

## Etude numérique des écoulements dans un micro canal rectangulaire

N. Charef-Khodja, Z. Belkasmi et A. Soudani

Laboratoire de Physique Energétique Appliquée  
Département de Physique, Faculté des Sciences de la Matière  
Université Hadj Lakhdar, Batna 1, 05000 Batna, Algérie

(reçu le 21 Juin 2019 - accepté le 26 Juin 2019)

**Résumé** - L'objectif du présent travail est d'étudier numériquement le comportement hydrodynamique et les transferts thermiques par convection forcée de l'eau circulant dans un micro canal rectangulaire d'une hauteur allant de 100  $\mu\text{m}$  à 1 mm. Le nombre de Reynolds est compris entre 50 et 10000. La simulation a été effectuée à l'aide du code de calcul 'Fluent' qui est basé sur la Méthode des Volumes Finis. L'étude numérique indique que l'évolution numérique du coefficient de frottement, pour des écoulements laminaires et turbulents dans des micro canaux lisses, est bien prévue par les lois classiquement utilisées aux échelles conventionnelles. Les résultats ont également confirmé que le nombre de Nusselt est en bon accord avec les valeurs théoriques, sauf pour les canaux de moins de 200  $\mu\text{m}$  de hauteur où il a été noté une forte diminution des valeurs de Nu.

**Abstract** - The objective of this work is to numerically study the hydrodynamics and forced convection heat transfer for water flowing through a rectangular micro channel from 0.1 mm to 1 mm in height. The Reynolds numbers were between 50 and 10000. The simulation was carried out using the Fluent CFD which is based on the Finite Volume Method. The numerical study indicates that the numerical evolution of the friction coefficient, for laminar and turbulent flows in smooth micro channels, is well envisaged by the classically laws used on conventional scales. The results also confirmed that the Nusselt number is in accordance with the theoretical values, except for the channels of less than 200  $\mu\text{m}$  height where it was noted a strong reduction in the values of Nu.

**Mots-clefs:** Micro canaux - Hydrodynamique - Transfert thermique - Simulation numérique.

### 1. INTRODUCTION

Depuis les années 1980, il y a eu un progrès considérable dans le développement des systèmes miniaturisés, dits 'microsystèmes' (ou MEMS, acronyme de Micro Electro-Mechanical Systems). Ces systèmes, qui mesurent à peine quelques dizaines de micromètres, sont réalisés à partir des technologies de fabrication issues de la microélectronique.

Il existe beaucoup d'articles sur les études expérimentales et numériques de micro-écoulements qui ont été conduites pour caractériser les pertes de pression des écoulements de l'eau dans des micro conduites lisses.

Pfahler *et al.* [1] et Wilding *et al.* [2] ont trouvé des nombres de Poiseuille normalisés inférieurs à 1. Papautsky *et al.* [3] ont décrit le comportement liquide dans les micro canaux rectangulaires en utilisant un modèle numérique basé sur la théorie des fluides micro polaires qui augmente les lois classiques de la mécanique des milieux continus.

Flockhart *et al.* [4] ont étudié les caractéristiques de l'écoulement dans des micro canaux de section trapézoïdale. Ils ont trouvé une bonne corrélation entre la théorie et l'expérience pour des micro canaux de diamètre hydraulique compris entre 50  $\mu\text{m}$  et 120  $\mu\text{m}$ . L'augmentation de la valeur du coefficient de frottement par rapport à la théorie 'macroscopique' est attribuée à une transition prématurée du régime laminaire au régime turbulent, ou à l'influence de la rugosité de surface; Mala *et al.* [5].

Tandis que le coefficient de frottement dans des micro tubes rugueux d'acier inoxydable avec une rugosité relative de 3-4 % était plus élevée que la théorie conventionnelle de Poiseuille de 15-37 %; Li *et al.* [6].

Judy *et al.* [7] ont également fait des mesures dans des micro tubes rugueux en inox avec des diamètres compris entre 75  $\mu\text{m}$  et 125  $\mu\text{m}$ . Les nombres de Reynolds explorés sont compris entre 58 - 2431. Les nombres de Poiseuille mesurés dans ces tubes étaient constants en fonction de Re.

Les études expérimentales sur le transfert thermique en micro canal rapportés dans la littérature présentent une forte dispersion des résultats. Sobhan *et al.* [8], Qu *et al.* [9] ont étudié expérimentalement les caractéristiques des transferts thermiques par convection forcée. Les diamètres hydrauliques sont compris entre 62  $\mu\text{m}$  et 169  $\mu\text{m}$ , la longueur est de 30 mm. Les valeurs mesurées ont été comparées aux résultats numériques. Ils ont constaté que les nombres mesurés de Nusselt sont beaucoup inférieurs à ceux des solutions numériques.

Lelea *et al.* [10] ont étudié expérimentalement et numériquement le transfert de chaleur de l'eau distillée dans des micro tubes en acier inoxydable avec des diamètres de 100  $\mu\text{m}$ , de 300  $\mu\text{m}$  et de 500  $\mu\text{m}$ .

Leur analyse expérimentale et numérique a également prouvé que les théories conventionnelles sont applicables dans les conditions de leurs expériences. Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la rugosité relative entre 0.161 % à 0.355 %; Kandlikar *et al.* [11].

Dans cette étude, nous présenterons, la modélisation numérique de l'écoulement et du transfert thermique dans des micro canaux rectangulaires. Nous confronterons nos résultats numériques à ceux expérimentaux obtenus par Gao *et al.* [12].

