

Etude numérique de la convection thermique dans un milieu poreux

F. Ouahlent et A. Soudani *

Laboratoire de Physique Energétique Appliquée
Département de Physique, Faculté des Sciences de la Matière
Université Batna 1, 05000 Batna, Algérie

(reçu le 14 Décembre 2018 - accepté le 28 Décembre 2018)

Résumé - Ce travail porte sur une simulation numérique de la convection naturelle stationnaire, dans une enceinte de forme cubique. L'enceinte est partiellement poreuse homogène et isotrope. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques imperméables. Les parois verticales de la cavité sont soumises à des températures constantes (des conditions aux limites de type Dirichlet), et le fluide est de l'air. L'écoulement dans le milieu poreux est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La méthode numérique des volumes finis est utilisée pour la résolution des équations de continuité, de quantité de mouvement, et de l'énergie. Les résultats obtenus ont permis d'étudier l'influence des nombres de Rayleigh, de Darcy, et l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse sur le transfert thermique. Les résultats obtenus indiquent que l'augmentation de Nu est proportionnelle à l'augmentation des nombres de Rayleigh et de Darcy et inversement proportionnelle à l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse.

Abstract - This study is dealing with the numerical simulation of the natural convection, in a cubic shaped cavity. The surrounding walls are partially porous, homogeneous, and isotropic. The horizontal walls are adiabatic. The vertical walls of the cavity are maintained at constant temperatures (Dirichlet's boundary conditions), and the fluid is the air. The flow in the porous environment is modelled by Darcy-Brinkman-Forchheimer model. The finite volumes method is used for the resolution of the equation of continuity, momentum and energy. The obtained results allowed us to study the influence of the parameters such as: Rayleigh number, Darcy number, and dimensionless thickness of the porous layer and the Nusselt number. The obtained results show that the increase of Nusselt number is proportional to the increase of Rayleigh and Darcy numbers and proportionally inverted with dimensionless thickness of the porous layer.

Mots clés: Milieu poreux - Convection naturelle - Cavité cubique - Méthode des volumes finis.

1. INTRODUCTION

Les écoulements de fluide à travers un milieu poreux sont fréquemment rencontrés aussi bien dans la nature que dans l'industrie. Les domaines d'applications sont nombreux et variés, on peut citer les problèmes de purification de l'eau, de dépollution des sols, d'extraction de pétrole et de gaz, etc....

Pour cela, les transferts dans les milieux poreux saturés ont fait l'objet de nombreux travaux théoriques et expérimentaux, en raison de leur importance dans de nombreux domaines.

La convection naturelle dans les milieux poreux a été un sujet de recherche pour plusieurs auteurs, comme suit;

En 2005, Ben Amara a réalisé un travail sur les écoulements et les transferts thermiques en convection naturelle dans les milieux macroporeux alimentaires, application aux réfrigérateurs. L'approche est à la fois expérimentale et numérique [1].

* azeddine.soudani@univ-batna.dz

Ould-Amer *et al.* (2007) sont intéressés à la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse multicouches. Chaque couche de milieu poreux est considérée homogène, isotrope et saturé par un seul fluide [2].

Pour une étude numérique et analytique du transfert thermique par convection naturelle dans des couches poreuses pour optimiser l'effet de la trainée de forme Darcy, Rebhi *et al.* (2016) ont proposé le modèle suivant: une cavité rectangulaire horizontale soumise à un gradient thermique verticale avec l'écoulement de transition régissant un flux convectif mono-cellulaire ou multi-cellules [3].

Habbachi *et al.* (2017) sont intéressés à la simulation tridimensionnelle de la convection naturelle dans une cavité cubique partiellement remplie de milieux poreux [4].

Dans la présente étude, on s'intéresse au transfert de chaleur et de masse induit par la convection naturelle dans une cavité partiellement poreuse. Il s'agit d'étudier l'influence des paramètres de contrôle sur l'écoulement et les mécanismes de transferts de chaleur. Les parois verticales de l'ensemble du domaine sont soumises à des températures constantes. La formulation de Darcy-Brinkman-Forscheimer dans un milieu poreux saturé anisotrope en perméabilité a été retenue dans le présent travail.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le modèle physique étudié est représenté sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité cubique de paramètre géométrique (H), partiellement remplie d'une couche poreuse d'épaisseur e saturé par un seul fluide. On appelle $\eta = e / H$, l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse.

