

## STRUCTURE DES NOYAUX A DEUX NUCLEONS DE VALENCE PRES DES REGIONS DE L'ETAIN ET DU PLOMB

Reçu le 21/10/2003 – Accepté le 31/12/2004

### Résumé

Cette étude est consacrée à la détermination des énergies d'excitation des noyaux riches en neutrons à deux nucléons de valence près de deux régions très importantes, l'une autour de  $^{132}\text{Sn}$ , l'autre autour de  $^{208}\text{Pb}$ . Ces deux régions présentent une grande similarité, aussi bien pour l'ordre de leurs états homologues que pour leurs espacements en énergie. Les isobares  $A = 134$  et  $A = 210$  sont étudiés par les interactions Delta et MSDI. Les résultats obtenus sont en bon accord avec l'expérience.

**Mots clés:** *Modèle en couches, noyaux exotiques, interactions effectives Delta et MSDI, Etain, Plomb.*

### Abstract

This study is devoted to determine excitation energies for two valence nucleons of neutron-rich nuclei near the two very important regions, one around  $^{132}\text{Sn}$  nucleus and the other around  $^{208}\text{Pb}$ . These regions present a great similarity, as for the homologous states order of nuclei than for their energy spacing. The isobaric nuclei  $A = 134$  and  $A = 210$  are studied with Delta and MSDI effective interactions. The results are in good agreement with experiment.

**Keywords:** *Shell Model, exotic nuclei, effective interactions Delta and MSDI, Tin, Lead.*

F. BENRACHI  
M. BOUHELAL  
M. RAMDHANE  
S. HARRAT

Laboratoire de Physique Mathématique  
et Physique Subatomique  
Département de Physique  
Université Mentouri  
Constantine (Algérie)

### ملخص

تسعى هذه الدراسة إلى إيجاد طاقات الإثارة للأنوية الغنية بالنيوترونات ذات نكليونين للتكافؤ والواقعة بجوار منطقتين هامتين، الأولى حول النواة  $^{132}\text{Sn}$  والأخرى حول النواة  $^{208}\text{Pb}$ . يوجد لهذه المنطقتين تناسب كبير من ناحية ترتيب المستويات المطابقة وتباعدهما الطاقوي. درست الإيزوبات ذات  $A$  يساوي 134 و 210 بواسطة التأثيرات الفعالة Delta و MSDI. تتوافق النتائج المتحصل عليها مع التجربة.

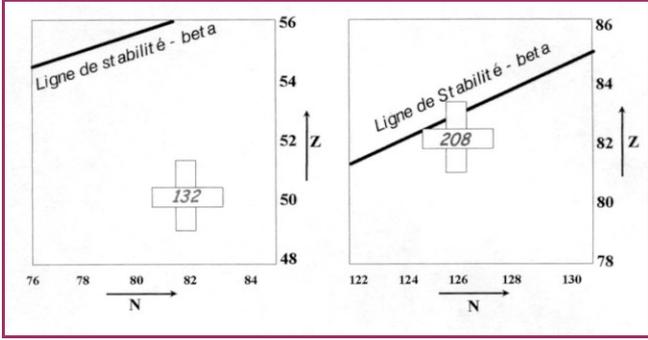
**الكلمات المفتاحية:** نموذج الطبقات، النوى الشاذة، التأثيرات الفعالة Delta و MSDI، القصدية، الرصاص.

L'étude des noyaux exotiques nous permet de tester les modèles nucléaires et de déceler des propriétés encore méconnues, dues à des phénomènes intrus par rapport aux noyaux ordinaires. Notre travail porte sur l'étude de la structure nucléaire (détermination des moments angulaires et des énergies) des noyaux riches en neutrons près des régions des noyaux à nombres magiques :  $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$  et  $^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$  (Fig.1 [1]). L'intérêt de ces deux régions réside dans le fait qu'il existe une grande similarité entre leurs propriétés spectroscopiques nucléaires. Les gaps des énergies individuelles dans les deux cas sont comparables, et les orbitales au-dessus et en-dessous de ces gaps sont similairement ordonnées (Fig.2 [2]). Chaque état individuel dans la région de  $^{132}\text{Sn}$  a son homologue dans celle de  $^{208}\text{Pb}$  (région bien connue [3,4]) avec le même nombre quantique radial  $n$ , et une unité plus grande en moments angulaires  $l$  et  $j$ . Ce qui ouvre la possibilité d'explorer les propriétés des états simples des noyaux de la région de  $^{132}\text{Sn}$  sous des conditions comparables mais non identiques à ceux de la région de  $^{208}\text{Pb}$ . Les difficultés expérimentales rencontrées pour l'étude de la région de  $^{132}\text{Sn}$  sont reliées aux circonstances que les noyaux de cette région se trouvent très loin de la ligne de stabilité- $\beta$  contrairement à ceux de la région de  $^{208}\text{Pb}$  (Fig. 1). Nous avons utilisé les deux interactions effectives Delta et MSDI pour le calcul des spectres en énergie des noyaux étudiés, possédant deux nucléons de valence. Puis, nous avons présenté une comparaison des résultats obtenus.