## 2. MODELE NUMERIQUE

### 2.1 Hydrodynamique

Dans un premier temps, il faut créer la géométrie de l'objet de l'étude. Nous avons un micro canal de longueur  $L = 82$  mm, et de largeur  $b = 25$  mm situé entre deux réservoirs, un en amont et un en aval. La hauteur du canal peut ainsi être ajustée entre 100  $\mu\text{m}$  et 1 mm. Les dimensions retenues pour cette simulation sont celles définies par Gao *et al.* [12] et sont présentées sur la figure 1.

Trois types de conditions aux limites caractérisent le problème étudié: vitesse d'entrée (velocity- inlet), pression de sortie (pressure-outlet), les autres frontières du domaine sont définies comme étant des parois solides, où les conditions de vitesse sont nulles.

Le modèle général, permettant de décrire le mouvement d'un fluide, s'obtient par l'application des bilans de masse et de quantité de mouvements effectués sur le fluide, et simplifié par les hypothèses suivantes,

Écoulement permanent, Écoulement incompressible et Écoulement laminaire.

Ces équations se réduisent pour le fluide à,

#### Equation de la continuité

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

#### Equation de quantité de mouvement

$$\rho_{\text{fluide}} (\mathbf{V} \cdot \nabla \cdot \vec{V}) = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \mu_{\text{fluide}} \nabla^2 \cdot \vec{V} \quad (2)$$

Le fluide utilisé pour les simulations est un fluide newtonien et incompressible (eau)

Les équations de continuité et de quantité de mouvement sont résolues par la méthode des volumes finis, en utilisant le code de calcul Fluent. Nous choisissons de travailler exclusivement avec des schémas de discrétisation du deuxième ordre. L'algorithme de calcul est de type Simple. Les simulations sont considérées convergées pour des résidus de  $10^{-6}$ .

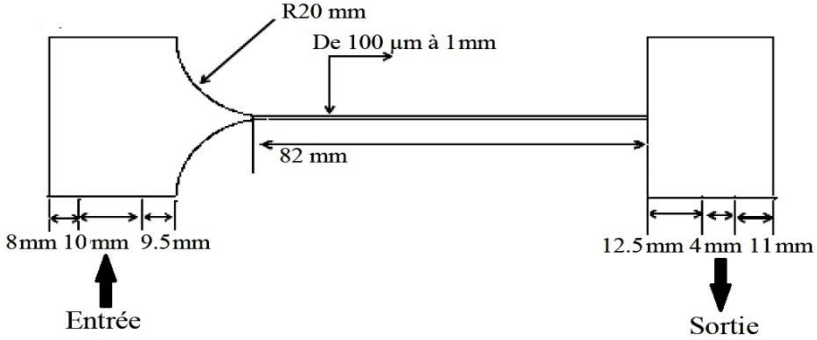


Fig. 1: Domaine de calcul

## 2.2 Transfert thermique

La figure 2 présente la géométrie du modèle thermique qui est similaire à celle présentée sur la figure 1. La section d'essai est formée par deux blocs. Chaque bloc est composé d'une résistance thermique d'une longueur ( $l_h = 62$  mm), qui reste plus petite que la longueur du canal ( $L = 82$  mm).

Les résistances thermiques sont situées à une distance de 4 mm de la paroi du canal. Elles sont placées légèrement en amont du canal (4 mm). Les blocs sont équipés de quatre (04) thermocouples qui ont été placés tous les 1.5 cm (position du premier thermocouple à  $x = 0.6$  cm). Ces thermocouples sont localisés à 1 mm de la surface du micro canal, en supposant l'écoulement laminaire et stationnaire. Les équations de base forment le système suivant.

### Equation de la continuité

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3)$$

### Equation de quantité de mouvement

$$\rho_{\text{fluide}} (\mathbf{V} \cdot \nabla \cdot \vec{V}) = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \mu_{\text{fluide}} \nabla^2 \cdot \vec{V} \quad (4)$$

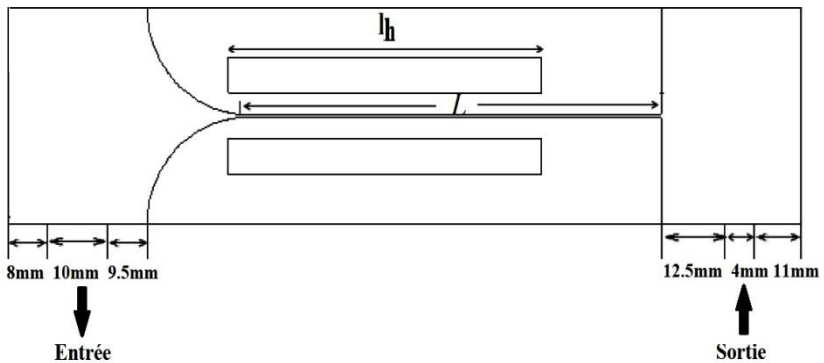


Fig. 2: Configuration thermique

Une simplification supplémentaire consiste à négliger la dissipation visqueuse ; ainsi l'équation de la chaleur pour la phase liquide est donnée comme suit,

$$\rho_{\text{fluide}} C_p (\vec{V} \cdot \nabla \cdot T) = \lambda_{\text{fluide}} \nabla^2 \cdot \vec{T} \tag{5}$$

Alors que pour le solide, cette équation est donnée par,

$$\nabla^2 \vec{T} = 0 \tag{6}$$

Par ailleurs, les conditions thermiques sont les suivantes,

- Source d'énergie constante sur le côté des résistances thermiques (180 W), et la surface d'échange du canal est  $2 b.l_h$  ( $b$  la largeur,  $l_h$  la longueur de la résistance thermique).
- $T_{\text{entrée}}$  supposée égale à 298 K.
- Vitesse initiale de l'écoulement donnée.

