

MAINTENANCE PRÉVENTIVE DANS LE CAS DE REMPLACEMENT BASÉ SUR L'ÂGE DE LA PIÈCE.

Ryma BERREHAL¹, Smail BENISSAAD²

1 Laboratoire de mécanique, Département de génie mécanique, Faculté des sciences de la technologie, Université des Frères Mentouri – Constantine, Algérie

2 Laboratoire d'énergétique appliquée et de pollution, Département de génie mécanique, Faculté des sciences de la technologie, Université des Frères Mentouri – Constantine, Algérie

Reçu le 12 Juillet 2015 – Accepté le 12 novembre 2015

Résumé

Dans ce travail nous avons étudié analytiquement et numériquement le modèle de remplacement basé sur l'âge, c'est-à-dire que l'âge de chaque pièce est connu et on change la pièce dès que son âge atteint cette valeur. Une étude analytique réalisée dans le cas d'une loi de Weibull, a permis de résoudre les équations différentielles résultantes sous certaines conditions mathématiques. Ensuite ces équations sont résolues numériquement pour les différents paramètres de ce problème qui sont le rapport des coûts de maintenance, le paramètre d'échelle et le paramètre de forme. Les résultats obtenus ont été analysés et discutés ; leurs applications à des cas réelles peut fournir au service de maintenance un élément clef pour choisir la période la plus appropriée pour effectuer la maintenance préventive au coût minimum.

Mots Clés : périodicité optimale, maintenance préventive, maintenance corrective, défaillance, rapport des coûts de maintenance, loi de Weibull.

Abstract

In this work we studied analytically and numerically the model of preventive replacement based on the age, i.e. the age of each part is known and one changes the part as soon as its age reaches this value. An analytical study carried out in the case of a law of Weibull, made it possible to solve the resulting differential equations under certain mathematical conditions. Then these equations are solved numerically for the various parameters of this problem which are the maintenance costs ratio, the shape parameter and the scale parameter. The results obtained were analyzed and discussed; their applications to cases real can provide to the service maintenance a key element to choose the most suitable period to carry out the preventive maintenance at the minimum cost.

Keywords: optimal periodicity, preventive maintenance, corrective maintenance, failure, maintenance ratio cost, Weibull law.

ملخص

في هذا العمل درسنا تحليليا وعدديا نموذج للاستبدال الوقائي القائم على أساس السن، و هو ما يعني أن عمر كل قطعة معروف، ونقوم بتغيير القطعة عندما تصل قيمة عمرها. والمبدأ المتبع هو حساب متوسط التكلفة الكلية للقطعة الواحدة و لكل وحدة زمن، للحصول على الحد الأدنى، ونعتبر الوقت الموافق للحد الأدنى للتكلفة الصيانة على أنه الوقت الأمثل لإجراء الصيانة الوقائية. أجرينا دراسة تحليلية في حالة توزيع ويبل، لحل المعادلات التفاضلية الناتجة تحت بعض الظروف الرياضية. ثم قمنا بحل هذه المعادلات حسابيا آخذين بعين الاعتبار العوامل التالية: نسبة تكاليف الصيانة، عامل الشكل وعامل المقياس. و قد تم تحليل النتائج ومناقشتها، حيث يمكن تطبيقاتها في حالات حقيقة من توفير عنصرا أساسيا لخدمة الصيانة و اختيار أنسب وقت لإجراء الصيانة الوقائية بأقل تكلفة.

الكلمات المفتاحية : الفترة المثلى، الصيانة الوقائية، الصيانة التصحيحية، العطب، نسبة تكلفة الصيانة، قانون ويبل.

1. PRESENTATION :

De nos jours, de nombreux systèmes deviennent de plus grande envergure et plus compliqués influençant grandement notre société, tels que les centrales nucléaires, les centrales électriques, les complexes industriels, les avions, les réseaux informatiques, etc. Ces installations et équipements tendent à se détériorer dans le temps sous l'action de causes multiples telles que l'usure, la fatigue, la déformation due au fonctionnement ou l'action des agents corrosifs. Ces détériorations peuvent provoquer l'arrêt de fonctionnement, diminuer les capacités de production, mettre en péril la sécurité des biens et des personnes, provoquer des rébus ou diminuer la qualité, augmenter les coûts de fonctionnement ou diminuer la valeur marchande de ces moyens. Ainsi, la complexité des phénomènes de défaillances nous amène à rechercher des moyens d'améliorer les stratégies et les politiques de maintenance pour permettre à l'équipement de remplir adéquatement les fonctions pour lesquelles il a été conçu.

