الحركة البراونية ودورها في تسعير خيارات الشراء الأوروبية باستعمال نموذج بلاك شولز ميرتن

(دراسة حالة بورصة باريس).

Brownian motion and its role in pricing European type options using the Black Scholes Merton model (Paris Stock Exchange Case Study)

شيخ بن شيخ إبراهيم[1]، جبوري مُحَمَّد[2]

[1] مخبر إدارة وتقييم أداء المؤسسات، جامعة سعيدة، brahim.cheikh@univ-saida.dz

[2] جامعة سعيدة، mohammed.djabbouri@univ-saida.dz

تاريخ الاستلام: 2020/07/10   *تاريخ القبول: 2020/10/13*   *تاريخ النشر: 2020/10/29*

ملخص:

تهدف هذه الدراسة إلى تسعير خيارات الشراء الأوروبية باستعمال أحد أكثر النماذج المفضلة والمستخدمة في الوقت الحاضر وهو نموذج بلاك–شولز–ميرتن، بالإضافة إلى توضيح أهمية الحركة البراونية الهندسية التي تعتبر من بين أهم فرضياته، وذلك من خلال تقديم صيغته الرياضية ومحاولة تطبيقها على عينة من بعض الشركات المدرجة في بورصة باريس والمنظمة لمؤشر CAC 40، وكذا تحليل النتائج لمتوصل إليها.

وقد توصلت هذه الدراسة إلى أن بالرغم من تتبع أسعار الأصول الحركة البراونية الهندسية، فإن نموذج بلاك–شولز–ميرتن ذو جودة في تقديم القيمة العادلة لعقود خيارات الشراء الأوروبية، كما بينت النتائج أن النموذج يقدم نسبة التغطية الواجبة لإدارة المخاطر.

الكلمات المفتاحية: العمليات العشوائية، الحركة البراونية، عقود الخيارات، نموذج بلاك–شولز–ميرتن.

تصنيف JEL: C58, D53, G13.

Abstract:

This study aims to pricing European options type by one of the most preferred models used today the Black-Scholes-Merten model, in addition to clarifying the importance of the Geometric Brownian motion that is among its most important hypotheses, by presenting its mathematical formula and trying to apply it to a sample of Some of the companies listed on the Paris Stock Exchange and Included for the CAC 40 index, as well as analyzing the results to reach them.

This study found that despite the asset price tracing of Geometric Brownian Motion, the Black-Scholes-Merten model is of quality and accuracy in providing the fair value of European purchase options contracts, and the results also showed that the model provides the required coverage ratio for risk management.

Keywords: **Random Processes, Brownian Motion, Option Contracts, Black-Scholes-Merten model.**

***JEL classification codes*:** C58, D53, G13.

المؤلف المرسل: شيخ بن شيخ إبراهيم، **الإيميل**: brahim.cheikh@univ-saida.dz

تمهيد:

لم يقتصر دراسة مفهوم نظرية الحركة العشوائية (Randan Walk) على المجالات العلمية التجريبية فقط كعلم الفلك، علم الفيزياء، علم الأحياء، الإلكترونيات ... إلخ، بل تعدى ذلك ليصل إلى مجال العلوم المالية.

ويرجع الفضل في اكتشاف فكرة الحركة العشوائية للأسعار إلى الفرنسي (Louis Bachelier) عام 1900 في رسالة الدكتوراه "نظرية المضاربة" اين وضح ديناميكية المشي العشوائي لأسعار البورصة، وبين أن التغيرات المتتالية للأسعار تفتقد إلى أي ترابط بينها وأن الفترة الزمنية لتغير السعر تتناسب مع الجذر التربيعي للزمن، فإذا كانت كذلك فهي توافق حركة الجزيئات المغمورة في السائل التي لاحظ تحركاتها عالم الاحياء الاسكتلندي (Albert Brown) عام 1828 وتدعى الآن بالحركة البراونية (Brownian Motion) التي تعد كأحد أهم أنواع الحركات العشوائية التى لاقت اهتمام العديد من الباحثين، وتعني في مجال العلوم المالية أن التغيرات المتتالية لأسعار الأسهم هي مستقلة فيما بينها ولا ترتبط إلا بالمعلومات الجديدة التي ترد إلى السوق المالي بشكل غير منتظم وعشوائي، نتيجة تطور الأسواق المالية الحديثة وزيادة التعامل بالمشتقات المالية كعقود الخيارات، حيث طرحت هذه الأخيرة العديد من المشاكل المالية أبرزها كيفية تحديد القيمة العادلة للخيار في ظل تتبع أسعار الأصول المالية الحركة البراونية، وبالرغم من تعقيد هذه العملية فقد ظهرت العديد من النماذج الرياضية التي تسمح بتسعيرها ونمذجة تحركات أسعارها، وتساعدنا في السيطرة على المخاطر المتعلقة بها وإدارتها، ويعتبر نموذج بلاك-شولز-ميرتن الذي قدم عام 1973 من قبل (Fisher Black, Myron Scholes) النموذج المرجعي والحل الأساسي لتسعير الخيارات، بموجب مجموعة من الافتراضات التي فازوا فيها بجائزة نوبل في الاقتصاد في عام 1997.

إشكالية الدراسة:

ضمن هذا السياق والتصور، يمكننا طرح إشكالية الدراسة كما يلي:

هل يمكن تحديد القيمة العادلة لعقد خيار الشراء باستخدام نموذج بلاك-شولز-ميرتن في ظل تتبع حركة أسعار الأسهم الحركة البراونية؟

ويندرج تحت هذه الإشكالية تساؤلات فرعية أخرى نذكر منها:

- ما المقصود بتتبع حركة أسعار الأسهم الحركة البراونية؟
- كيف يمكن تحديد القيمة العادلة لعقد خيار الشراء باستعمال نموذج بلاك-شولز-ميرتن؟

فرضيات الدراسة:

بناء على الإشكالية المطروحة، وللإجابة على مختلف الاسئلة المتعلقة بها، ارتأينا دراسة عينة من أسهم شركات مدرجة في بورصة باريس وحددنا الفرضيات التالية:

الفرضية الأولى: يمكن تحديد القيمة العادلة لعقد خيار الشراء في بورصة باريس باستخدام نموذج بلاك-شولز-ميرتن.

الفرضية الثانية: نتائج نموذج بلاك-شولز-ميرتن ذات أهمية كبيرة في إدارة المخاطر.

أهداف الدراسة:

تكمن الغاية المرجوة من هذه الدراسة إلى تحقيق الأهداف التالية:

- التطرق إلى مفهوم الحركة البراونية ودلالتها في مجال العلوم المالية؛
- تسليط الضوء على عقود الخيارات كأداة استثمارية مهمة تستخدم في عملية نقل وإدارة المخاطر؛
- تطبيق نموذج بلاك-شولز-ميرتن لتسعير خيارات عدد من لأسهم المدرجة في بوصة باريس.

