المنطق الأرسطي والرياضيات: باعثان ابستمولوجيان للمنطق الرياضي

رحموني نور الدين *

رمزية المنطق الأرسطى

يشوب كلمة «صوري»Formal نوع من الغموض -طبعاً لا في مادتها- وإنما في تعدّد مجالات استعمالها، وارتباطها مواضع مختلفة**.

لذا ارتأينا أن نقوم بتوضيح مؤداه؛ أننا في هذا المقام ما دمنا نرمي إلى مُباحثة المنطق الأرسطي، فإننا سنقصر على الكلمة (صوري) وما تشير إليه، وهو سعي منا لحصر الموضوع ما أمكن. إذ نسمي موضوعنا صوري؛ نسبة إلى الصورة. وفي هذا نجد عبارة «منطق صوري» Formal logic الذي سمي كذلك، كونه «يتضمن البحث في صور الاستدلال من حيث هو منتج بقوة صورته لا بقوة مادته»¹.

إن ما نريد معالجته هاهنا، لا يتعلق بضروب إنتاج الاستدلال في المنطق الأرسطي، وإنما «صوريته»، هاته الأخيرة Formalism التي في عمومها تعني: «مذهب قوامه القول أن حقائق هذا العلم أو ذاك (ولاسيما علم الرياضيات) هي حقائق محض صورية، وإنها تقوم على مواضعات أو على تعريفات رمزية لا غير $^{(2)}$ » ومنه، فربطنا للمفهوم بالمنطق الأرسطي؛ يعني أننا نريد معالجة مسألة قيام المنطق الأرسطي على هذه الأسس. ومن هذا الباب تأتي مشروعية التساؤل التالي؛ ما البنى الصورية التي يقوم عليها المنطق، وهل يكننا الحديث عن رمزية المنطق الأرسطى؟

قبل استباق الأحداث والغوص في ثنايا الموضوع، لنا أن نعود إلى قول لالاند عن مفردة «صورية». فنجده فيها قد أشار إلى مواضعات أو تعريفات رمزية، كأسس تقوم عليها الحقائق المعرفية، ومنه فحديثنا على المنطق الأرسطي ومسألة الصورية فيه، يجعنا نبحث عن هذه الأسس المواضعاتية والتعريفات الرمزية فيه.

^{* -} طالب دكتوراه - عضو بمخبر فلسفة، علوم وتنمية بالجزائر - جامعة وهران02.

Abstrat: The Aristotelian logic in his simple form and the Mathematics in her complex form, both are given an epistemological comforted to the apparition of a new logic, who is the Mathematical logic. This new science derives his discursive from the logic and his mathematics from the mathematics. Hence can we talk about the formalism of Aristotelian logic and Mathematics as a base of Mathematical logic.

^{** -} عكن في هذا المقام ان نشير الى: التربية الصورية، الثقافة الصورية، الأخلاق الصورية. راجع في هذا الشأن أندري لالاند، الموسوعة الفلسفية، منشورات عويدات، بيروت- باريس، ط2، 2001.ص453. وكذاجميل صليبا، المعجم الفلسفي، دار الكتاب اللبناني، مكتبة المدرسة، بيروت، لبنان. ص746.

⁻ جميل صليبا، المعجم الفلسفي، دار الكتاب اللبناني، مكتبة المدرسة، بيروت، لبنان. ص745-746.

² أندرى لالاند، الموسوعة الفلسفية، منشورات عويدات، بيروت- باريس، ط2، 2001، ص447.