### 3. RESULTATS ET DISCUSSION

#### 3.1 Résultats de l'étude hydrodynamiques

##### 3.1.1 Profils des vitesses

La courbe présentée sur la figure 3 dans le cas du régime laminaire conduit à une observation très importante sur le profil de vitesse dans le canal. En effet, il apparaît clairement que le profil de vitesse prend une forme parabolique.

Lorsque le régime est turbulent, la forme du profil de vitesse est aplatie, (figure 3b).

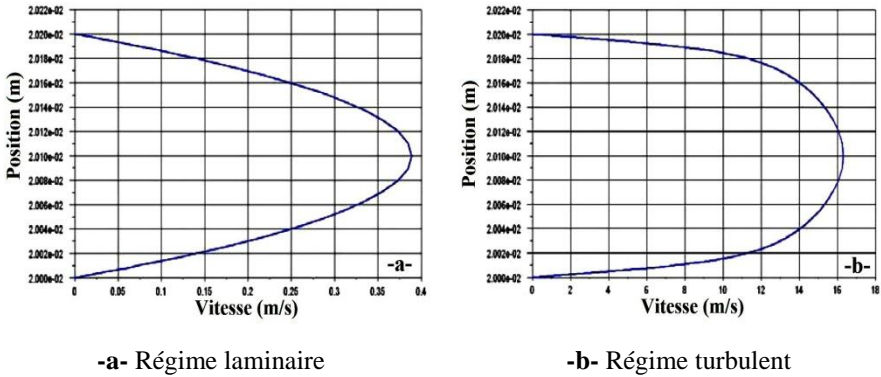


Fig. 3: Profils des vitesses, cas du canal de 200µm de hauteur

##### 3.1.2 Champs des vitesses

Les figures 4-6 présentent un exemple de distribution des champs de vitesses exprimées en m/s pour le canal et les deux réservoirs.

On observe pour le réservoir d'entrée une vitesse faible puisque la section du réservoir est très grande et l'écoulement est bien établi dans le canal.

On voit aussi que l'écoulement dans le réservoir aval est un exemple de jet et une zone de recirculation de l'écoulement est bien visible.

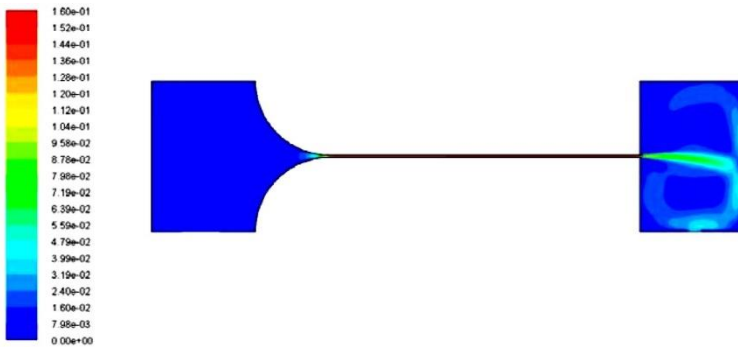


Fig. 4: Champ de vitesse (Re =100, hauteur du canal 500 μm)

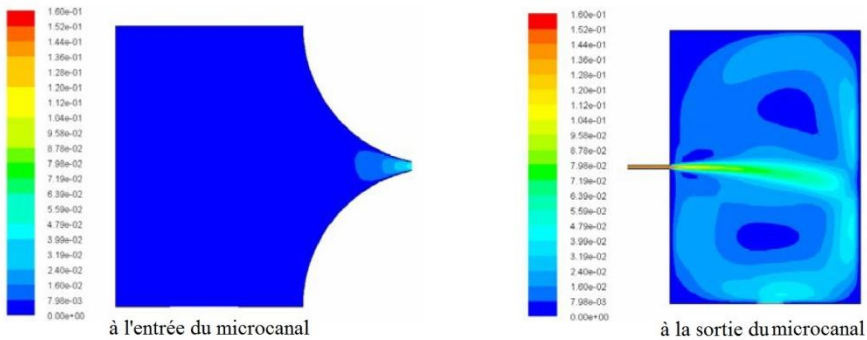


Fig. 5: Zoom du champ de vitesse

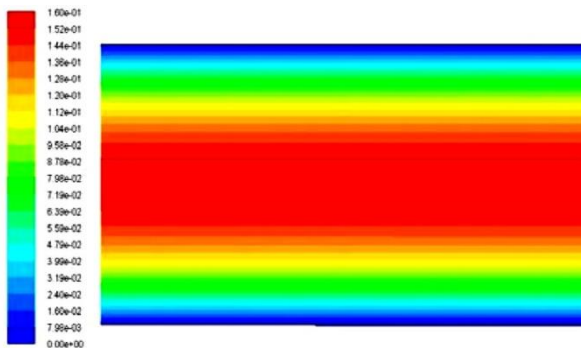


Fig. 6: Zoom du champ de vitesse le long du micro canal

### 3.1.3 Coefficient de frottement

Le coefficient de frottement est déterminé par la relation suivante.

$$f = \frac{\tau_p}{1/2 \cdot \rho u_{moy}^2} = \frac{\Delta P}{L} \frac{D_h}{2 \cdot \rho u_{moy}^2} \quad (7)$$

où  $\tau_p$  et  $\Delta P$  sont respectivement, la contrainte pariétale et la chute de pression avec  $D_h$ ,  $\rho$ ,  $u_{moy}$ , étant le diamètre hydraulique, la masse volumique et la vitesse moyenne de l'écoulement.