Les surfaces verticales sont soumises à des conditions de Dirichlet en température, tandis que les surfaces horizontales sont maintenues adiabatiques (conditions de Neumann).

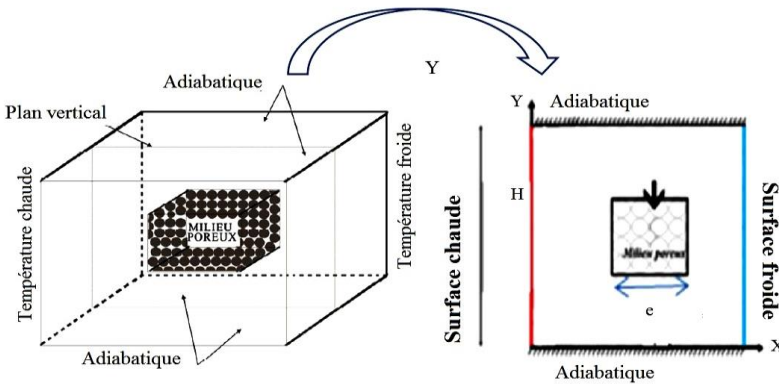


Fig. 1: Géométrie du problème

Certaines approximations ont été considérées pour simplifier la formulation du modèle mathématique. On se limite aux hypothèses couramment retenues dans les études de la convection naturelle qui sont: Le fluide est Newtonien, incompressible et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq; l'écoulement du fluide au sein de la cavité est laminaire et tridimensionnel; on suppose que la matrice poreuse est isotrope, homogène et en équilibre thermodynamique avec le fluide; les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes dans la gamme des températures étudiées; et on néglige le transfert d'énergie par rayonnement et par conduction.

Dans cette étude, nous adopterons donc l'approche d'un seul domaine qui consiste à écrire une seule équation pour tout le domaine (Navier Stokes incluant le terme de Darcy), et le passage du milieu poreux au milieu fluide se fait par une variation de la perméabilité [5] dans les équations de Navier Stokes incluant les termes de Darcy-Brinkman et Forchheimer. Compte tenu des hypothèses faites précédemment, les équations classiques de conservation sont les suivantes:

L'équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

L'équation de quantité du mouvement suivant x

$$\rho_f \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \vec{V}) u \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 u - \frac{\mu}{K} u - \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} F |\vec{V}| u \tag{2}$$

L'équation de quantité du mouvement suivant y

$$\rho_f \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \vec{V}) v \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 v - \frac{\mu}{K} v - \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} F |\vec{V}| v \tag{3}$$

L'équation de quantité du mouvement suivant z

$$\rho_f \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \vec{V}) \omega \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 \omega - \frac{\mu}{K} \omega - \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} F |\vec{V}| \omega + \rho_f \bar{g} \tag{4}$$

L'équation d'énergie en milieu poreux

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C)_f (\vec{V} \cdot \vec{V}) T = \vec{V} \cdot (K_{\text{eff}} \cdot \vec{\nabla} T) \tag{5}$$

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, Z = \frac{z}{H}, U = \frac{u H}{a}, V = \frac{v H}{a}, W = \frac{w H}{a}$$

$$\eta = \frac{e}{H}, \theta = ((T - T_0) / \Delta T)$$

Donc le système d'équations définissant le mouvement s'écrit alors sous la forme adimensionnelle suivante:

L'équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \tag{6}$$

L'équation de quantité du mouvement suivant X

$$\left(\varepsilon \frac{\partial U}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{V}) U \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \varepsilon R_v P_r \nabla^2 U - \varepsilon^3 \left(\frac{Pr}{Da} \right) U - \frac{F \varepsilon^3}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| U \tag{7}$$

L'équation de quantité du mouvement suivant Y

$$\left(\varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{V}) V \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \varepsilon R_v P_r \nabla^2 V - \varepsilon^2 \left(\frac{Pr}{Da} \right) V - \frac{F \varepsilon^3}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| V \tag{8}$$

L'équation de quantité du mouvement suivant Z

$$\left(\varepsilon \frac{\partial W}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{V})W \right) = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \varepsilon R_v P_r \nabla^2 W - \varepsilon^2 \left(\frac{Pr}{Da} \right) W - \frac{F \varepsilon^3}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| W + \varepsilon^2 Ra Pr \theta \quad (9)$$

L'équation d'énergie en milieu poreux

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{V})\theta = R_K \nabla^2 \theta \quad (10)$$

Avec : R_D , Rapport de diffusivité massique; R_K , Rapport de conductivité thermique; R_v , Rapport des viscosités dans le terme de Brinkman; β , Coefficient d'expansion volumique thermique du fluide.