عنوان المقال: الحركة البراونية ودورها في تسعير خيارات الشراء الأوروبية باستعمال نموذج بلاك شولز ميرتن (دراسة حالة بورصة باريس).

منهج الدراسة:

للإجابة على إشكالية الدراسة واختبار صحة الفرضيات والوصول إلى الأهداف المرجوة، اعتمدنا على المنهج الوصفي في عرض أهم أدبيات الدراسة والمتعلقة بفرضية المشي العشوائي، الحركة البراونية، ونموذج بلاك-شولز-ميرتن، والمنهج التحليلي والاستقرائي في الجانب التطبيقي، وذلك من خلال تحليل مختلف النتائج المتوصل إليها باستخدام مجموعة من التقنيات الاحصائية والرياضية.

الإطار الزماني والمكاني:

تمت هذه الدراسة خلال الفترة الممتدة ما بين 2019/05/02 إلى غاية 2020/05/15، أما الإطار المكاني فقد كان على بورصة باريس من خلال دراسة عينة من شركات مكونة لمؤشر CAC 40.

1- التأصيل النظري للعمليات العشوائية والحركة البراونية:

قبل التطرق لمفهوم الحركة البراونية وخصائصها سنوضح مصطلح العمليات العشوائية (Stochastic Process) وتطبيقاتها في المجال المالي.

1-1- العمليات العشوائية:

بدأ استخدام كلمة (Stochastic) التي جاءت من الكلمة اليونانية (Stokhastikos) وتعني "تخمين" في الثلاثينيات من القرن الماضي، والعملية العشوائية هي دراسة الظواهر العشوائية المعتمدة على معلمتين الأولى معلمة المتغير العشوائي والثانية معلمة الزمن، وبالتالي فهي امتداد لنظرية الاحتمالات التي تسوقنا لبناء نماذج تتطابق مع الواقع العلمي حسب مجال الدراسة.

أما من الناحية المالية والاقتصادية فيرجع الفضل في اكتشاف فكرة السير العشوائي أو الحركة العشوائية للأسعار إلى الفرنسي (Louis Bachelier) عام 1900 عندما قام عالم الرياضيات الشهير (Henri Poincare) بتعيينه لدراسة تطور الأمن المالي على أسهم الشركات أو السندات السيادية (BAAQUIE, 2018, p. 77)حيث وضح لويس باشليه في رسالة الدكتوراه "نظرية المضاربة" ديناميكية المشي العشوائي لأسعار البورصة، وبين ان التغيرات المتتالية للأسعار تفتقد إلى اي ترابط بينها (Boyle & McDougall, 2019, p. 65)، كما طرحت فكرة الحركة العشوائية في الوسط المالي كذلك في أبحاث (Kendall Maurice) عام 1953 أين قام بتحليل عدد من السلاسل الزمنية السعرية الأسبوعية، ووجد أن حركة الأسعار في هذه السلاسل تتصف بالعشوائية، وأن احتمال تحرك الاسعار صعودا يماثل احتمال هبوطها دون أي دور لما حدث في الماضي (سام، 2014، صفحة 418)، وبعدها مباشرة بدء البحث في الحركة البراونية كنوع من الحركات العشوائية وعن كيفية اعتمادها في نمذجة الاصول المالية.

1-2- لمحة عن الحركة البراونية:

تستخدم الحركة البراونية على نطاق واسع لنمذجة الحركات العشوائية في الاقتصاد والعلوم الفيزيائية، ويرجع تاريخ ظهورها في صيف سنة 1827، بعد 35 عامًا فقط من تأسيس بورصة نيويورك، حيث قام عالم نباتات اسكتلندي يدعى (Robert Brown) (1773-1858) بدراسة حركة حبوب الطلع (Pollen) المغمورة في وسط سائل بعد عرضها تحت المجهر، فلاحظ أن هذه الحبوب في حركة عشوائية مستمرة نتيجة تصادمها المستمر (Wiersema, 2008, p. 01)، وحاول تقديم تفسير علمي لهذه الظاهرة لكنه فشل، بالرغم من أنه تم تسمية هذه الظاهرة على اسمه، وفي عام 1900 حاول (Luis Bachelier) (1870-1946) التطرق إلى مفهوم الحركة البراونية من خلال نمذجة ديناميكيات أسعار الأسهم في

البورصة، ولكن لم يتم اعتماد هذه المنهجيته حتى ستينيات القرن الماضي أين قدم أطروحته بعنوان "نظرية المضاربة" التي تعد نقطة البداية للتمويل الحديث (El Karoui & Gobet, 2011, p. 02).

حتى مطلع عام 1905 قدم (Albert Einstein) أول تفسير علمي للحركة البراونية، وفسرها بأنها نتيجة قيام ذرات المائع بحركة تعتمد على درجة الحرارة لقصف الجسيمات الميكروسكوبية المعلقة في السائل، وتحدث هذه التصادمات بشكل متكرر دون الاعتماد على الموقع أو الزمن، وبناء على نظرية (Albert Einstein) والملاحظات التجريبية للحركة البراونية أثبت (Jean Perrin) في عام 1909 وجود هذه الحركة وحدد حجم الذرات، كما توصل الباحث (Von Smoluchowski) إلى نفس هذه النتائج لتفسير الحركة البراونية (Schilling & Partzsch, 2012, p. 1).

وفي عشرينيات القرن العشرين، طور عالم الرياضيات (Norbert Wiener) (1894-1964) في معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا في الولايات المتحدة الأمريكية، الإطار الاحتمالي الدقيق لهذا النموذج وأصبح يسمى الآن بالحركة البراونية أو عملية (Wiener) (Kobayashi, L.mark, & Turin, 2012, p. 317)، ويُشار عادة لها في الصيغ الرياضية بالحروف اللاتينية (B) أو (W)، وتجدر الإشارة على أن هذا النموذج يلعب دور أساسي في شتى المجالات خاصة في نمذجة الخيارات المالية، وبداية من سنة 1930 وانطلاقا من فكرة (Paul langevin) إهتم كل من (ornstein, Uhlenbeck) بدارسة الدالة العشوائية الغوسية للحركة البراونية التي ساعدت بعدها العالم (Paul Levy) (1886-1971) وعدد من الباحثين الاخرين على اكتشاف خصائص الحركة البراونية، وتوصلوا لنظرية التكامل العشوائي التي قام (Kiyoshi Itô) (1915-2008) بصياغة هذه المعادلة التفاضلية العشوائية (El Karoui & Gobet, 2011, p. 2).

