

Etude numérique de l'effet d'inclinaison d'une cavité en forme de 'T' sur la symétrie de la solution et le transfert de chaleur

M. Mourabit ^{1*}, H. Rouijaa ^{2†}, E.A. Semma ¹, M.E. Alami ¹ et M. Najam ¹

¹ Laboratoire de Mécanique, Faculté des Sciences et Techniques, FST
Université Hassan I^{er}, B.P. 577, Route de Casablanca, Settat, Maroc

² Faculté Poly Disciplinaire de Safi, Université Cadi Ayyad
Sidi Bouzid, B.P. 4162, 46000 Safi, Maroc

(reçu le 10 Février 2014 – accepté le 26 Décembre 2014)

Résumé - *Le but de ce travail est d'étudier numériquement la convection mixte dans une cavité simple et en forme de 'T' contenant des blocs chauffés à température constante T_C et des ouvertures coaxiales aménagées sur les deux parois horizontales. Les blocs sont fixés sur la paroi inférieure adiabatique qui est soumise à un jet d'air vertical, celle du haut est maintenue froide à une température $T_F < T_C$. Les parois verticales sont rigides et adiabatiques. Les équations gouvernantes sont résolues à l'aide la méthode des volumes de contrôle. Notre intérêt est porté à l'effet de l'inclinaison sur la symétrie de la solution et le transfert de chaleur. Les principales paramètres de cette étude sont l'angle d'inclinaison $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$, le nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$, le nombre de Reynolds $100 \leq Re \leq 1000$, le nombre de Prandtl $Pr = 0.72$, la hauteur des blocs $B = 0.5$, la largeur des ouvertures $C = 0.15$ et la distance entre les blocs $D = 0.5$. Les résultats sont présentés sous forme de lignes de courant et du champ de température.*

Abstract – *The aim of this work is to study numerically the mixed convection in a single cavity and the 'T' shape containing blocks heated in constant temperature T_C and coaxial openings made on both horizontal walls. The blocks are fixed to the lower adiabatic wall which is subjected to a vertical jet of air, the top is maintained at a cold temperature $T_F < T_C$. The vertical walls are rigid and adiabatic. The governing equations are solved using the method of control volumes. Our attention is paid to the effect of the tilt on the symmetry of the solution and the heat transfer. The main parameters of this study are the angle of inclination $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$, the Rayleigh number $Ra = 10^5$, the Reynolds number of $100 \leq Re \leq 1000$, the Prandtl number $Pr = 0.72$, the height of the blocks $B = 0.5$, the width of the openings $C = 0.15$ and the distance between the blocks $D = 0.5$. The results are shown as lines of current and field temperature.*

Mots clés: Convection mixte - Effet d'inclinaison - Cavité en forme 'T'.

1. INTRODUCTION

Dans ces dernières années, l'étude numérique du transfert de chaleur induit dans un canal contenant des blocs chauffés, a reçu une grande attention, en raison de son application dans différents domaines physiques, tels que le refroidissement des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments, le refroidissement des composants électroniques.

* mobaraka.mourabit@gmail.com , semmaalam@yahoo.fr

† hruijaa@hotmail.com

En convection naturelle ou en convection mixte, plusieurs travaux ont été réalisés par les chercheurs pour contrôler la température dans les composants électroniques. Parmi ces chercheurs,

Amahmid *et al.*, [1] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans un canal horizontal infini contenant une infinité des blocs chauffants isothermes et régulièrement réparti sur sa paroi inférieure. Cette étude a porté intérêt essentiellement sur l'influence du nombre de Rayleigh et sur l'influence du domaine de calcul sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur en régime stationnaire.

Tandis que, Najam *et al.*, [2] ont fait l'étude numérique de la convection mixte d'un canal horizontal contenant des blocs chauffés sur sa paroi inférieure. Ils ont montré l'existence de solutions multiples et le transfert de chaleur en dépend de manière sensible. L'existence d'une valeur critique du nombre de Reynolds au-dessus de laquelle les cellules de la convection naturelle sont attirées vers le bas de la cavité (microcavité) par l'écoulement forcé et que le déplacement des cellules peut être observé même dans des situations où l'écoulement est dominé par la convection naturelle, ont été démontré par Najam *et al.*, [3] dans le même domaine d'étude du cas précédent.

