

Etude numérique et validation des caractéristiques aérodynamiques d'écoulement autour des obstacles ovales en fonction des paramètres géométriques

M. Ghodbane ^{1*}, B. Boumeddane ¹, S. Largot ^{2†} et H. Berkane ²

¹ Département de Mécanique, Faculté de Technologie
Université Saâd Dahlab, Blida 1, Algérie

² Faculté des Sciences et de Technologie
Université Echahid Hamma Lakhdar, El Oued, Algérie

(reçu le 10 Septembre 2015 – accepté le 30 Septembre 2015)

Résumé – Dans ce travail, on a étudié numériquement l'écoulement incompressible, non visqueux, bidimensionnel et stationnaire autour des obstacles ovales (ellipse horizontale, ellipse verticale et cercle) en fonction des paramètres géométriques avec un nombre de Mach égal à zéro. Nous avons deux paramètres, le premier est le grand rayon de l'ellipse (**a**) et le second est le petit rayon de l'ellipse (**b**). L'écoulement est modélisé par la méthode des panneaux dans les coordonnées cartésiennes. Cette méthode est basée sur le remplacement de la surface du profil par une répartition de sources et de puits. Les lois de variation des vitesses représentées, illustrent bien le comportement réel du fluide non visqueux via les corps multiformes mentionnés par les références bibliographiques spécialisées.

Abstract – In this work, we studied numerically air flow around obstacles oval a function of the geometrical parameters with Mach number equal to zero. The flow is incompressible, non-viscous, two dimensional and stationary. We have two arguments; the first is the major radius of the ellipse (**a**) and the second is the minor radius of the ellipse (**b**). The flow is modeled by the panel's method in the Cartesian coordinates (x, y); this method is based on replacing the profile surface by a distribution of sources and skins. Through the numerical solution of the problem, we can calculate the velocity variation, the pressure variation and the pressure coefficient variation. The results obtained by the panel's method were compared with the results obtained by Fluent. We note that there is an acceptable agreement between the two results.

Mots clés: Ellipse- Ecoulement - Nombre de Mach - Coefficient de la pression - Vitesse.

1. INTRODUCTION

La mécanique des fluides est une science qui étudie le comportement des fluides au repos et en mouvement. C'est une science qui trouve des applications dans plusieurs domaines, tels que l'astrophysique, la biomédecine, la météorologie, la géophysique, la physique du plasma, l'aérodynamique, l'hydraulique, les turbomachines et les équipements thermiques. La mécanique des fluides est subdivisée en plusieurs branches qui sont définies par les propriétés des fluides, qui sont des quantités ou caractéristiques dont les changements sont définis uniquement par l'état initial et final et la transformation subie par le fluide. Les propriétés sont des caractéristiques qui peuvent se mesurer, être observer ou dériver.

L'écoulement autour des objets est un phénomène qui se produit fréquemment dans la pratique. Il est indispensable dans la conception mécanique et thermique de nombreux systèmes en engineering comme: avions, automobiles, bâtiments, composants électroniques, aubes de turbines et formes géométriques à section carrée et circulaire [1-

* ghmokhtar39seminaire@gmail.com , b.boussad@gmail.com

† largot_soulef@yahoo.fr , brhouda@yahoo.fr

7]. L'identification et l'étude des phénomènes hydro et aérodynamiques qui surgissent dans le sillage d'un obstacle, restent un sujet d'intérêt d'actualité dans divers domaines.

Les structures d'écoulement incompressible autour des corps non profilés occupent une place importante dans la physique des fluides dues à leur importance pratique dans les applications aérodynamiques et hydrodynamiques tels que les ailes d'avion, les sous-marins et les missiles, etc. [1-7]

Beaucoup de travaux de recherches ont été réalisés pour modéliser l'écoulement autour des obstacles [6]. Pour cela, plusieurs expériences dans le domaine ont été réalisées et confrontées aux méthodes numériques. Une large gamme de méthodes mathématiques ont été développées afin de s'approcher de la réalité de l'écoulement et de fournir le maximum d'informations qui peuvent se produire. Dans ce papier, on s'intéresse à l'étude de l'écoulement non visqueux via une ellipse à coefficient variable par la méthode des panneaux.