1-3- خصائص وأنواع الحركة البراونية:

من بين الحركات البراونية الأكثر استخداما وشيوعا نجد:

1-3-1- الحركة البراونية القياسية (Standard Brownian Motion):

وتسمى كذلك بسيرورة Wiener وهي عملية عشوائية في الزمن المستمر ذات زيادات حقيقية موجبة، تحقق الخصائص الأربعة التالية (HAMISULTANE, 2017, p. 50):

- $w_0 = 0$؛
- إذا كانت $s \leq t$، تكون الزيادات $w_t - w_s$ مستقلة وثابتة؛
- إذا كانت $s \leq t$، فان الزيادات $w_t - w_s \sim> N(0, t-s)$، حيث تشير (N) إلى التوزيع الطبيعي؛
- w_t يكون مساره مستمر ولا تتخلله قفزات.

وتجدر الإشارة بأن الزيادات $w_t - w_s$ تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu = 0$ وتباين $\sigma^2 = 1$ (Kwok, 2008, p. 76)

1-3-2- الحركة البراونية الحسابية (Arithmetic Brownian Motion):

تتشكل الحركة البراونية الحسابية عند إتمام الحركة البراونية القياسية بمصطلح (μ) الذي يمثل التوقع و(σ^2) الذي يمثل التباين، لنحصل على هذا المسار الذي يتبع الصيغة الرياضية التالية:

$$ds = \mu\, dt + \sigma\, dW$$

وفقا لهذا النموذج يمكن أن يصبح سعر الورقة المالية سالب لذلك لا يمكن استخدام هذا النموذج لنمذجة تطور أسعار الأصول المالية، ولإزالة هذا الاحتمال ظهر نموذج الحركة البراونية الهندسية الموالي (Davison, 2014, p. 227) .

1-3-3- الحركة البراونية الهندسية (Géometric Brownian Motion):

لحل مشكلة احتمال أن يصبح سعر الورقة المالية سالب، تم استخدام الدالة الأسية للمتغير العشوائي S_t ليصبح النموذج كما يلي:

$$S_t = S_0 \exp(\mu_t + \sigma\, dW_t) \text{ :مع } S_0 = 1$$

يمكن التعبير عن هذه المعادلة أيضًا بمعادلة تفاضلية عشوائية، تعبر عن مسار الحركة البراونية الهندسية مع الانحراف (drift)، ذات توقع $\mu > 0$ وتباين ثابت يساوي σ^2، بالإضافة إلى أن معلمة الزمن t تتبع قانون اللوغاريتم الطبيعي، ونتيجة لهذه الخصائص يكون سير الحركة البراونية الهندسية موجب دوما.

2- نظرية تسعير الخيارات المالية:

تعد الخيارات من بين أهم أدوات المشتقات المالية المهمة التي يتم تداولها في الأسواق المالية، وتكسب الخيارات أهميتها في أنها لها استخدامات عديدة، فهي تستخدم كأداة لتقليل المخاطر وإدارتها ونقلها لمن يرغب في ذلك أو استخدامها كوسيلة للمضاربة، وكما يوحي إسمها فإن الخيار هو أداة مالية مشتقة تحدد عقدًا بين طرفين لمعاملة مستقبلية على أصل ما بسعر مرجعي، وبموجب هذا العقد يكون لمشتري الخيار الحق وليس الالتزام في تنفيذ المعاملة، بينما يلزم البائع بالتنفيذ (Boyle & McDougall, 2019, p. 27)، وحسب تاريخ التنفيذ هناك نوعان من الخيارات وهما الخيار الأمريكي الذي يمكن تنفيذه في أي موعد طيلة فترة الاستحقاق، والخيار الأوروبي الذي ينفذ إلا عند تاريخ الاستحقاق فقط (وقد اعتمدنا هذا النوع من الخيار في الدراسة الحالية).

ويتم تسعير الخيارات بواسطة نموذج في شكل صيغة رياضية يمثل تطور أسعار الأصول المالية ذات التغيرات العشوائية عبر الزمن، حيث يستخدم في النموذج العوامل المؤثرة بسعر الخيار كمدخلات، أما المخرجات فهي القيمة النظرية العادلة للخيار، وتدعى هذه العملية بعملية تسعير الخيارات.

وعلى الرغم من وجود العديد من نماذج تسعير الخيارات يعتبر نموذج (Black-Scholes) الأكثر شهرة والأكثر استخدامًا منذ نشره لأول مرة من طرف (Fischer Black) و(Myron Scholes) في الورقة البحثية المشهورة لعام 1973 "تسعير الخيارات ومسؤوليات الشركات"، المنشورة في مجلة الاقتصاد السياسي، حيث قدموا في ورقتهم البحثية معادلة تفاضلية جزئية تسمى الآن معادلة (Black-Scholes)، التي تقدر سعر الخيار في الزمن المستمر (Boyle & McDougall, 2019, p. 85) إذ لقي هذا النموذج الذي يشكل موضوع هذه الدراسة قبولا واسعا من طرف المحللين الماليين.

2-1- نموذج بلاك-شولز-ميرتن:

كانت الفكرة الرئيسية لبناء النموذج هي تمكين المستثمر من اتباع استراتيجية تداول أداة أساسية من شأنها أن تحوطه بشكل مثالي من تقلبات سعر الخيار، وبالتالي تحييد المخاطر، ويعرف هذا النوع من التحوط بـ "التحوط الديناميكي" (Boyle & McDougall, 2019, p. 85)، بالإضافة إلى محاولة التنبؤ بالتدفقات النقدية المستقبلية، وكذا تقديم تكلفة الفرصة البديلة التي تستخدم كأساس لخصم تلك التدفقات، وكون تحديد تكلفة الفرصة البديلة صعبة جدا في مجال تسعير الخيارات بسبب المخاطر التي ينطوي عليها العقد نتيجة لتغير القيمة السوقية للأصل الضمني من لحظة إلى أخرى فقد تم تقديم مجموعة من الفرضيات من قبل (Fisher Black, Myron Scholes).

2-2- فرضيات نموذج بلاك-شولز-ميرتن:

يستند النموذج على مجموعة من الافتراضات الأساسية لإيجاد القيمة العادلة نذكر منها (Boyle & McDougall, 2019, p. 86):

- يتبع سعر السهم الحركة البراونية الهندسية مع ثبات كل من العائد المتوقع (μ) ودرجة التقلب(σ)؛
- يمكن بيع الأوراق المالية على المكشوف، ويمكن استخدام العائدات بالكامل؛
- لا توجد ضرائب أو تكاليف تجارية؛
- لا توجد أرباح على أساس الخيار؛
- لا توجد فرص المراجحة المتاحة في الأسواق؛
- التداول مستمر؛
- معدل الفائدة (r) محدد وثابت عبر الزمن.