De plus, Najam *et al.*, [4] ont étudié numériquement l'amélioration de la convection mixte laminaire dans une cavité en forme de 'T' contenant des blocs rectangulaires chauffés et subissant du bas un jet vertical d'air frais. Il en résulte que le transfert de chaleur est amélioré en augmentant la distance D entre les blocs, et que le nombre de Nusselt augmente quand D augmente et diminue quand le nombre de Reynolds Re augmente.

Bakkas *et al.*, [6] ont réalisé une étude numérique de la convection naturelle dans un canal horizontal muni de blocs chauffés régulièrement répartis sur sa paroi inférieure. Ils ont étudié l'effet du domaine de calcul sur la multiplicité des solutions. Ils ont trouvé que la solution obtenue dans le cas du domaine simple pourrait être instable dans le domaine double et cela dépendait des paramètres régissant.

En outre, Bakkas *et al.*, [7] ont répété la même étude numérique, mais en utilisant cette fois-ci des blocs rectangulaires libérant un flux de chaleur uniforme. Ils ont étudié l'effet du domaine de calcul et la hauteur des blocs sur la multiplicité de solutions et de transfert de chaleur à l'intérieur du canal. Les résultats obtenus montrent l'existence de différents types de solutions sur lesquelles le transfert de chaleur et la structure d'écoulement dépendent de manière significative. En revanche la solution obtenue dans le cas du domaine simple pourrait être instable dans le domaine double et cela dépendait des paramètres régissant.

Ce travail concerne l'étude numérique de la convection mixte dans une cavité simple et en forme de 'T', munis de blocs chauffants sur sa paroi inférieure et des ouvertures aménagées sur les deux parois horizontales. La paroi supérieure est isotherme. Les parois verticales et la paroi inférieure sont adiabatiques. On va examiner l'effet de l'inclinaison sur la symétrie de la solution, la structure d'écoulement, et le transfert de chaleur.

2. CONFIGURATION GEOMETRIQUE ET METHODE NUMERIQUE

La configuration étudiée dans ce travail est schématisée par la figure 1. Il s'agit d'une cavité en forme 'T', munie de blocs chauffés à température constante T_C sur sa paroi inférieure et des ouvertures aménagées sur les deux parois horizontales. La paroi

supérieure est portée à une température froide $T_F < T_C$. Les parois verticales et la paroi inférieure sont adiabatiques.

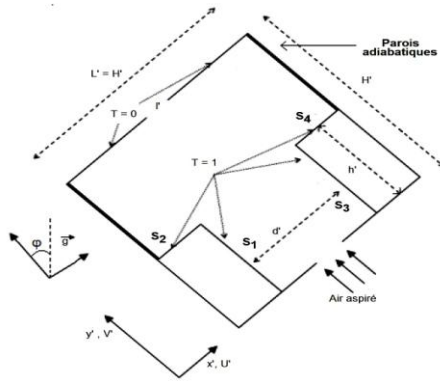


Fig. 1: Cavité bidimensionnelle inclinée avec des blocs et des ouvertures

2.1 Mise en équation

Les équations gouvernantes dans ce problème sont celles de Navier–Stokes associées à l'équation de l'énergie en régime instationnaire [5].

Les nombres de Prandtl Pr et de Rayleigh Ra sont définis ci-dessous:

$$Pr = \nu / \alpha \qquad Ra = g\beta \Delta T \times H'^3 / \nu \times \alpha$$

Le nombre de Nusselt moyen sur les parois des blocs est le suivant:

$$Nu = \int_0^B \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0.25} \times dy + \int_0^{0.25} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=B} \times dx + \int_0^B \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0.75} \times dy + \int_{0.75}^1 \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=B} \times dx$$

Les nombres de Nusselt locaux sur les parois du bloc gauche et droit sont:

$$Nu_G = \int_0^B \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0.25} \times dy + \int_0^{0.25} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=B} \times dx$$

$$Nu_D = \int_0^B \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0.75} \times dy + \int_{0.75}^1 \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=B} \times dx$$

Les conditions aux limites associées aux équations du problème sont les suivantes:

- $y = 0$; $0.425 \leq x \leq 0.575$ (ouverture d'admission)
 $T = U = 0$, $V = 1$
- $y = 0$; $0.25 \leq x \leq 0.475$ et $0.575 \leq x \leq 0.75$ (parties de la paroi inférieure séparant les blocs et l'ouverture)
 $U = V = 0$, $\partial T / \partial y = 0$
- $B \leq y \leq 1$; $x = 0$ et $x = 1$ (parties verticales adiabatiques)
 $U = V = \partial T / \partial x = 0$

Les valeurs de T , U et V au niveau de l'ouverture d'évacuation, sont extrapolées en leur imposant des dérivées secondes nulles par rapport à y , (El Alami *et al.*, [5]).

2.2 Méthode numérique

Les équations de Navier-Stokes ont été résolues avec la méthode des volumes de contrôle. Un schéma Quick a été adapté à la discrétisation des termes convectifs. Le maillage utilisé est de 80×80 . Le pas de temps considéré dans cette étude est compris entre 10^{-4} et 10^{-3} .

Le code a été validé en comparant nos résultats avec ceux obtenus par Kalache [8] dans le cas des écoulements de convection naturelle dans une cavité trapézoïdale, puis avec les résultats obtenus dans un canal vertical en convection naturelle par Desrayaud *et al.*, [9]. Cette comparaison donne une bonne concordance.

3. RESULTATS ET DISCUSSION

Les résultats seront présentés en termes de structure d'écoulement, lignes d'isothermes et transfert de chaleur (nombres de Nusselt locaux) pour des valeurs de l'angle d'inclinaison variant de 0 à 90° et des valeurs du nombre de Reynolds entre 100 et 1000 à $Re = 10^5$.

3.1 Structure de l'écoulement et champ de température

On constate l'existence d'une solution de type EIC (Ecoulement Intra Cellulaire) mise en évidence par El Alami [5] et d'une solution (inclinée) EUG (Ecoulement Unicellulaire Gauche), déjà mise en évidence par Najam *et al.*, [4]. De plus, on notera que quand on incline la cavité, les solutions perdent leurs symétries pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds.

Mais, en augmentant Re , ces solutions récupèrent leur symétrie. En outre, l'inclinaison favorise le refroidissement du bloc gauche. La structure de l'écoulement est symétrique pour tous les cas non inclinés ($\varphi = 0^\circ$). A $Re = 100$, (Fig. 2a-), mise en évidence par Najam *et al.*, [4], et on remarque que la solution est de type EIC, où le champ d'écoulement est formé de lignes de courant (lignes ouvertes) qui passent entre deux cellules convectives au dessus des blocs et deux autres cellules de recirculation qui naissent au sein de la microcavité.

Les isothermes montrent que le jet d'air remplit la microcavité et que toutes les faces des blocs S_1 , S_2 , S_3 et S_4 sont bien ventilées. Alors que pour $Re = 500$, on remarque que le jet devenant assez puissant, a poussé les cellules convectives de type Rayleigh-Bénard vers les parois adiabatiques comme on le constate sur la figure 2b-, ainsi la taille des cellules de recirculation a augmentée.

Le resserrement des lignes isothermes montrent une bonne ventilation des parois chaudes. De plus, il n'y a pas un bon transfert de chaleur entre les parois verticales supérieures de la cavité et l'air froid. Le jet d'air arrive à la partie supérieure de la cavité.

En augmentant davantage Re ($Re = 1000$), (Fig. 2c-), on constate que la symétrie de la solution est conservée de type EIC. On constate aussi que les cellules de recirculation longent et se mélangent avec celles de convection. Les lignes ouvertes sont intensives et parallèles à l'axe de symétrie de la cavité.

Les isothermes montrent que toutes les faces des blocs sont bien ventilées surtout les faces horizontales. Mais il y a un mauvais transfert de chaleur au niveau des parois verticales de la cavité.

Dès qu'on incline la cavité, on remarque que l'inclinaison détruit la symétrie de la solution, comme indiqué sur la figure 2d- pour $\varphi = 54^\circ$. A $Re = 100$, la solution est de type EUG, déjà mise en évidence par Najam *et al.*, [4].

