si } \beta < 1 \end{cases}$$

et l'on retrouve les résultats précédents.

#### 3.2.1. Etude de la fonction $\varphi$ :

Dans le cas général il faut étudier la fonction  $\varphi(\xi)$  sur l'intervalle  $[0,1]$  et il sera commode de considérer sa dérivée.

$$\varphi'(\xi) = m \xi \left[ \xi^{m-2} - 2\beta^m (1 - \xi^2)^{m-1} \right] \quad (13)$$

découplé (3). On peut s'attendre à ce qu'un couplage des deux mécanismes de rupture se traduise par une transition continue entre les deux modes – traction pour  $l/h$  grand et cisaillement pour  $l/h$  petit – c'est-à-dire par les courbes pointillées de la figure 2.

Un tel critère de rupture peut être :

$$q = \left[ \left( \frac{\sigma}{\sigma_R} \right)^m + \left( \frac{\tau}{\tau_R} \right)^m \right]^{1/m} \leq 1$$

(9)  $m \geq 1$ . est un coefficient qui caractérise le couplage des deux mécanismes. L'allure du critère dans le plan  $(\sigma, \tau)$  est donnée à la figure 3. On remarque que l'on retrouve un critère quadratique (ellipse) de type Tsai lorsque  $m=2$ , un critère linéaire (losange) pour  $m=1$  tandis que le critère découplé (3) correspond à  $m \rightarrow \infty$  (rectangle). La condition  $m \geq 1$  traduit la convexité du domaine de rupture.

D'un point de vue phénoménologique, la rupture en traction et la rupture en cisaillement correspondent à des mécanismes physiques différents.[3] S'il est sans doute trop abrupt de les décrire par deux critères complètement découplés, il est toutefois clair que leur couplage doit être faible. La valeur  $m=2$  apparaît donc comme la valeur extrême et nous limiterons dans la suite au cas  $m \geq 2$ .

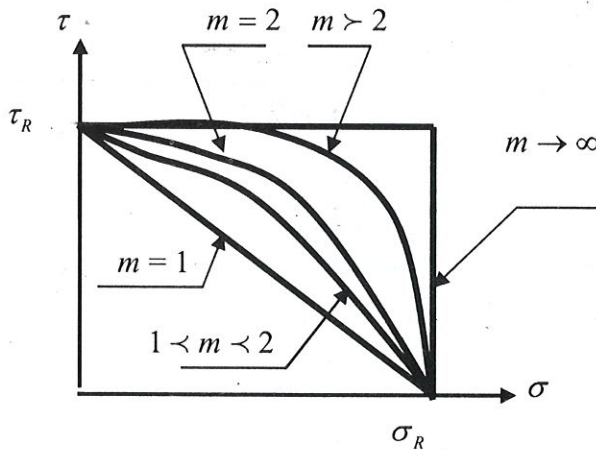


Figure 3 – Critère de rupture couplé (Coupled failure criterion)

### 3.2 Application à la flexion trois points :

En flexion trois points, les contraintes  $\sigma$  et  $\tau$  sont, dans la section médiane, données par (2). Le critère (9) devient alors:

$$q(\xi) = \left[ \left( \frac{\sigma_M}{\sigma_R} \xi \right)^m + \left( \frac{\tau_M}{\tau_R} (1 - \xi^2) \right)^m \right]^{1/m} \leq 1$$

$$= \frac{\sigma_M}{\sigma_R} [\varphi(\xi)]^{1/m} \leq 1 \quad (10)$$

$$\varphi(\xi) = \xi^m + [\beta(1 - \xi^2)]^m;$$

$$\beta = \frac{\tau_M}{\sigma_M} \frac{\sigma_R}{\tau_R} = \frac{h}{2l} \frac{\sigma_R}{\tau_R}$$

ou  $\beta$  est un paramètre sans dimension dépendant pour un matériau donné ( $\sigma_R, \tau_R, m$  connus) de l'élanement  $l/h$ .