كان لأرسطو أن ضبط تعريفات لمختلف الركائز الأساسية التي تقوم عليها اللغة، عامة، ونظريته في البرهان خاصة. وقد أفرد في هذا عناوين كتب مختلفة مثل كتابه: في القول، في الكلمة، وقد فصّل في كتاب المقولات لعشر مقولات بقوله: «كل من التي تقال بغير تأليف أصلا، فقد يدل إما على (جوهر) وإما على (كم)، وإما على (كيف)، وإما على (إضافة)، وإما على (أين)، وإما على (متى)، وإما على (موضوع)، وإما على (أن يكون له)، وإما على (يفعل)، وإما على (ينفعل). فالجوهر على طريق المثال كقولك: إنسان، فرس. والكم كقولك: ذو ذراعين، ذو ثلاث أذرع. والكيف كقولك: أبيض، كاتب. والإضافة كقولك: ضِعْف، نصف. وأين كقولك: في ألوقين، في السوق. ومتى كقولك: أمس، عاماً أول. وموضوع كقولك: متكئ، جالساً. وأن يكون له كقولك: مُتَنَعًل، مُتَسَلِّح. ويفعل كقولك: يقطع، يُحْرِق. وينفعل: ينقطع، يحترق (1)».

ضبط أرسطو بهذا الأسس القويمة التي لا مناص لنا من التسليم بها، على الأقل حتى يسهل علينا مجارات ما رمى إليه في نهاية المطاف. لكن النقطة الأهم والتي وجب الإشارة إليها من خلال العودة إلى تحديد لالاند للصورية؛ هي أن حقائق هذا العلم أو ذاك هي حقائق صورية، وهو ما يعني أن الحقائق الناتجة عن منطق أرسطو ستكون صورية أيضا، إنْ أريد له أن يكون صوريا محضا -وهذا بالتحديد من نحن نجاري البحث عنه- لكن الصورة العامة التي ترتسم من خلال تطبيق معايير الصورية في تعريف لالاند على منطق أرسطو، تقول أنه لابد لحقائق المنطق أن تكون صورية، وقبل هذا لابد له من أن يقوم على مواضعات وتعريفات رمزية أيضا. وهي نفسها الصورة العامة لأكثر العلوم صورية في حاضرنا كالرياضيات. لكن ما ينبغي الإشارة إليه أيضا؛ أنه على الرغم من تحقق شرط التواضع على تعريفات معينة، كجانب محدد لصورية علم ما -حسب لالاند- في منطق أرسطو، فإن الجانب الآخر وهو رمزية هذه التعريفات لم يتحقق. وبهذا لم يخرج هذا التواضع من دائرته اللغوية الصرفة، فلم يعطِ بذلك أرسطو ولم يضع تعريفات رمزية لهذه الأسس القوية لمنطقه.

بعد أن كانت لنا وقفة على الأسس التي يقوم عليها منطق أرسطو، سنحاول أن نعرج على شكله العام. ومنه نقول: إن الاعتقاد الراسخ عند البعض؛ أن المنطق ولد كامل مكتمل مع أرسطو، أدى إلى الحيلولة دون تقدير كل اكتشاف جديد، تقديرا يتناسب مع قيمته الحقيقية. وقد ميز المناطقة بين نوعين من المنطق صوري ومادي؛ مادي يكون جزء من مبحث المعرفة ويعبر عن الناحية الموضوعية للفكر كثيء أساسي، فماديته تكمن في كونه يبحث في البرهان والجمل والأغاليط والخطابة والشعر... وصوري يعنى بصورة الفكر لا بهادته (2). وهو سعيا منه نحو اتفاق الفكر مع ذاته ومن خلال الانشغال بالقوانين الموصلة إلى نتائج صحيحة. لكن المنطق الارسطي صوري ومادي معا.

¹ أرسطو، منطق أرسطو. تحقيق وتقديم: عبد الرحمن بدوي، الجزء الأول، كتاب قاطيغوريا أي المقولات، نقل إسحاق بن حنين، 4 المقولات، وكالة المطبوعات الكويت، دار القلم بيروت لبنان. ط1، 1980. ص35-36.

² أنظر: د. على سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو إلى يومنا الحاضر، دار المعرفة الجامعية، (د.ط)، 2000. ص17.