Le problème le plus important dans les méthodes mathématiques de maintenance est de concevoir une maintenance planifiée avec deux options de maintenance : remplacement préventif et remplacement correctif. Dans le cas du remplacement préventif, le système ou appareil est remplacé par un nouveau avant qu'il ne tombe en panne. Alors que, dans le cas d'un remplacement correctif c'est l'unité ou la pièce défaillante qui est remplacée.

Les opérations de maintenance sont devenues de plus en plus importantes en raison de leur rôle primordial dans le maintien et l'amélioration de la qualité du produit, les questions de sécurité, la disponibilité de la pièce de rechange, etc. Les dépenses de maintenance constituent donc une part importante du budget de fonctionnement dans les entreprises manufacturières. Al-Najjar et Alsyof [1] ont montré que les dépenses de maintenance varient selon le type d'industrie, les chiffres généralement rencontrés sont de l'ordre de 15 à 40 % des coûts de production. Il est nécessaire donc d'accorder plus d'attention à ce domaine important.

La détermination de la périodicité optimale pour le remplacement préventif des pièces mécaniques ou des composants électroniques se compose de deux types : le modèle de remplacement d'âge et le modèle de remplacement par bloc.

De nombreux travaux expérimentaux et numériques ont été développés sur la détermination du moment le plus avantageux pour effectuer cette opération de remplacement préventif. À cet effet, différents modèles ont été proposés dans le domaine de la planification de maintenance préventive pour trouver des politiques optimales de remplacement.

Les politiques de remplacement périodique comptent parmi les politiques de maintenance préventive les plus connues. Une de ces stratégies proposée par Barlow et Porschan [2] consiste à remplacer périodiquement le produit par un produit identique neuf à des instants

prédéterminés kT_0 ($k = 1, 2, 3, \dots$). Si une défaillance se produit entre deux remplacements consécutifs alors le système subit une réparation minimale. Ainsi, des programmes complets de maintenance ont été mis en place pour divers systèmes dans lesquels la maintenance préventive (PM) est un élément clé. Toutefois, la maintenance est souvent un processus d'affaires qui n'a pas été optimisé et donc considéré comme une responsabilité des opérations commerciales (Jardine et Tsang [3]). Comme cela a été souligné par Tu et al. [4], un contrôle efficace des coûts de maintenance peut être utilisé comme un avantage concurrentiel sur les autres concurrents.

Au fil des ans, de nombreux modèles de PM ont été développés, fondés sur l'économie, la fiabilité et les considérations opérationnelles (Tam et al. [5], Lai et al. [6]). Les calendriers optimaux de maintenance ont été obtenus en utilisant des techniques de renouvellement fondamentales (Barlow et Proschan [2], Jardine [7], Shum et Gong [8], Ilgin et Tunali [9], Robert et Shahabudeen [10], Marsequera et al. [11]).

Dans ces modèles, l'un des facteurs décisifs est l'intervalle de temps après lequel la PM doit être effectuée. Par exemple, l'enquête menée par Wang [12] révèle que le thème central dans la plupart des publications de recherche est de déterminer l'intervalle optimal de PM dans les différentes politiques de maintenance. Les paramètres communs à ces modèles de PM sont le coût de remplacement préventif, C_p et le coût de défaillance C_f .

Récemment, Yeh et al. [13] ont analysé l'effet d'une stratégie de garantie de type FRW (Free Repair Warranty) sur la politique de remplacement périodique. Ils ont cherché à déterminer la période optimale de remplacement périodique qui minimise le coût total moyen par unité de temps pour un produit réparable vendu avec une garantie. Leur étude a montré que le consommateur aurait intérêt à faire coïncider le premier instant de remplacement préventif du produit avec l'instant de la fin de la période de garantie.

Nosoohi et Hejazi [14] ont proposé un nouveau modèle multi-objectifs pour le remplacement préventif d'une pièce sur un horizon de planification. Le modèle proposé considère différents objectifs et des questions pratiques, tels que le remplacement correctif et ses conséquences, la durée de vie résiduelle et le type de l'indice de la productivité.