Le critère de rupture s'écrira donc finalement

$$P \leq P_R = \frac{2bh^2}{3l} \frac{\sigma_R}{\varphi_M^{1/m}} ; \varphi_M = \sup \varphi(\xi) \quad (11)$$

ou  $\varphi_M$  est la valeur maximale de  $\varphi(\xi)$  dans l'intervalle  $[0,1]$ , la rupture se produisant pour la valeur  $\xi_R$  de  $\xi$  réalisant ce maximum. Le problème se ramène donc à la recherche de ce maximum selon la valeur du coefficient de couplage  $m$  et du coefficient  $\beta$ . Lorsque  $m \rightarrow \infty$ , ce maximum sera clairement atteint pour  $\xi = 0$  ou  $\xi = 1$ .

$$\varphi_M = \max[1, \beta^m] \begin{cases} \beta^m & \xi_R = 0 \text{ si } \beta > 1 \\ 1 & \xi_R = 1 \text{ si } \beta < 1 \end{cases}$$

et l'on retrouve les résultats précédents.

#### 3.2.1. Etude de la fonction $\varphi$ :

Dans le cas général il faut étudier la fonction  $\varphi(\xi)$  sur l'intervalle  $[0,1]$  et il sera commode de considérer sa dérivée.

$$\varphi'(\xi) = m \xi \left[ \xi^{m-2} - 2\beta^m (1 - \xi^2)^{m-1} \right] \quad (13)$$

Si  $m > 2$  la quantité entre crochets de (13) est une fonction croissante de  $\xi$ , variant de  $-2\beta^m$  à 1 lorsque  $\xi$  varie de 0 à 1. Elle s'annule donc pour une valeur  $\xi_0$  de l'intervalle  $[0,1]$ . Il découle alors de (13) que la dérivée  $\varphi'(\xi)$  s'annule en 0 et  $\xi_0$ , est négative entre ces deux valeurs et positive au-delà. La fonction  $\varphi(\xi)$  est donc décroissante de 0 à  $\xi_0$  puis croissante au-delà. Son maximum ne pourra donc être atteint qu'en  $\xi = 0$  ou  $\xi = 1$ . On obtient donc le même résultat (12) que dans le cas  $m \rightarrow \infty$ .

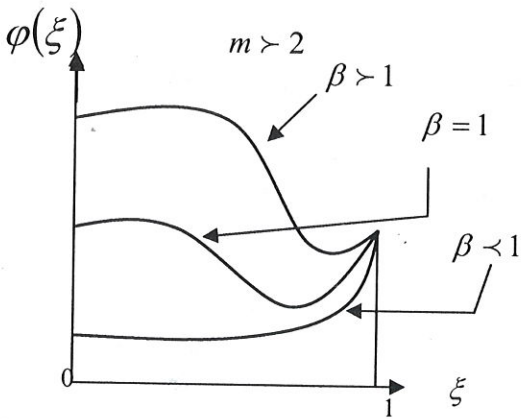
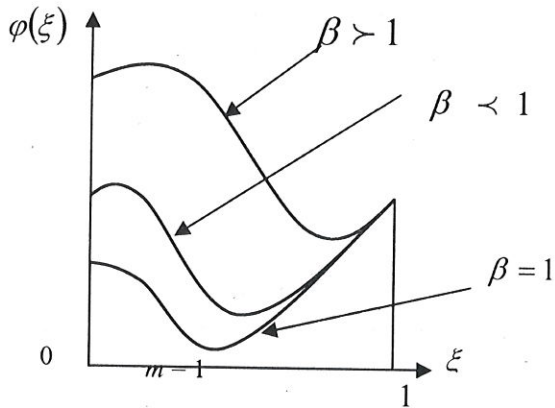


Figure 4 – Couplage faible (Weak coupling)

Si  $m = 2$  alors le raisonnement précédent reste valable à la seule différence près que la quantité entre crochets vaut  $1 - 2\beta^m$  pour  $\xi = 0$  ; rien ne change si  $\beta > 1/2^m$  alors que si  $\beta \leq 1/2^m$  la dérivée  $\varphi'(\xi)$  est toujours positive et la fonction  $\varphi(\xi)$  toujours croissante. Quoi qu'il en soit, le maximum  $\varphi_M$  ne pourra toujours être atteint qu'en  $\xi = 0$  ou  $\xi = 1$  et le résultat (12) reste encore valable.

Cette discussion est illustrée par la figure 4 qui montre l'évolution de la fonction  $\varphi(\xi)$  lorsque  $\beta$  varie. Elle montre finalement que l'hypothèse de couplage ne change pas le caractère brutal de la transition entre les deux modes de rupture.