Pour un écoulement en régime laminaire pleinement développé dans un canal de taille conventionnelle, l'équation 7 s'écrit, White [13]:

$$f = 24 / Re, \text{ ce qui conduit à, } P_0 = f \cdot Re = 24 \tag{8}$$

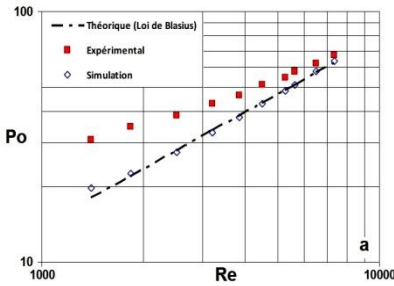
où  $P_0$  est le nombre de Poiseuille et  $Re$  représente le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique de la conduite  $D_h$  et sur la vitesse débitante dans une section  $U$ .

$$Re = \frac{D_h \cdot U}{\nu} \tag{9}$$

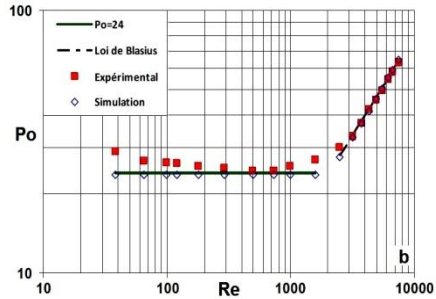
Pour un régime turbulent, le coefficient de frottement  $f$ , peut être calculé par la relation suivante,

$$f = 0.079 / Re^{1/4}, \text{ ce qui conduit à, } P_0 = 0.079 \cdot Re^{3/4} \tag{10}$$

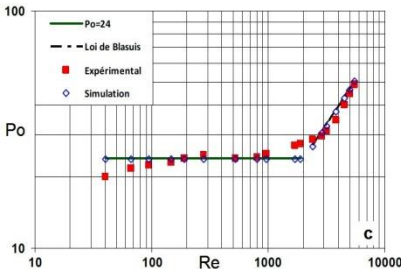
Les courbes **-a-** à **-f-** de la figure 7 représentent la variation des Nombres de Poiseuille ( $P_0 = f Re$ ) théoriques, expérimentaux et simulés en fonction du nombre de Reynolds avec une série de tailles du canal s'étendant de 0.1 mm à 1 mm. La gamme de Reynolds s'étend de 50 à 10000. On remarque, que les résultats des simulations se superposent plus ou moins parfaitement sur les valeurs théoriques.



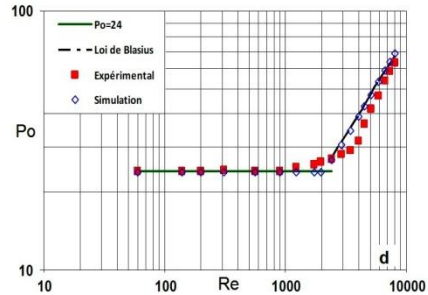
**-a-** Canal de 1 mm de hauteur



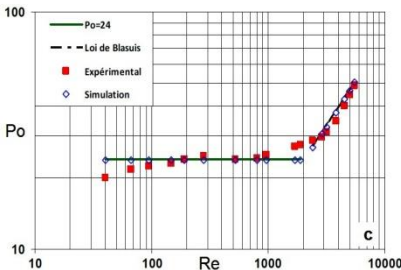
**-b-** Canal de 500 mm de hauteur



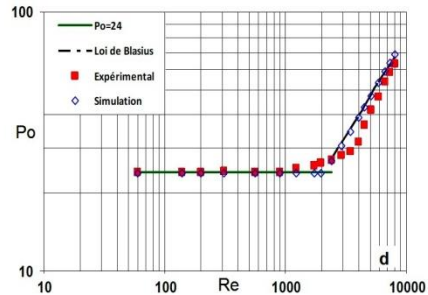
**-c-** Canal de 400 mm de hauteur



**-d-** Canal de 300 mm de hauteur



**-e-** Canal de 200 mm de hauteur



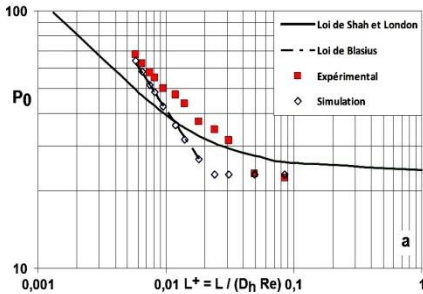
**-f-** Canal de 100 mm de hauteur

Fig. 7: Evolution de  $P_0$  en fonction de  $Re$

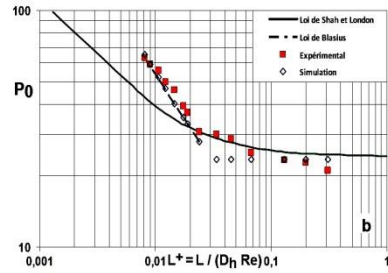
Une observation importante est que les résultats expérimentaux prouvent clairement que la valeur théorique ( $P_0 = 24$ ) est atteinte quelle que soit la taille du canal pour des nombres de Reynolds inférieur à 1000,  $Re < 1000$ .