La propriété principale du remplacement par bloc est qu'il est facile à gérer en générale, puisque le temps de remplacement préventif est programmé à l'avance et on n'a pas besoin de surveiller l'âge du système. Concernant les modèles de remplacement basé sur l'âge, on remarque, en général, que dans ce cas, $C_f > C_p$. Ces modèles jouent un rôle fondamental dans tous les modèles de remplacement, puisque l'optimal du modèle de remplacement d'âge a été prouvé par Bergman [15]

Dans ce travail, nous avons choisi donc d'étudier le modèle de remplacement préventif basé sur l'âge

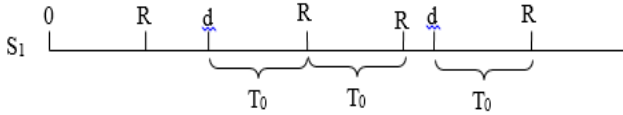
correspondant au cas où l'âge de chaque pièce est connu et on change la pièce dès que son âge atteint cette valeur.

2. MODELISATION MATHÉMATIQUE :

Il s'agit de déterminer la périodicité avec laquelle on doit effectuer une maintenance préventive, pour minimiser le coût de l'opération.

Considérons un type de pièces présent sur n systèmes. On notera le coût de remplacement d'une pièce en bon état et le coût de remplacement d'une pièce défaillante.

Cette étude consiste à faire un remplacement préventif lorsque l'équipement a atteint l'âge T_0 soit la période de remplacement préventif choisie (Fig. 1). La durée de la période T_0 a été déterminée de façon à effectuer un remplacement préventif un peu avant le moment où on estime que l'équipement risque de tomber en panne. Cela permet de minimiser les coûts. Si toutefois une panne survient, l'équipement défaillant est remplacé par du neuf.



S_1 : système 1
 R : remplacement
 d : défaillance
 T_0 : âge de la pièce

Figure 1 : Remplacement lorsque l'âge de la pièce T_0 est atteint.

Les différences par rapport au cas de remplacement par bloc [16] sont les suivantes :

- Le nombre de pièces à changer est réduit car on ne risque pas de changer une pièce qui vient d'être défaillante et remplacée.
- Il faut connaître l'âge de chaque pièce, ce qui nécessite une organisation spéciale.
- Les échanges préventifs sont plus coûteux car ils ne portent que sur une pièce à chaque fois.

Le coût moyen par dispositif et par unité de temps sera :

$$C(T_0) = \frac{C_f(1 - R(T_0)) + C_p \cdot R(T_0)}{\int_0^{T_0} R(t) dt} \quad (1)$$

La valeur T_0 qui correspond à la périodicité de maintenance préventive est celle qui minimise $C(t)$.

$$C'(t) = \frac{[C_f f(t) - C_p f'(t)] \int_0^t R(u) du - [C_f(1 - R(t)) + C_p R(t)] R(t)}{\left(\int_0^t R(u) du \right)^2} \quad (2)$$

$$C'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[f(t) \int_0^t R(u) du \right] (C_f - C_p) - R(t) [C_f - R(t)(C_f - C_p)] = 0 \quad (3)$$

$$C_f R(t) = (C_f - C_p) \left[f(t) \int_0^t R(u) du + R(t)^2 \right] \quad (4)$$

$$\frac{1}{1 - \frac{C_p}{C_f}} = \frac{f(t) \int_0^t R(u) du + R(t)^2}{R(t)} \quad (5)$$

$$\text{On pose : } C_r = \frac{C_p}{C_f}$$

$$\frac{1}{1 - C_r} = \lambda(t) \int_0^t R(u) du + R(t) \quad (6)$$

Dans le cas de loi de Weibull avec $\gamma = 0$ (qui est le cas le général : le matériel est mis en service à $t = 0$) ;

alors : $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$ et l'équation (6) devient alors :

$$\frac{1}{1 - C_r} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \int_0^t e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^\beta} du + e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (7)$$

On pose :

$$y(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \int_0^t e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^\beta} du + e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} = \frac{1}{1 - C_r} \quad (8)$$

$$y'(t) = \frac{\beta(\beta-1)}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-2} \int_0^t e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^\beta} du + \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} - \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (9)$$

$$y'(t) = \beta \frac{(\beta-1)}{\eta^2} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-2} \int_0^t e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^\beta} du \quad (10)$$

3. SOLUTION ANALYTIQUE

L'étude analytique montre :

- **Pour $0 < \beta < 1$** : Pour $t > 0$; $y'(t) < 0$ et $0 < y(t) < 1$: l'équation (8) n'a pas de solution car $C_r \notin]0, 1[$. En plus, pour un matériel en période de jeunesse ($\beta < 1$) ce type de maintenance préventive n'a pas d'intérêt pratique.
- **Pour $\beta = 1$** : l'équation (8) est équivalente à $y(t) = 1 \Leftrightarrow C_r = 0$. <ce type de maintenance préventive n'a pas d'intérêt.