ينطلق المنطق التقليدي (الأرسطي) من مبادئ تعتبر صادقة صدقا ضروريا وموضوعيا. هذا الحرص على الموضوعية، هو الشيء الذي كانت تطلبه كل المحاولات الأولى التي كان المنطق فيها يتشبه بالجبر. ومن هذا، فإن المحاولات الأولى من أجل تأسيس منطق صوري محض، قد قطع شوطها الأول أرسطو. عندما ارتأى وضع المتغيرات الرمزية موضع الحدود العينية، واستعمل رموز اللغة العادية للدلالة على متغيرات القضايا. إلا أن هذا المنهج لم يستمر ولم يُطوّر على يد المناطقة المتأخرين عن أرسطو.

فقد رمز أرسطو إلى الحدود المتغيرة في القضايا بالرموز اللغوية أ،ب،ج ... لكنه لم يشر إلى الثوابت المنطقية فوقع في نقص كبير⁽¹⁾. ولتوضيح هذه الفكرة نورد المثال التالي:

من خلال كتاب التحليلات والمواضع لأرسطو، نجد أنه قد استعمل رموزا يستعين بها في حل المشكلات وصياغة الامثلة المنطقية. وفي شرح توما الإكويني للتحليلات الأولى نجده يستعمل الرموز الأرسطية، مما يجعلنا نقول أنه أدرك قيمتها وأهميتها، وذلك من خلا كتابه SummaTotius Logicae وهو الكتاب الذي تحوم الشكوك حول نسبته إلى توما الإكويني. لم ينتبه اللغويون ولا الفلاسفة إلى رمزية أرسطو، فبقي هذا الإبتداع غير مستغل إلى أن جاء المنطق الرياضي.

يرى أ.تارسكي A.Tarski أننا ملزمون إلى حد ما، إلى استعمال دلالة اللغة الطبيعية «بتدقيق الألفاظ المستعملة وبتحديد البنيات المقبولة، وبإلغاء مختلف الالتباسات اللفظية، وكل هذا يؤدي بنا إلى وضع لغة جديدة أدق وأوسع، هي بالنسبة إلى اللغة الطبيعية، كنسبة اللغة المصورنة إلى لغتها الشارحة $^{(2)}$ ».

إن منطق أرسطو صوري دون أن يكون مصورنا (أو بعبارة أفضل: صورانيا) أي دون أن يجعل الصورنة منهجا له. وفي تاريخ المنطق نجد أن الرواقيين تصورا منطقا صوريًا ومُصورنا في آن واحد وقد حققوا ذلك جزئيا (3). إذ نجدهم قد استخدموا رموزاً، ونظروا للمنطق كنسق إستنباطي. فاستبدلوا الاحرف الهجائية لأرسطو

¹ أنظر: د.هادي فضل الله، مدخل إلى المنطق الرياضي (حساب القضايا والمحمولات)، دار الهادي للطباعة والنشر والتوزيع، بيروت لبنان، ط2، 1423هـ - 2003م.. ص11.

² رورماري لويز، المنطق والمنطق الشارح: محاولة حول بنية وحدود التفكير المنطقي، تر: محمود اليعقوبي، دار الكتاب الحديث،القاهرة، مصر،2008. ص 54.

³ المرجع نفسه. ص70.

بالاعداد الحسابية واستخدموها رموزا للقضايا، وهذا يتضح من خلال مثال كريسيبوس في القياس الشرطي. حيث بقول فيه:

«إذا كان الأول، كان الثاني، لكن الأول، إذن الثاني إذا كان الاول، كان الثاني، لكن ليس الثاني، إذن ليس الاول ليس الاول والثاني معا، لكن الأول، إذن ليس الثاني الما أن يكون الاول أو الثاني؛ لكن الأول، إذن ليس الثاني الما أن يكون الاول أو الثاني؛ لكن اليس الثاني، إذن الأول (1) «.