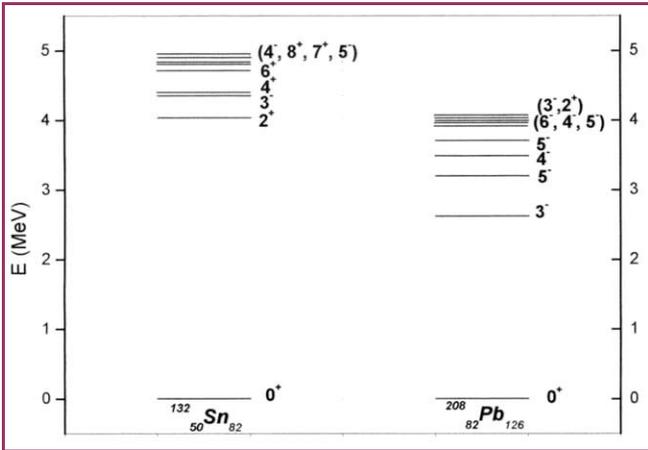
### 1- THEORIE

Le but fondamental de la théorie de la structure nucléaire est de comprendre les noyaux complexes et de décrire leurs propriétés nucléaires en terme de l'interaction nucléon-nucléon (NN). La connaissance de cette force NN reste depuis longtemps un problème important de la physique hadronique théorique. De nombreux travaux ont eu lieu pour décrire et





**Figure 1:** Régions des noyaux autour de  $^{132}\text{Sn}$  et de  $^{208}\text{Pb}$  relatives à la ligne du stabilité- $\beta$  [1].



**Figure 2:** Spectres en énergies d'excitation des noyaux  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$  [2].

élaborer des interactions aussi réalistes que possible basés sur la description de la diffusion NN et sur certaines propriétés des systèmes très légers à peu de nucléons [5]. Différentes approches ont été établies [6], mais toutes se heurtent au problème majeur du passage de la situation nucléon-nucléon libre à la situation nucléon-nucléon dans le noyau. Et ce passage ne peut se faire sans approximation et introduction de la notion d'interactions effectives. Aussi, l'introduction du concept de champ moyen dans l'étude des noyaux à plusieurs nucléons permet d'écrire l'équation de Schrödinger sous la forme [7]:

$$H\Psi_\lambda(1, 2, \dots, A) = \left( \sum_{i=1}^A t_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^A v_{ij} \right) \Psi_\lambda(1, 2, \dots, A) \quad (1)$$

$$= (H_0 + H_1) \Psi_\lambda(1, 2, \dots, A) \quad (2)$$

avec l'hamiltonien non perturbé

$$H_0 = \sum_{i=1}^A (t_i + u_i) \quad (3)$$

et l'interaction résiduelle

$$H_1 = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^A v_{ij} - \sum_{i=1}^A u_i \quad (4)$$

$t_i$  et  $u_i$  sont respectivement l'énergie cinétique et le champ moyen que ressent le  $i^{\text{ème}}$  nucléon dans le système à

plusieurs nucléons.

Les deux voies de résolution de ces équations pour produire la spectroscopie du noyau sont soit de se concentrer sur la détermination d'un champ moyen optimal à une particule  $H_0$  ou méthode Hartree-Fock, soit d'utiliser une interaction réaliste à deux corps  $H_1$  ou approche du modèle en couches [7].

C'est dans le cadre de cette deuxième approche que nous réalisons nos calculs. L'hamiltonien est réduit à deux termes, l'un contenant l'interaction entre les nucléons du cœur inerte et l'autre la contribution des nucléons extra cœur.