- Pour $\beta > 1$: $y'(t) > 0; \forall t > 0$. L'équation :

$$y(t) = \frac{1}{1 - C_r} \text{ a une solution unique pour } 0 < C_r < 1.$$

Vérifions que la solution de l'équation correspond à un minimum pour le coût.

On étudie la limite de : $\lim_{t \rightarrow 0} C(t)$ et $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$.

$$\lim_{t \rightarrow 0} C(t) = +\infty \tag{11}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \frac{C_f}{\eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \tag{12}$$

Dans ce cas, le coût moyen $C(t)$ a l'allure qui est représentée sur la figure 2.

Dans le cas d'un matériel d'usure ($\beta > 1$), ce type de maintenance préventive possède un intérêt $\forall C_r \in]0, 1[$.

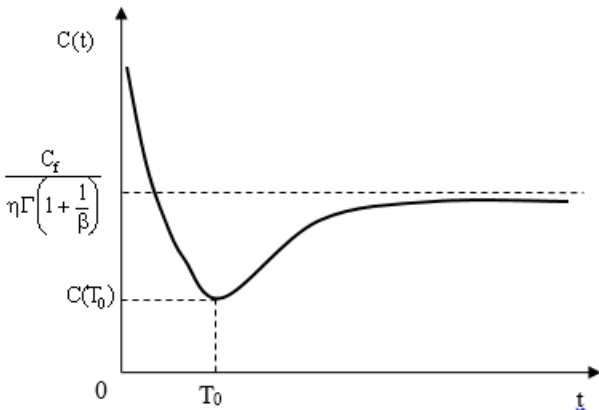


Figure 2 : Allure de $C(t)$ dans le cas de $\beta > 1$.

4. SOLUTION NUMERIQUE

Dans ce travail, nous présentons, alors, les résultats obtenus par la résolution numérique de l'équation différentielle (8) qui exprime le coût total moyen par unité de temps et par pièce dans le cas de la loi de Weibull avec $\gamma=0$.

Le coût moyen qu'on cherche devrait se trouver dans un intervalle, nous nous sommes donc intéressés au comportement de la variable coût aux alentours de sa valeur optimale. Ainsi, on pourra déterminer si la période optimale fait partie d'un intervalle de temps pour lequel le coût est approximativement uniforme.

4.1 Validation du code calcul :

Les résultats obtenus sont validés, en premier lieu, par confrontation avec l'étude analytique suscitée. Une autre validation a été effectuée par comparaison aux résultats analytiques disponibles dans la littérature [95], dans le cas de $\eta=50$, $C_r=0,1$ et pour différentes valeurs de β . Nous constatons que les résultats obtenus numériquement par nos calculs (fig. 3) sont en très bonne concordance avec ceux obtenus analytiquement par Manzini *et al.* [17] (tableau 1) à l'exception des cas où les valeurs de $\beta < 1$, principalement pour $\beta=0,2$. À cet effet, nous rappelons, d'une part, que ce cas ($\beta < 1$) n'a pas d'intérêt pratique, puisque le matériel est en période jeunesse, donc, il n'y a pas des changements préventifs à effectuer dans cette période de la durée de vie du matériel. D'autre part, nous pensons que le résultat obtenu, dans le cas de $\beta=0,2$, est acceptable et raisonnable (C tend vers zéro), car le matériel est en état neuf ; donc le coût des remplacements préventifs sont pratiquement inexistant.

Par ailleurs les vérifications analytiques réalisées en utilisant l'équation (12) relative au calcul de la valeur de $C(t)$ quand t tend vers des grandes valeurs, donnent les résultats suivants (tableau 1). La confrontation des résultats obtenus analytiquement avec ceux obtenus numériquement confirment la validité de notre code numérique.

Tableau 1 : Comparaison des valeurs limites de $C(t)$ en fonction de β dans le cas où $\eta=50h$, $C_r=1000$ D.A et $T = 200h$.