نلاحظ في هذا المثال، أن الصورة الأولى والثانية تعبر عن القياس الشرطي المتصل بنوعيه، والصورة الرابعة والخامسة تعبران عن القياس الشرطي المنفصل بنوعيه. أما الصورة الثالثة ففيها تعبير عن صورة جديدة يعيد شارل ساندرس بيرس بعثه بعد تجاهل المناطقة له لفترة طويلة، وقد أعاد بعثه من أجل تعديل نظرية البرنكيبيا.

إن للرمز فوائد عديدة، أولها أنه يعيننا على استخراج ملامح ذات أهمية منطقية في البراهين، حتى يتيسر وضعها في تصنيفات نوعية يمكننا أن نطبق عليها القواعد العامة. ثانيها أن استخدام الرمز في المنطق يوفر الإيجاز الدقيق، والاقتصاد في التغير بالنسبة إلى الأحكام المعقدة، التي يصعب أو يستحيل فهمها إذا وضعت في تعبير باللغة العددية⁽²⁾.

لقد حامت حول المنطق الأرسطي تساؤلات فيما إن كان يعود لأرسطو نفسه أو أن كذلك يشمل الإضافات التي جاءت بعد أرسطو. وفي هذا نقول أن لأصحاب الرؤية الثانية جانب كبير من الإقناع، إذ حجتهم تنضوي أن المنطق الأرسطي ليس ما وضعه أرسطو فقط وإنما كذلك الإضافات التي جاءت فيما بعد. تستند إلى ما عبر عنه «يان لوكازيفيتش» أولا مدافع عن منطق أرسطو في كتابه «نظرية القياس الأرسطية». وقد بيّن أن أرسطو عند كتابه المنطق لم يكتب القياسات على الشكل العمودي الذي نعهده اليوم:

كل إنسان فان كل سقراط إنسان سقراط فان

بينما كتب أرسطو قياساته بصورة خطية. فقد كان أول من استخدم هذا الرسم للقياس هو الاسكندر

¹ محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي (نشأته وتطوره)، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، (د-ط) 1979. ص 47.

² المرجع السابق. ص-33 34.

مجلة أبعاد الرابع/جانفي 2017

الافروديسي Alexander of Aphrodisias في أواخر القرن الثاني وأوائل الثالث الميلادي. حيث يوضح «روبير بلانشي» هذا بقوله: أن المثال السابق لم يتم ذكره على لسان أرسطو، وفوق كل هذا أن المنطق الأرسطي لا يتعامل مع القضايا الشخصية، فوجب وضع «فيلسوف» مكان سقراط حتى نتمكن من أن ننسبها لأرسطو. وهذا المثال في حقيقته لا يعطينا فكرة واضحة عن منطق أرسطو، والسبب في ذلك أن أرسطو كان يورد الأمثلة على صورة رمزية كأن نبرهن بالقياس التالى:

إذا كان كل (ب) هو (ج) وكان كل (أ) هي (ب) فإن كل (أ) هو (ج)

لكن بعودتنا إلى نصوص أرسطو، فسنجد كذلك أن «أرسطو» لم يستخدم العبارة (كل ب هو ج) بل استخدم في المقابل من ذلك الصيغة التالية (ج مقولة على كل ب)، وبهذا يكون أرسطو قد قدم المحمول على الموضوع. كما نجده قد استعمل صياغة أخرى هي: (ج ينتمي إلى كل ب). وتطبيق هذا على الصورة السابقة تعطينا التعبير الدقيق للقياس الأرسطي بالمعنى الكامل ولنا أن نقتبس من كتابات أرسطو قولته التالية «... إذا كان بعض ب أ فإن بعض أ ب لا محالة، لأنه إذا كان لاشيء من أ ب فلا شيء من ب أ. فإن كل بعض أ ب ليس بالضرورة أن بعض أ ليس ب. كذلك أنه إذا كان في موضع ب (حي) وفي موضع أ (إنسان) فإنه ليس كل حي إنسان وكل إنسان حي».