$P_0$  est tracé en fonction de la longueur adimensionnelle ( $L^+ = 1/D_h \cdot L/Re$ ) et comparé à la loi de Shah *et al.* [14], équation 11 pour le régime laminaire, (figure 8)

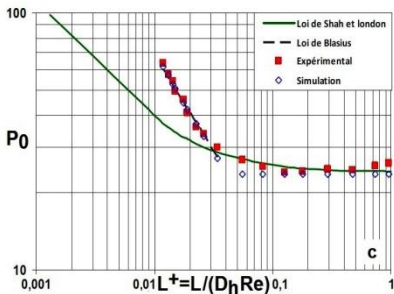
$$P_0 = \frac{3.44}{\sqrt{L^+}} + \frac{24 + \frac{0.674}{4L^+} - \frac{3.44}{4L^+}}{1 + \frac{0.000029}{L^{+2}}} \tag{11}$$



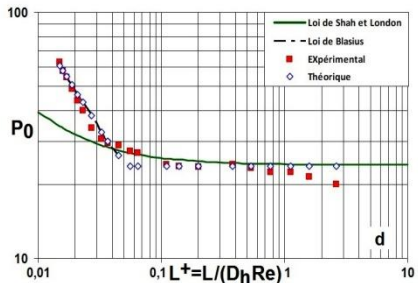
-a- Canal de 1 mm de hauteur



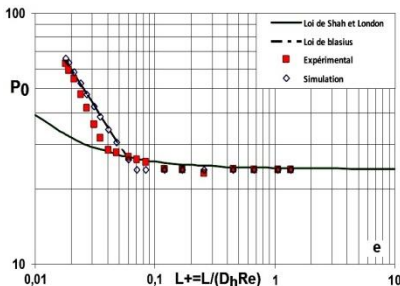
-b- Canal de 700 mm de hauteur



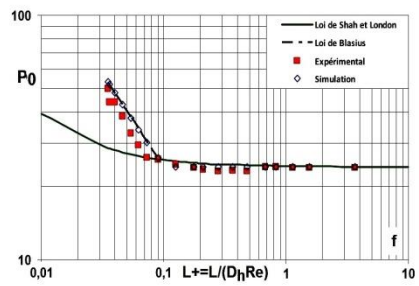
-c- Canal de 500 mm de hauteur



-d- Canal de 400 mm de hauteur



-e- Canal de 300 mm de hauteur



-f- Canal de 200 mm de hauteur

Fig. 8: Evolution de  $P_0$  en fonction de  $L^+$

Les résultats de la figure 8 montrent que le nombre de Poiseuille tend à une valeur constante pour des valeurs suffisamment élevées de  $L^+$ .

Pour les valeurs plus élevées de  $Re$ , c'est-à-dire lorsque le paramètre  $L^+$  diminue, l'évolution du nombre de Poiseuille est alors bien représentée par la loi de Blasius.

Un examen attentif de ces courbes permet de localiser le nombre de Reynolds critique de transition à la turbulence, comme il est indiqué sur le **Tableau** suivant,

**Tableau 1:** Nombre de Reynolds critique de transition à la turbulence

Hauteur, m	Re	
	RE <sub>cexp</sub>	Re <sub>csim</sub>
1	2500	2368
0.7	2500	2508
0.5	3200	3216
0.4	3800	3857
0.3	4000	3373
0.2	3300	2830

La plupart des valeurs trouvées pour  $Re_c$  dans le **Tableau 1** sont proches de la valeur admise de 4000 pour la transition dans des canaux à parois planes, Carlson *et al.* [15]. On observe que les plus petites valeurs de  $Re_c$  sont pour les plus grands canaux.

### 3.2 Résultats de l'étude thermique

Cette étude numérique, qui est liée à la théorie conventionnelle des phénomènes de transport, a été conduite en supposant (i) le couplage entre la convection dans le micro anal et la conduction longitudinale dans les parois est faible, (ii) le flux de chaleur est uniformément distribué, e qui permet d'estimer le coefficient de transfert de chaleur à l'interface solide/fluide et (iii) l'équation (14) peut être utilisée comme référence pour vérifier les données calculées.

On observe sur la figure 9 que les parois du canal n'ont pas été chauffées dans la dernière partie de la section d'essai. Cette diminution de  $T_{paroi}$  est due au refroidissement convectif de la paroi par l'écoulement.

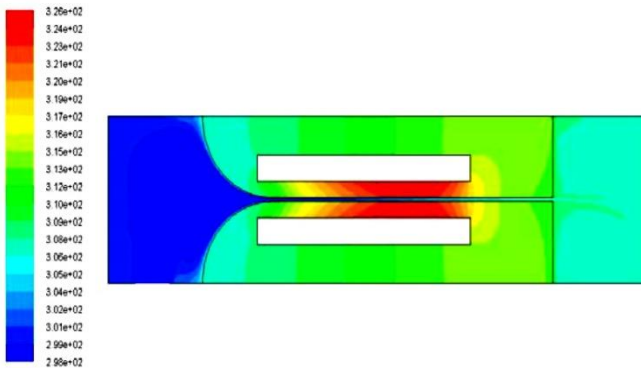


Fig. 9: Champ de la température statique pour une hauteur du canal de 1 mm et  $Re = 337$

#### 3.2.1 Nombre de Nusselt local

Nous avons collecté une série de données permettant de déterminer l'évolution numérique du nombre de Nusselt dans des micro canaux à parois lisses de hauteur comprise entre 100  $\mu m$  à 1 mm.



En particulier, la température de paroi a été considérée comme égale à la valeur fournie par le thermocouple  $T_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Les calculs ont été menés avec une puissance de chauffage fixe de 180 W et un débit variable permettant d'ajuster le nombre de Reynolds de l'écoulement entre 50 et 3000 et ce en accord avec les conditions expérimentales de Gao *et al.* [12].