### 3.2.2. Cas d'un couplage fort :

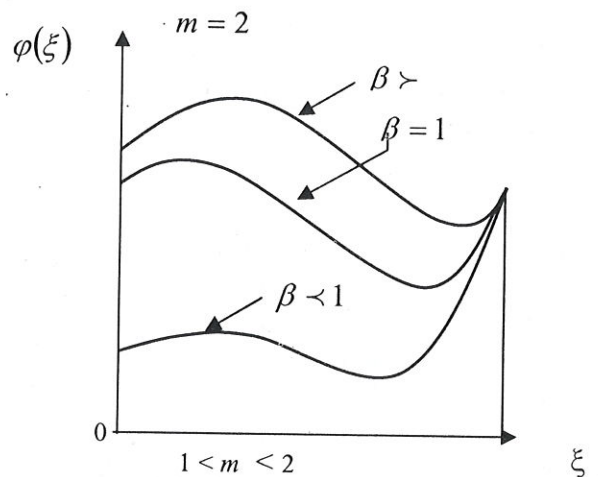
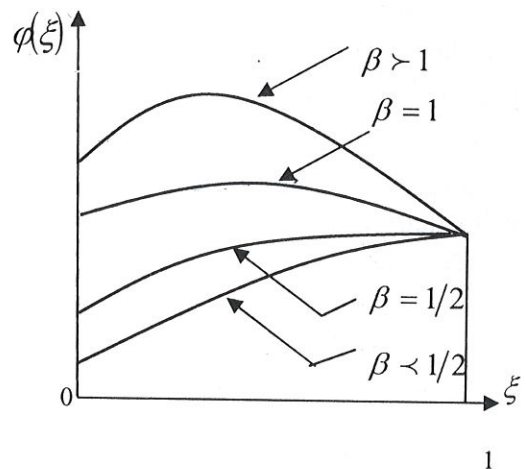


Figure 5 – Couplage fort (Strong coupling)



Ce résultat est toutefois lié de manière essentielle à l'hypothèse  $m \geq 2$  et le cas  $m < 2$  conduit à des conclusions différentes. Ce cas correspond à un fort couplage et n'apparaît pas physiquement raisonnable. Il est toutefois intéressant de présenter les résultats correspondants (figure 5).

Si  $m = 1$ , la fonction  $\varphi(\xi)$  est du second degré et il vient directement

$$\varphi = \xi + (1 + \xi^2) \quad , \quad \varphi'(\xi) = 1 - 2\beta\xi$$

$$\text{si } \beta < 1/2 \quad , \quad \xi_R = 0, \quad \varphi_M = 1$$

$$\text{si } \beta > 1/2 \quad , \quad \xi_R = 1/2\beta \quad \varphi_M = \beta + 1/4\beta$$

Si  $1 < m < 2$ , une analyse qualitative analogue à la précédente montre que la fonction  $\varphi(\xi)$  peut sur l'intervalle  $[0,1]$  un maximum en  $\xi_1$  et un minimum en  $\xi_2$  ( $\xi_1 < \xi_2$ ). Le maximum de  $\varphi$  sera donc atteint en  $\xi_R = 1$  (mode traction) pour  $\beta$  petit,  $l/h$  grand, et  $\xi_1 > 0$  (mode traction) pour  $\beta$  grand,  $l/h$  petit. La transition entre ces deux régimes peut être brutale.

Dans ces deux cas on constate, selon la valeur du rapport  $l/h$ , deux régimes de rupture : rupture en traction  $\xi_R = 1$  pour  $l/h$  grand et rupture couplée en  $(0 < \xi_R < 1)$  pour  $l/h$  petit avec  $\xi_R \rightarrow 0$  pour  $l/h$  qui tend vers 0, mais cette limite est dépourvue de signification. La rupture ne se produit plus sur l'axe neutre. On obtient l'allure des courbes pointillées de la figure 3.

## 4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

### 4.1 Matériaux

La démarche a été appliquée au cas de matériaux composites à renfort unidirectionnel de verre E (50% en volume) et matrice thermodurcissable de type époxyde. Les éprouvettes sont découpées dans des plaques obtenues par enroulement filamentaire Tableau.1. Deux épaisseurs (5 et 3 mm) ont été étudiées Afin de couvrir dans de bonnes conditions expérimentales (longueur d'éprouvettes acceptable et absence de tout effet de poinçonnement) la gamme du rapport  $l/h$ .