Où,

$$\rho_f = \rho_0 (1 - \beta \Delta T)$$

La mise sous forme adimensionnée des équations de conservation fait apparaître des nombres sans dimensions caractéristiques du problème. Ces paramètres, sont

Tableau 1: Nombres adimensionnels

Types	Expression
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{a}$
Nombre de Grashof	$Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}$
Nombre de Rayleigh	$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu a} = Gr \cdot Pr$
Nombre de Darcy	$Da = \frac{K}{e^2}$
Epaisseur adimensionnelle de la couche poreuse	$\eta = \frac{e}{H}$

Enfin, nous exprimons les transferts de chaleur sur les surfaces actives par le nombre adimensionnelle de Nusselt (Nu) défini par:

$$\overline{Nu} = k \cdot L / K = - (a(K_{eff} - 1) + 1) \frac{\partial T}{\partial x} \quad (11)$$

$$K' = K_{eff} / K_f \text{ et } K_{eff} = K_s (1 - \varepsilon) + \varepsilon K_f$$

Les conditions initiales et aux limites correspondant à ce problème sont-

Tableau 2: Conditions de vitesse et de température

Surfaces	Condition de vitesse	Condition de température
Surface H	$U = V = W = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
Surface B	$U = V = W = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$

Surface S	$U = V = W = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
Surface N	$U = V = W = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0$
Surface W	$U = V = W = 0$		0.5
Surface E	$U = V = W = 0$		-0.5

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Dans cette partie, on va présenter les résultats obtenus par le logiciel fluent concernant la convection naturelle en régime laminaire dans une cavité cubique fermée et partiellement poreuse. Les calculs ont permis de montrer l'influence du nombre de Rayleigh (RA) et de la perméabilité (η) sur les champs thermique et dynamique.

Pour une bonne qualité des résultats, le choix d'un maillage optimal n'est pas aléatoire. L'indépendance du maillage est un test de simulation réalisé avec un maillage de plus en plus raffiné jusqu'à ce que la solution ne varie plus avec le maillage. Le choix de la géométrie est présentée sur la figure 2.

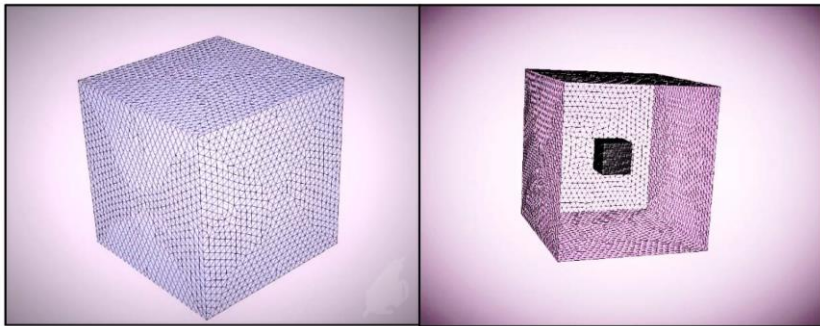


Fig. 2: Maillage hybride de forme tétraédrique

La figure 3, montre les profils de température et de vitesse en fonction de la position horizontale (x). On peut remarquer que les profils sont identiques, alors on peut choisir un maillage qui ne prend pas beaucoup de temps pour analyser le maximum des cas dans notre étude. Notre choix a été orienté vers le maillage de 15625 nœuds.

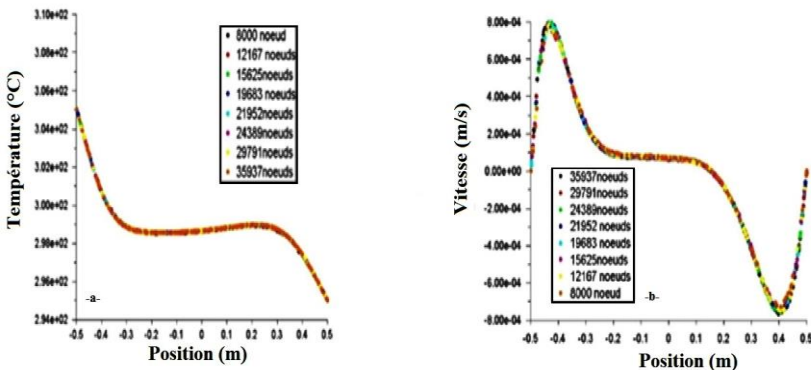


Fig. 3: Test du maillage

La simulation a été réalisée par le logiciel 'Fluent' et les résultats obtenus concernant les profils des isothermes, des vecteurs de vitesse et des lignes de courant sont comparés à ceux de Habbachi [4].

