

# Analyse spatio-temporelle de l'évolution de la surface de la mer Méditerranée

## Spatio-temporal analysis of the evolution of the Mediterranean Sea surface

Mahdi Haddad<sup>1\*</sup>, Mokhtar Guerfi<sup>2</sup>, Nesrine Zekkour<sup>1</sup> & Touati Benkouider<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Centre des Techniques Spatiales, 1 Avenue de la Palestine, BP 13 Arzew, Oran, 31200, Algérie.

<sup>2</sup> École Nationale Supérieure des Sciences de la Mer et de l'Aménagement du Littoral, Campus Universitaire de Dely Ibrahim, Bois des Cars, BP 19, Alger, 16320, Algérie.

---

### Info. Article

#### *Historique de l'article*

Soumis le 14/10/2017

Révisé le 20/11/2019

Accépté le 26/11/2019

---

#### *Mots-clés*

Altimétrie satellitaire, Analyse spatiotemporelle, Niveau de la mer Méditerranée, Fonctions Orthogonales Empiriques (EOF).

#### *Keywords*

Satellite altimetry, Spatiotemporal analysis, Mediterranean sea level, Empirical Orthogonal Functions (EOF).

---

### RESUME

Cet article résume les résultats de l'étude de la variabilité spatio-temporelle du niveau moyen de la mer Méditerranée ainsi que sa représentation par les modes fondamentaux permettant une réduction des données. L'analyse de la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de la mer (ou sea level anomalies-SLA), issues des mesures recueillies par les différentes missions d'altimétrie satellitaire sur la période de janvier 1993 à décembre 2015, montre une différenciation évidente Est-Ouest. Le bassin oriental a augmenté de façon très nette. Par contre, au niveau de l'Italie (mer Ionienne), le niveau a baissé. Afin de décrire les modes fondamentaux de variabilité, une décomposition du set des données en fonctions orthogonales empiriques (EOF) a été effectuée. Les fonctions calculées, tronquées à 20, permettent une réduction de l'espace des données tout en expliquant près de 80% de la variance des données analysées. Les cartes reconstruites à partir des EOFs estimés sont en concordance avec les données sources.

### ABSTRACT

This paper focuses on the analysis of the spatio-temporal variability of Mediterranean sea level and its representation by fundamental modes allowing a reduction of the data. The analysis of the temporal series of sea level anomalies (SLA), derived from the measurements from various satellite altimetry missions over the period from January 1993 to December 2015 shows a differentiation obvious East-West. The Eastern basin has increased sharply. On the other hand, the sea level has decreased at the level of Italy (Ionian Sea). In order to describe the fundamental modes of Mediterranean sea level variability, a decomposition of the set of data into Empirical Orthogonal Functions (EOF) was performed. The computed functions, truncated at 20, allow a reduction of the space of the data while explaining nearly 80% of the variance of the analyzed data. The maps reconstructed from the estimated EOFs are in agreement with the original data.

---

#### *\* Auteur Correspondant*

**Mahdi Haddad**

Centre des Techniques Spatiales, 1 Avenue de la Palestine, BP 13 Arzew, Oran 31200, Algérie.

Email: mhaddad@cts.asal.dz

---

## 1. INTRODUCTION

La Méditerranée est un bassin semi fermé, enserrée dans des reliefs accidentés, dont les seules liaisons sont le détroit de Gibraltar avec l'océan Atlantique, les détroits des Dardanelles et du Bosphore avec la mer Noire, et le canal de Suez, ouverture artificielle et récente, vers la mer Rouge. Elle couvre d'Est en Ouest une longueur de 3800 kilomètres et une largeur maximale de 1600 kilomètres. Sa surface est évaluée à 2 511 000 kilomètres carrés, soit 0.8% de la surface totale des océans et son volume est de 3 700 000 kilomètres cube. Sa profondeur moyenne est de 1500 mètres. Elle est alimentée par quelques grands fleuves, dont les plus importants sont le Pô (Italie), le Rhône (France), l'Ebre (Espagne), et le Nil (Égypte).

Elle est formée de plusieurs mers ou sous-bassins, dont les principaux sont : la mer Adriatique, la mer Égée, la mer Tyrrhénienne, les bassins Algéro-Provençal ionien et levantin. Les fonds marins présentent un aspect semblable aux terres actuellement émergées, dont les reliefs sont complexes et contrastés. Ainsi, ils sont composés de bassins d'effondrement profonds, séparés par des seuils élevés. Deux bassins principaux apparaissent, le bassin occidental et le bassin oriental.

Le système climatique en Méditerranée est principalement caractérisé par des étés chauds et secs et des hivers relativement doux et humides, à l'exception de diverses régions du sud et sud-est soumises à un climat aride, voire désertique. L'effet des vents se conjugue avec l'aridité du climat pour générer une évaporation intense, qui crée, en moyenne sur le bassin, un déficit d'eau que l'apport par les pluies et par les fleuves ne suffit pas à compenser. C'est le flux d'eau atlantique, entrant par le détroit de Gibraltar qui permet de maintenir la masse d'eau constante. Si on fermait ce détroit, le niveau de la mer diminuerait de 0.5-1 m/an [1]. De plus, l'évaporation entraîne un excès de sel et c'est une veine d'eau salée sortant en profondeur de la Méditerranée par Gibraltar qui assure le maintien d'une teneur en sel constante dans le bassin.

La circulation en Méditerranée est relativement complexe de par la géométrie du bassin, divisé en plusieurs petites mers et sa géomorphologie sous marine accidentée, composée de bassins d'effondrement. Cette circulation a fait l'objet de nombreuses études, nous citerons entre autre les travaux [2], [3], [4], [5], [6]. Très schématiquement, la circulation de surface en Méditerranée suit une boucle anticyclonique. L'eau atlantique peu salée pénètre en surface par le détroit de Gibraltar. Au cours de son cheminement dans le bassin, elle est transformée en eau méditerranéenne plus dense qui ressort à son tour par Gibraltar, avec un temps de renouvellement qui en moyenne varie de 50 à 100 ans [6].

Les courants de surface influencés par la météorologie et les saisons présentent des variabilités temporelles allant de la journée à la saison et suivent des trajectoires tortueuses. Pour ce qui est des variations du niveau moyen de la mer en Méditerranée, elles sont constituées des 03 composantes:

- Composante quasi-statique: Cette composante est la superposition de l'effet de la répartition des masses (le géoïde) et celle de la circulation océanique moyenne. Elle ne varie que faiblement dans le temps et les océanographes la supposent en général constante.
- Composante inter annuelle : Des travaux récents, basés sur l'analyse des données issues de l'altimétrie satellitaire, suggèrent que sur les dernières années (1993-2012), le niveau moyen de la Méditerranée a augmenté de  $2.44 \pm 0.4$  mm/an [7]. Si cette tendance se confirme, cela conduirait à une augmentation de 25 centimètres durant le 21ème siècle.
- Composante saisonnières : Les variations du niveau moyen montrent une composante saisonnière très importante qui se traduit par un maximum du niveau de la mer à la fin de l'été et un minimum à la fin de l'hiver. Les différences entre l'été et l'hiver atteignent plus de 20 centimètres. Cette composante est essentiellement dominée par un signal annuel dont l'amplitude est de 15 cm [7].