2-3- الصيغة الرياضية لمعادلة نموذج بلاك-شولز-ميرتن:

يتألف النموذج الذي اقترحه بلاك-شولز لتسعير الخيارات في الزمن المستمر من أصلين ماليين أحدهما خال من المخاطرة (السندات) والآخر ذو مخاطرة (الأسهم)، بافتراض أن أسعار هذه الأسهم تسير وفق نمط عشوائي، وهذا يعني أن في الزمن t يكون سعر الأصل الأساس S_t يتبع الحركة البراونية الهندسية وفق النموذج التالي (Miyahara, 2012, p. 3):

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t}$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة في صيغة معادلة تفاضلية عشوائية (SDE) كما يلي:

$$dS_t = S_t(\mu\, dt + \sigma\, dW_t)$$

حيث: (μ) هو العائد المتوقع، (σ) درجة التذبذب في قيمة السهم، (W_t) هي حركة براونية قياسية، e: الدالة الأسية، S_t: سعر الأصل الأساس، S_0: السعر الحالي للسهم.

وبتطبيق مسار Itô (Itô's Lemma) نجد أن سعر الخيار (C) وتغيرات قيمه (dc) يتبع المعادلة التفاضلية العشوائية التالية:

$$dc = \left(\mu S \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial C^2}{\partial S^2}\right) dt + \sigma S \frac{\partial C}{\partial S} dz$$

تعطينا هذه المعادلة معادلة المشي العشوائي الذي تتبعه قيمة الخيار (C) الذي يكون له مشتقة من الرتبة الاولى بالنسبة للزمن ومشتقين من الرتبة الاولى والثانية بالنسبة لسعر الأصل الأساس (S_t) الذي يتبع التوزيع اللوغاريتم الطبيعي بمتوسط ($\text{In } S + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right) T$ وانحراف معياري ($\sigma\sqrt{T}$).

انطلاقا من هذا وباستخدام حساب التكامل تمكن العالمان بلاك-شولز من صياغة معادلة تسعير خيار شراء (Call) الأوروبي عند غياب توزيعات الأرباح وكانت كما يلي (Miyahara, 2012, p. 3):

$$C = S_0 N(d_1) - e^{-rt} K\, N(d_2)$$

أما عن صيغة تسعير خيار البيع (Put) الأوروبي فهي:

$$P = K e^{-rt} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

حيث تمثل:

C : خيار الشراء؛ P خيار البيع؛ S_0: السعر الحالي للسهم؛ k: سعر التنفيذ؛ t: مدة استحقاق الخيار؛ r: معدل العائد الخالي من المخاطرة؛ σ: تذبذب معدل العائد السنوي للسهم.

مع العلم أن كل من: d_1، d_2 تحسب على النحو التالي (GOTTESMAN, 2016, p. 94):

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

أما:

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

وأنه يتم استخراج كل من قيم $N(d_1)$ و $N(d_2)$ من جداول التوزيعات الاحتمالية المتراكمة.

أما في حالة وجود التوزيعات أو مقسوم الأرباح فقام مرتن بتوسيع نموذج بلاك-شولز ليأخذ بعين الاعتبار هذه الحالة وأصبح يتم تسعير خيار الشراء (Call) كما يلي:

$$C = S\,e^{-dt}\,N(d_1') - Ke^{-rT}N(d_2')$$

مع:

$$d_1' = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{k}\right) + \left(r - D_0 + \frac{\delta^2}{2}\right)t}{\delta\sqrt{t}}$$

و:

$$d_2' = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{k}\right) + \left(r - D_0 - \frac{\delta^2}{2}\right)t}{\delta\sqrt{t}}$$

3- تسعير عقود خيارات الشراء الاوروبية لأسهم شركات مدرجة في بورصة باريس باستعمال نموذج بلاك-شولز-ميرتن:

في هذا الجزء من البحث قمنا بتحديد القيمة النظرية العادلة للخيارات الأوروبية على الأسهم العادية وفق نموذج بلاك-شولز-ميرتون لعينة من الشركات الفرنسية الأكثر شهرة والمنظمة لمؤشر CAC 40 في بورصة باريس.

3-1- بيانات الدراسة:

تتكون البيانات التي تعتبر كمدخلات نموذج بلاك-شولز-ميرتن من الأسعار اليومية - أسعار الإغلاق- (Daily Closing Prices) لمجموعة من الشركات المدرجة في بورصة باريس والمكونة لمؤشر CAC 40، وتبلغ (266 مشاهدة) ممتدة من 2019/05/02 إلى غاية 2020/05/15 باستثناء أيام عدم التداول، ولقد تم الحصول عليها من بعض المواقع الإلكترونية المتخصصة في نشر البيانات المالية لأداء الاسواق المالية العالمية، منها Yahoo Finance، fr.investing.com.

كما أن فترة الدراسة تضم أهم الاحداث الاقتصادية والاجتماعية بداية من حركة السترات الصفراء إلى جائحة فيروس كورونا COVID-19، وتفيدنا هذه الظروف في معرفة مدى تأثر سلوك الأسهم بها.

3-2- أدوات الهندسة المالية المتداولة في بورصة باريس:

يمثل سوق المشتقات المالية أحد أقسام بورصة باريس، وينقسم إلى قسمين رئيسيين هما:

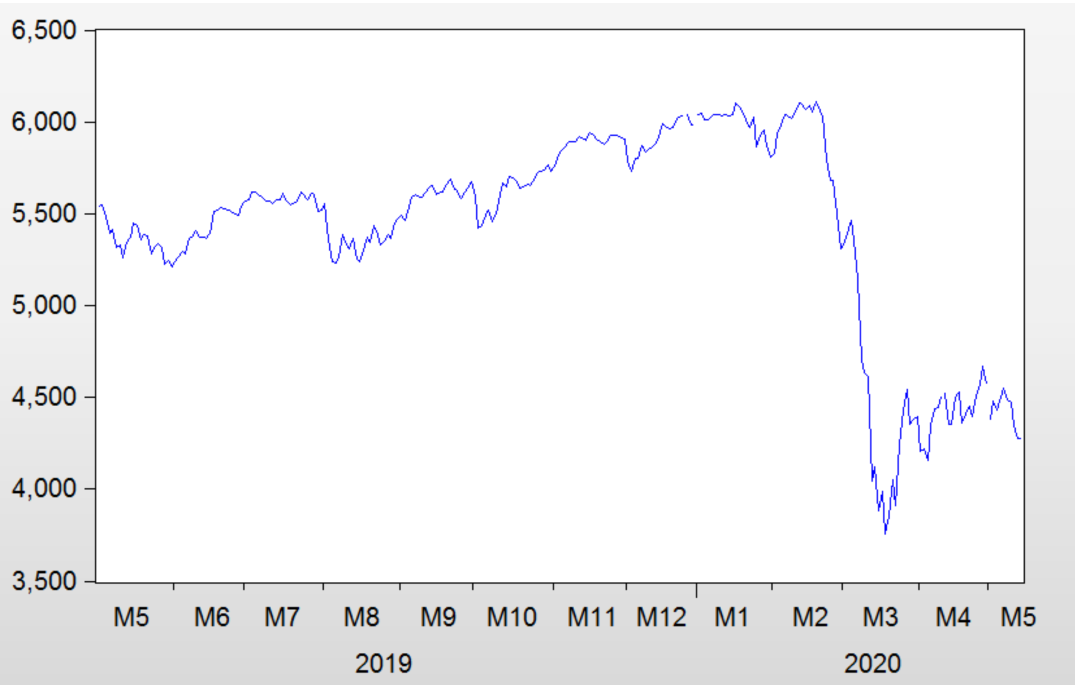
- سوق الآجال العالمي الفرنسي (France international futures market) أنشأ تحت اسم سوق الآجال للأدوات المالية بباريس في 20 فيفري 1986، تتداول فيه جميع العقود المستقبلية؛
- سوق الخيارات المتداولة لبورصة باريس (Paris Negotiable Options Market) تم إنشائه في 10 سبتمبر 1987 ويعتبر أول سوق منظم لتداول الخيارات في فرنسا، ليصبح بعدها أكثر الأسواق نشاطا وحيوية بعد سوق شيكاغو للخيارات في الولايات المتحدة الأمريكية. وتجدر الإشارة على أنه تم تداول أول عقد خيار قصير الأجل من النوع الأوروبي وكان على مؤشر CAC 40 في سنة 17 أكتوبر 1988 ليتم بعدها التداول على خيارات الأسهم.