Le champ de courant est formé d'une cellule convective juste au-dessus de la face S_2 et des lignes ouvertes qui passent en majeure partie du coté de la paroi verticale du bloc de gauche, puis décollent une fois arrivées au niveau des parois supérieures des blocs. Les champs de température correspondants montrent qu'il y a une ventilation importante des faces S_1 , S_2 et d'une partie de la face S_3 .

L'écoulement d'air frais remplit la microcavité et arrive à la partie supérieure de la cavité. En augmentant davantage le nombre de Reynolds $Re = 700$, (Fig. 2e-), la solution reste de type EUG, où la cellule convective a diminué de taille sous l'effet de l'écoulement forcé. De plus, les cellules de recirculation s'intensifient avec Re jusqu'à ce que celle de droite longe et se mélange avec la cellule convective.

Les isothermes montrent que la face S_2 est mieux ventilée que la face S_4 , ceci est dû à la rotation de la cellule de convection. Les parties inférieures des parois chaudes S_1 et S_3 sont mal ventilées. De plus, on remarque qu'il n'y a pas un bon transfert de chaleurs à travers les parois verticales de la cavité supérieure.

A $Re = 1000$, (Fig. 2f-), on constate que la solution commence à récupérer sa symétrie, elle devient symétrique de type EIC. La figure 2f- montre l'existence de deux cellules de convection qui sont mélangées avec celle de recirculation et une petite cellule au-dessus du bloc droit. Les isothermes montrent le même phénomène que le cas précédent ($Re = 700$).

En augmentant l'inclinaison davantage $\varphi = 90^\circ$ et $Re = 100$ (Fig. 2g-), on notera que la solution est de type EUG. Le champ de courant de cette solution est composé d'une cellule convective et deux cellules de recirculation avec celle du droit est plus grande que celle de gauche plus une petite cellule au centre de la cavité. Les lignes ouvertes sont poussées par la cellule de recirculation droite.

Les isothermes montrent que les faces S_1 et S_2 sont mieux ventilées que les faces S_3 et S_4 . Ce qui montre que l'inclinaison favorise le refroidissement du bloc gauche. En augmentant davantage Re ($Re = 300$), (Fig. 2h-), on constate que la solution reste de type EUG, avec la cellule de recirculation de droite qui longe et se mélange avec celle de convection dans la zone de la convection mixte.

Les isothermes montrent que la face S_2 et les parties supérieures des faces S_1 et S_3 sont bien ventilées. Elles montrent aussi que la face S_4 est mal ventilée.

A $Re = 1000$, (Fig. 2i-), on constate que la solution a récupéré sa symétrie, elle est de type EIC. Les lignes ouvertes sont toutes parallèles à l'axe de symétrie, elles passent entre les deux cellules de recirculation et les deux autres cellules de convection avec une petite cellule au dessus du bloc droit.

Les champs de température montrent que les parties supérieures des faces S_1 et S_3 sont bien refroidies. Elles montrent aussi que la face S_2 est mieux ventilée que la face S_4 . On peut dire que l'augmentation du nombre de Reynolds aide à récupérer la symétrie de la solution.