β	$\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$ Annexe 1	$C(t)$		
		Résultats analytiques	Résultats numériques	Résultats de Manzini <i>et al.</i> [17]
0,2	120	0,16	0,22	11
0,5	2	10	10,15	15
1	1	20	20,03	20
2	0,8862	22,56	22,57	22,5
3	0,8930	22,31	22,39	22,4
4	0,9064	22,06	22,06	22,3

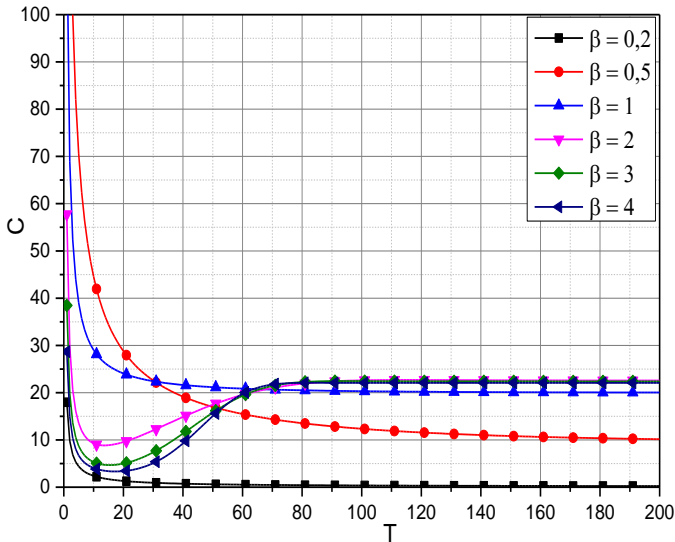


Figure 3 : Variation de C en fonction de T pour différentes valeurs de β : $\eta=50$ et $C_r=0,1$.

4.2 Effet du rapport des coûts :

En respectant la condition de $0 < C_r < 1$ et avec $\beta > 1$, Nous avons varié le rapport des coûts de 0,25 à 0,75, c'est-à-dire $C_r = 0,25 ; 0,5$ et $0,75$, correspondant à $C_r=40000$ D.A et $C_p = 10000 ; 20000$ et 30000 D.A, respectivement.

L'observation de la figures 4 représentant le coût total moyen par unité de temps et par pièce C en fonction du temps de remplacement préventif T dans le cas où $\eta=2000$ et $C_r=0,25$ pour différentes valeurs du paramètre de forme β montre qu'autour de l'optimum T_0 le coût semble varier très peu. Dans ce cas, nous constatons la présence d'une valeur minimale de C correspondant à la période la plus appropriée pour effectuer l'opération de MP. Ce coût est sensiblement dépendant de la valeur du paramètre de forme β . Il varie de 5,64 pour $\beta=6,9$ à 14,66 pour $\beta=2$.

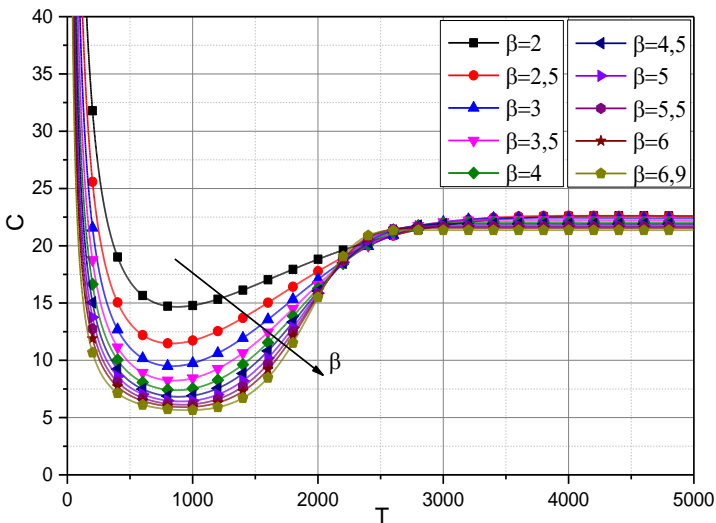


Figure 4 : Variation de C en fonction de T pour différentes valeurs de β : $\eta=2000 ; C_r=0,25$