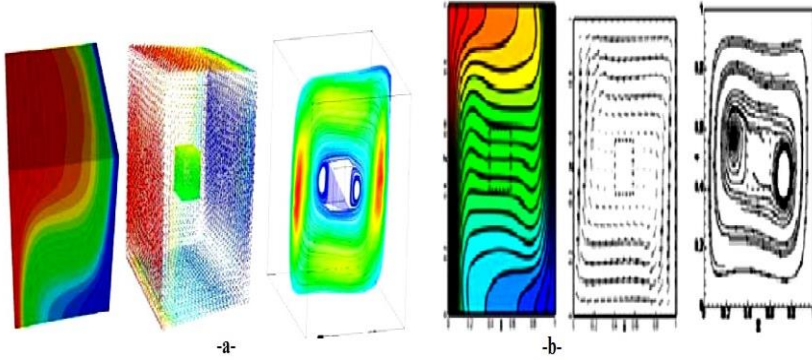


Fig. 4: Champs thermiques et dynamiques pour $\eta = 20\%$
(a) Présente étude et (b) Habbachi (2017) [4]

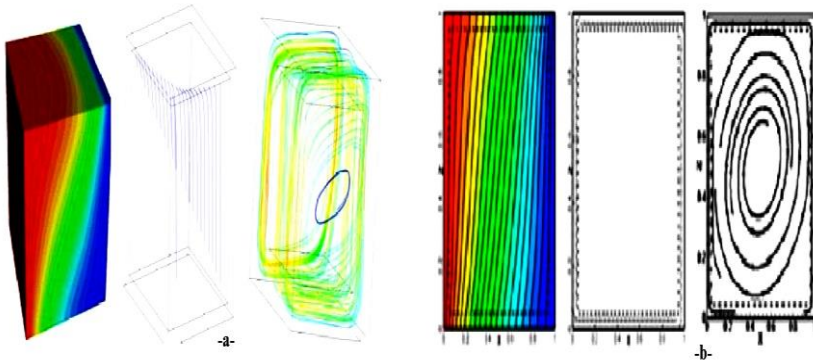


Fig. 5: Champs thermiques et dynamiques pour $\eta = 90\%$
(a) Présente étude et (b) Habbechi (2017) [4]

3.1 Effet du transfert thermique- Nu en fonction de Ra

Le nombre de Nusselt interprète la qualité et le type d'échange thermique: une augmentation de ce nombre, traduit une contribution importante de l'écoulement à l'échange de chaleur avec la paroi. Pour cette raison, on peut conclure que l'augmentation de Nu est proportionnelle à l'augmentation de Rayleigh (figure 5).

En effet cet accroissement est d'autant plus important que la perméabilité augmente. Le transfert thermique s'opère essentiellement par conduction au ($Ra = 10^{-3}$) et avec l'augmentation de ce nombre la convection naturelle sera dominante.

3.2 Effet de transfert thermique- Nu en fonction de η

Nous avons analysé l'influence de la perméabilité du milieu poreux pour différentes épaisseurs η , c'est-à-dire étudier l'effet de l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse η , sur la structure de l'écoulement, et sur le transfert thermique.

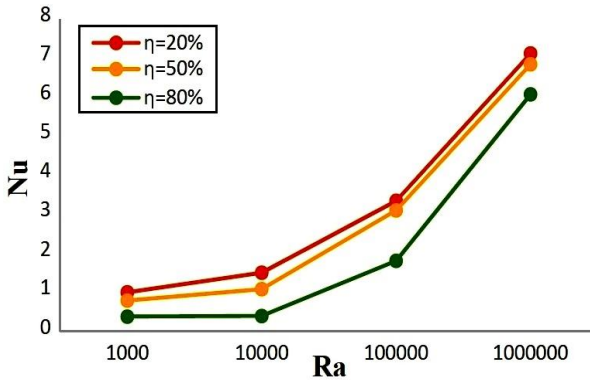


Fig. 6: Profils de Nusselt moyen en fonction de (Ra), pour $Da = 10^{-6}$
 $\eta = 20\%$, $\eta = 50\%$ et $\eta = 80\%$

Alors pour des faibles valeurs de la perméabilité, la présence d’une couche poreuse provoque une chute importante des transferts. Cette décroissance est d’autant plus faible lorsque la perméabilité augmente.