En dépit de la complexité du phénomène de convection, le flux de chaleur  $\phi_{conv}$  transmis au travers d'une surface  $S$  par convection est souvent observé comme étant proportionnel à la différence de température  $\Delta T = (T_w - T_f)$  entre la température de la surface du solide  $T_w$  et la température du fluide  $T_f$  suffisamment éloignée de la surface solide. Ceci permet d'écrire, (loi de Newton),

$$\frac{\Phi_{conv}}{S} = \varphi_{conv} = h_{therm} (T_w - T_f) \tag{12}$$

où  $h_{therm}$  est le coefficient d'échange convectif, sachant que les unités de  $h_{therm}$  sont données en (W/m<sup>2</sup>K).

Généralement, on détermine le coefficient d'échange en fonction du nombre de Nusselt.

$$Nu = \frac{h_{therm} D_h}{\lambda} \tag{13}$$

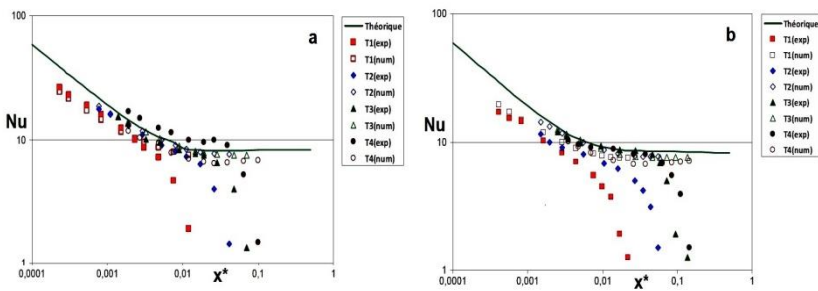
$\lambda$  est la conductivité du fluide

Les résistances sont comparés à la loi de référence valable en régime laminaire 'Entrée uniforme, 'Pr = 4", tracée à partir de la corrélation de Shal et al. [14], eq. (14)

$$Nu = \frac{\varphi \cdot D_h}{(T_w - T_f) \cdot \lambda} = \left( \left( 0.587 (x^*)^{-1/2} \right)^3 + 8.235^3 \right)^{1/3} \tag{14}$$

où,  $x^* = \frac{x}{D_h} \cdot \frac{1}{Re \cdot Pr}$  représente l'abscisse adimensionnel thermique.

Le nombre de Nusselt numérique a été calculé à partir de l'équation (13) pour des nombres de Reynolds compris entre 50 et 3000. Ces résultats sont présentés sur la figure 10 et comparés à la loi (14). Rappelons que cette loi considère que les profils de vitesse et de température sont homogènes à l'entrée du canal et que la densité du flux de chaleur échangée est constante à la paroi.



**a-** Canal pour une hauteur de 1 mm      **b-** Canal pour une hauteur de 500 μm

La figure 10 montre une forte diminution du Nu ( $x^*$ ) par rapport à la courbe théorique pour les  $x^*$  élevés, quelle que soit le thermocouple. Ces résultats seraient dus

aux faibles débits utilisés dans ces conditions, donc de faibles taux de transfert de chaleur dans l'écoulement qui seraient mal déterminés dans ces conditions.

On remarque une nette diminution du Nu pour les canaux de 200  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ , par rapport aux résultats expérimentaux et simulés. Ce qui laisse penser que la hauteur du canal a une influence sur le nombre de Nusselt.

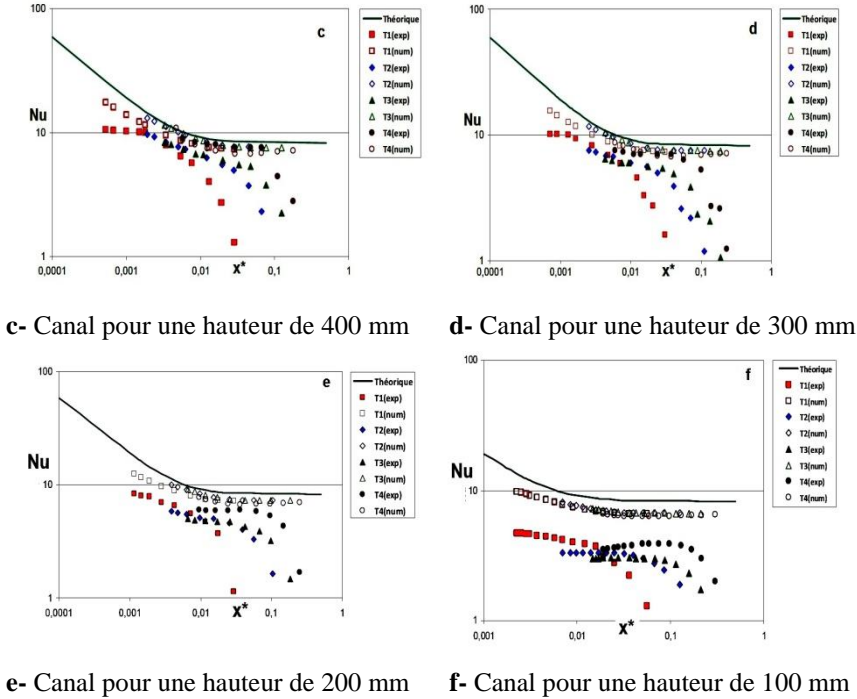


Fig. 10: Variation du nombre de Nusselt long du canal en fonction de la hauteur

### 3.2.2 Nombre de Nusselt moyen

Nous avons calculé en  $x^* = 0.02$ , distance adimensionnelle correspondant au régime pleinement développé pour la solution théorique. La valeur moyenne du nombre de Nusselt à partir des grandeurs déduites des thermocouples  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ , qui est donnée par,