L'objectif de cet article est de montrer l'apport de l'altimétrie satellitaire notamment, des données particulièrement précises (Topex/Poseidon, Jason-1 & 2, ...) à la caractérisation spatiotemporelle de l'évolution de la surface de la mer Méditerranée. Dans un premier temps, on s'intéressera à l'estimation des cartes de climatologies mensuelles du niveau de la Méditerranée. Ces climatologies mettront en évidence le niveau moyen de la Méditerranée d'un mois de janvier à l'autre, d'un mois de février à l'autre, et ainsi de suite. Par la suite, les cartes représentant la dispersion des données du niveau de la mer (écart-type et dérive) seront dressées. Dans un second temps, nous réaliserons une décomposition en fonctions orthogonales empiriques (en anglais : Empirical Orthogonal Functions, abrégé en EOF) des cartes d'anomalies de hauteur de la mer afin de déterminer les modes de variation spatiaux et temporels les plus représentatifs de l'évolution du niveau de la Méditerranée. La méthode Empirical Orthogonal Function (EOF), dont le principe est détaillé en

annexe A, se rapproche d'une Analyse en Composantes Principales (ACP), mais pour des données spatio-temporelles. Cette méthode vise à déterminer un nouvel échantillon de variables qui permettent de capturer une partie importante de l'information observée sur les données (réduction de l'espace des données) [8], [9]. Enfin, nous examinerons l'évolution du niveau moyen de la mer méditerranée. Il s'agit d'extraire des données la tendance non linéaire du niveau moyen par l'utilisation de la technique de lissage Loess (LOcally weighted Scatterplot Smoother) [10], [11], [12], dont le principe est détaillé en annexe B. Cette tendance mettra en évidence la montée du niveau de la mer dans le contexte actuel du réchauffement climatique.

La suite de l'article est organisée comme suit : La deuxième section "Données Utilisées" présente les données altimétriques utilisées dans le cadre de cette étude. Ces données d'anomalies de hauteur de la mer se présentent sous forme de cartes à une résolution mensuelle. La section suivante présente les résultats de l'analyse de la variabilité spatio-temporelle du niveau de la Méditerranée. Enfin pour clore ce document, nous rappelons les principaux résultats de cette étude et donnons une esquisse sur les perspectives de cette recherche.

## 2. DONNEES UTILISEES

Les cartes d'anomalies de hauteur de la mer (Maps of Sea Level Anomaly - SLA) à l'échelle de la Méditerranée (30°N-46°N, 6°W-37°E), disponibles en temps différé (Delayed Time, DT), produites par le système opérationnel Ssalto/Duacs (Segment Sol multimissions d'ALTimétrie, d'Orbitographie et de localisation précise / Data Unification and Altimeter Combination System), ont été utilisées pour cette étude. Ces cartes produites à une résolution de 1/8° x 1/8°, distribuées par Aviso (Archivage, Validation et Interprétation des données des Satellites Océanographiques) de façon mensuelle, résultent de l'homogénéisation et de la combinaison de multiples données altimétriques acquises et produites par différentes missions d'altimétrie satellitaire. Ces cartes couvrent la période janvier 1993 à décembre 2015 (23 ans). L'anomalie de hauteur de mer représente la différence entre la hauteur de la mer observée par l'altimétrie satellitaire et la hauteur de la mer moyenne. Cette donnée permet de suivre la variabilité océanique à long-terme, d'étudier la variabilité climatique et saisonnière...

Notons ici que les produits d'anomalies de hauteur de mer, temps différé, sont disponibles au format NetCDF et se déclinent en deux versions:

- "two sat merged" : série temporelle de données homogène sur la durée pour laquelle les calculs de corrections sont basés sur l'orbite de deux satellites au plus (traces Jason-2/AltiKa ou Jason-2/Cryosat-2 ou Jason-2/Envisat ou Jason-1/Envisat ou Topex/Poseidon/ERS). Cette série est homogène sur toute la période disponible grâce à un échantillonnage stable, mais elle peut se révéler de moins bonne qualité à un moment donné. L'utilisation de la série "two sat merged" est préconisée pour toute application nécessitant une grande stabilité dans le temps (tout en gardant à l'esprit qu'elle peut être de moindre qualité à un moment donné).

- "all sat merged" : série temporelle de données s'appuyant sur l'ensemble des orbites disponibles, donc sur une constellation de quatre (4) satellites au maximum. Leur prise en compte notamment dans le calcul du biais grandes longueurs d'ondes (BGLO) améliore ainsi la qualité des données. Lorsque seulement deux (2) satellites sont disponibles à un moment donné, les fichiers "two-sat-merged" et "all-sat-merged" ont le même contenu.

Dans le cadre de cette étude, on a exploité les cartes d'anomalie de hauteur de mer de type "all sat merged". Le tableau 1 présente la disponibles des mesures ayant servi à la détermination de ces cartes par mission et par période.

Tableau 1. Disponibilité temporelle des mesures par mission et par période.

1) Orbite géodésique Jason-1 à partir de 05/2012, 2) Nouvelle orbite Jason-1 à partir de 02/2009, 3) Nouvelle orbite Envisat à partir de 10/2010, 4) Pas de données ERS-1 entre le 23 décembre 1993 et le 10 avril 1994 et 5) Nouvelle orbite T/P à partir de 09/2002.

Mission	Disponibilité temporelle	
	Date début	Date fin
HY-2A	2014/04	-
Saral/AltiKa	2013/03	-
Cryosat-2	2012/04	-
Jason-2	2008/10	-
Jason-1 geodetic <sup>1</sup>	2012/06	2013/04
Jason-1 new <sup>2</sup>	2009/02	2012/03
Jason-1	2002/04	2008/10
GFO	2000/01	2008/09
Envisat new <sup>3</sup>	2010/10	2012/04
Envisat	2002/10	2010/10
ERS-1 <sup>4</sup> /ERS-2	1992/10	2003/04
Topex new <sup>5</sup>	2002/09	2005/10
Topex	1993/01	2002/04
all sat merged	1993/01	-

### 3. RESULTATS EXPERIMENTAUX

#### 3.1. Climatologies mensuelles

Par définition, la climatologie s'intéresse aux valeurs moyennes des paramètres météorologiques, à leur dispersion autour de cette moyenne, aux valeurs extrêmes et à leur durée de retour. Elle fait donc appel au vocabulaire des statistiques. Les climatologies mensuelles du niveau de la Méditerranée sont calculées à partir des cartes d'anomalies de hauteurs de mer, Ssalto/Duacs mensuelles, temps différé, en Moyennant les données sur un même mois, basées sur la période de janvier 1993 jusqu'à la dernière extension de la série temps différé dont on dispose (2015). Il en résulte un fichier et une carte par mois (Fig. 1). Les statistiques sur les climatologies mensuelles ainsi estimées sont données par le tableau 2. En moyenne, l'amplitude des variations du niveau moyen de la Méditerranée sont de l'ordre de 15 cm (de -3.93 cm à 10.60 cm), avec un maximum du niveau observé en octobre/novembre (en moyenne 10.60 cm et 10.04 cm, respectivement), une descente rapide en janvier/février et un minimum en mars (-3.93 cm en moyenne).