نستنتج من خلال هذا الإقتباس وغيره، أن أرسطو قد كان أول من خطى خطوة أولى نحو رمزية المنطق؛ وذلك من خلال ابتداعه رموز المتغيرات variables، فارتاء وضع المتغيرات الرمزية موضع الحدود العينية واستعمل رموز اللغة العادية للدلالة على متغيرات القضايا؛ فرمز إلى الحدود المتغيرة في القضايا بالرموز اللغوية أ،ب،ج. لكنه لم يشر إلى الثوابت المنطقية.

من هذا نقول، أن رموز أرسطو بقت في القضايا البسيطة فقط ولم تنتقل إلى القضايا المركبة، لذى لم تكن إسهاماته في إقامة منطق رياضي ذات فعالية كبيرة، إلاأنه في المقابل من هذا يبقى لأرسطو الفضل الأول في فتح باب الصورية والرمزية في المنطق بوجه عام.

وتأتي مشروعية البحث الابستمولوجيعن تعطل المسيرة الرمزية للمنطق الأرسطية، كباعث من بواعث بزوغ نجم المنطق الرياضي. إذ بحثنا حيال هذا القضية يقودنا إلى القول: أن الرموز اللغوية في المنطق الأرسطي، تجعنا نحتمل وقوع خلط بين رمزية الموضوعات والمحمولات وبين الكلمات، عندما تكونان جنبا إلى جنب. كون بعض الكلمات في اللغة تتكون من حرفين أو ثلاثة أحرف كالروابط مثلا. هذا من جهة، ومن جهة اخرى أن المنطق على هاته الشاكلة طالما أنه لم يحاول الاستفادة من العلوم الأخرى:مناهج وطرقها؛ فانه لا يرتجى منه غير ما سطره له أرسطو، وذلك كونه لا يخرج عما حدده أرسطو من رمزية محدودة تشمل الموضوعات والمحمولات،ولا تشمل الروابط المنطقية. وهوما قد يكون من بين الأسباب المبدئية في عدم نجاح هذه الرمزية الأرسطية، فقد غاب في هذه الرمزية التفاعل بين الأحرف الرمزية، حتى

مجلة أبعاد الرابع/جانفي 2017

يكون بالإمكان أن تصدر عنها قوانين وتحتكم لها ولقوانين مبتدعة مصاغة أخرى، وفق تصورات ومساعي مبدعيها، إذ نقصد غذجتها على نموذج الرياضيات مثلاً.

1. صورية المنطق والرياضيات:

يعتبر المنطق الأرسطي منطق فلسفي، وقد كان كذلك كون الكائن المنطقي في التقليد الأرسطي تعبير عن الكائن الواقعي والتجريد الذي يولده يجري في ضوء ضمان المبادئ الأولية الكلية المؤسسة مباشرة في الوجود، والنظام المنطقي كله تابع للنظام الواقعي الذي يحكمه من جميع الجهات، «من جهة كان يقتبس مبادئه الأولى من الميتافيزياء»، ومن جهة أخرى من حيث كونه مؤسسا على الأنتولوجياوanthology وباقيا متضمنا كله فيها، فقد كان له -على الرغم من كونه منطقا صوريا- الطابع المادي الذي كثيرا ما أشار إليه المنطقيون الرمزيون وعابوه عليه.

كما نرى أن أرسطو قد فرق بين صورة الشيء ومادته وذاك في بعثه المستفيض حول الهيولى والصورة، لكنه لم يوازن في اهتمامه بين المادة والصورة فكان اهتمامه أكثر بالصورة وذاك ما يبدو جليا من خلال «اهتمامه بالعلم الرياضي الذي يتناول بحث ودراسة الأشكال (مثلث -مخروط- ودائرة - ومستطيل) ولا يبالي بالمادة التي تتكون منها الأشكال».