Il existe de nombreux articles scientifiques qui ont discuté de l'utilisation de la méthode des panneaux dans les domaines de l'ingénierie de l'aviation. Maintenant, nous allons parler de certains d'entre eux, Glegg *et al.*, ont étudié l'utilisation de la méthode des panneaux pour calculer le chargement instable et bruit à partir d'une surface portante en écoulement turbulent incompressible [8].

Gennaretti *et al.*, ont présenté une solution aérodynamique/aéro-acoustique efficace pour l'évaluation du bruit qui est généré par les rotors des hélicoptères et des hélices, qui combine une formulation d'une charge transversale à trois dimensions [9].

Kouh *et al.*, ont utilisé la méthode des panneaux à haut ordre pour traiter le problème de l'écoulement potentiel autour des obstacles à surfaces de Nurbs et des obstacles à surface exacte avec la distribution doublée et la quadrature de Gauss [10].

Kim *et al.*, ont utilisé la méthode linéaire des panneaux Rankine pour évaluer les propriétés hydrodynamiques des corps flottants sur diverses bathymétries [11].

Ramos-García *et al.*, ont présenté un code Miras. Miras est un modèle de calcul nouvellement développé qui prédit le comportement aérodynamique des pales de la turbine et se réveille sous réserve de mouvements instables sous effets visqueux. Ce modèle est basé sur la méthode des panneaux à trois dimensions en utilisant une distribution de surface des singularités quadrilatérales, avec une condition de Neumann aucune pénétration [12].

Berg *et al.*, ont étudié et calculé les forces des vagues et les coefficients hydrodynamiques sur un cylindre en utilisant la méthode des panneaux avec différentes discrétisations [13].

2. MODELISATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

2.1 Définitions géométriques

L'ellipse est une courbe plane fermée. Elle est obtenue par la projection d'un cercle sur un plan. En géométrie, elle est le lieu des points, dont la somme des distances à deux points fixes, dits 'foyers' [14].

Dans ce repère, on écrit facilement la condition liant x et y , les coordonnées de point M , pour que M soit sur l'ellipse définie par $MF + MF' = 2a$, avec:

$$\begin{aligned} MF &= \sqrt{(x - c)^2 + y^2} \\ MF' &= \sqrt{(x + c)^2 + y^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Après plusieurs simplifications, on met cette relation sous la forme [1, 15]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{2}$$

avec ' a ', le grand rayon de l'ellipse et ' b ', le petit rayon de l'ellipse.

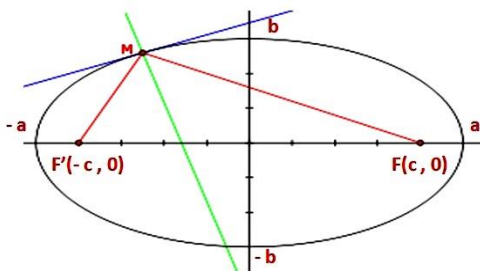


Fig. 1: Construction de l'ellipse par deux foyers et une corde de longueur constante

2.2 Equations gouvernant le problème

Pour l'écoulement stationnaire et idéal décrit dans un système de coordonnées cartésien, le système d'équations est constitué des équations de continuité, d'Euler et d'énergie [1, 2, 16].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

$$u \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{P} \tag{4}$$

$$u \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial S}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

où: ' u, v ' sont les composantes de la vitesse.

On cherche à obtenir une seule équation qui concerne le vecteur de vitesse, c'est pour cela que l'on assemble des équations (3), (4) et (5). Après l'arrangement, nous obtenons l'équation générale de la dynamique des gaz (air) pour un écoulement stationnaire idéal et bidimensionnel (x, y) comme suit [5]

$$\left(\zeta^2 - u^2 \right) \frac{\partial (u)}{\partial x} + \left(\zeta^2 - v^2 \right) \frac{\partial (v)}{\partial y} - u v \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \tag{6}$$

Où, ' ζ ' est la célérité du son.