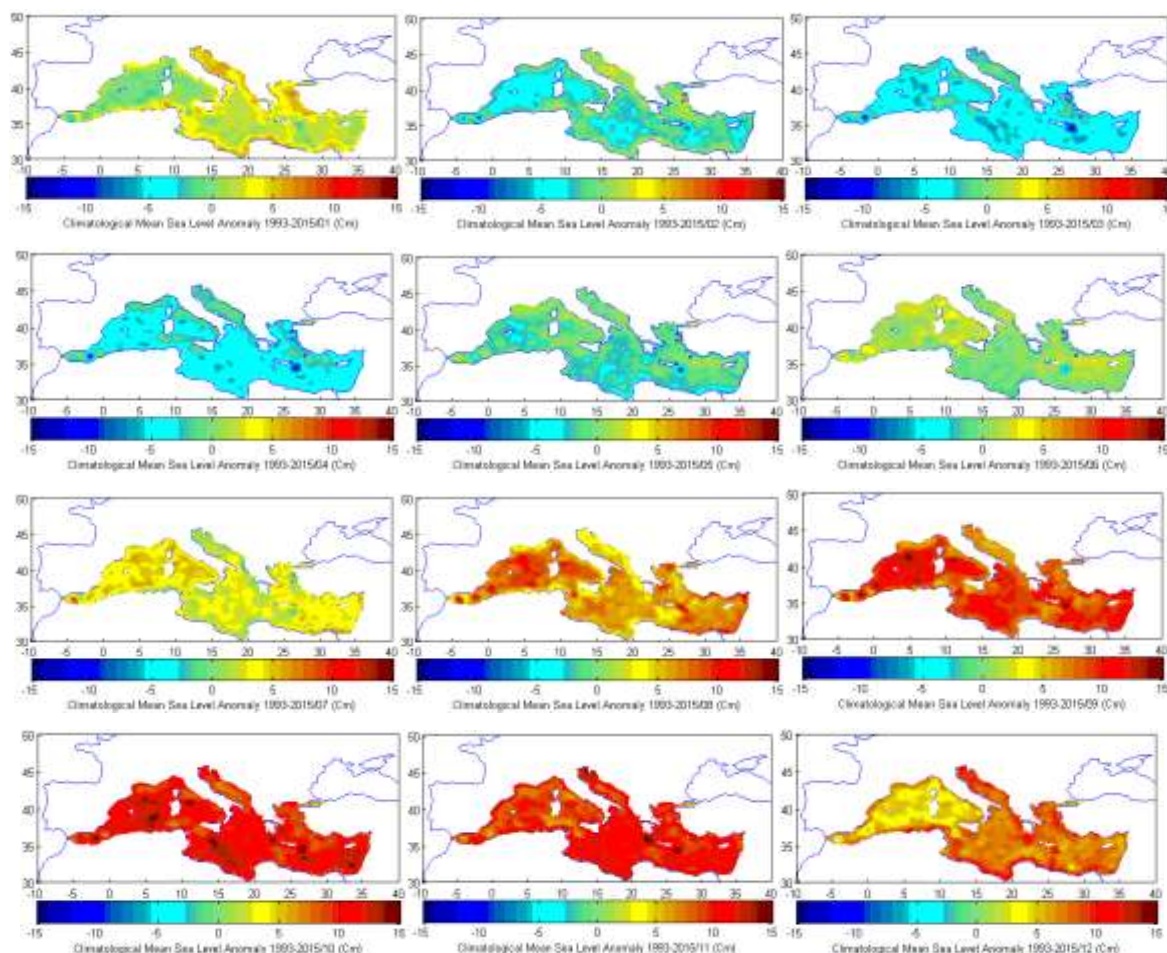


Figure 1. Climatologies mensuelles d'anomalie de hauteur de mer (1993-2015). De gauche à droite et de haut en bas : Janvier, Février, ..., Décembre.

### 3.2. L'écart-type

L'écart-type est un indicateur de dispersion des valeurs autour de leur moyenne arithmétique. Si l'écart-type est faible, cela signifie que les valeurs sont peu dispersées autour de la moyenne (série homogène) et inversement (série hétérogène). La figure 2 représente l'écart-type de la variabilité de surface (sur la période 1993-2015). Cette carte montre que certaines zones sont marquées par une variabilité de surface plus importante, comme par exemple le Gyre d'Alboran à l'est de Gibraltar, le Bassin Algérien et le Bassin Ionien. D'autres zones, comme la côte nord du bassin occidental, montrent un minimum. Ces résultats sont en bon accord avec ce que l'on sait des variations de la circulation en Méditerranée. Le tableau 2 rassemble les statistiques sur les climatologies mensuelles d'anomalies de hauteurs de mer (2013-2015).

Tableau 2. Statistiques sur les climatologies mensuelles d'anomalies de hauteurs de mer (2013-2015).

Mois	Climatologies mensuelles		
	Min (cm)	Max (cm)	Moyenne (cm)
Janvier	-5.86	10.66	2.20
Février	-8.65	9.30	-1.62
Mars	-11.62	5.49	-3.93
Avril	-11.30	4.25	-3.63
Mai	-8.79	5.19	-1.30
Juin	-6.72	8.79	0.60
Juillet	-3.38	9.98	3.12
Aout	1.57	14.85	6.42
Septembre	4.35	16.91	8.98
Octobre	-1.56	17.65	10.60
Novembre	4.84	18.62	10.04
Décembre	0.03	14.20	6.89

### 3.3. Taux de variations

Afin de mettre en évidence les variations spatiales et temporelles du niveau moyen en Méditerranée, une carte représentant les taux de variations (dérive ou vitesse en mm/an) du niveau moyen en utilisant depuis 1993 les données grillées multi-missions Ssalto/Duacs, a été réalisée, en estimant les tendances linéaires pour chaque cellule de ces cartes d'anomalies (30°N-46°N, 6°W-37°E). Des taux de variations ponctuelles du niveau moyen, ainsi mises en évidence, montrent une différenciation évidente Est-Ouest (Fig. 3). L'Est du bassin oriental a augmenté de façon très nette. Par contre, au niveau de l'Italie (mer Ionienne), le niveau a baissé (Fig 3).

Afin de visualiser l'évolution du niveau de la mer Ionienne sur toute la période considérée (1993-2015), le diagramme de Hovmuller a été tracé pour la latitude de 37.2° (Fig. 4). A noter que le diagramme de Hovmuller est un moyen couramment utilisé afin de représenter graphiquement des données en 3 dimensions; Les axes du diagramme sont généralement la position (longitude ou latitude) et le temps avec la valeur du champ exprimée sous forme de couleur. En suivant l'évolution sur le diagramme du haut vers le bas, le lecteur trouvera les variations du niveau de la mer Ionienne (longitude comprise entre 15 et 22°) de janvier 1993 à décembre 2016. La figure 4 montre clairement que la mer Ionienne a connue des baisses remarquables courant des périodes 1998 - 2004, 2011 et en début 2015.

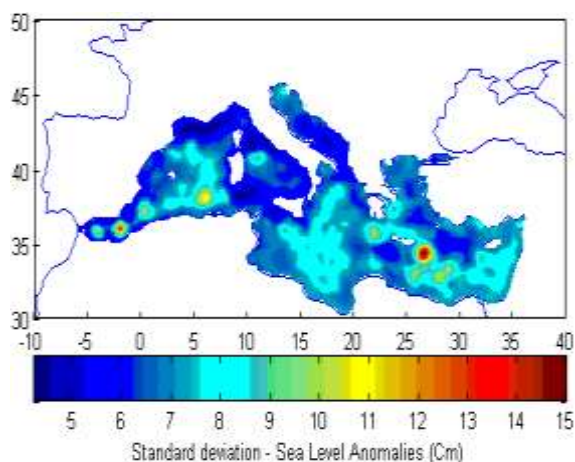


Figure 2. Ecart type de la variabilité de surface (janvier 1993 - décembre 2015).

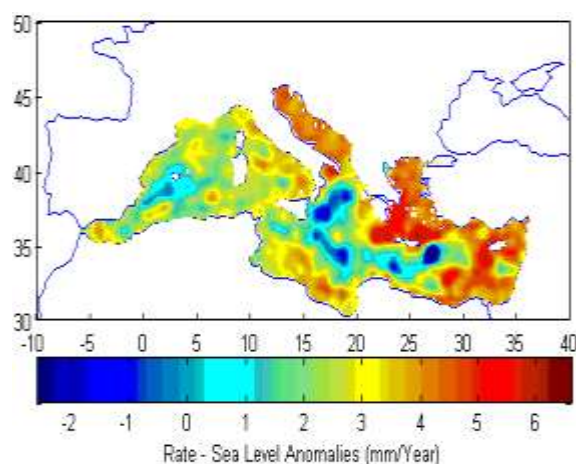


Figure 3. Variations du niveau de la Méditerranée observées entre janvier 1993 et décembre 2015 (mm/an) : Des valeurs négatives (bleu sombre au vert sombre) aux valeurs positives (du vert au rouge sombre).