L'interaction effective entre ces derniers est prise dans nos calculs comme l'interaction Delta ou MSDI. On peut montrer que les éléments de matrice d'une interaction donnée entre des états à plusieurs nucléons peuvent être exprimés en termes d'éléments de matrice à deux corps. Les interactions Delta et MSDI ont chacune la forme suivante [8,9]:

- pour le système à deux nucléons identiques

$$V^{\text{Delta}}(1,2) = -V_0 \delta(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \quad (5)$$

- pour le système proton-neutron

$$V^{\text{Delta}}(1,2) = \left[ \frac{3 + \sigma_1 \sigma_2}{4} V_t + \frac{1 - \sigma_1 \sigma_2}{4} V_s \right] \delta(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \quad (6)$$

et

$$V^{\text{MSDI}}(1,2) = -4\pi A_T \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(r_1 - R_0) + B(\tau_1 \cdot \tau_2) + C \quad (7)$$

L'énergie d'excitation d'un niveau  $J$  se calcule par la relation suivante :

$$E_J^x = E_J^L - E_F^L \quad (8)$$

où  $E_F^L$  est l'énergie de liaison de l'état fondamental et  $E_J^L$  est l'énergie de liaison d'un niveau  $J$  s'écrit :

$$E_J^L = \sum_i \varepsilon_{0i} + \langle H_1 \rangle \quad (9)$$

avec  $\varepsilon_{0i}$  l'énergie individuelle de la  $i^{\text{ème}}$  particule.

Dans la région de l'Étain nous supposons que  $^{132}\text{Sn}$  est un cœur inerte, l'espace modèle de valence utilisé dans nos calculs consiste en cinq niveaux de proton (niveaux entre les couches 50 et 82) :  $[1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2} \text{ et } 1h_{11/2}]$  et six niveaux de neutron (niveaux entre les couches 82 et 126) :  $[1h_{9/2}, 2f_{7/2}, 2f_{5/2}, 3p_{3/2}, 3p_{1/2} \text{ et } 1i_{13/2}]$ . Pour la région du Plomb le cœur inerte est assumé être celui du noyau  $^{208}\text{Pb}$ . L'espace modèle de valence utilisé comprend six niveaux de proton  $[1h_{9/2}, 2f_{7/2}, 2f_{5/2}, 3p_{3/2}, 3p_{1/2} \text{ et } 1i_{13/2}]$  et sept niveaux de neutron (niveaux au dessus de la couche 126) :  $[2g_{9/2}, 3d_{5/2}, 1i_{11/2}, 2g_{7/2}, 4s_{1/2}, 3d_{3/2}, \text{ et } 1j_{15/2}]$ . Les énergies individuelles nécessaires dans nos calculs sont prises des noyaux ayant un proton et un neutron célibataire, tel le  $^{209}\text{Bi}$ ,  $^{133}\text{Sb}$ ,  $^{209}\text{Pb}$  et  $^{133}\text{Sn}$  (Fig.3 [2,10]). La seule exception est l'énergie du niveau de neutron  $1i_{13/2}$  pour le noyau  $^{133}\text{Sn}$  qui n'a pas encore été observé. Son énergie de valeur 2694 keV est prise de la Réf. [11].

Afin de bien ressortir la similarité entre les deux régions, nous avons examiné dans les noyaux au voisinage de  $^{208}\text{Pb}$  seulement les niveaux qui ont leurs états homologues dans ceux autour de  $^{132}\text{Sn}$ . Cette idée est inspirée de la réf. [12].

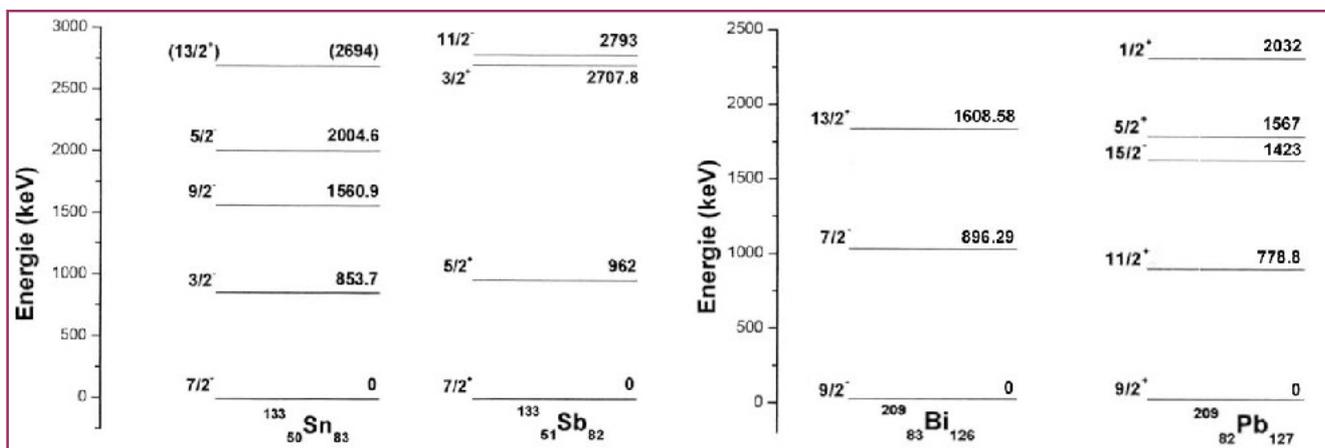


Figure 3: Spectres expérimentaux des noyaux à un nucléon célibataire  $^{133}\text{Sn}/^{133}\text{Sb}$  et  $^{209}\text{Bi}/^{209}\text{Pb}$  [2,10,11].

