

Modélisation et simulation numérique du comportement vibratoire des engrenages avec et sans défauts

Modeling and numerical simulation of gear vibratory behavior with and without defects

Hanene Benmohamed^{*1}, Youcef Khadri², Yacine Karmi²

^{1*}Département d'Electromécanique, LMI, Université Badji Mokhtar BP 12 Annaba 23000, Algérie

²Laboratoire de Mécanique Industrielle, Département de Génie Mécanique, Université Badji Mokhtar BP 12 Annaba 23000, Algérie

Soumis le : 18/09/2017

Révisé le : 18/12/2017

Accepté le : 25/01/2018

ملخص

المسنتات تعمل في ظل ظروف قاسية بشكل عام وبالتالي فإنها تتعرض لتدهور تدريجي لحالتها، وخاصة على مستوى الأسنان (التآكل، التقطع، التشقق، التكرس). هذا التدهور يمكن ان يضع حدا لمدة صلاحيتها. تركز الدراسة على نمذجة السلوك الديناميكي للمسنتات ذوات درجتين من الحرية في حالة العادية وفي وجود عيوب محلية وموزعة. تحليل الهلوك الديناميكي للمسنتات يتم تحقيقه في مجال الوقت والتردد. الاختلاف في صلابة مع مرور الوقت هو المصدر الرئيسي للإثارة في السلوك الديناميكي للمسنتات. نمذجة عيوب أسنان المسنتات يتم تحقيقه باستخدام نماذج لصلابة الأسنان. السلوك الديناميكي لنظام المسنتات. يوصف بواسطة نظام تفاضلي، يتم حله بواسطة مخطط التكاملات لنيومارك. وقد أجريت دراسة حدودي في Matlab لتحليل تأثير أخطاء والعناد، ونسبة الاتصال والخطأ الإرسال. حسب النتائج المتحصل عليها يمكن استنتاج أن العيوب (المحلية والموزعة) لها تأثير كبير جدا على السلوك الديناميكي للمسنتات.

الكلمات المفتاحية : صيانة - الاهتزاز - نمذجة - عيوب المسنتات - صلابة.

Résumé

Les engrenages travaillent dans des conditions en général sévères et par conséquent ils sont soumis à des détériorations progressives de leurs états, notamment au niveau des dents (usure, écaillage, fissure, rupture). Ces défaillances peuvent alors limiter leur durée de vie. L'étude se porte sur la modélisation du comportement dynamique des engrenages à deux degrés de liberté dans le cas sain et en présence de défaut local et distribué. L'analyse du comportement dynamique de l'engrenage est réalisée dans le domaine temporel et fréquentiel. La variation de la rigidité dans le temps est la principale source d'excitation dans le comportement dynamique des engrenages. La modélisation des défauts des dents d'engrenages est réalisée en utilisant des modèles de rigidité de denture. Le comportement dynamique du système d'engrenage est décrit par un système différentiel, résolu par un schéma d'intégration de Newmark. Une étude paramétrique a été réalisée sous Matlab pour l'analyse de l'effet des défauts d'engrenages, le rapport de contact ainsi que l'erreur de transmission dynamique. D'après les résultats obtenus on peut conclure que les défauts (local et distribué) ont un très grand effet sur le comportement dynamique de l'engrenage.

Mots Clés : Maintenance – Vibration – Modélisation Defaults des Engrenages – Rigidités.

Abstract

The gears work in generally severe conditions and therefore they are subject to progressive deterioration of their states, especially in terms of the teeth (wear, peeling, crack, rupture). These failures can then limit their life. The study focuses on modeling the dynamic behavior of gears with two degrees of freedom in the healthy case and in the presence of local and distributed defects. The analysis of the dynamic behavior of the gear is performed in the time and frequency domain. The variation of the stiffness over time is the main source of excitation in the dynamic behavior of the gears. The modeling of gear tooth defects is performed using tooth stiffness models. The dynamic behavior of the gear system is described by a differential system, solved by a Newmark integration scheme. A parametric study was performed in Matlab to analyze the effect of the gear faults, the contact ratio and the transmission error. From the results obtained it can be concluded that the defects (local and distributed) have a very great effect on the dynamic behavior of the gear.