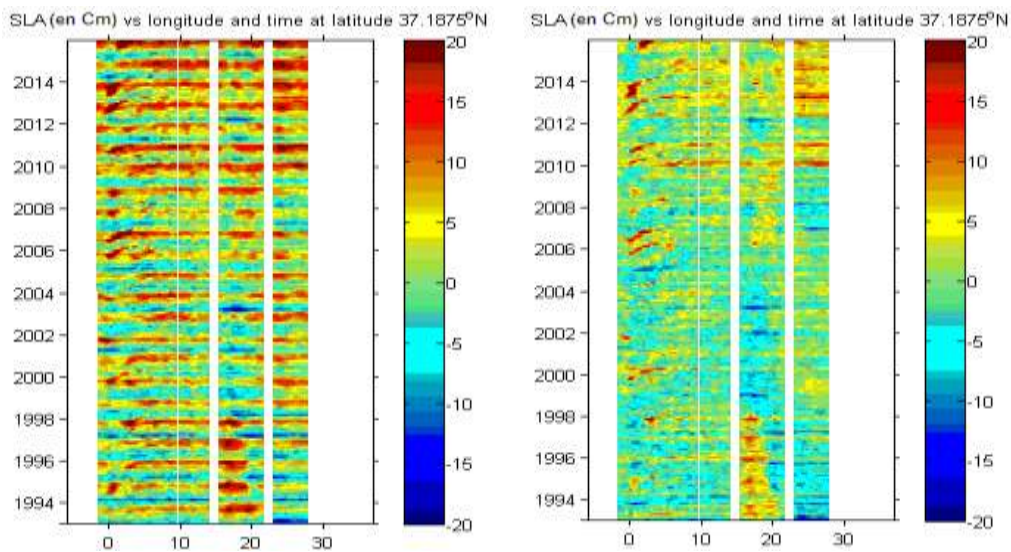


Figure 4. Diagrammes de Hovmuller du niveau de la mer pour la latitude de 37.2° ; à droite : anomalies brutes de hauteur de mer, à gauche anomalies corrigées de la composante harmonique annuelle.

### 3.4. Modes de variabilité - Décomposition en valeurs singulières

La méthode EOF vise à déterminer un nouvel échantillon de données qui permettent de capturer une partie importante de l'information observée sur les mesures d'anomalies de hauteur de mer. Pour ce faire, nous organisons nos données sous forme de matrice dont les lignes correspondent aux cartes d'anomalies de hauteur de mer à un temps  $t$  et les colonnes aux séries temporelles des observations pour une localisation donnée. Le jeu de données mensuelles couvre la période 1993 à 2015 à une résolution spatiale de  $1/8^\circ \times 1/8^\circ$ . Notre analyse en fonctions orthogonales empiriques sera donc réalisée sur la zone ciblée ( $30^\circ\text{N}$ - $46^\circ\text{N}$ ,  $6^\circ\text{W}$ - $37^\circ\text{E}$ ) sur une matrice d'anomalies de hauteur de mer de dimension (128x344) lignes x 276 colonnes.

Soit la matrice  $X$  correspondant à nos données mensuelles rangées en Location x Temps (44032x276). Nous ôtons la composante annuelle de chaque série temporelle et nous appliquons la méthode de la décomposition en valeurs singulières (SVD) à la matrice  $D$  (procédure SVD agit de trouver les matrices  $U$  et  $V$  ainsi que la matrice diagonale  $L$  telles que  $X = UMV'$  (voir annexe A).

Dans cette expression,  $M$  est une matrice carrée et diagonale. Elle comprend 276 lignes et 276 colonnes. L'ensemble des valeurs de la diagonale correspond à la représentativité des «Empirical Orthogonal Function» (EOF) précédentes. Ces valeurs sont classées de l'EOF le plus énergétique à l'EOF le moins énergétique. Ainsi la première valeur  $M_1$  de la matrice  $M$  correspond à la représentativité énergétique de l' $EOF_1$ . De même la seconde valeur  $M_2$  ( $M_2 < M_1$ ) de la matrice  $M$ , correspond à la représentativité énergétique de l' $EOF_2$ . Là encore, le raisonnement se poursuit de façon logique jusqu'à la valeur  $M_{276}$ . La Figure 5 représente les 20 premiers EOF en terme de pourcentage. La première valeur propre explique à elle seule près de 50% de la variance. Les suivants expliquent une proportion largement plus faible, 6% pour le second et moins de 4% pour les suivants. En ne gardant les vingt premières, on arrive à expliquer près de 80% de la variance.

$U$  est une matrice rectangulaire comprenant 44032 lignes et 276 colonnes. Chaque colonne est orthogonale aux autres. Les colonnes sont classées par ordre décroissant d'importance énergétique. Elles sont nommées « Empirical orthogonal function » (EOF). Ainsi la première colonne de la matrice  $U$ , nommé  $EOF_1$  correspond à la direction la plus énergétique de la base du modèle empirique de l'expérimentation. Ensuite, la seconde colonne de la matrice  $U$ , nommée  $EOF_2$ , correspond à la direction orthogonale, énergétiquement juste inférieure à la précédente. Le raisonnement se poursuit ainsi de façon logique jusqu'à la colonne  $EOF_{276}$ .

$V$  est une matrice carrée. Elle comprend 276 lignes et 276 colonnes. Chaque colonne est orthogonale aux autres. Les colonnes représentent les directions de plus grande variation énergétique temporelle de l'expérience (vecteurs singuliers ou les EOF temporelles).

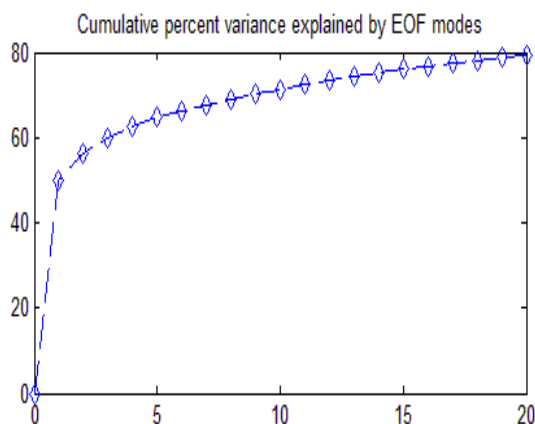


Figure 5. Valeurs propres (représentant le pourcentage de variance cumulé).

La représentation spatiale des 20 premiers EOF associés aux 20 premières valeurs propres ainsi que les coefficients d'expansion (séries temporelles d'amplitudes) correspondantes sont représentées par les figures 6 et 7, respectivement.

La première EOF présente un maximum de variance sur le bassin oriental associée à une élévation du niveau de la mer. La série temporelle associée à la première EOF est caractérisée par une variabilité interannuelle relativement basse fréquence (oscillation bi-annuelle) superposée à une dérive positive (Fig.7). On pourrait également retrouver la tendance de la baisse du niveau de la mer Ionienne dans l'EOF2. En revanche, les autres EOF ne sont pas interprétables à première vue. Notons qu'il faut se méfier d'accorder une signification physique particulière à une EOF indépendamment des autres. En effet, la condition d'orthogonalité des EOFs contraint la structure des EOFs au-delà de la 2ème, limitant ainsi l'interprétation physique.