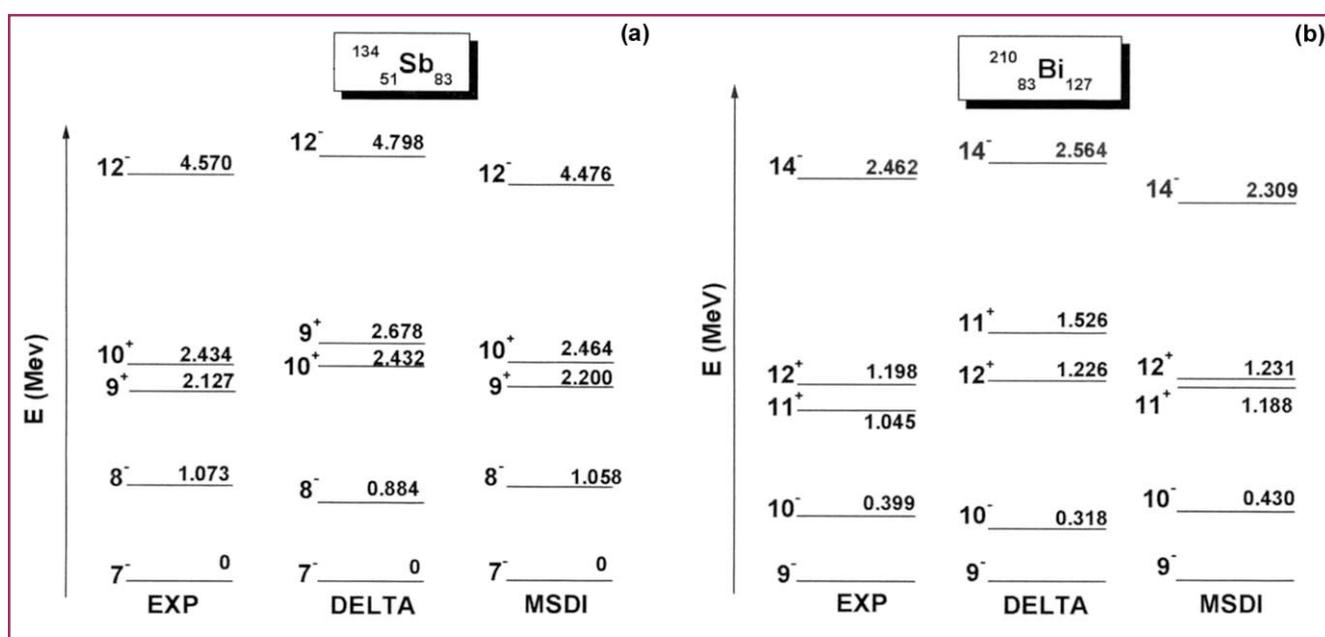


Figure 4: Spectres expérimentaux et calculés (a) noyau  $^{134}\text{Sb}$  [12]; (b) noyau  $^{210}\text{Bi}$  [2].

De plus, nous avons fait plusieurs calculs en utilisant différentes configurations, et nous n'avons retenu que celles ayant donné les meilleurs résultats et prises généralement par d'autres auteurs [11-16].