Keywords : Maintenance – Vibration – Defaults Modeling of Gears– Stiffness.

* Auteur correspondant: h.benmohamed80@yahoo.fr

1. INTRODUCTION

La maintenance est un aspect important de la garantie d'un niveau de fiabilité satisfaisant des machines pendant leur durée de vie. Ces dernières décennies, les technologies informatiques ont connu un développement rapide, devenant plus puissant et moins coûteux. De nouvelles stratégies de maintenance, telles que la maintenance conditionnelle, ont été largement étendues [1]. Cette approche moderne, consiste à mesurer l'état d'une machine pendant son fonctionnement. Parmi les outils de cette approche, l'analyse vibratoire est la technique la plus répondeuse pour la maintenance des machines tournantes. En fait, certains chercheurs ont proposé des stratégies basées sur la condition de fonctionnement à l'aide des données vibratoire des différents éléments des machines tournantes (roulements, engrenages) [2]. Le lubrifiant est un élément très important dans les vibrations du système d'engrenage, il est aussi une source de vibration [3]. Omar, 2013 [4], a étudié le cas d'un défaut sur la roue et le pignon en utilisant des points de mesures situés sur les paliers du banc d'essais permettant de réaliser une surveillance vibratoire efficace. La modélisation des engrenages est un problème fondamental qui reste l'objet des recherches approfondies. Les engrenages sont assimilés à des cylindres rigides liés par une raideur qui représente la liaison élastique entre dentures (raideur d'engrènement) [5], [6] et [7]. La rigidité est le paramètre crucial pour étudier la dynamique des engrenages [8], avec un nombre approprié de degrés de liberté (ddl). Omar, 2015 [9] a utilisé quatre modèles dynamiques à 6ddl, 8ddl, 8ddl réduits à 6ddl et 12 ddl pour simuler la réponse dynamique d'engrenages droits. Pareya et al. [10] ont utilisé dans leurs travaux des modèles de 6ddl avec une rigidité d'engrènement variable dans le temps. Bartelmus [11,12] et Chaari [13,14] ont introduit la rigidité de contact variable dans leurs modèles dynamiques qui est un système à engrenages droits afin d'étudier sa réponse en présence de défauts. Palais et al. [15], ont développés un modèle numérique permettant de simuler l'effet de défauts sur une denture. Les défauts traités sont de deux types : des fissures et des défauts de surface. Graciliano [2] propose une approche basée sur la simulation numérique pour l'étude de l'effet du désalignement de l'arbre et du frottement sur la rigidité totale. Zaigang et al. [16] ont étudiés, un modèle analytique pour analyser l'effet de la rigidité de la dent sur le comportement dynamique du système à 6 ddl. Ce modèle prend aussi en considération les défauts de type fissure à la racine. Ankur [1] a présenté une approche analytique et numérique méthode des éléments finis (MEF) pour calculer la réduction de la rigidité totale d'engrenage due à la propagation de la de fissure. Plusieurs de ces modèles privilégiaient les effets torsionnels et négligeaient ceux flexionnels afin d'aboutir à un modèle à un seul degré de liberté. Par contre Chaari [17] a travaillé sur la torsion et flexion. Yang et al. [18], Xihui et al. [19] ont calculé la rigidité variable dans le temps (TVMS) d'une paire d'engrenages en utilisant la méthode de l'énergie potentielle, y compris l'énergie de flexion et l'énergie de compression axiale avec l'énergie d'Hertzien. Khabou et al. [20] ont étudié le comportement dynamique d'un réducteur à un seul étage en régime transitoire. La réponse dynamique est étudiée à différentes vitesses de rotation et cette dernière est calculée en utilisant la méthode de Newmark. Hui et al. [21] portent leurs études principalement sur trois sujets: la prédiction de la propagation des fissures, le calcul de la variation de la rigidité dans le temps (TVMS) et le calcul de la réponse vibratoire. Lors de l'engrènement, le nombre de dents en contact varie, ce qui conduit au changement de la rigidité et par conséquent la variation de l'erreur de transmission dynamique (ETD). Celle-ci est considérée comme un paramètre pertinent dans le comportement dynamique des systèmes à engrenages [22], Elle est définie comme l'écart entre la position réelle occupée parla roue d'engrenage et celle théorique qu'elle devrait prendre [23]. Yimin [24] et al. ont étudié l'erreur de transmission dynamique(ETD) dans le domaine temporel du système dynamique du rotor à engrenages à 6 ddl sous différentes tailles de fissure, en utilisant la méthode d'intégration numérique de Runge-Kutta.