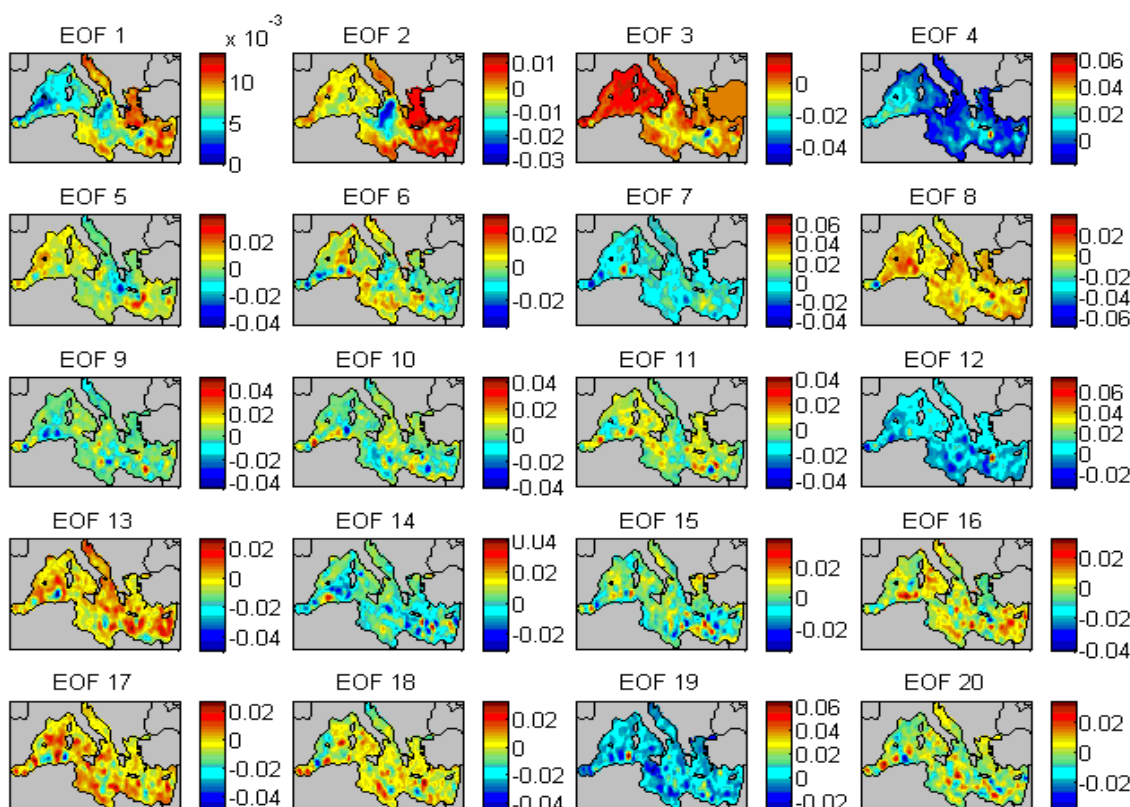




Figure 6. Représentation spatiale des variations des anomalies de hauteur de mer, les 20 premiers EOF associés aux 20 premières valeurs propres.

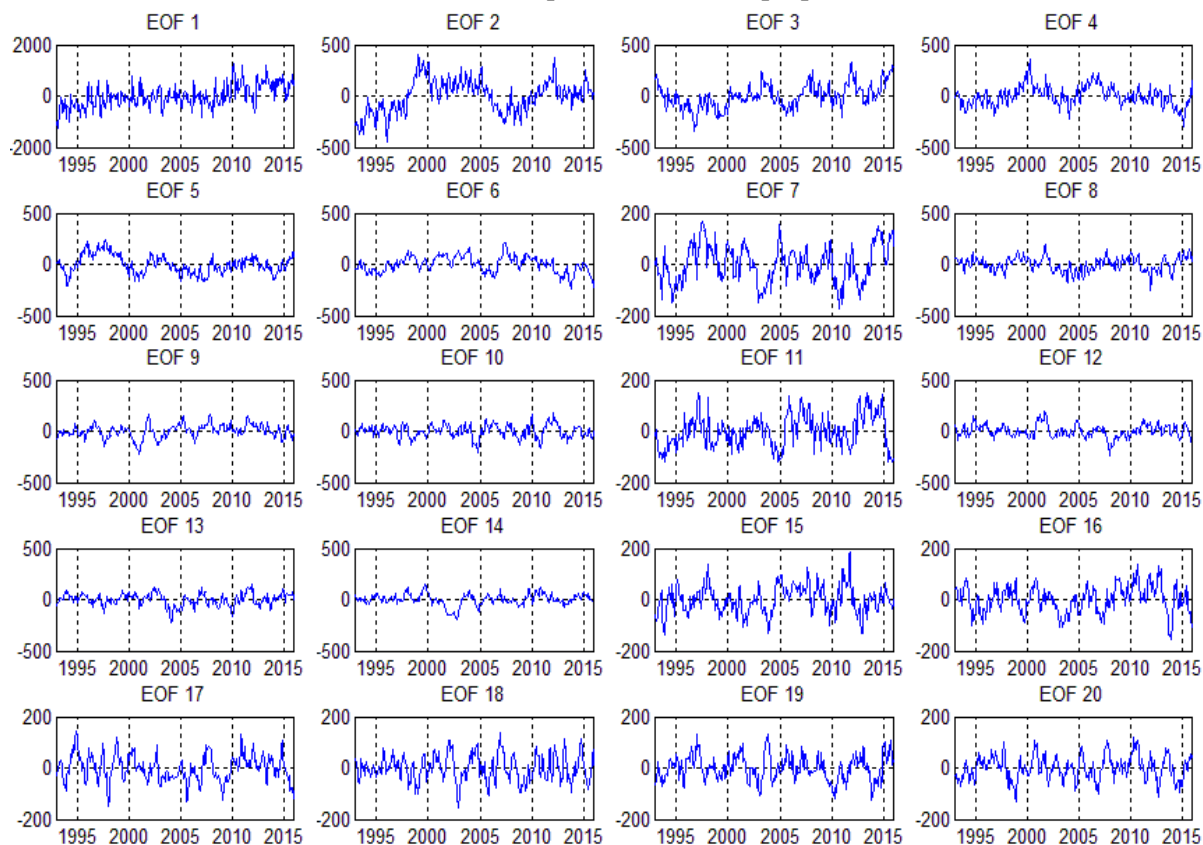


Figure 7. Les 20 premières séries temporelles associées.

Les EOF obtenues permettent ainsi une réduction des données, en représentant la variabilité temporelle et spatiale d'une façon compacte, avec une série de modes. A titre illustratif, la figure 8 représente la reconstruction de la carte d'anomalies de hauteur de mer de l'époque août 2009 désaisonnalisée (sans la composante annuelle) à partir uniquement des 20 premiers EOFs estimés. Le résultat de la reconstruction d'anomalies de hauteur de mer semble s'accorder en termes de variations spatiales avec les données mesurées. La variance entre la carte origine et reconstruite correspondante est de 20.6%.

### 3.5. Niveau moyen

Une série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de mer en Méditerranée a été déterminée pour la période 1993-2015, en calculant la moyenne des valeurs des cellules de chaque grille (carte), ce qui nous permet d'avoir une valeur d'anomalies de hauteur de mer par mois. La figure 9 représente la série temporelle d'anomalies moyennes de hauteur de mer en Méditerranée et montre que les amplitudes des variations du niveau moyen sont fortes, de l'ordre de 20 cm. La tendance par régression linéaire montre que le niveau moyen de la Méditerranée est l'objet d'une hausse significative de -0.83 mm à 64.84 mm au cours de la période 1993-2015 ; soit un taux d'élévation de 2.86 mm/an. Afin d'estimer la tendance non linéaire de la série d'anomalies moyennes, un lissage de type Loess a (voir annexe B) été appliquée sur cette série avec différents seuils de lissage  $\alpha$  (0.15, 0.20, 0.25 et 0.30) (voir figure 9). Cette tendance mettra en évidence l'élévation lente du niveau moyen de la Méditerranée sous l'effet conjugué de la dilatation thermique due à l'effet stérique, des précipitations, etc. Le seuil de lissage de 0.25 offre une meilleure estimation de la tendance (non présence de variations cycliques tout en gardant le comportement général à long terme de la série). La régression linéaire de cette tendance montre que le niveau moyen de la mer Méditerranée est l'objet d'une hausse significative de 2.92 mm/an au cours de la période 1993-2015.