## 2- RESULTATS ET DISCUSSION

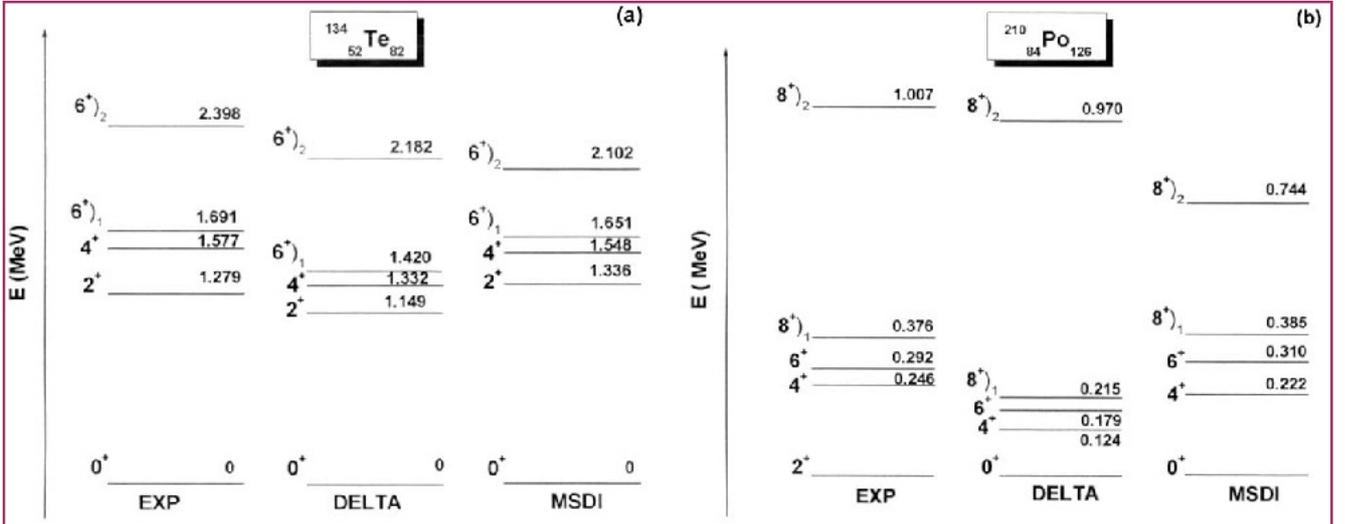
Les calculs des spectres en énergie des noyaux ayant deux nucléons de valence sont réalisés en utilisant les interactions Delta et MSDI. Leurs résultats sont présentés ci-dessous:

Les niveaux d'énergie des noyaux impair-impair (un proton et un neutron de valence) sont très importants, car ils nous fournissent des informations sur les détails de l'interaction  $\pi - \nu$ . Pour cette raison, nous avons calculé les spectres en énergie des noyaux homologues  $^{134}_{51}\text{Sb}_{83}$  et  $^{210}_{83}\text{Bi}_{127}$ . Les configurations donnant les niveaux d'énergie sont identifiées à partir de considérations du modèle en couches et sont semblables à celles des références [3,11,12]. Pour le  $^{210}\text{Bi}$  [13], nous nous intéressons surtout

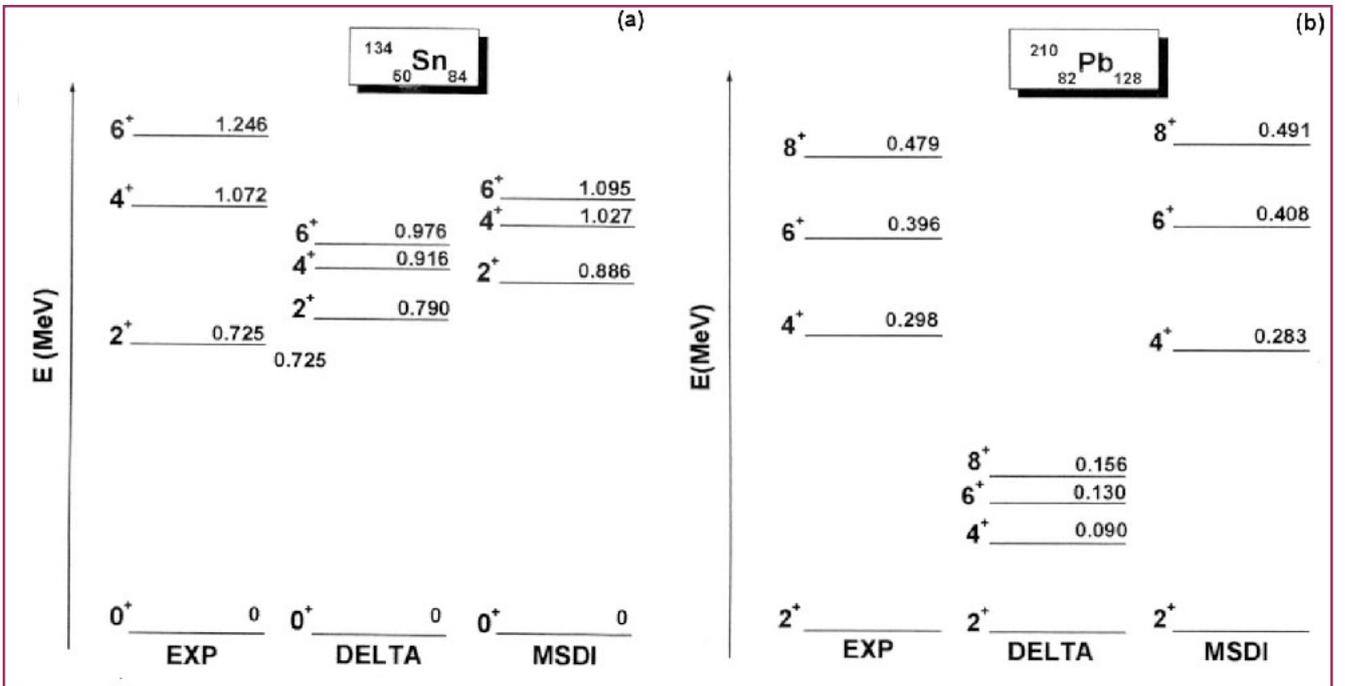
aux niveaux qui ont une ressemblance à ceux de  $^{134}\text{Sb}$  [12]. Les configurations de ces niveaux sont alors:

$^{210}\text{Bi}$	$^{134}\text{Sb}$
$\pi 1h_{9/2} \nu 2g_{9/2} : 9^-$	$\pi 1g_{7/2} \nu 2f_{7/2} : 7^-$
$\pi 1h_{9/2} \nu 1i_{1/2} : 10^-$	$\pi 1g_{7/2} \nu 1h_{9/2} : 8^-$
$\pi 1i_{3/2} \nu 2g_{9/2} : 11^+$	$\pi 1h_{1/2} \nu 2f_{7/2} : 9^+$
$\pi 1h_{9/2} \nu 1j_{5/2} : 12^+$	$\pi 1g_{7/2} \nu 1i_{3/2} : 10^+$
$\pi 1i_{3/2} \nu 1j_{5/2} : 14^-$	$\pi 1h_{1/2} \nu 1i_{3/2} : 12^-$

La figure 4 présente les spectres expérimentaux et calculés par les deux interactions pour les deux noyaux. On remarque que l'interaction MSDI permet de reproduire correctement et dans l'ordre la séquence des niveaux. Alors que les séquences des niveaux  $11^+$  et  $12^+$  dans  $^{210}\text{Bi}$  et  $9^+$  et  $10^+$  dans  $^{134}\text{Sb}$  ne sont pas reproduites par l'interaction Delta.



**Figure 5:** Spectres expérimentaux et calculés (a) noyau  $^{134}\text{Te}$  [4]; (b) noyau  $^{210}\text{Po}$  [14].



**Figure 6:** Spectres expérimentaux et calculés (a) noyau  $^{134}\text{Sn}$  [15]; (b) noyau  $^{210}\text{Pb}$  [2].

Les énergies d'excitation obtenues par l'interaction MSDI, de l'ensemble des niveaux, sont plus proches de l'expérience que celles obtenues par l'interaction Delta pour les deux noyaux.

Les résultats de l'étude des noyaux à deux nucléons identiques:  $^{134}\text{Te}$  et  $^{210}\text{Po}$ ,  $^{134}\text{Sn}$  et  $^{210}\text{Pb}$  sont présentés ci-dessous.

Les résultats des noyaux  $^{134}_{52}\text{Te}_{82}$  et  $^{210}_{84}\text{Po}_{126}$  sont montrés sur la figure 5. Nous remarquons que la séquence de niveaux est reproduite dans les deux noyaux par les deux interactions. Les énergies d'excitation calculées par l'interaction MSDI sont en bon accord avec l'expérience, à l'exception des états homologues:  $6^+$  et  $8^+$  membres des configurations  $(\pi 1g_{7/2}2d_{5/2})$  et

$(\pi 1h_{9/2}2f_{7/2})$  respectivement, qui sont plus élevés d'environ 250 keV. Les autres niveaux sont dominés par les configurations  $(\pi 1g_{7/2})^2$  pour le  $^{134}\text{Te}$  et  $(\pi 1h_{9/2})^2$  pour le  $^{210}\text{Po}$ . Tandis que celles obtenues par l'interaction Delta sont loin des valeurs expérimentales.

Une comparaison entre les spectres expérimentaux et calculés des noyaux  $^{134}_{50}\text{Sn}_{84}$  et  $^{210}_{82}\text{Pb}_{128}$  est illustrée sur la figure 6. Ces spectres sont obtenus en utilisant les configurations  $(2f_{7/2})^2$  pour  $^{134}\text{Sn}$  et  $(g_{7/2})^2$  pour  $^{210}\text{Pb}$ . La séquence de niveaux des deux noyaux est complètement reproduite par les deux interactions. Les résultats du  $^{210}\text{Pb}$  sont en meilleur accord avec l'expérience dans le cas de l'interaction MSDI, mais ceux du  $^{134}\text{Sn}$  sont légèrement différents par rapport à l'expérience.