3. PROBLEME ETUDIE

La méthode a été développée par Hess et Smith (Douglas Aircraft Company) à la fin des années 1950 et au début des années soixante. Cette méthode prend son nom de la subdivision de la surface du corps dans plusieurs panneaux contigus à associer avec lequel des densités de la source de force σ_j pour être déterminer comme une partie intermédiaire du processus de la solution. Un panneau de la source individuel a été en rapport attentivement avec une source isolée. Un panneau de la source de densité σ produit une vitesse normale à elle-même de 0.5σ sur chaque côté. Le rapport entre un panneau de la source individuel et une source isolée est discutée par 'Kuethé' et 'Chow' (1976) [3, 17].

Nous rappelons que le présent travail s'intéresse à l'étude de l'écoulement incompressible et bidimensionnel, autour d'une ellipse.

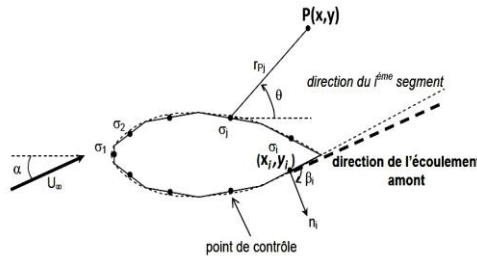


Fig. 2: Maillage d'un profil avec une distribution de sources [5]

Pour la résolution de notre problème, nous avons choisi la méthode des panneaux. Cette méthode est basée sur le remplacement de la surface du profil de notre obstacle par une répartition de sources et de puits [3, 4, 6, 15, 17]. Dans cette étude, nous allons remplacer la surface du profil par une répartition de sources (écoulement sans portance). Dans l'industrie aéronautique, ces techniques s'appellent la méthode des panneaux (Robert et Saaris, 1972). La méthode des panneaux est largement répandue dans l'industrie aéronautique (Kraus, 1978) et l'industrie automobile (Paul et Lafond, 1983) [4].

Si un corps est placé dans un écoulement uniforme de vitesse U_∞ parallèle à l'axe des abscisses [1, 4, 15, 17], le potentiel de vitesse pour l'écoulement uniforme peut être superposé à cela pour l'écoulement perturbé autour du corps pour obtenir un potentiel total de vitesse de la forme [1, 3, 4, 6, 15, 17, 18]:

$$\varphi(x_i, y_i) = U_\infty \cdot x_i + \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_j}{2\pi} \int \ln(r_{pj}) \cdot dS_j \tag{7}$$

où, φ , potentiel perturbé; r_{pj} , distance entre le point de contrôle et la source; dS_j , élément de surface.

Les composants de la vitesse sont donnés par $\nabla \varphi$. La composante normale (V_n) est nulle à la paroi solide du corps [3, 4, 6, 7, 15, 18], donc

$$V_n = \frac{\partial \varphi}{\partial n_i}(x_i, y_i) \tag{8}$$

$$V_n = -U_\infty \cdot \sin(\beta_i) + \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_j}{2\pi} \int \ln(r_{pj}) \cdot dS_j = 0 \tag{9}$$

Avec, β_i , la pente passant par le $i^{\text{ème}}$ point de contrôle.

Ainsi la relation (9) représente le rapport linéaire entre les σ_j densités de source après que les intégrales aient été évaluées. Pour le cas particulier ($i = j$), l'intégrale peut être évaluée analytiquement [4, 15]:

$$\int_i \frac{\partial}{\partial n_i} \ln(r_{ii}) \cdot dS_i = \pi \tag{10}$$

Pour $i \neq j$, l'intégrale peut être évaluée comme fonction des points nodaux (x_i, y_i, x_j, y_j).

Les formules spécifiques seront le beuglement indiqué (9). La relation (9) est répétée pour chaque point de contrôle produisant un système linéaire des équations [3, 4, 15, 17].

$$A \cdot \sigma = R \tag{11}$$

avec

$$A = 0.5 \sigma_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial n_i} \ln(r_{ij}) \cdot dS_j \tag{12}$$

$$R_i = U_\infty \cdot \sin(\beta_i) \tag{13}$$

σ , vecteur des densités. Ce vecteur contenait (n) inconnues $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$. Il peut être noter que la solution pour φ , donnée par (7), satisfait l'équation régissant $\nabla^2 \varphi = 0$.