3-2-1- عقود الخيارات على مؤشر CAC 40:

تتداول عقود الخيارات على مؤشر CAC 40 من النوع الأوروبي، لذى قمنا بجمع معلومات حول مؤشر CAC 40 باعتباره مؤشر سوق الأسهم الرئيسي لبورصة باريس والذي يجمع أكبر أربعين شركة فرنسية التي يتم تحديث قائمتها بانتظام، ومن خلال قياس أداء هذه الشركات يمكن الحكم على مدى التطور الاقتصادي للدولة، حيث يتم نشر مؤشر CAC 40 من يوم الاثنين إلى يوم الجمعة من كل أسبوع، من الساعة 9 صباحًا حتى 5:30 مساءً، يتم تحديثه كل 30 ثانية من الساعة 9 صباحًا حتى 5:30 مساءً.

تم الاستعانة بالبرنامج الإحصائي Eviews النسخة الثامنة من أجل التمثيل البياني للأسعار الإغلاق اليومية لمؤشر CAC 40 في بورصة باريس خلال فترة الدراسة وكان كالآتي:

الشكل رقم 1: التمثيل البياني للسلسلة الزمنية اليومية لمؤشر (CAC 40) للفترة: 2019/05/02-2020/05/15.



المصدر: من إعداد الباحثين استنادا إلى مخرجات البرنامج الاحصائي (8) Eviews.

نلاحظ من خلال الشكل رقم 1 أنه يمكن تقسيم منحنى الأسعار اليومية لمؤشر CAC 40 في بورصة باريس ممثلا بالسلسلة الزمنية (CAC_40) إلى ثلاث مراحل أساسية، المرحلة الأولى ويمكن تسميتها بالنسبة لفرنسا بفترة ما قبل جائحة فيروس كورونا حيث كانت حركة الأسعار فيها متذبذبة وتزداد بزيادة مضاعفة وذلك على خلفية الإضرابات والاحتجاجات التي

قامت بها حرجة السترات الصفراء بالإضافة إلى النقابات العمالية والمهنية الرافضة للوضع الاقتصادي والاجتماعي، لتليها المرحلة الثانية وهي مرحلة الهبوط خلال نهاية شهر فيفري 2020 إلى منتصف شهر مارس2020 حيث شهدت هذه المرحلة انخفاض في مستوى الأسعار اليومية نتيجة توقف معظم المؤسسات المدرجة في السوق المالي عن النشاط بسبب الحجر الكلي الذي فرضته الحكومة الفرنسية بالإضافة إلى الركود الذي شهده العالم ككل بسبب جائحة فيروس كورونا وهذا ما أثر سلبا على أداء المؤسسات المدرجة في البورصة، أما المرحلة الثالثة فتبدأ من شهر أفريل 2020 أين استهلت الأسعار مرحلة التعافي والنمو نتيجة استئناف معظم الشركات لنشاطها.

3-3- بناء نموذج بلاك – شولز- ميرتون:

يتطلب تسعير خيارات الشراء أسهم الشركات المدرجة في بورصة باريس وفق نموذج بلاك – شولز – ميرتون حساب عدة متغيرات قمنا بجمعها، وهي موضحة في الجدول رقم 1 أدناه، وهي تعتبر كمدخلات النموذج، حيث تم أخذ الأسعار السوقية للأسهم (S_0) بتاريخ: 2020/03/02 لتحديد قيمة الخيار المستحق بتاريخ: 2020/05/31 أي لمدة 3 أشهر ومنه $t = 0.25$، وحسب إحصائيات بنك فرنسا لمعدل الفائدة على أذونات الخزينة لشهر مارس 2020 تم تحديد معدل الفائدة الخالي من المخاطرة الذي قدر بـ: $r = 0.52\%$ (Banque De France, 2020)، أما فيما يخص التذبذب السنوي لعوائد الأسهم فقد قمنا بحسابها على أساس البيانات التاريخية لأسعار الإغلاق اليومية لسنة 2019.

الجدول رقم 1: البيانات الأساسية لحساب قيمة الخيار حسب نموذج بلاك-شولز-ميرتون.

	S_0*	k	S_0/k	t	r **	σ	$\ln_{S_0/K}$
Airbus Group	107,62	102,239	1,05	0.25	% 0.52	0,01467	0,0513
BNP Paribas	43,46	41,287	1,05	0.25	% 0.52	0,01637	0,0513
Bouygues	35,10	33,345	1,05	0.25	% 0.52	0,01326	0,0513
Carrefour	16,29	15,476	1,05	0.25	% 0.52	0,01310	0,0513
SOCIETE GENERALE	25,02	23,769	1,05	0.25	% 0.52	0,01870	0,0513
Vivendi	23,36	22,192	1,05	0.25	% 0.52	0,01092	0,0513

المصدر: من إعداد الباحثين استنادا على: * (Investing.com, 2020)، (finance.yahoo, 2020) ** (Banque De France, 2020).

وللقيام بتحديد السعر العادل لعقود خيارات الشراء التي نرمز لها بالرمز (C)، قمنا أولا بإيجاد قيمة كل من: (d_1)، (d_2) انطلاقا من بيانات الجدول رقم 1 أعلاه حسب العلاقة المتعلقة بصيغة بلاك-شولز-ميرتون التالية:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{k}\right) + \left(r + \frac{\delta^2}{2}\right)t}{\delta\sqrt{t}}$$

مع:

$$d_2 = d1 - \delta\sqrt{t}$$

حيث تمثل:

S_0: السعر الحالي للسهم؛ k: سعر التنفيذ والذي حدد بنسبة 95% من السعر الحالي للسهم؛ t: مدة استحقاق الخيار؛ r: معدل العائد الخالي من المخاطرة؛ σ: تذبذب معدل العائد السنوي للسهم.