### 3- COMPARAISON ENTRE LA REGION $^{132}\text{Sn}$ ET LA REGION $^{208}\text{Pb}$

Il est établi que la spectroscopie des noyaux de la région de  $^{132}\text{Sn}$  ressemble fortement à celle bien connue des noyaux autour de  $^{208}\text{Pb}$ . Les interactions nucléon-nucléon de la région de  $^{132}\text{Sn}$  peuvent être estimées à partir de celles empiriques correspondantes et connues de la région de  $^{208}\text{Pb}$ . Les spectres en énergie des noyaux à deux nucléons de valence montrent que chaque état à deux particules dans la région de  $^{132}\text{Sn}$  a son homologue dans la région de  $^{208}\text{Pb}$  avec la même parité et deux unités de spin en moins. De plus, l'ordre des états correspondants est le même et l'espacement en énergie est similaire dans les deux régions. Toutes ces similarités sont regroupées sur la figure 7, aussi bien du côté expérimental que du côté théorique par l'utilisation de l'interaction MSDI.

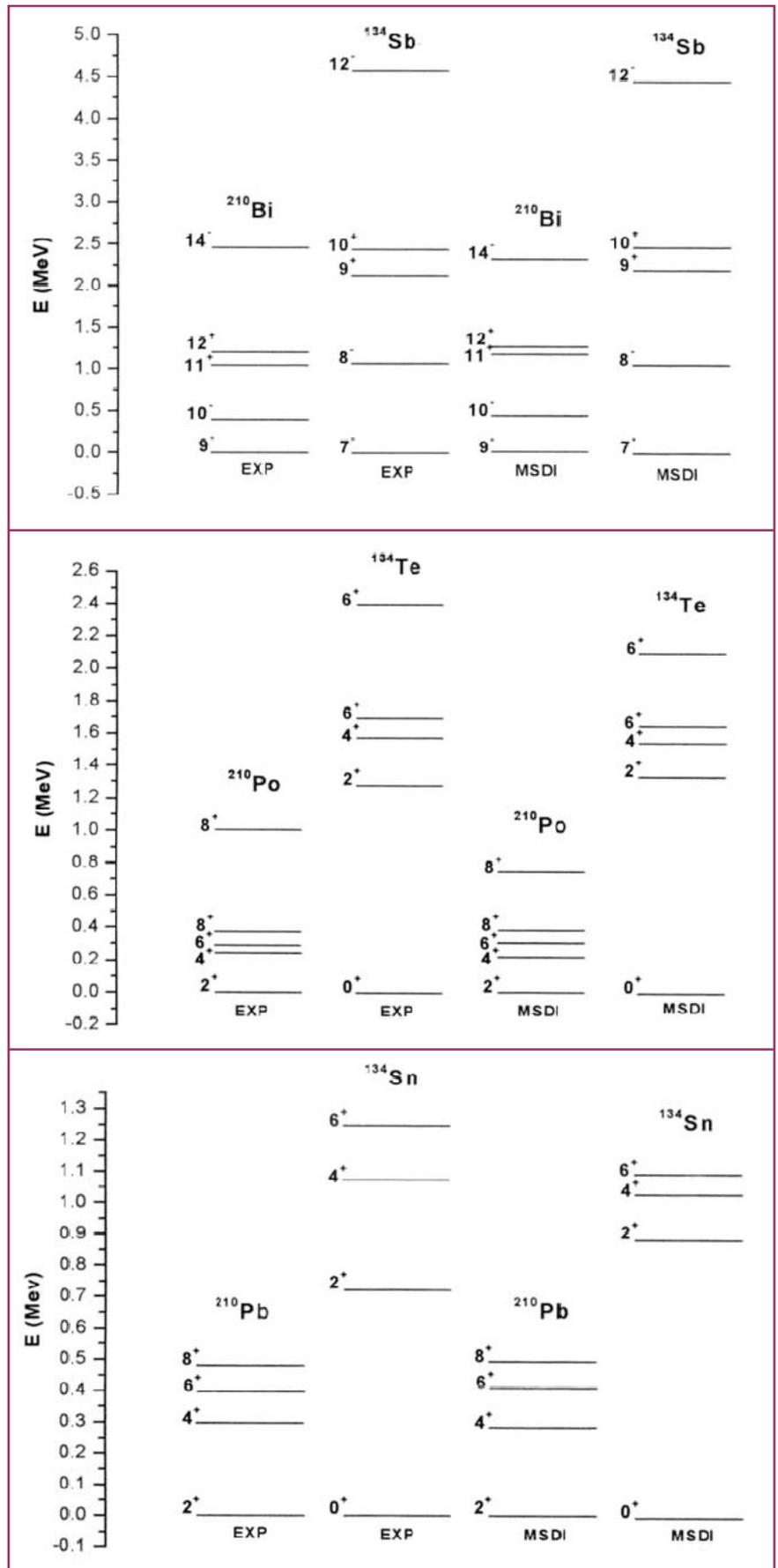
#### CONCLUSION

Nous avons présenté ici quelques résultats de l'étude de modèle en couches des noyaux au voisinage des noyaux doublement magiques  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$  concentrant l'attention sur les noyaux à deux nucléons de valence. L'étude des noyaux près de ces deux régions a un grand intérêt, surtout pour prédire les spectres des noyaux non connus expérimentalement dans la région de  $^{132}\text{Sn}$  à partir de leurs homologues connus dans la région de  $^{208}\text{Pb}$ . Dans notre calcul nous avons utilisé les interactions effectives Delta et MSDI. Nous avons montré que l'interaction MSDI reproduit l'ordre des niveaux et les énergies d'excitation mieux que l'interaction Delta. Nous pouvons conclure que l'interaction MSDI est efficace pour étudier les noyaux dans ces deux régions, surtout à basse énergie où la contribution des effets collectifs est moindre.

Nous avons trouvé que la correspondance entre les spins et parités des noyaux à deux nucléons de valence dans les deux régions est :

$$J_{\text{Pb}} = J_{\text{Sn}} + 2 ; \quad \pi_{\text{Bi}} = \pi_{\text{Sb}}$$

Cette étude peut nous fournir des informations sur l'interaction nucléon-nucléon, et peut être utile dans l'expérience.