Pour des valeurs élevées de la perméabilité, la structure de l’écoulement ainsi que les transferts thermiques ne sont plus sensibles à l’épaisseur de la couche poreuse.

C’est-à-dire pour les faibles perméabilités ($Da = 10^{-6}$), la couche poreuse se comporte comme une zone solide, où l’écoulement est confiné dans cette zone.

L’introduction d’une couche poreuse de faible perméabilité ($Da = 10^{-6}$), entraîne une chute importante du maximum de vitesse dans la zone fluide, tandis que dans la zone poreuse, la vitesse demeure presque nulle quelque soit η , ce qui montre bien que les transferts se font essentiellement par conduction dans cette zone.

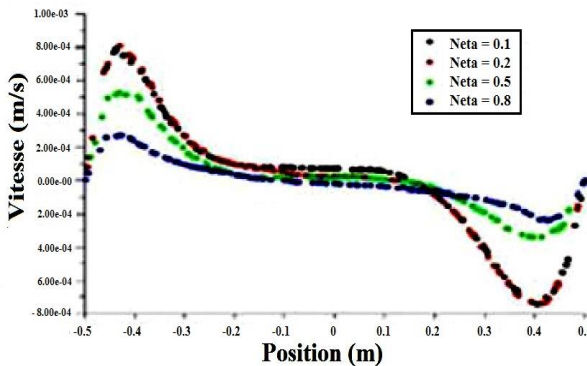


Fig. 7: Profils de vitesse en fonction de la position Y et pour différentes valeurs de η

Le nombre de Nusselt est inversement proportionnel à l’augmentation de η , il tend vers une valeur constante, lorsque l’épaisseur de la couche poreuse se rapproche de zéro correspondant à la convection naturelle pure.

De même, lorsque l’épaisseur des milieux poreux se rapproche de l’unité, l’écoulement tend vers une situation purement conductrice à travers le corps, tandis que

la zone intermédiaire est caractérisée par une forte diminution du nombre de Nusselt en fonction de η selon la corrélation suivante qu'on a trouvé

$$Nu_{\text{correlation}} = -17 \times \eta + 14.71$$

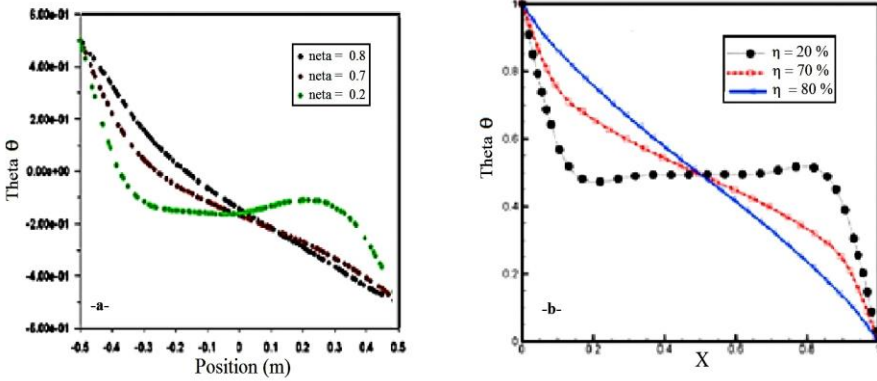


Fig. 8: Profils de température pour différentes valeurs de η en fonction de la position Y - (a) Présente étude, (b) Habbachi *et al.*, (2017) [4]