وبالتطبيق على شركة Airbus Group نجد:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{107,62}{102,239}\right) + \left(0,0052 + \frac{0,01467^2}{2}\right)0,25}{0,01467\sqrt{0,25}} = 1,7931$$

وبالتالي تكون:

$$d_2 = 1,7931 - 0,01467 * \sqrt{0,25} = 1,7858$$

وباستخدام جدول التوزيعات الطبيعية للاحتمالات المتراكمة تمكنا من ايجاد قيمة كل من $N(d_1)$؛ $N(d_2)$ اللتان تمثلان دالة الكثافة الاحتمالية للقانون الطبيعي لقيم d_1 وd_2 على التوالي، وهذا بعد استخدام الحساب التقريبي لكثير الحدود $N(d)$ وتوصلنا إلى:

$$N(1,7931) = 0,9635 \text{؛} N(1,7858) = 0,9630$$

وبالوصول إلى قيمة كل من $N(d_1)$، $N(d_2)$ حددنا قيمة خيار الشراء على النحو التالي:

$$C_{(t;S_t)} = 107,62 * 0,9635 - 102,239\ e^{-(0.0052*0.025)}.0,9630$$
$$= 5,37\ (€)$$

يمكن استعراض النتائج المتوصل اليها بالنسبة لباقي الشركات في الجدول رقم 2 أدناه:

الجدول رقم 2: تسعير عقود خيارات الشراء Call

C (€)	$N(d_2)$	$N(d_1)$	d_2	d_1	
5,37	0,9630	0,9635	1,7858	1,7931	**Airbus Group**
2,14	0,9451	0,9460	1,5991	1,6073	**BNP Paribas**
1,77	0,9759	0,9763	1,9778	1,9844	**Bouygues**
0,82	0,9773	0,9776	2,0017	2,0082	**Carrefour**
1,21	0,9189	0,9203	1,3982	1,4075	**SOCIETE GENERALE**
1,19	0,9918	0,9919	2,4031	2,4085	**Vivendi**

المصدر: من إعداد الباحثين.

نلاحظ من خلال الجدول رقم 2 أن أعلى قيمة لـ d1 وd2 قد سجلت في شركة Vivendi بقيمتي (2,4031) و(0,9919) على التوالي، وأنه إذا تغير سعر السهم بنسبة 1% يترتب عليه تغيرا في سعر عقد الخيار بنسبة 0,9919 %، في المقابل حقق بنك SOCIETE GENERALE أدنى قيمة لـ d1 وd2 بقيمتي (1,4075) و(1,3982) على التوالي.

أما فيما يخص قيمة العلاوة Prémium المدونة في العمود الأخير من الجدول فقد بلغت 5,37 يورو كأعلى قيمة عند شركة الطيران Airbus Group، يليها بنك BNP Paribas بقيمة 2.14 يورو وأقل قيمة للعلاوة بلغت 0,82 يورو عند شركة Carrefour.

وتجدر الإشارة أن القيمة (C) التي تعني أن السعر عقد خيار شراء سهم بالمواصفات التي تضمنها الجدول أعلاه ينبغي أن تكون 5,37 يورو بالنسبة لشركة Airbus Group، وإذا كان سعر العقد في السوق أكبر من ذلك فيعتبر سعر مغال فيه Overvalued، وأما إذا كان أقل من ذلك فيكون سعر أقل مما ينبغي Undervalued.

ومن خلال نسبة التغطية Hedging Ration المعبر عنها بقيمة N(d1) فعلى المستثمر في أسهم شركة Airbus Group الذي يرغب في تغطية مركزه الاستثماري فعليه أن يشتري 0,9635 سهم على كل عقد خيار شراء يحرره.

عنوان المقال: الحركة البراونية ودورها في تسعير خيارات الشراء الأوروبية باستعمال نموذج بلاك شولز ميرتن (دراسة حالة بورصة باريس).

الخلاصة:

للحركة البراونية دورا مهما في بناء نماذج تسعير الخيارات المالية، ويتضح ذلك من خلال دراستنا لنموذج تسعير الخيارات بلاك-شولز-ميرتن، الذي يفترض فيه أن سعر أصل الأساس يسير وفق الحركة البراونية الهندسية، التي تعد كأحد أهم نوع من أنواع الحركات العشوائية.

وبالرغم من تعقيد عملية تسعير عقود الخيارات، إلا أنه بفضل اكتشاف نموذج بلاك-شولز—ميرتن تم التغلب على صعوبة تحديد تكلفة فرصة البديلة، أو مستوى المخاطرة التي يتعرض لها المستثمر في ظل الحركة البراونية لحركة اسعار الأصول المالية، وذلك بتصور وجود عدد من عقود الخيار الشراء يتوقع أن تكون قيمتها في تاريخ التنفيذ، مساوية لقيمة محفظة تتكون من سهم محل العقد.

نتائج الدراسة:

من خلال هذه الدراسة توصلنا إلى النتائج التالية:

- تتبع عوائد الأصل المالي الذي يعتبر سعر أصل الأساس التوزيع طبيعي على المدى القصير؛
- سهولة وإمكانية الوصول إلى مدخلات النموذج، خاصة إذا توفرت البورصة على نظام الإفصاح والشفافية بالنسبة للشركات المدرجة؛
- إن سعر عقد الخيار المحدد بواسطة نموذج بلاك-شولز-ميرتن يجب أن يكون مساويا لقيمة العلاوة لكل شركة، فإذا ما كان سعر العقد في السوق أكبر من ذلك فإنه يعد سعرا مغالا فيه، أما إذا كان أقل من ذلك فيكون سعرا أقل مما ينبغي؛
- جودة ودقة نتائج نموذج بلاك-شولز-ميرتن في تقديم القيمة العادلة لعقد خيار الشراء، رغم أن أسعار الأسهم تتبع الحركة البراونية الهندسية، حيث تم التعبير عنها في الجدول رقم 2، لاسيما العمود الأخير، وهو ما يثبت صحة الفرضية الأولى؛
- يعتبر النموذج أساسا قويا لفهم نسبة التغطية كأداة لإدارة المخاطر؛
- للمستثمر في أسهم شركة Airbus Group، عليه أن يشتري 0,9635 سهم على كل عقد خيار شراء يحرره لتغطية مركزه الاستثماري، أما بالنسبة للمستثمر في أسهم شركة Vivendi فعليه أن يشتري 0,9919 سهم في مقابل كل عقد خيار شراء ليحقق نفس الغرض، وهذا ما يثبت صحة الفرضية الثانية.