Par ailleurs, cette tendance montre que l'augmentation du niveau moyen de la mer n'est pas uniforme pendant la période considérée. En effet, à partir de début 2009, le niveau moyen de la Méditerranée a commencé à remonter d'une manière considérable, jusqu'à ce qu'il atteigne la valeur

maximale de 63 mm en avril 2010. Après des signes de diminution rapide en 2011 (valeur minimale de 46 mm en octobre 2011), le niveau moyen de Méditerranée a commencé à s'élever à nouveau. Ces fluctuations importantes non saisonnières (Fig. 9), qu'existent au cours des deux saisons hivernales 2009-2010 et 2010-2011, sont liées au phénomène climatique d'oscillation nord-atlantique [13]. La figure 10 représente la situation en mer Méditerranée telle observée par l'altimétrie satellitaire en avril 2010 et en octobre 2011.

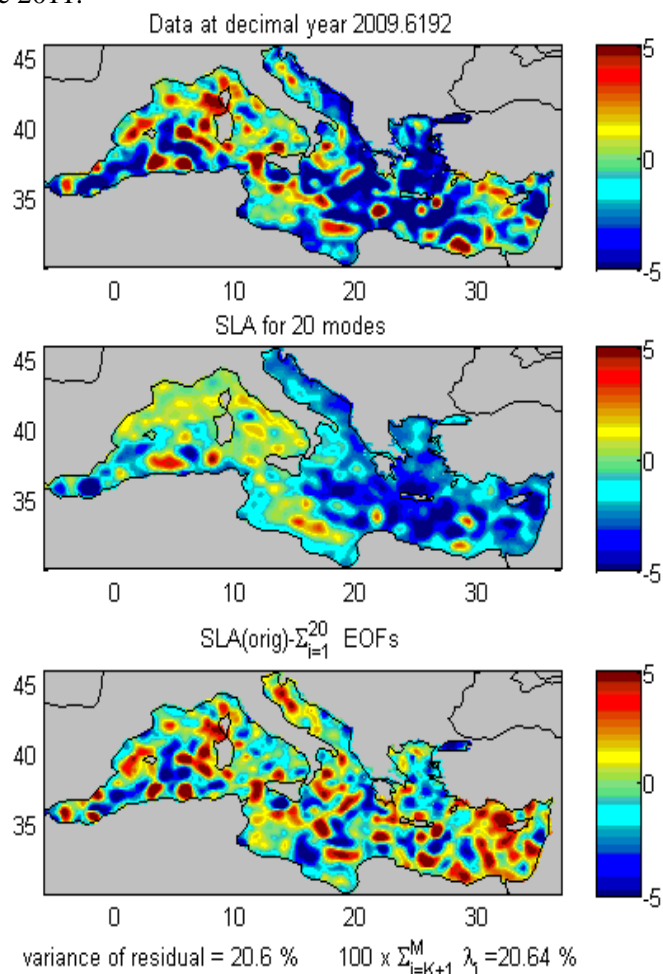


Figure 8. Reconstruction de la carte d'anomalies de hauteur de mer de l'époque août 2009 à partir des 20 premiers EOFs estimés.

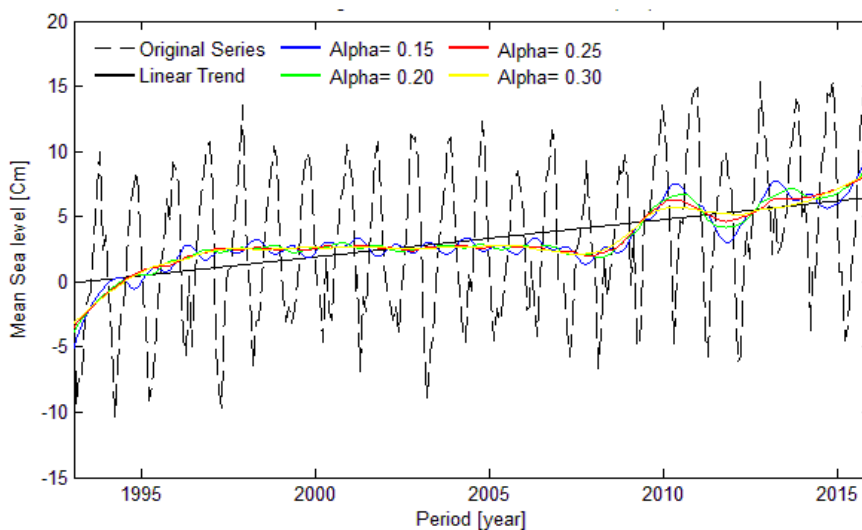


Figure 9. Anomalie moyennes de hauteur (SLA) du niveau moyen de la mer Méditerranée (1993-2015).

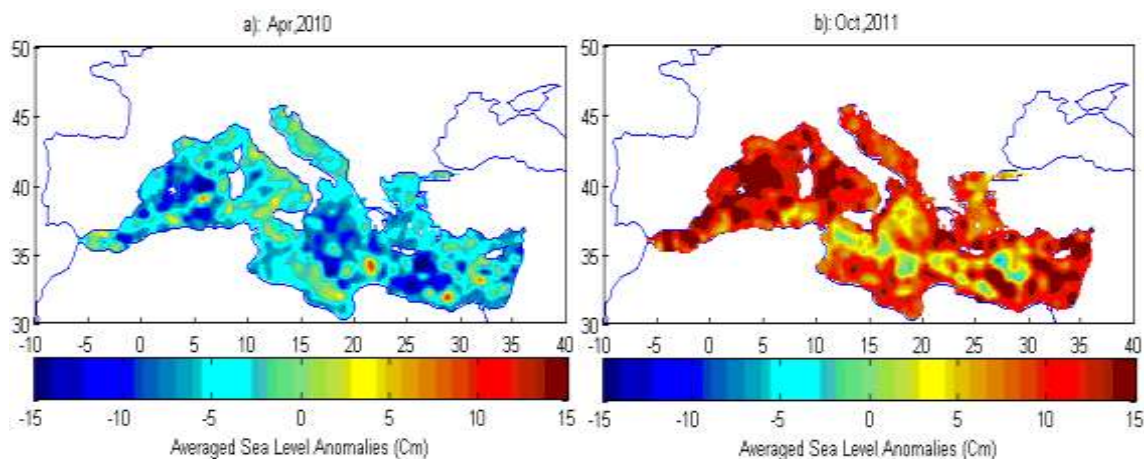


Figure 10. Situation observée en Méditerranée ; a : avril 2010 et b : octobre 2011.

#### 4. CONCLUSION

L'objectif principal de cette étude est de tirer profit du potentiel de l'altimétrie satellitaire pour le suivi de la variabilité de surface en mer Méditerranée. Pour arriver à ce but, nous avons analysé les produits altimétriques d'anomalies de hauteur de la mer, issus de chaînes de traitement opérationnelles Ssalto/Duacs. Ces produits ont l'avantage d'être bien adaptés pour l'étude de la partie variable du signal océanique. Les cartes d'anomalies de hauteur de la mer à l'échelle de la Méditerranée (30°N-46°N, 6°W-37°E) couvrent la période janvier 1993 à décembre 2015 et ont été utilisées pour cette étude. Afin de mettre en évidence les variations ponctuelles du niveau moyen en Méditerranée, une carte de dérive du niveau de la mer sur la période de janvier 1993 à décembre 2015 a été réalisée en estimant les tendances linéaires pour chaque cellule des cartes d'anomalies. Les taux de variations ainsi obtenus, montrent une différenciation évidente Est-Ouest. Le bassin oriental a augmenté de façon très nette, en relation semble-t-il avec une augmentation de la température de ce bassin. Par contre, au niveau de la mer Ionienne l'Italie, le niveau a baissé.