On admet les conditions aux limites suivantes

- U_∞ parallèle à l'axe des abscisses ($U_\infty = 1$ m/s);
- le demi grand rayon ($a = 0.1, 0.25, 0.50, 0.75, 1$);
- le demi petit rayon ($b = 0.001, 0.25, 0.50, 0.75, 1$);
- le nombre de Mach ($M = 0$).

Le système des équations linéaires (11) de (n) équations à (n) inconnues, peut être résolu numériquement. Le coefficient de pression est par définition [6, 7]:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty} \right)^2 \tag{14}$$

4. RESULTATS ET INTERPRETATIONS

4.1 Résultats numériques

Le problème étudié est gouverné par le système d'équations linéaire. Le système est traité par le programme Panel. Les sous-routines sont écrits en langage Fortran sous Windows. Dans ce programme, on a tenu compte des trois paramètres, deux dépendent de la géométrie du corps (le demi grand rayon 'a' et le demi petit rayon 'b' et le troisième dépend de la nature d'écoulement (le nombre de Mach, $M=0$).

Les courbes représentatives des caractéristiques sus citées, sont représentées sur les figures 3a-, 3b-, 4a-, 4b-, 5a- et 5b-. Dans cette partie, on s'intéresse plus particulièrement à l'analyse des résultats trouvés pour le cas d'une ellipse horizontale, une ellipse verticale et aussi pour le cas d'un cercle ($a = b = 1$).

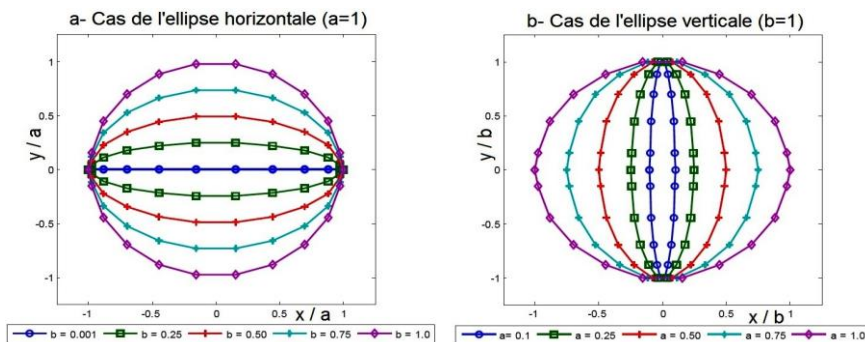


Fig. 3: Formes des ellipses

On s'intéresse aussi à la comparaison des résultats trouvés pour les trois cas sus cités. Pour avoir une idée sur l'ordre de grandeur des caractéristiques trouvées par la méthode des panneaux dans les mêmes conditions d'utilisation, on procède au calcul par le code 'Fluent'.

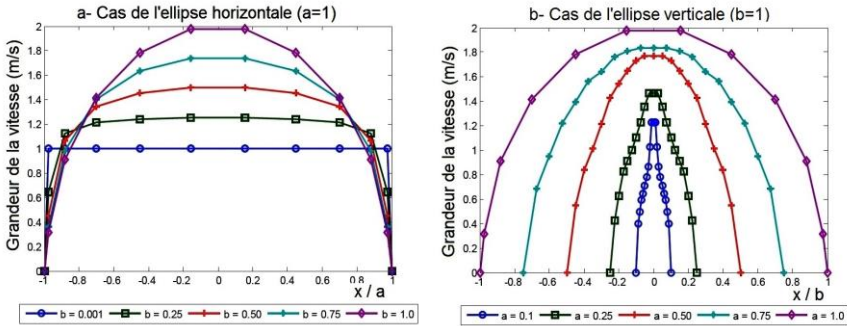


Fig. 4: Evaluation des vitesses sur la surface des ellipses (obtenues par la solution numérique)

Puisque la vitesse et la pression sont liées par l'équation de Bernoulli [4, 16, 18].

Logiquement la vitesse augmente aux endroits à faible pression et diminue dans les zones à haute pression.