Le but de ce travail est de modéliser le comportement dynamique des engrenages droits par un modèle à deux degrés de liberté avec et sans défaut. En utilisant la variation de la rigidité en fonction du

temps, le calcul de l'erreur de transmission dynamique (ETD) est réalisé pour un engrenage sain et avec défaut. La contribution de cet article réside dans le calcul du rapport de contact. Pour résoudre le problème, on a établi un code numérique sous Matlab, en utilisant un schéma d'intégration numérique de Newmark.

2. MODELISATION DES ENGRENAGES

La figure 1, présente un modèle d'une transmission par engrenage à étage simple de dentures droites. Le système est composé d'un moteur, d'une paire d'engrenage droite et d'une charge.

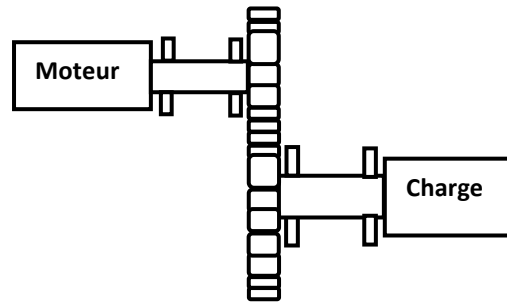


Figure 1 : Système d'engrenage droit.

Dans notre modèle, le système d'engrènement est modélisé par un modèle à deux degrés de liberté (Fig. 2), représenté par un amortissement $c(t)$ et un ressort $k(t)$.

En négligeant le frottement et les déplacements latéraux des deux roues, l'équation dynamique générale du système s'écrit sous la forme suivante :

$$m \ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F(t) \quad (1)$$

où m , c , k représentent respectivement la masse, l'amortissement et la rigidité et $F(t)$ la force d'excitation

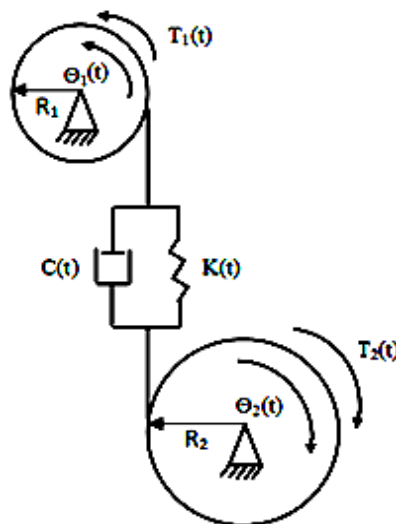


Figure 2 : Modèle à deux degrés de liberté [21].

$\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$ et $u(t)$ représentent respectivement l'accélération, la vitesse et le déplacement.

D'après les équations d'équilibres de notre système on obtient :

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + R_1 F_a(t) + R_1 F_e(t) = T_1 \\ I_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + R_2 F_a(t) + R_2 F_2(t) = -T_2 \end{cases} \quad (2)$$

où $\frac{d^2\theta_1}{dt^2}$, $\frac{d^2\theta_2}{dt^2}$, $\frac{d\theta_1}{dt}$, $\frac{d\theta_2}{dt}$, θ_1 , θ_2 représentent respectivement les accélérations, les vitesses et les déplacements angulaires de la roue et du pignon autour de leurs axes de rotation.

R_i , I_i et T_i ($i = 1, 2$) représentent respectivement le rayon, le moment d'inertie et le couple. L'indice $i = 1$ pour la roue et ($i = 2$) du pignon.

La force d'amortissement $F_a(t)$ est définie par :

$$F_a(t) = c(t) \left(R_1 \frac{d\theta_1}{dt} - R_2 \frac{d\theta_2}{dt} \right) \quad (3)$$

où $c(t)$ est l'amortissement.