L'analyse des données tridimensionnelles, comme la variation de la surface de la mer avec le temps, peut s'avérer difficile vu la grande quantité des données considérée. Les fonctions orthogonales empiriques (EOF) permettent la réduction de ces données, en représentant la variabilité temporelle et spatiale d'une façon compacte, avec une série de modes. Les fonctions calculées, tronquées à 20, expliquent près de 80% de la variance des données analysées, alors que les EOF suivantes y sont bien moins sensibles. La première EOF explique à elle seule près de 50% de la variance et en ne gardant que les vingt premières, on arrive à expliquer 80% de la variance. En terme d'espace, la première EOF présente une forte variance dans le bassin oriental soumis à une élévation du niveau de la mer.

Le lissage de la série temporelle du niveau moyen par la technique Loess nous a permis de mettre en évidence des fluctuations importantes au cours de la période 2009-2011 à des dates différentes et montre que cette augmentation du niveau moyen de la mer n'est pas uniforme pendant la période considérée. Aussi, l'analyse globale issue de l'altimétrie satellitaire montre que le niveau moyen de la Méditerranée augmente depuis 1993 de 2.92 mm/an. Les raisons de cette élévation du niveau moyen résultent de la dilatation thermique de la mer causée par les variations du contenu thermique, ainsi que des échanges potentiels avec les réservoirs d'eaux continentales. Si cette tendance continue, le niveau moyen de la mer Méditerranée pourrait monter d'environ 25 centimètres à la fin du siècle et avoir ainsi des répercussions négatives pour les zones côtières.

**REFERENCES**

- [1] Doglioli A.M., 2009. Notes du Cours Circulation Générale en Méditerranée, Centre d'Océanologie de Marseille, Université de la Méditerranée, Marseille, France. [http://www.com.univ-mrs.fr/~doglioli/Doglioli\\_NotesCours09\\_CirculationGeneraleMediterranee.pdf](http://www.com.univ-mrs.fr/~doglioli/Doglioli_NotesCours09_CirculationGeneraleMediterranee.pdf)
- [2] Wald L., 1980. Utilisation du satellite NOAA 5 à la connaissance de la thermique océanique. Etude de ses variations saisonnières en mer Ligure et de ses variations spatiales en Méditerranée. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, France. 154p.
- [3] Wald L., 1985. Apport de la télédétection spatiale en infrarouge proche et moyen à la connaissance du milieu marin : Relations entre le champ de température et le champ de courant, observations de l'état de surface et mesures de la vitesse du vent, la dynamique de la couche superficielle en mer Ligure. Thèse de Doctorat d'Etat Es-Sciences, Université de Toulon et du Var, France. 185p.
- [4] Robinson A.R., Golnaraghi M., Leslie W.G., Arregiani A., Hecht A., Lazzoni E., Michelato A., Sansone E., Theocharis A. and Unlüata U., 1991. The eastern Mediterranean general circulation: features, structure and variability, *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, Vol. 15, 215-240.
- [5] Le Vourch J., Millot C., Castagné N., Le Borgne P. et Olry J.P., 1992. Atlas des fronts thermiques en mer Méditerranée d'après l'imagerie satellitaire. Mémoires de l'Institut océanographique de Monaco, 16. 146p.
- [6] Millot C., Taupier-Letage I., 2005. Circulation in the Mediterranean Sea, *The Handbook of Environmental Chemistry*, Vol. K, 29-66.
- [7] Haddad M., Hassani H. and Taibi H., 2013, Sea level in the Mediterranean Sea: Seasonal Adjustment and Trend Extraction within the Framework of SSA, *Earth Science Informatics*, Vol. 6 (2), 99-111.
- [8] Lorenz E.N., 1956. Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Scientific report, Massachusetts Institute of Technology, Statistical Forecasting Project, 48 p.
- [9] Korsakissok I., 2009. Changements d'échelle en modélisation de la qualité de l'air et estimation des incertitudes associées. Thèse de doctorat de l'Université Paris-Est, France. 268 p.
- [10] Cleveland W.S., 1979. Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74 (368), 829-836.
- [11] Cleveland W.S., 1981. LOWESS: A program for smoothing scatterplots by robust locally weighted regression, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 35 (1). 54 p.
- [12] Cleveland W.S. & Devlin S.J., 1988. Locally-Weighted Regression: An Approach to Regression Analysis by Local Fitting, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 83 (403), 596-610.
- [13] Landerer F.W., Volkov D.L., 2013. The anatomy of recent large sea level fluctuations in the Mediterranean Sea, *Geophysical Research Letters*, Vol. 40, 553-557.

**ANNEXE A. Fonctions Orthogonales Empiriques (EOF)**

L'analyse en fonctions orthogonales empiriques (en anglais : empirical orthogonal functions, abrégé en EOF) a été introduite en météorologie par Lorenz en 1955. Cette méthode porte des noms différents selon les domaines. En physique, on s'y réfère sous le nom de décomposition de Karhunen-Loève. Les EOF sont aussi appelés PCA (analyse en composante principale) en géophysique.

A l'aide d'une décomposition en EOF, le signal observé est réduit à ses premières fonctions d'amplitude. En climatologie, les EOF sont beaucoup utilisées pour analyser des données et essayer de trouver des fréquences temporelles expliquant un large pourcentage de la variabilité d'un paramètre donné sur des zones géographiques étendues. Par exemple les EOF permettent de mettre en lumière le phénomène El Niño qui a une fréquence connue et qui explique en grande partie les conditions météorologiques dans le Pacifique.

Les EOF peuvent être utilisées pour décrire les modes fondamentaux de variabilité dans un set des données. Une autre application est d'utiliser les EOF pour filtrer (éliminer du set des données) des échelles de variabilité non désirées dans notre set des données: un nombre limité des EOF les plus dominantes (celles avec les variabilités les plus hautes) peuvent être utilisées pour reconstruire un champ, et cela élimine les échelles de variabilité plus petites. Les EOF peuvent se calculer seulement quand le set des données est complet, donc les possibles trous doivent être éliminés avant de faire l'analyse en EOF. Le principe des EOF est de trouver des fonctions orthogonales (empiriquement) qui caractérisent la covariabilité de séries temporelles pour une grille spatiale donnée. Il n'y a pas de garantie que les modes obtenus aient une signification physique. Des phénomènes peuvent être répartis sur plusieurs EOF si leurs valeurs propres sont similaires et que le degré de liberté des séries temporelles est faible.

Le calcul des EOF peut être effectué selon l'une des deux approches suivantes:

### A.1. Décomposition en composantes principales

La décomposition d'une variable en composantes principales permet de réduire l'espace sur lequel elle est décrite, en éliminant les redondances d'informations (dus à une corrélation spatiale, ou temporelle, non nulle), et en gardant les « modes » dominants. Les modes spatiaux, ou EOF spatiales, sont les structures spatiales qui expliquent le maximum de variance temporelle. De même, les modes temporels sont les trajectoires qui expliquent le maximum de variance spatiale. Mathématiquement, il s'agit des vecteurs propres de la matrice de variance-covariance, temporelle dans le premier cas, spatiale dans le second. Une analyse basée sur la décomposition en EOF spatiale est appelée « S-mode », et celle basée sur la décomposition en EOF temporelles est alors une analyse « T-mode ».