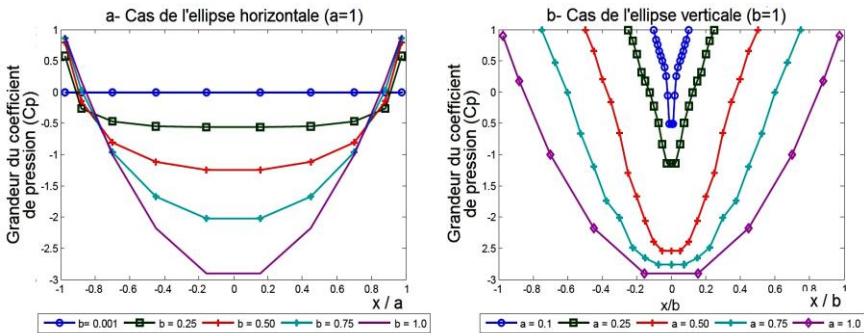


Fig. 5: Evaluation du coefficient de pression sur la surface des ellipses (obtenues par la solution numérique)

Donc les courbes représentatives des résultats tracées sur les figures (3-5) confirment la loi de conservation de la matière (de masse) $Q_v = cte$, puisque quand la surface, traversée par le fluide diminue, la vitesse du fluide augmente, ceci traduit par le comportement des lignes de courant juste sur la courbure maximale du corps solide.

En comparant les caractéristiques trouvées sur les différentes formes de l'ellipse et du cercle, on constate que l'ellipse ($a = 1, b = 1$) donne les valeurs maximum de vitesse et des valeurs minimales de pression et du coefficient de pression et cela au niveau de la valeur ($b = 1$).

On remarque que suffisamment loin de l'ellipse, l'écoulement est horizontal et uniforme. L'écoulement suit le profil de l'ellipse et on voit que près de la surface, la vitesse subit des variations circonférentielles importantes. Elle est nulle au bord d'attaque et au bord de fuite, et atteint son maximum aux points correspondant à l'épaisseur maximale de l'ellipse. Les résultats montrent que le champ de pression est symétrique par rapport aux axes de l'ellipse. La pression maximale est au bord d'attaque et au bord de fuite.

Du bord d'attaque, elle diminue suivant la direction circumférentielle jusqu'à l'axe vertical de l'ellipse. A partir de cette position, elle augmente jusqu'au bord de fuite. Comme la vitesse et la pression sont liées par l'équation de Bernoulli, on voit que la vitesse augmente aux endroits à faible pression et diminue dans les zones à haute pression. La variation du coefficient de pression sur la surface de l'ellipse montre que la valeur maximale (C_p) est au bord d'attaque et au bord de fuite et atteint sa valeur minimale aux points de l'épaisseur maximale de l'ellipse.

4.2 Validation des résultats

Pour valider les résultats trouvés par la méthode des panneaux 'Panels method', on fait recours au code de calcul Fluent. Le calcul numérique a été réalisé à l'aide du code de calcul Fluent, qui utilise la méthode des volumes finis. Avant de résoudre le problème, il faut d'abord l'identifier par module de maillage Gambit.

Dans ce qui suit, seront décrits la construction de la géométrie de chaque cas étudié, la génération de son maillage, ainsi que l'incorporation des conditions aux limites telles qu'elles ont été élaborées dans le maillieur Gambit et le solveur Fluent.