ويعود للمناطقة المسلمين فضل كبير في الاسهام في صورنة المنطق الارسطي الذي جمع بين الصورية والمادية، وذلك من خلال حذف الجانب المادي وتركيزهم على الجانب الصوري فيه. لكن هذا لا يجعلنا نغفل العلاقة بين المنطق والرياضيات،فيمكن أن نجد لها أثر في كتابات القدماء كأرسطو واقليدس وريون لول وديكارت غيرهم كثير. فأرسطو مثلا يعترف أن «جميع العلوم الصورية كالرياضيات تستخدم الشكل الاول من القياس» . وهو باب من أبواب التماس بينهما وباعث ابستمولوجيلما سيعرف فيما بعد بالمنطق الرياضي، وفي هذا الباب نجد أن الجدل تطور حسب التصورات لتفسير هذه العلاقة فهناك من قرر ألا علاقة بينهما أصلا، وأن تشابههما هو ما أملى علينا البحث في هذه العلاقة. وهناك من اتجه إلى أن المنطق قد اصطبغ بصبغة رياضية، لكنههناك من رأى غير ذلك، فرد المنطق إلى الرياضيات كما نجد من حاول عكس ذلك، وهناك أيضا من أرجعهما إلى الأصل الواحد.

حديثنا عن صورية المنطق والرياضيات يجعنا نستحضر في الأذهان اتجاه التشابه الظاهري في محاولة تفسير العلاقة بين المنطق والرياضيات. فهو الإتجاه الذي درس العلاقة في ظاهرها، وبالتالي نجده قد ناقش صوريتهما معا، فاتفق أصحاب هذا الإتجاهعلى أن المنطق والرياضيات يتفقان في اعتمادهما الرموز، فبدلا من استعمال العبارات اللغوية يستعملان رموز معينة وإن اختلفت هذه الرموز من المنطق إلى الرياضيات. وفي هذا المقام ننوه إلى أن العلاقة التي ندرسها ليست للمنطق الرياضي بالرياضيات وإنما المنطق التقليدي، وهذا راجع لما سبق في أننا قد أشرنا إلى أن ارسطو قد استعمل الرموز في منطقه، وإن لم تكن قد شملت كذلك الروابط المنطقة.

إن الرموز سواء في المنطق أو الرياضيات لها فائدة مزدوجة سيكولوجية وعلمية، إذ «تعفي الرموز الذهن من تأملات الصلات بين المعاني اللغوية وتصرف الذهن كله إلى تأمل العلاقات الصورية أو الرياضية وحدها. ومن الناحية العلمية تكسب الرموز العلم دقة وتجريدا وعموما»، وهي الملامح التي يسعى العلم في عمومه الاكتساء بها. بهذا تسهم الرموز في ترصيعبنى المنطق والرياضيات بجزيد من الصورية. هذه الاخيرة التي بدأت في المنطق مع أرسطو؛ فقد أعطى الصورة الكلية الجامعة لمختلف القضايا وقوامها الموضوع والمحمول، وتحديد أشكال وضروب القياس من خلال هذه الصورة.

أما الرياضيات فهي موغلة في الصورية أكثر من المنطق التقليدي، وهي سابقة عليه في النشأة والتطور، إذ نجد فيها استعمال متغيرات حسابية لا تملك قيمة عددية يمكن أن تعوض المتغيرات بأعداد مختلفة وكل مرة تؤطرها نفس العلاقات الخطوات لنصل إلى النتائج.

2
ب + بأ 2 = أب + ب 2 مثال: (أ + ب

هذا فضلا عن إمكانية التعبير عن الصورة في الرياضيات بكيفيات مختلفة، وهذا ما نلاحظه من خلال المثال السابق، إذ الصورة التي قبل علامة التساوي هي نفسها التي بعدها، إلا أنها قد عُبر عنها بشكل آخر.