La force élastique $F_e(t)$ est définie par :

$$F_e(t) = k(t) (R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2) \quad (4)$$

où $k(t)$ est raideur d'engrènement qui varie entre k_1 et k_2 , définie par :

$$k(t) = \begin{cases} k_2 \text{ pour } 0 \leq t \leq ((CR - 1)T_m \\ k_1 \text{ pour } (CR - 1)T_m \leq t \leq T_m \end{cases} \quad (5)$$

où k_1 et k_2 désignent respectivement les valeurs de rigidité maximale et minimale, T_m est la période d'engrènement, t est temps d'engrènement, CR est le rapport de contact.

2.1 Raideur d'engrènement

La rigidité est un facteur variable dans le temps lors du fonctionnement des engrenages et dépend du nombre de dents engagées [13]. La raideur d'engrènement caractérise les déformations élastiques qui gèrent les positions relatives des deux roues d'un engrenage, sous l'action des efforts transmis. Cette liaison élastique, sur laquelle repose largement la problématique de la dynamique de l'engrenage, est assurée par les contacts entre dentures conjuguées des deux roues au cours de l'engrènement. Elle témoigne donc des conditions d'engrènement et met en évidence le fonctionnement non linéaire [27]. La source d'excitation interne pour le système d'engrenages est provoquée par la rigidité variable dans le temps considérée comme la principale source d'excitation du système et à l'origine du bruit et des vibrations observés par Chaari et al. [28,29]. L'évolution de la rigidité est similaire à celle donnée par [22], (Fig. 3).

La valeur utilisée pour la raideur d'engrènement dans les transmissions par engrenage droit est de l'ordre 10^8 N/m [31 et 30].

Le rapport de contact (CR) qui peut avoir des valeurs de 1.4, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 et 2.0 [25]. Alors que dans [8] et [26] le rapport de contact à une valeur de (1.0) qui signifie que la dent est en contact tout le temps (100%).

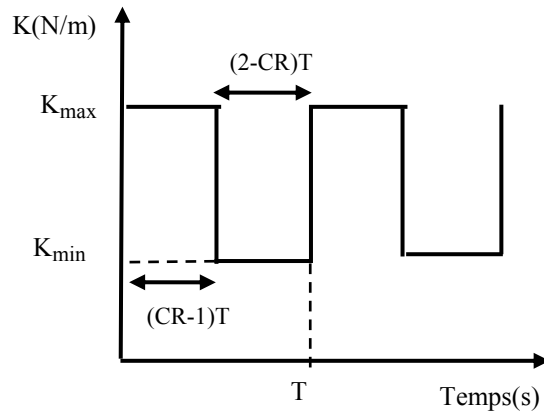


Figure 3 : Evolution de la rigidité d’engrènement.

Les zones de contact pour un faible rapport de contact de l’ordre 1.6 [25]. Ce procédé d’engagement sera répété, comme représenté sur la figure 4, où PTH représente la voie du contact. Cela signifie qu’au début du chemin de contact, deux paires continuent à s’engrener avec 60% du pas circulaire de base (Pb) représentée par le segment de droite (g et e), le long du trajet de contact. Ensuite, une paire sort du contact et l’autre paire continue à engrener seule pour le reste 40% du pas circulaire de base (Pb) donnée par (e - c) ; Après une autre nouvelle paire vient en contact (c et a), (fig.4).

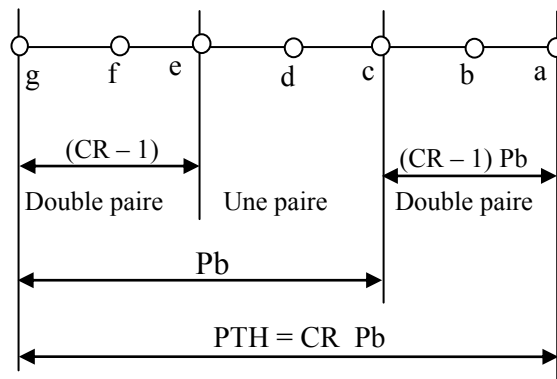


Figure 4 : Zones de contact pour un faible rapport de contact [25].