اقتراحات:

على ضوء النتائج المتوصل إليها من خلال هذه الدراسة، يمكن تقديم بعض الاقتراحات التي نراها مناسبة، وتتمثل فيما يلي:

- الاستفادة من المفاهيم النظرية والتطبيقات العملية المستعملة في الدراسة الحالية، وما توصلت إليه من استنتاجات، مع تطبيقيا في الأسواق المالية العالمية أو المحلية كبورصة الجزائر عند إجازة التعامل بالمشتقات المالية من قبل الجهات التشريعية الجزائرية؛
- على المستثمرين والمديرين الماليين الاهتمام بعقود الخيارات كأداة للسيطرة على المخاطر والتحوط بها؛
- تشجيع الباحثين لإجراء دراسات مشابهة في حقل هذا الاختصاص الهام، والعمل على استعمال نماذج كمية ورياضية ذات استعمال واسع في مجال الأسواق المالية.

المراجع:

1) BAAQUIE, B. E. (2018). QUANTUM FIELD THEORY FOR ECONOMICS AND FINANCE. United Kingdom: Cambridge University Press.
2) Banque De France. (2020). Taux et cours. Consulté le 05 14, 2020, sur Banque-france: https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-indicatifs-des-bons-du-tresor-et-oat-06-mars-2020
3) Boyle, P., & McDougall, J. (2019). Trading and Pricing Financial Derivatives, A Guide to Futures, Options, and Swaps. Boston, USA: Walter de Gruyter Inc.
4) Davison, M. (2014). Quantitative Finance A Simulation-Based Introduction Using Excel. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press.
5) El Karoui, N., & Gobet, E. (2011). Les outils stochastiques des marchés financiers: Une visite guidée de Einstein à Black-Scholes. Paris, France: palaiseau ecole polytechnique.
6) finance.yahoo. (2020). finance.yahoo. Consulté le 05 15, 2020, sur finance.yahoo: https://fr.finance.yahoo.com/quote/%5EFCHI?p=^FCHI
7) GOTTESMAN, A. (2016). An Introduction to Forwards,Futures, Options, and Swaps. New Jersey, United States: John Wiley.
8) HAMISULTANE, H. (2017). EVALUATION DES DERIVES CLIMATIQUES SUR DEGRES-JOURS. These . Paris, Université de Nanterre Paris X, France: Université de Nanterre Paris X.
9) Investing.com. (2020). investing.com. Retrieved 05 15, 2020, from investing.com: https://fr.investing.com/indices/france-40.
10) Kobayashi, H., L.mark, B., & Turin, W. (2012). Probability, Random Processes, and Statistical Analysis. Cambridge University Press: New York.
11) Kwok, Y.-K. (2008). Mathematical Models of Financial Derivatives (Second Edition ed.). Singapore: Springer.
12) Miyahara, Y. (2012). OPTION PRICING IN INCOMPLETE MARKETS, Modeling Based on Geometric Lévy Processes and Minimal Entropy Martingale Measures. London: Imperial College Press.
13) Schilling, R. L., & Partzsch, L. (2012). Brownian Motion An Introduction to Stochastic Processes. Boston: Walter de Gruyter.
14) Wiersema, U. F. (2008). Brownian Motion Calculus. England: John Wiley.

15) سعد مُحَّد سام. (2014). عشوائية حركة الأسعار ومستوى كفاءة السوق المالي: حالة سوق عمان للأوراق المالية. دراسات العلوم الإدارية ، 41 (02)، الصفحات 417-423.

الملاحق:

الملحق رقم 1: الأسعار الإغلاق اليومية لمؤشر (CAC 40) للفترة: 2020/05/15-2019/05/02

Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date
May 02, 2019	5 538,86	Jun 03, 2019	5 241,46	Jul 01, 2019	5 567,91	Aug 01, 2019	5 557,41	Sep 02, 2019	5 493,04	Oct 01, 2019
May 03, 2019	5 548,84	Jun 04, 2019	5 268,26	Jul 02, 2019	5 576,82	Aug 02, 2019	5 359,00	Sep 03, 2019	5 466,07	Oct 02, 2019
May 06, 2019	5 483,52	Jun 05, 2019	5 292,00	Jul 03, 2019	5 618,81	Aug 05, 2019	5 241,55	Sep 04, 2019	5 532,07	Oct 03, 2019
May 07, 2019	5 395,75	Jun 06, 2019	5 278,43	Jul 04, 2019	5 620,73	Aug 06, 2019	5 234,65	Sep 05, 2019	5 593,37	Oct 04, 2019
May 08, 2019	5 417,59	Jun 07, 2019	5 364,05	Jul 05, 2019	5 593,72	Aug 07, 2019	5 266,51	Sep 06, 2019	5 603,99	Oct 07, 2019
May 09, 2019	5 313,16	Jun 10, 2019	5 382,50	Jul 08, 2019	5 589,19	Aug 08, 2019	5 387,96	Sep 09, 2019	5 588,95	Oct 08, 2019
May 10, 2019	5 327,44	Jun 11, 2019	5 408,45	Jul 09, 2019	5 572,10	Aug 09, 2019	5 327,92	Sep 10, 2019	5 593,21	Oct 09, 2019
May 13, 2019	5 262,57	Jun 12, 2019	5 374,92	Jul 10, 2019	5 567,59	Aug 12, 2019	5 310,31	Sep 11, 2019	5 618,06	Oct 10, 2019
May 14, 2019	5 341,35	Jun 13, 2019	5 375,63	Jul 11, 2019	5 551,95	Aug 13, 2019	5 363,07	Sep 12, 2019	5 642,86	Oct 11, 2019
May 15, 2019	5 374,26	Jun 14, 2019	5 367,62	Jul 12, 2019	5 572,86	Aug 14, 2019	5 251,30	Sep 13, 2019	5 655,46	Oct 14, 2019
May 16, 2019	5 448,11	Jun 17, 2019	5 390,95	Jul 15, 2019	5 578,21	Aug 15, 2019	5 236,93	Sep 16, 2019	5 602,23	Oct 15, 2019
May 17, 2019	5 438,23	Jun 18, 2019	5 509,73	Jul 16, 2019	5 614,38	Aug 16, 2019	5 300,79	Sep 17, 2019	5 615,51	Oct 16, 2019
May 20, 2019	5 358,59	Jun 19, 2019	5 518,45	Jul 17, 2019	5 571,71	Aug 19, 2019	5 371,56	Sep 18, 2019	5 620,65	Oct 17, 2019
May 21, 2019	5 385,46	Jun 20, 2019	5 535,57	Jul 18, 2019	5 550,55	Aug 20, 2019	5 344,64	Sep 19, 2019	5 659,08	Oct 18, 2019
May 22, 2019	5 378,98	Jun 21, 2019	5 528,33	Jul 19, 2019	5 552,34	Aug 21, 2019	5 435,48	Sep 20, 2019	5 690,78	Oct 21, 2019
May 23, 2019	5 281,37	Jun 24, 2019	5 521,71	Jul 22, 2019	5 567,02	Aug 22, 2019	5 388,25	Sep 23, 2019	5 630,76	Oct 22, 2019
May 24, 2019	5 316,51	Jun 25, 2019	5 514,57	Jul 23, 2019	5 618,16	Aug 23, 2019	5 326,87	Sep 24, 2019	5 628,33	Oct 23, 2019
May 27, 2019	5 336,19	Jun 26, 2019	5 500,72	Jul 24, 2019	5 605,87	Aug 26, 2019	5 351,02	Sep 25, 2019	5 583,80	Oct 24, 2019
May 28, 2019	5 312,69	Jun 27, 2019	5 493,61	Jul 25, 2019	5 578,05	Aug 27, 2019	5 387,09	Sep 26, 2019	5 620,57	Oct 25, 2019
May 29, 2019	5 222,12	Jun 28, 2019	5 538,97	Jul 26, 2019	5 610,05	Aug 28, 2019	5 368,80	Sep 27, 2019	5 640,58	Oct 28, 2019
May 30, 2019	5 248,91			Jul 29, 2019	5 601,10	Aug 29, 2019	5 449,97	Sep 30, 2019	5 677,79	Oct 29, 2019
May 31, 2019	5 207,63			Jul 30, 2019	5 511,07	Aug 30, 2019	5 480,48			Oct 30, 2019
				Jul 31, 2019	5 518,90					Oct 31, 2019