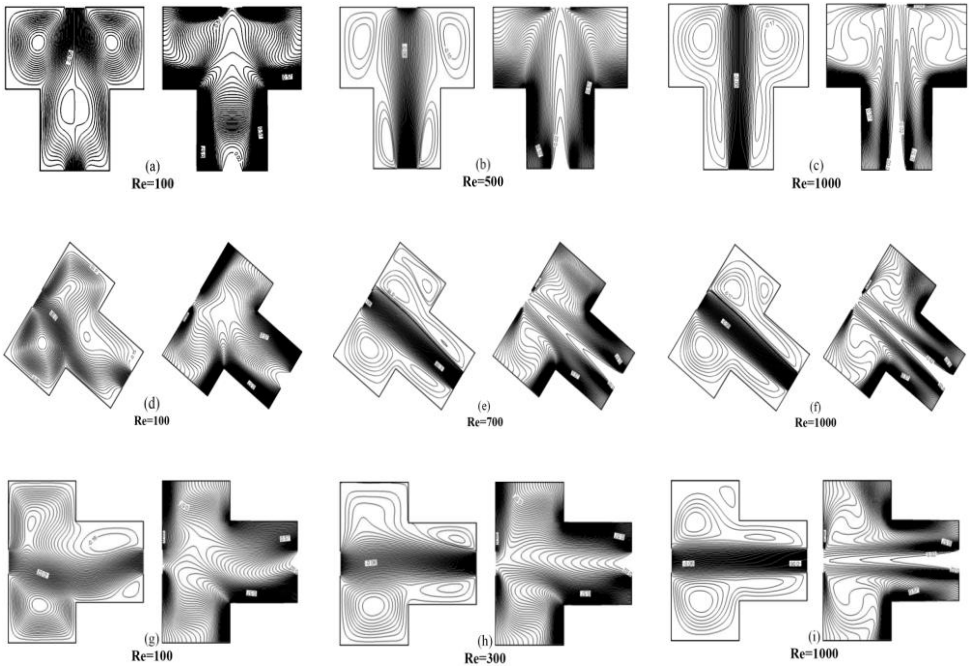


Fig. 2: Lignes de courant et isothermes $Ra = 10^5$ et pour différentes valeurs φ ;
 $\varphi = 0^\circ$: {(a), (b), (c)}; $\varphi = 54^\circ$: {(d), (e), (f)}; $\varphi = 54^\circ$: {(g), (h), (i)}

3.2 Transfert de chaleur

Les variations des nombres de Nusselt locaux Nu_G et Nu_D en fonction du nombre de Reynolds ($100 \leq Re \leq 1000$) et en fonction de l'angle d'inclinaison φ sont présentées sur les deux figures, (Fig. 3 et Fig. 4), pour différentes valeurs de Reynolds $100 \leq Re \leq 1000$ et de l'angle d'inclinaison $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ ($Ra = 10^5$).

On notera que Nu_G décroît jusqu'à un minimum en fonction du nombre de Reynolds, puis il croît. On constate aussi que dans la zone de la convection forcée, le transfert de chaleur est similaire dans le bloc gauche pour les différentes valeurs de l'angle d'inclinaison pour $500 \leq Re \leq 1000$.

La figure 3 montre qu'en augmentant l'angle d'inclinaison φ , Nu_D diminue en augmentant φ , pour les valeurs de Re entre 100 et 300, où la convection naturelle domine sur la convection forcée. Pour Re entre 300 et 500, on constate qu'il y a une compétition entre l'écoulement naturel et l'écoulement forcé. Par contre, pour les grandes valeurs de Re , dans le régime de la convection forcée, on notera que la variation de Nu_D est croissante en augmentant φ et similaire pour les différentes valeurs de l'angle d'inclinaison.

Cependant, on constate que Nu_G croît jusqu'à un maximum avec l'angle d'inclinaison φ , (Fig. 4), pour $100 \leq Re \leq 500$, puis il décroît. Or pour $700 \leq Re \leq 1000$, on remarque que Nu_G décroît avec l'angle d'inclinaison φ , puis il croît jusqu'à un maximum. De plus, on peut pratiquement tirer la même remarque, pour la variation de Nu_D , (Fig. 4), en fonction de l'angle d'inclinaison φ pour $100 \leq Re \leq 500$. Cela

veut dire que les deux blocs échangent le même taux de transfert de chaleur avec le jet d'air.

En comparant Nu_G et Nu_D , (Fig. 5), on constate que les nombres de Nusselt locaux Nu_G et Nu_D varient de la même façon en fonction de Re pour les cas sans inclinaison ($\varphi = 0^\circ$), à cause de la symétrie de la cavité et la bonne ventilation des parois chaudes. Cela veut dire que les deux blocs gauche et droit échangent de la même façon l'énergie.