**Figure 7:** Comparaison entre les spectres expérimentaux et calculés des noyaux à deux nucléons de valence.

## REFERENCES

- [1]- Blomqvist J., "Single-Particle States Around Double-Magic  $^{132}\text{Sn}$ ", Proceeding of the 4<sup>th</sup> International Conference On Nuclei Far From Stability, CERN Geneva, report N° 81-09, (1981), pp. 536-541.
- [2]- Firestone R.B., "Tables of isotopes", Vol. 1 et 2, Eighth edition, Virginia S. Shirley Editor, (1996).
- [3]- Bhattacharyya P. *et al.*, "Yrast states of neutron-rich N=83 nuclei from fission product  $\gamma$ -ray studies", *Phys. Rev. C*56, (1997), R2363-2367.
- [4]- Zhang C.T. *et al.*, "Yrast Excitations around Doubly Magic  $^{132}\text{Sn}$  from fission product  $\gamma$ -ray studies", *Phys. Rev. Lett.*, 77, (1996), pp. 3743 -3746.
- [5]- Meyer J., "Interactions effectives, théories de champ moyen, masses et rayons nucléaires", Ecole Joliot-Curie de physique nucléaire, 19<sup>ème</sup> session, Spa, Belgique, 10-16 sept. (2000), pp. 61-102.
- [6]- Chabanat E., "Interactions effectives pour des conditions extrêmes d'isospin", Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard Lyon I, (1995).
- [7]- Pan. X.W. *et al.*, "Nuclear shell model calculations with fundamental nucleon-nucleon interactions", arXiv : nucl-th/9505020, (1995).
- [8]- De-Shalit A. and Feshbach H., "Theoretical Nuclear Physics", Vol. 1, Wiley Classic library, (1990), pp. 302-311.
- [9]- Brussard P.J. *et al.*, "Shell model application in nuclear spectroscopy", North Holland Publishing company, (1977), pp. 100-131.
- [10]- Hoff P. *et al.*, "Single-Neutron States in  $^{133}\text{Sn}$ ", *Phys. Rev. Lett.*, 77, (1996), pp. 1020-1023.
- [11]- Urban W. *et al.*, "Neutron single-particle energies in the  $^{132}\text{Sn}$  region", *Eur. Phys. J.*, A5, (1999), pp. 239-241.
- [12]- Fornal B. *et al.*, "Few particle excitations of N=83 isotones  $^{134}\text{Sb}$  and  $^{135}\text{Te}$  from  $^{248}\text{Cm}$  fission", *Phys. Rev. C*63, (2001), 024322, pp. 1-6.
- [13]- Alexa P. *et al.*, "Calculation of shell model energies for states in  $^{210}\text{Bi}$ ", *Phys. Rev. C*55, (1997), pp. 179-186.
- [14]- Coraggio L. *et al.*, "Bonn potential and shell-model calculations for N=126 isotones", *Phys. Rev. C*60, (1999), 064306, pp. 1-9
- [15]- Coraggio L. *et al.*, "Structure of Sn isotopes beyond N=82", *Phys. Rev. C*65, (2002), 051306(R), pp. 1-4.
- [16]- Andreozzi F. *et al.*, "Structure of neutron-rich nuclei around  $^{132}\text{Sn}$ ", *Phys. Rev. C*56, (1997), R16-19. □