المصدر: (Investing.com, 2020)

الملحق رقم 2: الأسعار الإغلاق اليومية لمؤشر (CAC 40) للفترة: 2020/05/15-2019/05/02

Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices	Date	Closing Prices
Nov 01, 2019	5 761,89	Dec 02, 2019	5 786,74	Jan 02, 2020	6 041,50	Feb 03, 2020	5 832,51	Mar 02, 2020	5 333,52	Apr 01, 2020	4 207,24	May 04, 2020	4 378,23
Nov 04, 2019	5 824,30	Dec 03, 2019	5 727,22	Jan 03, 2020	6 044,16	Feb 04, 2020	5 935,05	Mar 03, 2020	5 393,17	Apr 02, 2020	4 220,96	May 05, 2020	4 483,13
Nov 05, 2019	5 846,89	Dec 04, 2019	5 799,68	Jan 06, 2020	6 013,59	Feb 05, 2020	5 985,40	Mar 04, 2020	5 464,89	Apr 03, 2020	4 154,58	May 06, 2020	4 433,38
Nov 06, 2019	5 866,74	Dec 05, 2019	5 801,55	Jan 07, 2020	6 012,35	Feb 06, 2020	6 038,18	Mar 05, 2020	5 361,10	Apr 06, 2020	4 346,14	May 07, 2020	4 501,44
Nov 07, 2019	5 890,99	Dec 06, 2019	5 871,91	Jan 08, 2020	6 031,00	Feb 07, 2020	6 029,75	Mar 06, 2020	5 139,11	Apr 07, 2020	4 438,27	May 08, 2020	4 549,64
Nov 08, 2019	5 889,70	Dec 09, 2019	5 837,25	Jan 09, 2020	6 042,55	Feb 10, 2020	6 015,67	Mar 09, 2020	4 707,91	Apr 08, 2020	4 442,75	May 11, 2020	4 490,22
Nov 11, 2019	5 893,82	Dec 10, 2019	5 848,03	Jan 10, 2020	6 037,11	Feb 11, 2020	6 054,76	Mar 10, 2020	4 636,61	Apr 09, 2020	4 506,85	May 12, 2020	4 472,50
Nov 12, 2019	5 919,75	Dec 11, 2019	5 860,88	Jan 13, 2020	6 036,14	Feb 12, 2020	6 104,73	Mar 11, 2020	4 610,25	Apr 14, 2020	4 523,91	May 13, 2020	4 344,95
Nov 13, 2019	5 907,09	Dec 12, 2019	5 884,26	Jan 14, 2020	6 040,89	Feb 13, 2020	6 093,14	Mar 12, 2020	4 044,26	Apr 15, 2020	4 353,72	May 14, 2020	4 273,13
Nov 14, 2019	5 901,08	Dec 13, 2019	5 919,02	Jan 15, 2020	6 032,61	Feb 14, 2020	6 069,35	Mar 13, 2020	4 118,36	Apr 16, 2020	4 350,16	May 15, 2020	4 277,63
Nov 15, 2019	5 939,27	Dec 16, 2019	5 991,66	Jan 16, 2020	6 039,03	Feb 17, 2020	6 085,95	Mar 16, 2020	3 881,46	Apr 17, 2020	4 499,01		
Nov 18, 2019	5 929,79	Dec 17, 2019	5 968,26	Jan 17, 2020	6 100,72	Feb 18, 2020	6 056,82	Mar 17, 2020	3 991,78	Apr 20, 2020	4 528,30		
Nov 19, 2019	5 909,05	Dec 18, 2019	5 959,60	Jan 20, 2020	6 078,54	Feb 19, 2020	6 111,24	Mar 18, 2020	3 754,84	Apr 21, 2020	4 357,46		
Nov 20, 2019	5 894,03	Dec 19, 2019	5 972,28	Jan 21, 2020	6 045,99	Feb 20, 2020	6 062,30	Mar 19, 2020	3 855,50	Apr 22, 2020	4 411,80		
Nov 21, 2019	5 881,21	Dec 20, 2019	6 021,53	Jan 22, 2020	6 010,98	Feb 21, 2020	6 029,72	Mar 20, 2020	4 048,80	Apr 23, 2020	4 451,00		
Nov 22, 2019	5 893,13	Dec 23, 2019	6 029,37	Jan 23, 2020	5 971,79	Feb 24, 2020	5 791,87	Mar 23, 2020	3 914,31	Apr 24, 2020	4 393,32		
Nov 25, 2019	5 924,86	Dec 24, 2019	6 029,55	Jan 24, 2020	6 024,26	Feb 25, 2020	5 679,68	Mar 24, 2020	4 242,70	Apr 27, 2020	4 505,26		
Nov 26, 2019	5 929,62	Dec 27, 2019	6 037,39	Jan 27, 2020	5 863,02	Feb 26, 2020	5 684,55	Mar 25, 2020	4 432,30	Apr 28, 2020	4 569,79		
Nov 27, 2019	5 926,84	Dec 30, 2019	5 982,22	Jan 28, 2020	5 925,82	Feb 27, 2020	5 495,60	Mar 26, 2020	4 543,58	Apr 29, 2020	4 671,11		
Nov 28, 2019	5 912,72	Dec 31, 2019	5 978,06	Jan 29, 2020	5 954,89	Feb 28, 2020	5 309,90	Mar 27, 2020	4 351,49	Apr 30, 2020	4 572,18		
Nov 29, 2019	5 905,17			Jan 30, 2020	5 871,77			Mar 30, 2020	4 378,51				
				Jan 31, 2020	5 806,34			Mar 31, 2020	4 396,12				

المصدر: (Investing.com, 2020).