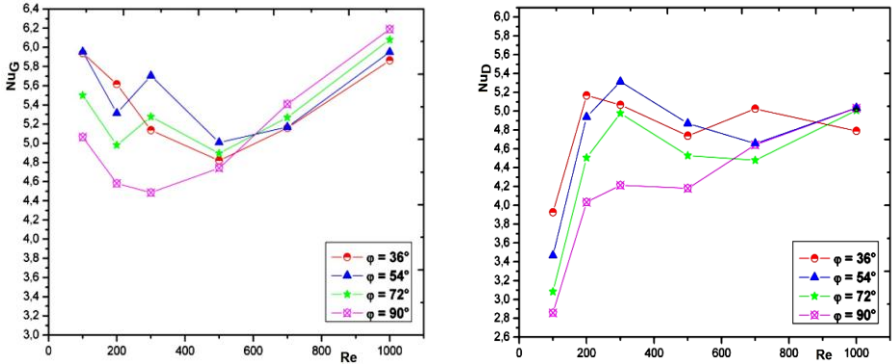


Fig. 3: Nu_G et Nu_D en fonction de Re pour différentes valeurs de φ

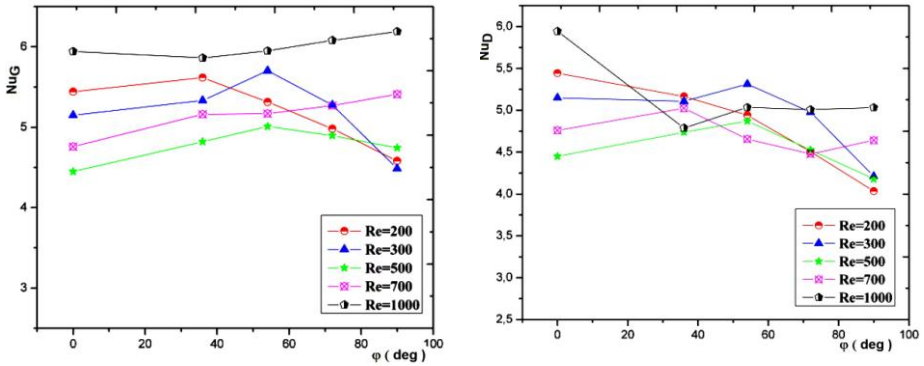


Fig. 4: Nu_G et Nu_D en fonction de φ pour différentes valeurs de Re

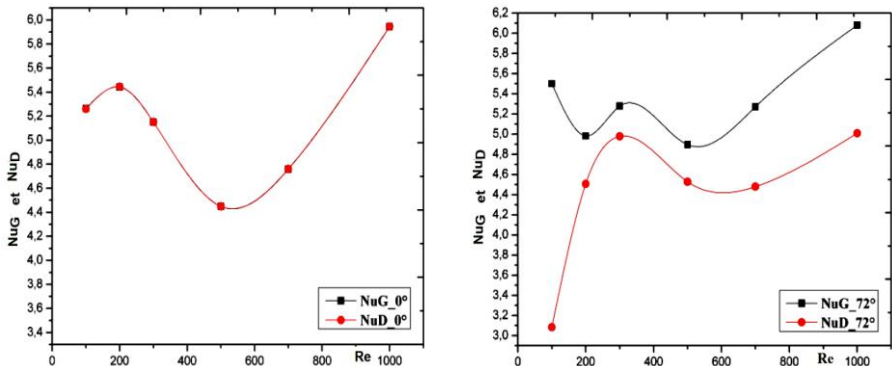


Fig. 5: Comparaison entre la variation de Nu_G et Nu_D en fonction de Re

En variant l'angle d'inclinaison, on remarque que les valeurs de Nu_G sont plus grandes que celles de Nu_D en fonction de Re , car les surfaces du bloc gauche sont mieux ventilées que celles du bloc droit. D'où, le bloc gauche est mieux refroidi que le bloc droit, ce qui implique que l'inclinaison favorise le refroidissement du bloc gauche et défavorise le refroidissement du bloc droit.

4. CONCLUSION

D'après les résultats qu'on a obtenu, on peut conclure que:

- L'existence de deux types de solutions (EIC et EUG) en variant Re et φ .
- L'inclinaison détruit la symétrie de la solution.
- L'écoulement forcé favorise la symétrie de la solution.
- L'inclinaison favorise le refroidissement du bloc gauche.