La figure 5 représente la variation du coût total moyen par unité de temps et par pièce C en fonction du temps dans le cas où $\eta=2000$ et $C_r=0,5$ pour différentes valeurs du paramètre de forme β . Pour $\beta=2$, on constate que la période de MP commence au delà de $T_0=947$ h où C_m est minimal (égal à 22 DA/h) et il constituera de l'être à partir de ce moment jusqu'à $T_0=1890$ h où C_m est minimal (égal à 21 DA/h). Alors que la périodicité optimale correspondant à la valeur minimale de C ($C=20,62$ DA/h) est égale à $T_0=1459$ h. Tandis que, pour les autres valeurs de β , la valeur du coût minimal C_m correspondant à la période de MP varie de 11,09 DA/h pour $\beta=6,9$ à 18,02 DA/h pour $\beta=2,5$ et la période de remplacement optimal correspondant varie de 1076 h pour $\beta=6,9$ à 1208 h pour $\beta=2,5$. De manière analogue, on constate que C_m et T_0 varient proportionnellement les uns par rapport aux autres en fonction des valeurs de β . Par exemple, dans le cas de $\beta=3$, $C_m = 15,97$ DA/h et $T_0=1125$ h. Alors que pour dans le cas de $\beta=6$, $C_m = 11,48$ DA/h et $T_0=1071$ h.

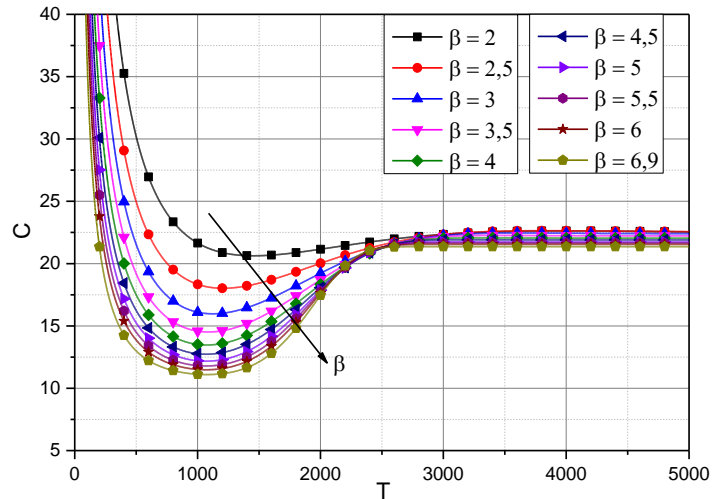


Figure 5 : Variation de C en fonction de T pour différentes valeurs de β : $\eta=2000$ et $C_r=0,5$.

D'après la figure 6 qui représente la variation du coût total moyen par unité de temps et par pièce C en fonction du temps dans le cas où $\eta=2000$ et $C_r=0,75$ pour différentes valeurs du paramètre de forme β , nous constatons une augmentation proportionnelle de C_m et T_0 pour toutes les valeurs prise par β . Ceci évidemment peu s'explique par l'augmentations du C_r , ce qui implique plus d'action de maintenance corrective et se reflète sur l'augmentation de la périodicité optimale remplacement en préventif T_0 . Ainsi, pour $\beta=2$, on constate que la période de MP commence au delà de $T_0 \geq 2500$ h où C_m est minimal (égal à 22,61 DA/h) et il constituera de l'être à partir de ce moment. Tandis que, pour les autres valeurs de β , la valeur du coût minimal C_m correspondant à la période de MP varie de 16,43 DA/h pour $\beta=6,9$ à 22,25 DA/h pour $\beta=2,5$ et la période de remplacement optimal correspondant varie de 1203 h pour $\beta=6,9$ à 11852 h pour $\beta=2,5$. De manière analogue, on constate que C_m et T_0 varient proportionnellement les uns par rapport aux autres en fonction des valeurs de β . Par exemple, dans le cas de $\beta=3,5$, $C_m = 19,75$ DA/h et $T_0=1399$ h. Alors que pour dans le cas de $\beta=6$, $C_m = 16,86$ DA/h et $T_0=1221$ h.