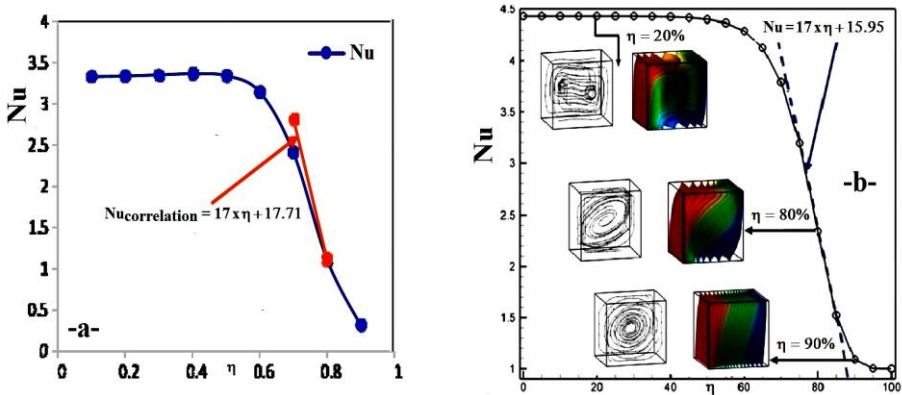


Fig. 9: Profils de Nusselt moyen en fonction de (η), pour $Ra=10^5$, $Da=10^{-2}$ - (a) Présente étude, (b) Habbachi *et al.*, (2017) [4]

3.3 Effet de transfert thermique- Nu en fonction de Darcy Darcy (Da)

La variation de la perméabilité de la couche poreuse, la variation du nombre de Darcy et leurs influences sur les transferts thermiques ont été mis en évidence.

L'augmentation du nombre de Darcy permet d'avoir beaucoup plus la présence des champs thermique et dynamique à l'intérieur de la couche poreuse. Cela signifie que lorsque la perméabilité augmente, nous approchons d'un milieu fluide (cavité différentiellement chauffée).

Les résultats montrent que pour les faibles valeurs de la perméabilité ($Da \geq 10^{-6}$), les nombres de Nusselt demeurent pratiquement constants, le milieu poreux dans cette gamme de Darcy se comporte comme une zone imperméable où l'écoulement est presque négligeable. C'est-à-dire que la conduction est dominante par rapport à la convection naturelle.

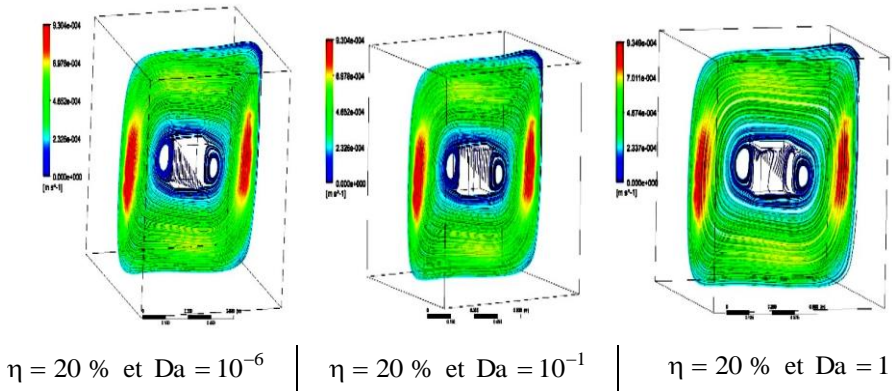


Fig. 10: Lignes de courants pour différentes valeurs du nombre de Da

Pour les valeurs de Darcy entre ($10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$), on constate une augmentation du nombre de Nusselt, et dans cette zone l'écoulement tend vers une situation purement convective à travers le corps, et pour les valeurs élevées de la perméabilité ($Da \geq 10^{-1}$), le transfert de chaleur augmente encore, jusqu'à une valeur de $Nu = 3.35$ où le milieu poreux est considéré comme un milieu fluide.

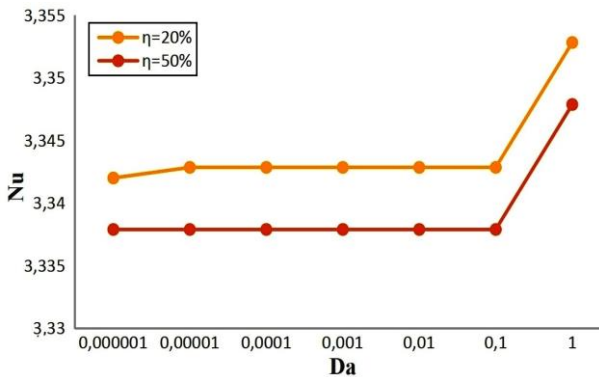


Fig. 11: Evolution du nombre de Nusselt en fonction de Darcy (Da), pour $Ra = 10^5$, $\eta = 20\%$ et $\eta = 50\%$