L’équation (1) peut être réécrite sous une forme adimensionnelle en remplaçant le déplacement $u(t) = x$:

$$M_e \frac{d^2x}{dt^2} + c(t) \frac{dx}{dt} + k(t)x = F(t) \quad (6)$$

où M_e est la masse équivalente donnée par :

$$M_e = \frac{I_1 I_2}{R_1^2 I_2 + R_2^2 I_1} \quad (7)$$

et $F(t)$ est la force transmise à travers la paire d’engrènement qui est donnée par la relation suivante :

$$F(t) = M_e \left[\frac{T_1 R_1}{I_1} + \frac{T_2 R_2}{I_2} \right] \quad (8)$$

2.2 Erreur de transmission dynamique:

La notion d'erreur de transmission dynamique (ETD) a été introduite pour la première fois par Harris [32] en 1958. L'erreur de transmission dynamique est classiquement définie par l'écart entre la position réelle de la roue menée et sa position théorique (Fig. 5). Si les profils étaient parfaitement conjugués et les dentures indéformables. Elle est exprimée de deux façons différentes : soit par un écart de position angulaire de la roue par rapport au pignon (Fig. 5), soit par un petit déplacement exprimé en micromètre le long de la ligne d'action (Fig.6).

L'erreur de transmission dynamique (ETD = x) mesurée tout le long de la ligne d'action est donnée par :

$$x = x_1 - x_2 \tag{9}$$

avec

$$x_1 = R_1\theta_1 \text{ et } x_2 = R_2\theta_2 \tag{10}$$

En remplaçant l'équation (8) dans (6) on obtient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{T_1R_1}{I_1} + \frac{T_2R_2}{I_2} \tag{11}$$

où ω_0 est la pulsation propre du système donnée par :

$$\omega_0 = \sqrt{k_m/M_e} \tag{12}$$

$c(t)$ de l'équation (6) est remplacée dans l'équation (11) par :

$$c(t) = 2\xi\omega_0/M_e \tag{13}$$

où ξ est le coefficient d'amortissement.

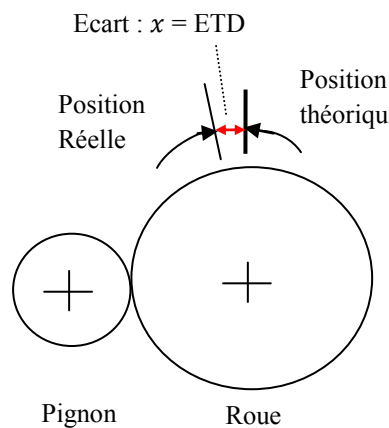


Figure 5 : Erreur de transmission angulaire

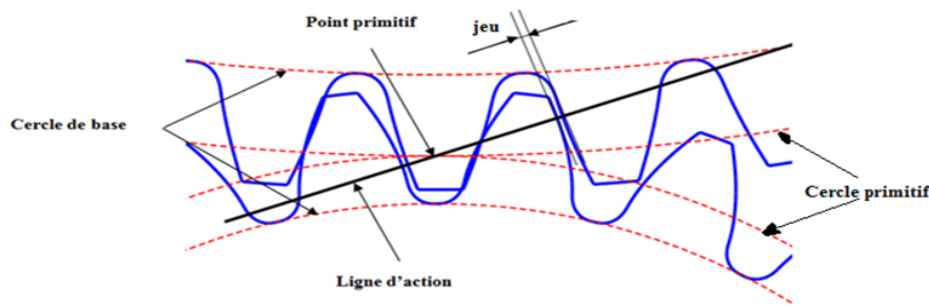


Figure 6 : Erreur de transmission selon la ligne d’action.

$$\text{et} \quad k_m = \sum_i^n \frac{k_i}{n} = 1, n \quad (14)$$

L'altération du fonctionnement du système d'engrenage se manifeste soit par la dégradation de la dent en raison des pressions de contact répétitif ou la présence initiale de dysfonctionnement. Ces défauts ont une influence très significative sur la rigidité de contact $k(t)$.

Dans notre système, la rigidité d’une paire de dent droite en contact est définie par K_1 , qui représente la rigidité minimale alors que la rigidité maximale de l’engrènement est définie par $K_2 = 2K_1$ (deux paires de dents en contact) [22].