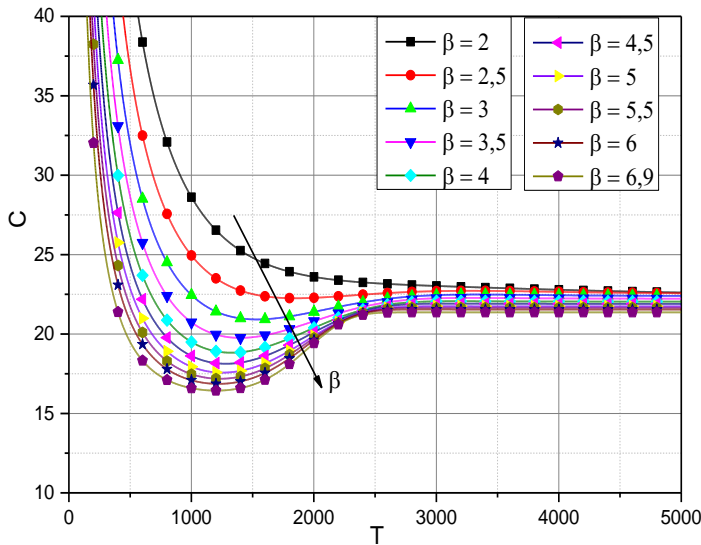


Figure 6 : Variation de C en fonction de T pour différentes valeurs de β : $\eta=2000$ et $C_r=0,75$.

4.3 Effet du paramètre d'échelle η :

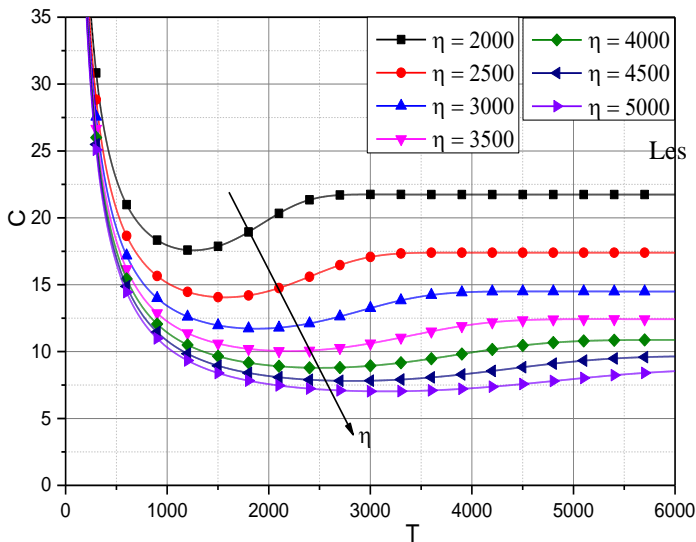


Figure 7 : Variation de C en fonction de T pour différentes valeurs de η : $\beta=5$, $C_r=0,75$.

Étant donné que les valeurs prises par le paramètre d'échelle η , on doit s'attendre à ce que T_0 évolue d'une manière proportionnelle avec η . Ainsi, la figure 7 représente la variation du coût total moyen C en fonction du temps pour le cas de $\beta=5$, $C_r=0,75$ et pour différentes valeurs du paramètre d'échelle η . Nous constatant que C diminue avec l'augmentation des valeurs de η , alors que la période optimale de remplacement T_0 augmente. Ainsi pour $\eta=2000$ h ; $C_m=17,57$ DA/h et $T_0=1254$ h, tandis que pour $\eta=5000$; $C_m=7,02$ D.A/h et $T_0=3135$ h.

Sachant que le paramètre d'échelle η représente une valeur approchée de MTBF, cette évolution de C est tout à fait logique. En effet, pour un type de pièce ayant une MTBF relativement faible, sa durée d'exploitation est aussi petite et C_m est relativement élevé. Alors que pour une

pièce qui a une MTBF relativement élevée, sa durée d'exploitation est grande et C est relativement plus faible.

CONCLUSION

Dans ce travail nous avons étudié analytiquement et numériquement un modèle simplifié de remplacement préventif qui est le remplacement basé sur l'âge, c'est-à-dire que l'âge de chaque pièce est connu et on change la pièce dès que son âge atteint cette valeur. Le principe consiste à calculer le coût total moyen par pièce et par unité de temps, à chercher son minimum et prendre la période correspondant à ce minimum comme période optimale pour effectuer la maintenance préventive. Ce modèle de remplacement joue un rôle fondamental dans tous les modèles de remplacement, puisque l'optimal du modèle de remplacement d'âge a été prouvé, si le remplacement par une pièce nouvelle, est la seule option de maintenance.

Une étude analytique réalisée dans le cas d'une loi de Weibull, a permis de résoudre les équations différentielles résultantes sous certaines conditions mathématiques. Ensuite ces équations sont résolues numériquement pour les différents paramètres de ce problème qui sont le rapport des coûts de maintenance, le paramètre d'échelle et le paramètre de forme.