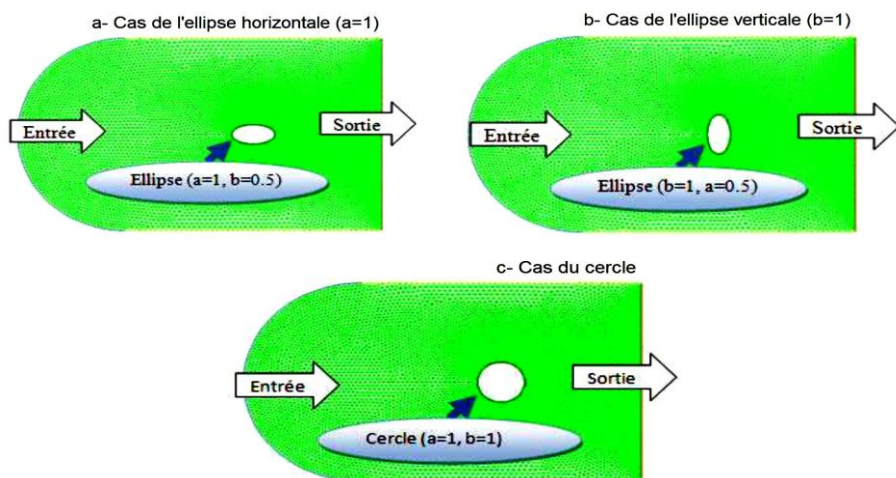
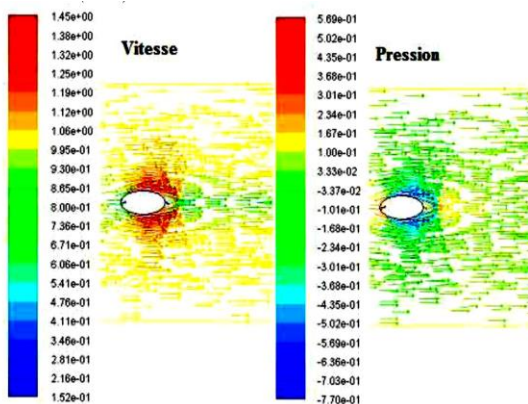


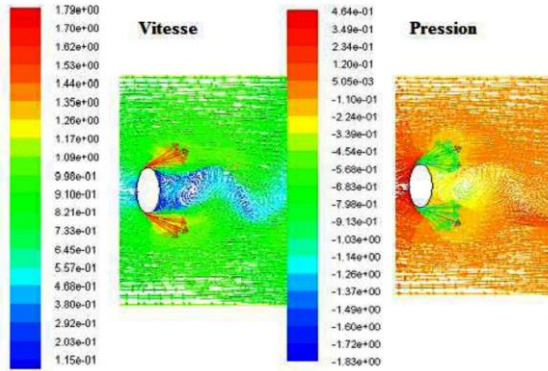
Fig. 6: Présentation des domaines d'étude

Les figures 7a-, 7b- et 7c- illustrent les champs de la pression et de la vitesse autour nos obstacles (ellipse horizontale, ellipse verticale et cercle).

a- Cas de l'ellipse horizontale (a = 1)



b- Cas de l'ellipse verticale ($b = 1$)



c- Cas du cercle

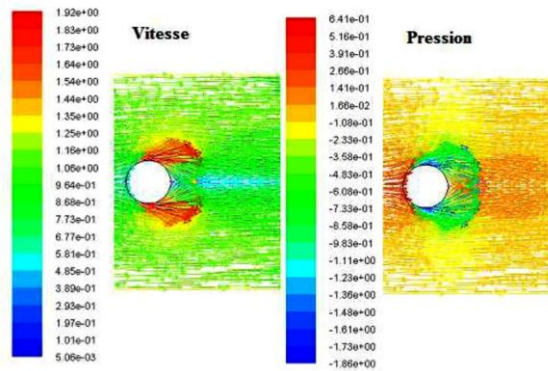
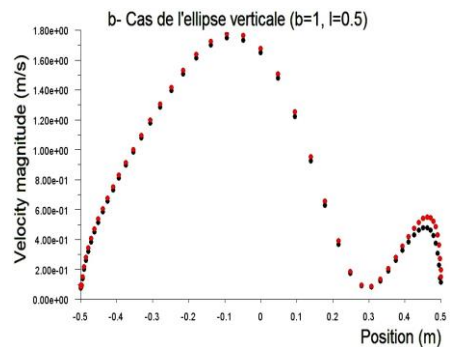
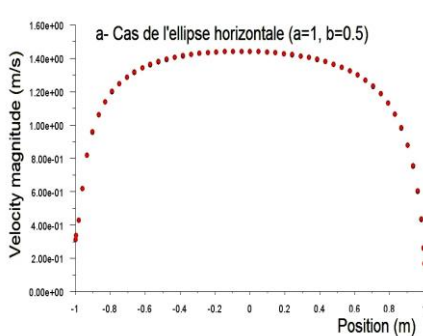


Fig. 7: Champ de la pression statique et de la vitesse des corps ovales sélectionnés (obtenues par CFD)

Les figures 8a-, 8b- et 8c- montrent les champs de la vitesse autour nos obstacles (ellipse horizontale, ellipse verticale et cercle).