Fibre	Matrice	cuisson	V f %
Verre E P10324μ	Epoxy CY205+HT972	2 h à 100°C 2h à 140°C	5 0

Tableau 1 – Matériau

Afin de prendre en compte les effets du cisaillement sur les interfaces inter-plies, nous avons choisi deux sollicitations en flexion trois points :

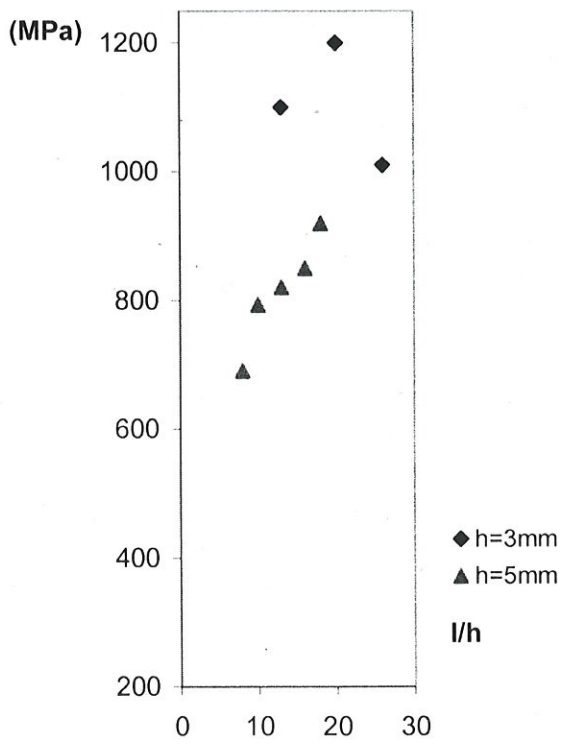
Monotone à rupture pour laquelle le rapport  $l/h$  varie de 5 à 18 pour l'épaisseur de 5mm et de 5 à 26 pour l'épaisseur de 3mm.

De fatigue avec un rapport  $l/h$  compris entre 10 et 16 pour l'épaisseur de 5mm et entre 13 et 26 pour l'épaisseur de 3mm. Ces essais sont réalisés en imposant la flèche à 25 Hz et avec un rapport  $R$  ( $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = f_{\min} / f_{\max} = 0.1$ ). Tous les essais sont conduits dans une ambiance contrôlée de 23°C et 50% HR.

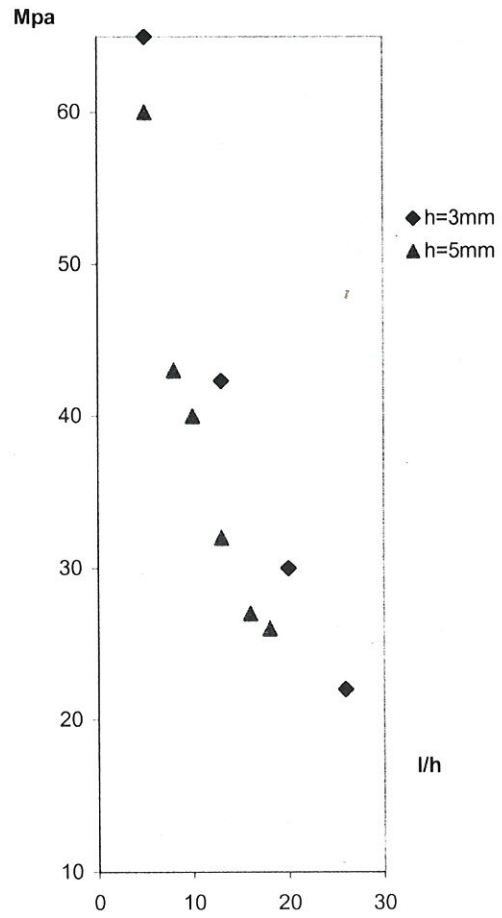
### 4.2. Rupture sous charge monotone.

La figure 6 indique que l'évolution de la contrainte à rupture (en traction ou compression) sur les faces externes) et de la contrainte de cisaillement (sur la fibre neutre), en fonction du rapport  $l/h$ , toutefois bien noter que, comme nous l'avons discuté plus haut, ces deux contraintes sont en fait les deux normalisations (6) et (7) de la charge à rupture  $P_R$ .