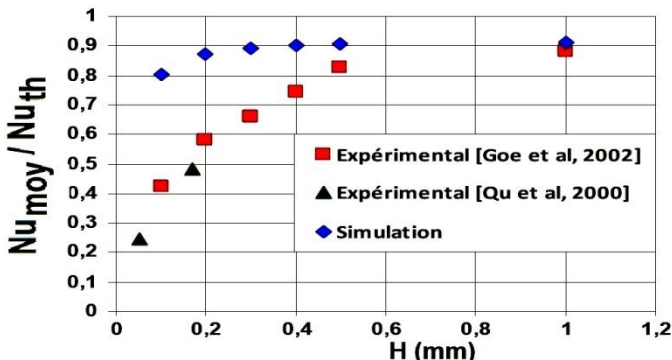


Fig. 11: Evolution du nombre de Nusselt normalisé en fonction de la hauteur du micro canal

$$Nu_{\text{moy}} = 1/3((Nu_x)(T_1) + Nu_x(T_2) + Nu_x(T_3)) \quad (15)$$

L'évolution de  $Nu_{\text{moy}} / Nu_{\text{th}}$  en fonction de la hauteur du canal est présentée sur la figure 11 et comparée aux résultats expérimentaux de Qu *et al.* [9]. Les résultats indiquent clairement la dépendance du transfert de chaleur aux dimensions du canal. En clair, le Nu diminue avec la diminution de la hauteur du canal.

### 3.2.3 Coefficient d'échange thermique

La figure 12 montre l'influence de la hauteur du canal sur le coefficient d'échange thermique moyen. Cette grandeur a été définie en fonction des résultats déduits des thermocouples  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  seulement.

Contrairement aux résultats précédents,  $h_{\text{therm}}$  augmente fortement quand la taille du canal diminue. Ceci pourrait être lié aux forts gradients de températures qui sont dus aux très petites dimensions des canaux.

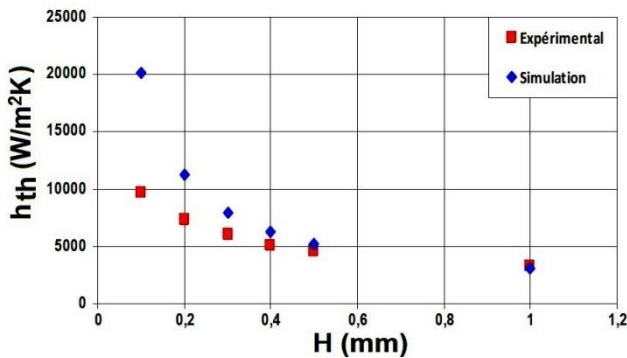


Fig. 12: Effet de la hauteur du canal sur le coefficient d'échange thermique

## 4. CONCLUSION

L'étude de la dynamique, ainsi que le transfert thermique des écoulements liquides dans des canaux rectangulaires de dimensions décamicrométriques ont montré une bonne concordance entre les nombres de Poiseuille calculés et les nombres de Poiseuille théoriques.

Les hypothèses macroscopiques de la mécanique des fluides sont toujours valables pour décrire ce type d'écoulement, ce qui est conforté par les valeurs "normales" des nombres de Reynolds de transition.

Les résultats obtenus prouvent que les valeurs de Nusselt sont en bon accord avec les lois théoriques, sauf pour les canaux de moins de 200  $\mu\text{m}$  de hauteur où il a été noté une forte diminution des valeurs de Nu.

Le coefficient de transfert thermique est plus affecté que le facteur de frottement par la réduction de la taille du canal.

## NOMENCLATURE

b, Largeur d'un canal, m

$C_p$ , Chaleur spécifique, J/kgK

$D_h$ , Diamètre hydraulique, m

F, Coefficient de frottement

$h_{\text{therm}}$ , Coefficient d'échange thermique, W/m<sup>2</sup>K

Re, Nombre de Reynolds

T, Température, K

$u_{\text{moy}}$ , Vitesse moy. de l'écoulement, m/s

L, Longueur d'une conduite, m

$x^* = \frac{x}{D_h} \cdot \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}}$ , Abscisse adimensionnel

Pr, Nombre de Prandtl	Nu, Nombre de Nusselt
$\Delta P$ , Différence de pression, Pa	$P_0$ , Nombre de Poiseuille
$L^+$ , Longueur adimensionnelle hydraulique	$l_s$ , Longueur de résistance thermique, m
$\varphi$ , Densité de flux chaleur, W/m <sup>2</sup>	$\lambda$ , Conductivité thermique, W.m/K
$\mu$ , Viscosité dynamique, kg/ms	$\rho$ , Masse volumique, kg/m <sup>3</sup>
$\nu$ , Viscosité cinématique, m <sup>2</sup> /s	$\tau_p$ , Contrainte pariétale, N/m <sup>2</sup>