On remarque bien dans les figures 4a-, 4b-, 8a-, 8b- et 8c- que les deux courbes, numérique et CFD se superposent parfaitement. La vitesse est maximale au point avec les coordonnées ($x=0, y=y_{\max}$).

Les figures 9a-, 9b- et 9c- présentent la variation du coefficient de pression au niveau du profil des parois des ellipses ($a = 1, b = 0.5$ et $a = 0.5$ et $b = 1$) et du cercle ($a = 1$ et $b = 1$).

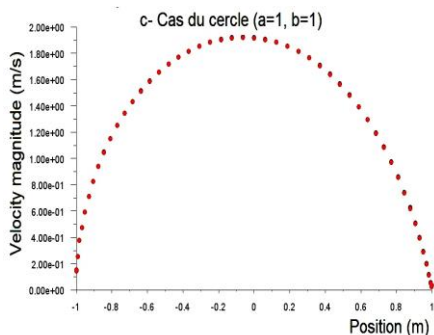


Fig. 8: Evaluation de la vitesse sur la surface des ellipses (obtenues par CFD)

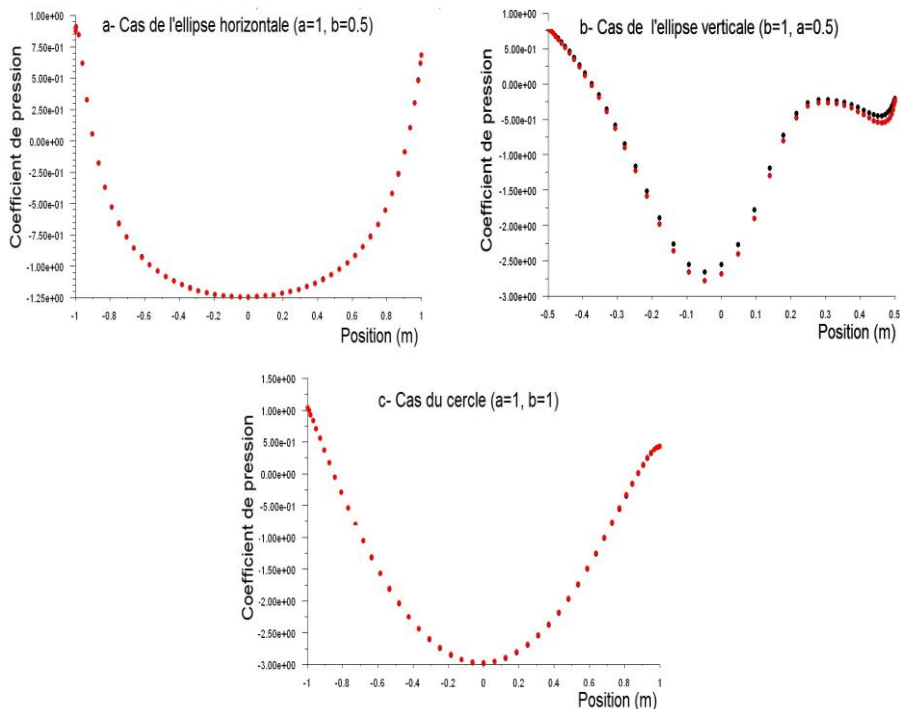


Fig. 9: Evaluation du coefficient de pression sur la surface des ellipses (obtenues par CFD)

D'après les courbes représentatives (7), (8) et (9), on observe que les résultats de Fluent sont très approchés de nos résultats numériques. La variation du coefficient de pression sur la surface de l'ellipse, est présentée par les figures 9a-, 9b- et 9c-, qui montrent que la valeur maximale $C_p=1$ est au bord d'attaque et au bord de fuite et atteint sa valeur minimale $C_p=-3$ aux points de l'épaisseur maximale de l'ellipse ($b=1$).