من هذا التشابه الذي نلمحه بين المنطق والرياضيات، نجد عبد الرحمان بدوي يقول «كلا النوعين من العلم يمتاز بأنه يميل إلى التجريد فلا يعنى إلا بالصورة؛ أما المادة فلا أهمية لها في الواقع عنده» ولذا فهو يرى أنه من الطبيعي أن يفكر الفلاسفة والمعنيون بالمنطق في الاستفادة من الرياضيات. رغم أنه في إمكان الرياضيات أن تستفيد من المنطق كذلك فتكون الاستفادة بين العلوم متبادلة، وهذا ما يفسر أن الرياضيت عند اقليدس كانت على خطى المنطق باعتمادها التعريفات والمصادرات، ثم البديهيات.

«على الرغم من بعض الصعوبات الناجمة أساسا على صورنة غير كافية للمنطق فإن هذا المنطق قد توغل في الطريق الذي في نهاية الأمر سيتوحد فيه بالرياضيات». وهو ما قد سبق وأن أشرنا إليه من خلال العلاقة بين المنطق والرياضة إلى حد أن أعتبر المنطق الرمزي فرع من فروع الرياضياتأو الرياضيات فرع من المنطق، وفي هذا يقول Cf.Raymond Wilder في كتابه Mathématics ومشروع من الرياضيات».

إن ما سبق لا يعد ترويجا لإتجاه القائلين بأن المنطق جزء من الرياضيات. وإنما هو سعي للتنويه بأن المنطق الرياضي عند الوقوف عنده بشيء من التحليل والتدقيق، سنستبين أنه مزيج من أسس تعود في أصلها إلى المنطق التقليدي، وإلى الرياضيات. وهو ما يجعل كل الاتجاهات التي تحاول تفسير العلاقة بين المنطق والرياضيات تلامس ولو في جانب من جوانبها الصواب، ومنه فالمنطق التقليدي في شكله البسيط والرياضيات في شكلها المعقد، يعتبران معينان وباعثان ابستمولوجيان لقيام منطق جديد رياضي، يستمد منطقيته من المنطق االتقليدي ورياضته من الرياضات.

مجلة أبعاد الرّابع/جانفي 2017

المصادر والمراجع:

- 1. جميل صليبا، المعجم الفلسفي، دار الكتاب اللبناني، مكتبة المدرسة، بيروت، لبنان.
- 2. أندرى لالاند، الموسوعة الفلسفية، منشورات عويدات، بيروت- باريس، ط2، 2001.
- 3. أرسطو، منطق أرسطو. تحقيق وتقديم: عبد الرحمن بدوي، الجزء الأول، كتاب قاطيغوريا أي المقولات، نقل إسحاق بن حنين، 4 المقولات، وكالة المطبوعات الكويت، دار القلم بيروت لبنان. ط1، 1980.
- 4. على سامى النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو إلى يومنا الحاضر، دار المعرفة الجامعية، (د.ط)، 2000.
- مادي فضل الله، مدخل إلى المنطق الرياضي (حساب القضايا والمحمولات)، دار الهادي للطباعة والنشر والتوزيع، بروت لبنان، ط2، 1423هـ 2003م.
- رورماري لويز، المنطق والمنطق الشارح: محاولة حول بنية وحدود التفكير المنطقي، تر: محمود اليعقوي، دار الكتاب الحديث،القاهرة، مصر،2008.
- محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي (نشأته وتطوره)، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت،
 (د-ط) 1979.
- 8. محمد، مهران، مدخل إلى المنطق الصورى، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، (د.ط)، 1994.
 - 9. هادى فضل الله، مدخل إلى المنطق الرياضي (حساب القضايا والمحمولات).
- 10. تاريخ المنطق عند العرب، مؤسسة شباب الجامعة للطباعة والتوزيع، الاسكندرية، مصر، (د، ط)،1983.
 - 11. المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة الأنجلو مصرية، مصر، ط2. 1953.
- 12. محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي (لوجستيقا-Logistic)، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، لبنان. ط1، 1972.
- 13. عبد الرحمان بدوي، المنطق الصوري والرياضي، وكالة المطبوعات شارع فهد السالم، الكويت، ط1، 1977.