Elles n'indiquent pas la dominance d'un mode de rupture. Ce sont en fait les courbes expérimentales correspondant à la figure 3. Les différences de contraintes à rupture observées pour les deux épaisseurs résultent essentiellement des ruptures prématurées sur la face en compression observées pour l'épaisseur de 5mm. Dans les deux cas, la rupture suivant fibre neutre survient pour  $l/h = 5$



a) Contrainte normale  $\sigma_M$



b) Contrainte de cisaillement  $\tau_M$

Figure 6 – Evolution des contraintes à rupture (stress at failure)

### 4.3 RUPTURE EN FATIGUE

En ce qui concerne l'essai de fatigue, deux courbes d'évolution sont obtenues selon que la rupture, progressive, s'amorce en surface sur la face tendue (figure 7a) ou, brutale, se produit en sous couche (figure 7b)

Dans les deux cas le critère de fatigue utilisé pour tracer les diagrammes de Wohler est la fin de la linéarité (critère  $N_s$ ). Ces diagrammes sont des droites définies par l'équation  $\varepsilon_M = A - B \log N_s$ . Ils sont en accord avec l'approche proposée par Fiore (1989) [4].

Le matériau d'épaisseur 5mm a une durée de vie réduite qui s'explique à partir d'une approche statistique (De Roo & Paluch, 1985) [5], et présente une dispersion des durées de vie importante. Des ruptures sur la face comprimée ont été enregistrées pour le rapport  $l/h = 18$  aux niveaux de déformation les plus élevés.

Dans tous les cas, le rapport  $l/h = 5$  a conduit à des ruptures entre  $10^5$  et  $10^6$  cycles est égale à 55% de la contrainte limite obtenue lors de la sollicitation monotone. On note ici un effet significatif de la sollicitation de fatigue sur la résistance au cisaillement.

Le rapport  $l/h = 13$  a mis en évidence un comportement spécifique intéressant : aux plus hauts niveaux de déformation (3%), la rupture brutale se produit en sous-couche, c'est-à-dire en dehors des faces et de la fibre neutre. Rappelons que ce même rapport conduit à des ruptures de fibres en traction lors des charges monotones.

Dans tous les cas, le rapport  $l/h = 5$  a conduit à des ruptures entre  $10^5$  et  $10^6$  cycles est égale à 55% de la contrainte limite obtenue lors de la sollicitation monotone. On note ici un effet significatif de la sollicitation de fatigue sur la résistance au cisaillement.

Le rapport  $l/h = 13$  a mis en évidence un comportement spécifique intéressant : aux plus hauts niveaux de déformation (3%), la rupture brutale se produit en sous-couche, c'est-à-dire en dehors des faces et de la fibre neutre. Rappelons que ce même rapport conduit à des ruptures de fibres en traction lors des charges monotones