Enfin, on peut dire que les résultats obtenus illustrent bien le comportement réel du fluide via les corps multifformes montrés par les références bibliographiques spécialisées [10].

5. CONCLUSION

La méthode des panneaux à source est une méthode qui permet de déterminer les champs de vitesse, les champs du coefficient de pression autour un obstacle qui est placé dans un écoulement à une vitesse uniforme U_∞ .

L'écoulement sans frottement ou l'écoulement non visqueux sur une ellipse pouvait modéliser avec la précédente méthode par le remplacement de la surface du profil par une répartition de sources et de puits (dans le cas d'un écoulement sans portance). Nous avons été en mesure d'évaluer l'ensemble de la vitesse, la pression et le coefficient de pression.

Les profils numériques des vitesses et des coefficients de la pression sont en très bon accord validant avec les résultats du CFD 'Fluent'. Donc, la méthode des panneaux avec une distribution de sources permet de calculer les champs dynamiques (vitesse et pression) autour une surface non portante de forme quelconque.

REFERENCES

- [1] J. Moran, '*An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics*', John Wiley & Sons, 1984.
- [2] B.W. McCormick, '*Aerodynamics Aeronautics and Flight Mechanics*', 2nd Ed., Wiley, April 1995.
- [3] E.L. Houghton and P.W. Carpenter, '*Aerodynamics for Engineering Students*', 5th Ed.: Butterworth-Heinemann, 2003.
- [4] C.A.J. Fletcher, '*Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific Techniques for Different Flow Categories*', 2nd Ed., November 1990.
- [5] T. Faure, '*Aérodynamique Appliqué*, Master SDI Parcours MIS - Module MS 154', 2006.
- [6] J.D. Anderson, '*Nonlifting Flows over Arbitrary Bodies: the Numerical Source Panel Method*', in *Fundamentals of Aerodynamics*: McGraw-Hill Book Company, pp. 166, December 1984.
- [7] J.D. Anderson, '*Fundamentals of Aerodynamics*', 3rd Ed.: McGraw-Hill book company, 2001.
- [8] S.A.L. Glegg and W.J. Devenport, '*Panel Methods for Airfoils in Turbulent Flow*', *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, pp. 3709 – 3720, 2010.
- [9] M. Gennarettia, C. Testa, and G. Bernardini, '*An unsteady Aerodynamic Formulation for Efficient Rotor Tonal Noise Prediction*', *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, N°25, pp. 6743–6754, 2013.
- [10] J.S. Kouh and J.B. Suen, '*A 3D Potential-Based and Desingularized High Order Panel Method*', *Ocean Engineering*, Vol. 28, pp. 1499 – 1516, 2001.
- [11] T. Kim and Y. Kim, '*Numerical Analysis on Floating-Body Motion Responses in Arbitrary Bathymetry*', *Ocean Engineering*, Vol. 62, pp. 123–139, 2013.
- [12] N. Ramos-García, J.N. Sørensen, and W.Z. Shen, '*Validation of a Three-Dimensional Viscous-Inviscid Interactive Solver For Wind Turbine Rotors*', *Renewable Energy*, Vol. 70, pp. 78-92, 2014.
- [13] A. Berg and F.G. Nielsen, '*Panel Methods for Computing Wave Loads on a Vertical Cylinder*', *Applied Ocean Research*, Vol. 13, N°6, pp. 320 - 326, 1991.
- [14] J. Pichon, '*Géométrie Analytique, Coniques*', Edition, Ellipses, 1998.
- [15] J. Katz and A. Plotkin, '*Low-Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods*', McGraw-Hill, 1991.
- [16] J.D. Anderson, '*Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*', McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, 1995.
- [17] T. Cebeci, J.P. Shao, F. Kafyeke, and E. Laurendeau, '*Hess-Smith Panel Method*', in *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, Horizons Publishing Inc., Long Beach, California, pp. 189-200, 2005.
- [18] C. Pozrikidis, '*Fluid Dynamics: Theory, Computation, and Numerical Simulation*', Kluwer Academic Publishers, 2001.