NOMENCLATURE

A -Rapport de forme, ($A=L'/H'$)	g -Accélération de la pesanteur, (m/s^2)
B -Hauteur adimensionnel des blocs, ($B=h'/H'$)	C -Hauteur adimensionnel des blocs, ($C=l'/H'$)
H' -Hauteur de la cavité, (m)	h' - Hauteur des blocs, (m)
D - Ecart adimensionnel entre les blocs, ($D=d'/H'$)	d' - écart entre deux blocs successifs, (m)
L' -Largeur de la cavité, (m)	l' -Largeur des ouvertures, (m)
Nu -Nombre de Nusselt global	T -Température adimensionnelle
Nu_G -Nombre de Nusselt local sur les parois du bloc gauche	Nu_D -Nombre de Nusselt local sur les parois du bloc droit
Pr -Nombre de Prandtl, ($Pr=\nu/\alpha$)	ΔT -Ecart de temp. Appliqué, ($T_C - T_F$)
Ra -Nombre de Rayleigh, ($Ra=g\beta\Delta TH^3/(\alpha\nu)$)	Re -Nombre de Reynolds, ($Re=U_c \times H'/\nu$)
T_C -Température de la paroi chaude	T_F -Température de la paroi froide
U_C -Vitesse de référence, (m/s)	(U, V) -Composantes de la vitesse
x, y -Coordonnées cartésiennes adimensionnelles dans les deux directions, (x, y)=(X/H, Y/H)	(u, v) -vitesses adimensionnelles, (u, v) = (U/U _C , V/U _C)
α -Diffusivité thermique du fluide, (m^2/s)	φ -Angle d'inclinaison de la cavité
ν -Viscosité cinématique du fluide, (m^2/s) --- C-Chaud	β -Coefficient de dilatation du fluide, (K^{-1})
ρ -Masse volumique du fluide, (kg/m^3)	λ -Conductivité thermique du fluide, (W/mK) --- F-Froid
	ψ -Fonction de courant adi., $\psi=\psi'/\alpha$

REFERENCES

- [1] S.A. Amahmid, M. Hasnaoui and P. Vasseur, 'Multiplicité des Solutions en Convection Naturelle dans une Géométrie Répétitive', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, N°16, pp. 3805 – 3818, 1997.
- [2] M. Najam, M. El Alami, M. Hasnaoui et A. Amahmid, 'Etude Numérique de la Convection mixte dans une cavité en forme de ' T ' soumise à un flux de Chaleur

Constant et Ventilée par le Bas à l'Aide d'un Jet d'Air Vertical, Comptes Rendus de Mécanique, Vol. 330, N°7, pp. 461 – 467, 2002.

- [3] M. Najam, A. Amahmid, M. Hasnaoui and M. El Alami, '*Unsteady Mixed Convection in a Horizontal Channel with Rectangular Blocks Periodically Distributed on Its Lower Wall*', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 24, N°5, pp. 726 – 735, 2003.
- [4] M. Najam, M. El Alami and A. Oubarra, '*Heat Transfer in a « T » Form Cavity with Heated Rectangular Blocks Submitted to a Vertical Jet: the Block Gap Effect on Multiple Solutions*', Energy Conversion and Management, Vol. 45, N°1, pp. 113 – 125, 2004.
- [5] M. El Alami, '*Etude Numérique de la Convection Naturelle dans un Canal Muni d'Ouvertures et de Blocs Chauffants*', Thèse de Doctorat d'Etat, 2005.
- [6] M. Bakkas, A. Amahmid and M. Hasnaoui, '*Steady Natural Convection in a Horizontal Channel Containing Heated Rectangular Blocks Periodically Mounted on Its Lower Wall*', Energy Conversion and Management, Vol. 47, N°5, pp. 509 – 528, 2006.
- [7] M. Bakkas, A. Amahmid and M. Hasnaoui, '*Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer in a Horizontal Channel Provided with Rectangular Blocks Releasing Uniform Heat Flux and Mounted on its Lower Wall*', Energy Conversion and Management, Vol. 49, N°10, pp. 2757 – 2766, 2008.
- [8] D. Kalache, '*Contribution à l'Etude de la Convection Naturelle en Cavités Trapézoïdales Chauffées par Dessous*', Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, France, 1987.
- [9] G. Desrayaud and A. Fichera, '*Laminar Natural Convection in a Vertical Isothermal Channel with Symmetric Surface Mounted Rectangular Ribs*', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 23, N°4, pp. 519 - 529, 2002.