3. RESULTATS ET ANALYSES

Le cas étudié dans notre travail est un système d’engrenage droit à deux degrés de liberté où la rigidité de contact est donnée par les valeurs qui varient de 2×10^8 à 6×10^8 N/m. Les données géométriques, les vitesses de rotation et les couples de torsion sont résumés dans le tableau 1 [21].

Tableau 1 : Paramètres géométriques de l’engrenage à 2 degrés de liberté [22].

Paramètres	Pignon / Roue
Nombres de dents	20 /40
Moments d’inerties (kg.m ²)	0.00026 / 0.0045
Bases de cercles (m)	0.05 / 0.11
Module	0.003
Pression angulaire	$A=20^\circ$
Rapport de contact	1.6
Largeur des dents (m)	0.023
Coefficient d’amortissement	0.35
Couples T(N.m)	150/300
Vitesses de rotations (tr/min)	1500 /750

3.1 Effet de la rigidité de contact pour un engrenage sans défaut

L'erreur de transmission dynamique est le paramètre le plus important, il sert généralement à caractériser le comportement vibratoire.

La variation de la rigidité est en fonction du nombre instantané de dents en contact ou plus précisément de la longueur de la ligne d’action [31]. L’étude de l’effet de la rigidité de contact sur le comportement vibratoire de l’engrenage droit est pris en considération en utilisant une plage de rigidité entre les deux bornes K_{max} et K_{min} avec le rapport de contact égal à 1.6. Pour l’application numérique, on prend trois cas définis dans le tableau. 2.

Tableau 2 : variation de la rigidité de contact.

	Kmin	Kmax
Cas 1	2	4
Cas 2	2,5	5
Cas 3	3	6

Les trois cas de la variation de la rigidité sont représentés dans la figure 7.

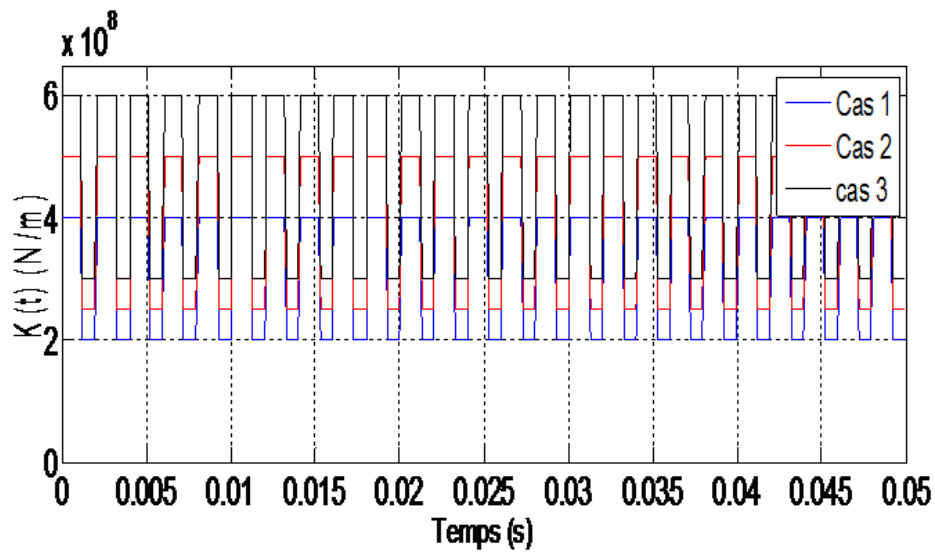


Figure 7 : Rigidité en fonction du temps ‘sans défaut’.

On constate sur la figure 7, que le nombre de paires de dents en contact est intimement lié au rapport de contact (CR), ceci s’accorde bien avec les constatations de Guerine [31].

Nous avons utilisé le schéma d’intégration de Newmark pour résoudre le système d’équation différentielle (2). Cette méthode permet de fournir la réponse dynamique du système dans le domaine temporel. Cette réponse dynamique est traduite en erreur de transmission dynamique, représentée par la figure 8. On remarque, que l’erreur de transmission dynamique diminue avec l’augmentation de la rigidité.