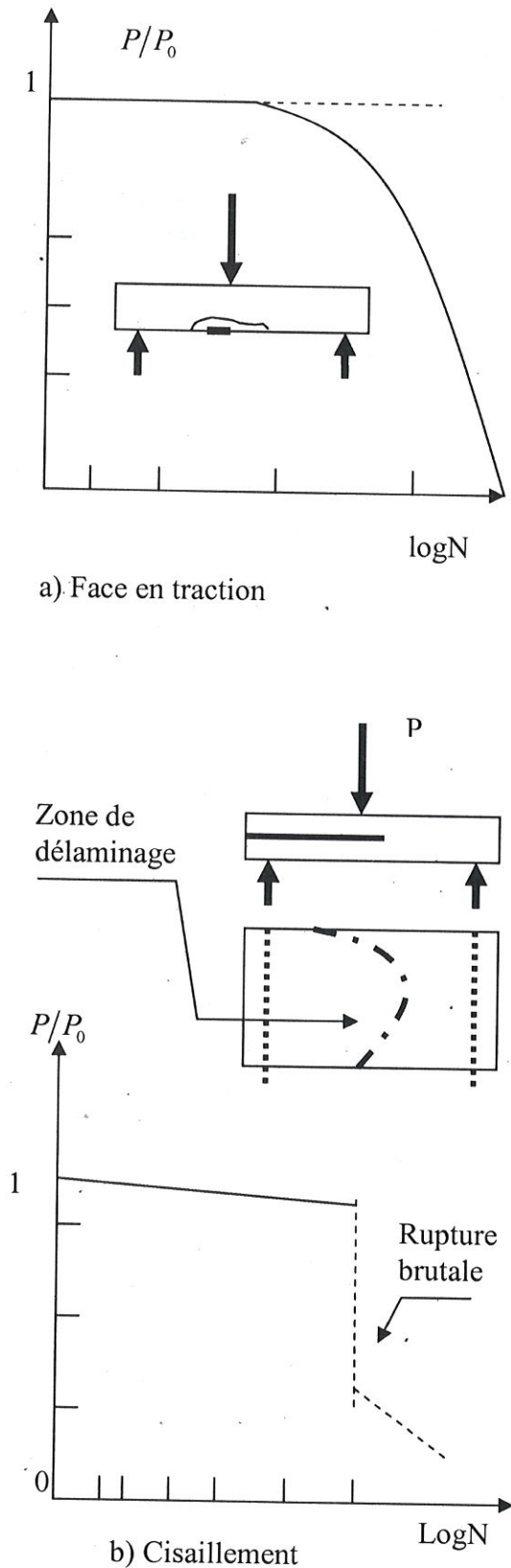


Figure 7- Rupture en fatigue

## 5. DISCUSSION

Tous les résultats expérimentaux montrent une transition d'un mode de rupture en surface vers une rupture en profondeur pour la valeur 5 de  $l/h$ .

Dans le cas de la charge monotone, la rupture se produit au centre pour  $l/h=5$  ce qui semble indiquer une transition brutale confirmant l'analyse présentée plus haut pour  $m \geq 2$ .

Les résultats expérimentaux sont toutefois trop perturbés par l'influence du volume sollicité pour permettre de comparer valablement les courbes expérimentales de la figure 6 aux courbes théoriques de la figure 3.

Dans le cas de la fatigue, des ruptures non centrées apparaissent  $\xi_R > 0$ . Ceci semblerait justifier les calculs faits plus haut pour  $m < 2$  mais d'autres explications peuvent être proposées notamment en introduisant des cinétiques d'endommagement différentes pour les deux mécanismes. L'étude théorique menée en traction (Subagio & Sidoroff, 1987) doit être généralisée pour prendre en compte le couplage avec le cisaillement. Les bases théoriques existent (Hé & Sidoroff, 1989) mais le calcul reste à faire.

## 6. CONCLUSION :

Notre étude expérimentale n'est qu'une première approche et il conviendrait de développer un programme plus complet. Néanmoins elle montre que l'essai de flexion trois points permet bien de caractériser l'influence du cisaillement.

Il faut également noter que la flexion trois points sollicite principalement les interphases fibre-matrice et les interfaces entre plis. Pour solliciter l'interface entre mèches il conviendrait de créer une contrainte  $\sigma_{xz}$ . L'essai de flexion hors axe [8], permet de mettre en évidence cet effet, mais beaucoup reste encore à faire tant pour l'étude expérimentale que pour l'analyse théorique.

## 7. BIBLIOGRAPHIE

- [1] Christiansen A.W., Lilley J. & Shintall J.B., 1974, "A three points Bending test for fibre-reinforced composites", the Science and Technology, 7, 1974.
- [2] De Roo P. & Paluch B., 1985. "Essai de rupture et de fatigue", GMI, journée d'Etudes "Matériaux Composites", Paris, 1985
- [3] Fisher I., Harrel H., Maron G. & Wagner H.D., 1981, Composites, p303-307, 1981.
- [4] H.C Kim, L.M Ebert., "Flexural fatigue behaviour of unidirectional fibre glass composites". Fibre Sc & Tech., n°14, 1981, pp. 3-20.
- [5] Fiore L., 1989, « Contribution à l'étude du comportement en fatigue des matériaux composites à renfort verre unidirectionnel », Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1989.
- [6] Sidiroff F. & Subagio B, 1987, fatigue damage modelling of composite materials from bending tests", I.C.C.M.6 London, Ed. F.L. Matthews et al., Elsevier, vol.4, p.32-39, 1987
- [7] He Q.C. & Sidoroff F., 1989, "Modelling of anisotropic damage of unidirectional composite materials under static and fatigue loading" I.C.C.M.7. Unidirectional composite materials under static and fatigue loading" I.C.C.M.7.
- [8] Djebbar A., « Contribution à l'étude de l'influence du cisaillement sur les propriétés d'usage des matériaux composite, sollicitation hors axes », Seminaire national de Mécanique Bumerdes Algérie 10-12 décembre 1996.