4. CONCLUSION

L'étude numérique du transfert thermique par convection naturelle dans une cavité cubique poreuse contenant un fluide en régime laminaire, a été effectuée. Les parois gauche et droite de l'enceinte sont chauffées et refroidies respectivement, tandis que les parois supérieure et inférieure sont maintenues adiabatiques. Les effets du nombre de Rayleigh, du nombre de Darcy, du nombre adimensionnel de l'épaisseur de couche poreuse et le nombre de Nusselt sur le transfert thermique ont été considérés.

Cette étude est réalisée par le code de calcul Fluent permettant de résoudre les équations gouvernantes de l'écoulement avec transfert de chaleur par convection naturelle dans un milieu poreux. Le champ d'écoulement est régi par les équations de Navier–Stokes dans la partie fluide et par l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans la région poreuse. Le champ thermique est régi par l'équation de l'énergie.

La présente étude a permis de conclure que :

-Les transferts thermiques augmentent avec le nombre de Rayleigh, et cet accroissement est d'autant plus important que la perméabilité augmente. Le transfert thermique s'opère essentiellement par conduction au ($Ra = 10^3$) et avec l'augmentation de Rayleigh, la convection naturelle sera dominante.

-La présence d'une couche poreuse produit une chute importante des transferts. Cette décroissance est d'autant plus faible lorsque la perméabilité augmente. Pour des valeurs élevées de la perméabilité, la structure de l'écoulement ainsi que les transferts thermique ne sont plus sensibles à l'épaisseur de la couche poreuse.

-L'augmentation du nombre de Darcy permet d'avoir beaucoup plus la présence des champs thermique et dynamique à l'intérieure de la couche poreuse. Cela signifie que lorsque la perméabilité augmente, nous approchons d'un milieu fluide (cavité différenciellement chauffée).

NOMENCLATURE

\bar{V} , Vitesse de Darcy / vitesse filtration m/s	P, Pression moyenne, Pa
g, Accélération de la pesanteur, m/s ²	T, Température moyenne, K
K_f , Conductivité thermique du milieu fluide, W/m.K	K_s , Conductivité thermique de la matrice solide, W/m.K
K_{eff} , Conductivité thermique effectif, W/m.K	F, Coefficient empirique, facteur de la porosité et de la microstructure du milieu poreux
X, Y, Z, Coordonnées sans dimension	U, V, W, Composants sans dimension
ε , Porosité du milieu poreux	Θ , Température sans dimension
ρ_0 , Masse volumique référentielle, kg/m ³	ρ_f , Masse volumique du fluide, kg/m ³
μ , Viscosité dynamique du fluide, kg/m.s	μ_{eff} , Viscosité dynamique du milieu poreux
σ , Rapport des chaleurs spécifiques du milieu équivalent et du fluide	η , Epaisseur sans dimension de la couche poreuse
K' , Conductivité thermique du milieu équivalent	β , Coefficient d'expansion volumique thermique du fluide, K ⁻¹

REFERENCES

- [1] S. Ben Amara, 'Ecoulements et transferts thermiques en convection naturelle dans les milieux macro-poreux alimentaires- Application aux réfrigérateurs ménagers'. Thèse de Doctorat, Institut National Agronomique Paris-Grignan, AgroParisTech, 2005.
- [2] Y. Ould-Amer and S. Slama, 'Convection naturelle dans un milieu poreux multicouche' 13^{èmes} Journées Internationales de Thermique, 5 p., Albi, France, 2007.
- [3] R. Rebhi, M. Alliche et M. Mamou, 'Etude numérique et analytique du transfert thermique par convection naturelle dans des couches poreuses', NRC Publications Archive, Archives des publications du CNRC, 2016.
- [4] F. Habbachi, F.S. Oueslati, R. Bennacer, M. Ganaoui and A. Elcafsi, 'Three-dimensional simulation of natural convection in cubic cavity partially filled with porous media', Energy Procedia, Vol. 139, pp. 617 - 623, 2017.
- [5] P. Le Breton, J.P. Caltagirone and E. Arquis, 'Natural convection. in a square cavity with thin porous layers on its vertical walls', Journal of Heat transfer, Vol. 113, N°4, pp. 892 - 898, 1991.