Les résultats obtenus ont été analysés et discutés ; leurs applications à des cas réels peut fournir au service de maintenance un élément clef pour choisir la période la plus appropriée pour effectuer la maintenance préventive au coût minimum.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1].B. Al-Najjar, I. Alsyouf, Selecting the most efficient maintenance approach using fuzzy multiple criteria decision making, Int. J. Prod. Econ. 84 (2003) 85–100.
- [2].R.E. Barlow, F. Proschan, Mathematical theory of reliability, Wiley, New York (1965).
- [3].A.K.S. Jardine, A.H.C. Tsang, Maintenance, replacement, and reliability: theory and applications. CRC/Taylor & Francis, Florida (2006).
- [4].P.Y.L. Tu, R.Yam, P. Tse, A.O.W. Sun, An integrated maintenance management system for an advanced manufacturing company, Int J Adv Manuf Technol 17(9) (2001) 692–703.
- [5].A.S.B. Tam, W.M. Chan, J.W.H. Price, Maintenance scheduling to support the operation of manufacturing and production assets, Int J Adv Manuf Technol 34 (3/4) (2007) 399–405.
- [6].M.T. Lai, W. Shih, K.Y. Tang, Economic discrete replacement policy subject to increasing failure rate shock model, Int J Adv Manuf Technol 27 (11/12) (2006) 1242–1247.
- [7].J. Jardine, Equipment reliability and maintenance, Euro J of Operational Res 19 (2) (1985) 285–296.
- [8].Y.S. Shum, D.C. Gong, The application of genetic algorithm in the development of a preventive

maintenance analytical model, *Int J Adv Manuf Technol* 32 (1/2) (2007) 169–183.

[9]. M.A. Ilgin, S. Tunali, Joint optimization of spare parts inventory and maintenance policies using genetic algorithms, *Int J. Adv. Manuf. Technol.* 34 (2006) 594–604.

[10]. T.P. Robert, P. Shahabudeen, Genetic algorithms for cost effective maintenance of a reactor–regenerator system, *Int J Adv Manuf Technol* 23 (11/12) (2004) 846–856.

[11]. M. Marsequerra, E. Zio, L. Podofillini, Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and Monte Carlo simulation, *Reliab Eng Syst Safe* 77 (2002) 151–166.

[12]. H. Wang, A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *Euro J Operational Res* 139 (3) (2002) 469–489.

[13]. R.H. Yeh, M.Y. Chen, C.Y. Lin, Optimal periodic replacement policy for repairable products under free-repair warranty, *Eur. J. Oper. Res.* 176 (2007) 1678–1686.

[14]. I. Nosoohi, S.R. Hejazi, A multi-objective approach to simultaneous determination of spare part numbers and preventive replacement times, *Appl. Math. Model.* 35 (2011) 1157–1166.

[15]. Bergman B. 1980. On the optimality of stationary replacement strategies, *J. App. Prob.* 17, 78–86.

[16]. Berrehal R.; Benissaad S. 2016. Determining the optimal periodicity for preventive replacement of mechanical spare parts, *Mechanika*, 22(2), 165-161.

[17]. Manzini R.; Regattieri A.; Pham H.; Ferrari E. 2010. *Maintenance for Industrial Systems*, Springer 314-339.

$R(t)$ Fiabilité (probabilité de bon fonctionnement)

T variable aléatoire, [h]

t Temps, [h]

T_0 Période de remplacement optimale, [h]

$y(\mu)$ Fonction du rapport des coûts

Symboles Grecs

β Paramètre de forme

γ Paramètre de position (d'origine des temps), [h]

η Paramètre d'échelle, [h]

μ Variable aléatoire = $\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta$

NOMENCLATURE

C_r Rapport des coûts de maintenance = C_p/C_f

C_f Coût de remplacement correctif (remplacement d'une pièce défectueuse), [D.A]

C_p Coût de remplacement préventif (remplacement d'une pièce en bon état), [D.A]

C Coût total par pièce, [D.A]

$C(t)$ Coût total moyen prévu par pièce et par unité de temps, [D.A/h]

C_m Coût minimal, [D.A/h]

$F(t)$ Probabilité de défaillance (défiabilité)

$f(t)$ Densité de probabilité de défaillance

$M(t_0)$ Nombre moyen de défaillances durant la période du temps

$P(t)$ Probabilité

PM Maintenance préventive