Soit un signal discrétisé contenant des valeurs (simulées ou observées) du prédicteur, à  $m$  points (ou stations) ou  $n$  pas de temps, de taille  $m \times n$ . On a  $X = [x_1 \dots x_n]$ , chaque colonne étant un vecteur représentant une série d'observations au temps  $t_j : x_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})^T$ . La matrice  $X$  est éventuellement centrée sur la moyenne temporelle suivant l'équation A.1, voire réduite (équation A.2).

$$x_{ij} = x_{ij} - \bar{x}_i \tag{A.1}$$

$$x_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}} \tag{A.2}$$

Les EOF spatiales sont les vecteurs propres, notés  $p_k$ , de la matrice de variance-covariance  $C_{XX} = XX^T$ , de taille  $m \times m$ . Si l'on note  $P$  la matrice dont les colonnes sont les EOF  $P = (p_1; \dots; p_m)$  (on a supposé que la matrice  $C_{XX}$  est de rang  $m$ ), de taille  $m \times m$ , on a :

$$C_{XX} = P\Lambda P^T \tag{A.3}$$

avec  $\Lambda$  la matrice diagonale contenant les valeurs propres  $\lambda_k$ . Les vecteurs propres  $p_k$  forment une base orthogonale sur laquelle on peut projeter tout vecteur  $x(t)$  de taille  $m$  :

$$x(t) = \sum_{k=1}^m \alpha_k(t) p_k \tag{A.4}$$

Les coefficients  $\alpha_k(t)$  sont les poids, à l'instant  $t$ , représentant l'importance des différents modes à cet instant. Le vecteur  $\alpha_k = (\alpha_{1k}, \dots, \alpha_{nk})^T$  est le coefficient d'expansion correspondant au mode  $k$ , c'est-à-dire le poids de ce mode au cours du temps. Si  $A$  est la matrice (de taille  $n \times m$ ) dont les colonnes sont les coefficients d'expansion  $A = [\alpha_1 \dots \alpha_m]$ , on a :

$$X = PA^T \text{ ou } A^T = P^T X \tag{A.5}$$

car  $P$  est orthogonale, de même que  $A$ . On note par ailleurs que les coefficients d'expansion ont la même variance temporelle que  $X$  :

$$AA^T = X^T P P^T X = X^T X \tag{A.6}$$

On a également:

$$A^T A = P^T X X^T P = \Lambda \tag{A.7}$$

On peut également appeler les EOF spatiales, ou modes, les « directions principales », et les coefficients d'expansion associés « composantes principales », pour revenir à un vocabulaire classique associé à l'analyse en composantes principales. On trouve, de façon similaire, les EOF temporelles, qui sont les vecteurs propres de la matrice de variance-covariance  $C'_{XX} = X^T X$ .

On peut ensuite tronquer les résultats à un nombre limité de modes (correspondant aux valeurs propres les plus élevées), qui expliquent une grande partie de la variance, afin de réduire l'espace des prédicteurs. Par exemple, on peut tronquer à 20 modes, ou aux  $m'$  premiers modes qui expliquent 90% de la variance, avec  $m' \ll m$ .

### A.2. Décomposition en valeurs singulières

En pratique, il est souvent plus rapide (numériquement) de décomposer la matrice rectangle  $X$  en valeurs singulières plutôt que de diagonaliser la matrice de variance-covariance.  $X$  s'écrit alors sous la forme :

$$X = U M V^T \tag{A.8}$$

avec  $M$  une matrice diagonale contenant des valeurs singulières  $\sigma_k$ , et  $U$  et  $V$  des matrices orthogonales. Dans ce cas, la matrice de covariance temporelle  $C_{XX}$  peut s'écrire sous la forme :

$$C_{XX} = X X^T = U M^2 U^T \tag{A.9}$$

et la matrice de covariance spatiale s'écrit :

$$C'_{XX} = X^T X = V M^2 V^T \tag{A.10}$$

Ainsi, les EOF spatiales sont les colonnes de  $U$  ( $P = U$ ), les EOF temporelles sont les colonnes de  $V$ , et les valeurs propres correspondantes sont  $\lambda_k = \sigma_k^2$  dans les deux cas. La variance expliquée par le premier mode est  $\sigma_1^2$ , donc le pourcentage expliqué par ce mode est :

$$\sigma_1^2 / \sum_k \sigma_k^2 \tag{A.11}$$



L'analyse en composantes principales décrite précédemment peut donc se déduire de la décomposition en valeurs singulières. Rechercher les valeurs propres et vecteurs propre de la matrice de covariance, ou la décomposition en valeurs singulières de  $X$ , est équivalent. Dans ce cas, les coefficients d'expansion pour la décomposition en EOF spatiales, définis par l'équation A.5, sont données par :

$$A = X^T U = VM \tag{A.12}$$

**ANNEXE B. Régression locale Loess**

La régression locale, ou loess, est probablement la plus utilisée pour faire de la régression non paramétrique. Ceci s'explique principalement par le fait qu'elle est très simple, ce qui lui donne l'avantage d'être habituellement plus rapide d'exécution que ses compétitrices. C'est aussi un très bon outil lorsque l'on désire connaître l'allure générale de la courbe dans le but de faire une régression paramétrique, par exemple. Par contre, puisque c'est une méthode plutôt heuristique, elle ne permet pas à son utilisateur de construire une fonction de régression facilement représentable sous la forme d'une formule mathématique. De plus, cette méthode est sujette aux effets des valeurs aberrantes dans le jeu de données.

Le principe de la régression locale Loess a été initialement décrit par Cleveland (1979), puis développé et enrichi par Cleveland (1981) et Cleveland et Devlin (1988). Considérons un échantillon aléatoire  $(x_i; y_i), i = 1, \dots, n$ , du couple  $(X; Y)$ . Alors le modèle de régression non paramétrique est le suivant :

$$y_i = G_{(x_i)} + \varepsilon_i; i = 1, \dots, n \tag{B.1}$$

où  $G_{(x)}$  est la fonction de régression que l'on cherche à estimer, supposée lisse. Sous la condition Que  $Y$  soit intégrable ( $i: e: E[|Y|] < \infty$ ), la fonction de régression  $G_{(x)}$  est définie comme l'espérance Conditionnelle de  $Y$  sachant  $X = x$ , soit

$$G_{(x)} = E[Y | X = x] \tag{B.2}$$

L'estimation de cette fonction est appelée fonction de lissage. Sa flexibilité est généralement contrôlée par des paramètres de lissage qui dépendent de la méthode utilisée. De façon générale, le contrôle de ces paramètres tient surtout à la dualité biais-variance associée à la minimisation de l'erreur quadratique moyenne **MSE** ( $MSE = \text{biais}^2 + \text{variance}$ ). La fonction de lissage par polynômes locaux consiste à approcher, par un polynôme de degré  $p$ , la Fonction de régression  $G$  du modèle général B.1 autour d'un point  $x$ . Si de plus,  $G$  est de classe  $\mathcal{C}^p$  (fonctions réelles  $p$  continûment différentiables) au voisinage de  $x$ , alors par le développement de Taylor, on obtient :

$$G(x') \approx \sum_{j=0}^p \frac{G^{(j)}(x)}{j!} (x' - x)^j \approx \sum_{j=0}^p \beta_j (x' - x)^j \tag{B.3}$$

L'estimation des coefficients  $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_p)^T$  du polynôme local au point  $x$  se fait par minimisation du critère des moindres carrés pondérés :

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i - x}{\omega}\right) \left\{ y_i - \sum_{j=0}^p \beta_j (x_i - x)^j \right\}^2 \tag{B.4}$$

où  $K$  est une fonction noyau ( $k$  pour kernel) et  $\omega$  représente la fenêtre de lissage. Lorsque  $p = 2$ , La régression est dite localement quadratique et lorsque  $p = 1$ , elle est appelée régression localement Linéaire. Cette dernière consiste à utiliser la fonction tricubique comme fonction noyau  $k$  :

$$K(x) = \begin{cases} (1 - |x|^3)^3, & \text{pour } |x| < 1 \\ 0, & \text{pour } |x| \geq 1 \end{cases} \tag{B.5}$$