## REFERENCES

- [1] J. Pfahler, J. Harley, H. Bau and J. Zemel, '*Liquid transport in micron and submicron channels*', Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 22, N°1 - 3, pp. 431 - 434, 1990.
- [2] P. Wilding, J. Pfahler, H.H. Bau, J.N. Zemel and L.J. Kricka, '*Manipulation and flow of biological fluids in straight channels micro machined in silicon*', Clinical Chemistry, Vol. 40, N°1, pp. 43 - 47, 1994.
- [3] I. Papautsky, J. Brazzle, T. Ameel and A.B. Frazier, '*Laminar fluid behaviour in micro channels using micro polar fluid theory*', Sensors and Actuators, Vol. 73, pp. 101 - 108, 1999.
- [4] S.M. Flockhart and R.S. Dhariwal, '*Experimental and numerical investigation into the flow characteristics of channels etched in <100> silicon*', Journal of Fluids Engineering, Vol. 120, N°2, pp. 291 - 295, 1998.
- [5] G.M. Mala and D. Li, '*Flow characteristics of water in micro tubes*', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 20, pp. 142 - 148, 1999.
- [6] Z.X. Li, D.X. Du and Z.Y. Guo, '*Experimental study on flow characteristics of liquid in circular micro tubes, Micro scale*', Thermophysical Engineering, Vol. 7, N°3, pp. 253 - 265, 2003.
- [7] J. Judy, D. Maynes and B.W. Webb, '*Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through micro channels*', International Heat and Mass Transfer, Vol. 45, N°17, pp. 3477 - 3489, 2002.
- [8] C.B. Sobhan and S.V. Garimella, '*A comparative analysis of studies on heat transfer and fluid flow in micro channels*', Micro scale Thermophysical Engineering, Vol. 5, N°4, pp. 293 - 311, 2001.
- [9] W. Qu, Gh.M. Mala and D. Li, '*Heat Transfer for water flow in trapezoidal silicon microchannels*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, N°21, pp. 3925 - 3936, 2000.
- [10] D. Lelea, S. Nishio and K. Takano, '*The experimental research on microtube heat transfer and fluid flow of distilled water*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 2817 - 2830, 2004.
- [11] S.G. Kandlikar, S. Joshi and S. Tian, '*Effect of surface roughness on heat transfer and fluid flow characteristics at low Reynolds numbers in small diameter tubes*', Heat Transfer Engineering, Vol. 24, N°3, pp. 4 - 16, 2003.
- [12] P. Gao, S. Le Person and M. Favre-Marinet, '*Scale effects on Hydrodynamics and Heat Transfer in two dimensional mini and micro channels*', International Journal of Thermal Sciences, Vol. 41, N°11, pp. 1017 - 1027, 2002.
- [13] F.M. White, '*Viscous Fluid Flow*', Second Edition, Mc Graw Hill, Inc. New-York, 1991.

- [14] R.K. Shah and A.L. London, '*Laminar flow forced convection in ducts*', Advanced Heat Transfer, Academic Press, New-York, 1978.
- [15] D.R. Carlson, S.E. Widnall and M.F. Peeters, '*A flow-visualisation study of transition in plane Poiseuille flow*', Journal of Fluids Mechanical, Vol. 121, pp. 487 - 505, 1982.
- [16] R.R. Srivastava, N.M. Schneider, and S.G. Kandlikar, '*Numerical simulation of single-phase liquid flow in narrow rectangular channels with structured roughness walls*', In Proceedings of the Seventh International ASME Conference on Nano channels, Micro channels and Mini channels, June 22-24, 2009. ICNMM2009-82255, Pohang, South Kore. Doi:10.1115/icnmm2009-82255.
- [17] T.P. Brackbill and S.G. Kandlika, '*Application of lubrication theory and study of roughness pitch During Laminar, Transition, and Low Reynolds number Turbulent flow at microscale*', Heat Transfer Engineering, Vol. 31, N°8, pp. 635 - 645, 2010. Doi: 10.1080/01457630903466621.
- [18] V.V. Dharaiya and S.G. Kandlikar, '*A numerical study to predict the effects of structured roughness elements on pressure drop and heat transfer enhancement in mini channels and micro channels*', Proceedings of the ASME, International Mechanical Engineering Congress & Exposition, IMECE 2011, 65262, Nov. 11-17, 2011, Denver, Colorado, USA. Doi:10.1115/imece2011-65262
- [19] V.V. Dharaiya and S.G. Kandlikar, '*A numerical study on the effects of 2d structured sinusoidal elements on fluid flow and heat transfer at micro scale*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 57, N°1, pp. 190 - 201, 2013. Doi:[10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.10.004](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.10.004).
- [20] N. Charef-Khodja and A. Soudani, '*Etude hydrodynamique et thermique des écoulements dans les micro canaux, Approche numérique*', Editions Universitaires Européennes, 2013.
- [21] Y. Liu, G. Xu, J. Sun and H. Li, '*Investigation of the roughness effect on flow behavior and heat transfer characteristics in micro channels*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 83, pp. 11 - 20, 2015. Doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.11.060
- [22] M. Kharati-Koopae and M. Zare, '*Effect of aligned and offset roughness patterns on the fluid flow and heat transfer within micro channels consist of sinusoidal structured roughness*', International Journal of Thermal Sciences, Vol. 90, pp. 9 - 23, 2015. Doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2014.11.031
- [23] R. Siddharth, P.C. Jayadevan and P.M. Kamath, '*Numerical study on effect of sinusoidal roughness pattern on fluid flow through micro channels*', International Conference on Innovations in Information, Embedded and Communication Systems, ICII ECS, IEEE, pp. 1 - 4, 2017. Doi: 10.1109/iciiecs.2017.8275864
- [24] F. Lalegani, M.R. Saffarian, A. Moradi and E. Tavousi, '*Effects of different roughness elements on friction and pressure drop of laminar flow in micro channels*', International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 2018. Doi:10.1108/HFF-04-2017-0140
- [25] N. Charef Khoudja, and A. Soudani, '*Numerical study of surface roughness effects on the behavior of fluid Flow in micro-channels*', Mathematical Modelling of Engineering Problems Journal, Vol. 6, N°2, pp. 285 - 292, 2019.