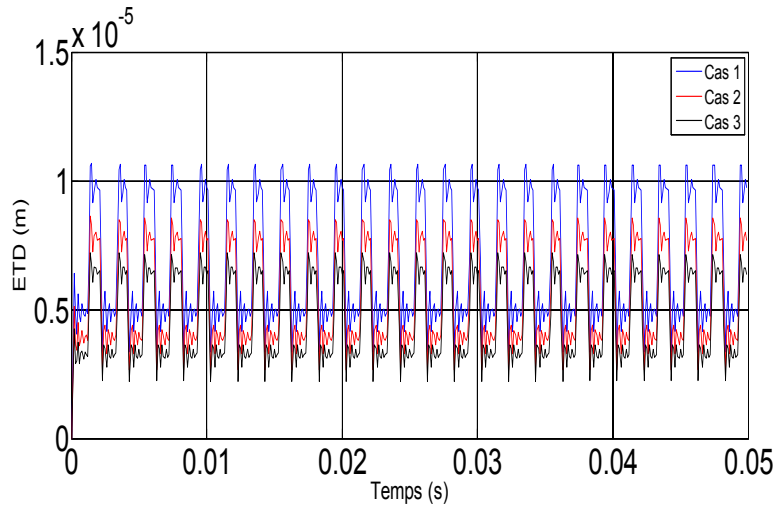


Figure 8 : Erreur de transmission en fonction du temps ‘sans défaut’.

La conversion des réponses dans le domaine des fréquences peut rendre l’interprétation des informations qu’elles contiennent beaucoup plus aisée.

On montre par la suite l’effet de la rigidité dans le domaine spectral avec et sans défauts à partir de la transformée de fourrier.

La transformée de Fourier d’un signal temporel $x_e(t)$ est définie par [32] :

$$X_e(f) = \int_0^{N-1} x_e(t) e^{-j2\pi nft} dt \quad (15)$$

En supposant que ce signal est à énergie finie, il possède une transformée de Fourier discrète définie par :

$$X_e(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_e) e^{-j2\pi nft T_e} \quad (16)$$

avec $X_e(f)$ est la f^{me} composante du spectre,

n est l’indice temporel, f est indice fréquentiel,

x est le signal de la série temporelle,

$x(nT_e)$ est une représentation spectrale discrète du signale échantillonné, T_e est la période d’échantillonnage, et j est l’unité imaginaire.

Les résultats obtenus dans le domaine fréquentiel de l’erreur de transmission sont résumés dans la figure 9. La variation de rigidité est associée à la fréquence d’engrènement f_e , produite du nombre de dents du pignon par sa fréquence de rotation égale à $25\text{Hz} \times 20 = 500 \text{ Hz}$.

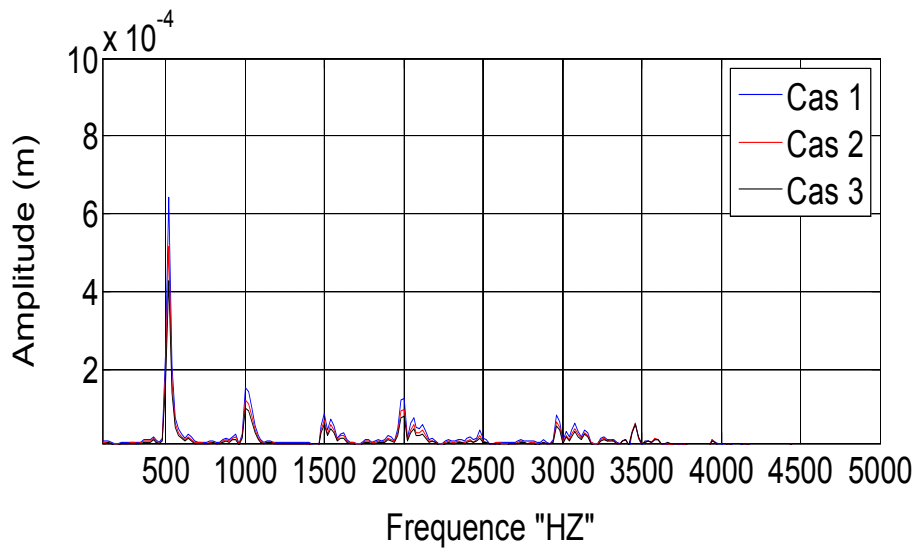


Figure 9 : Spectre de l'erreur de transmission 'sans défaut'.

3.2 Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut reparté (usure)

La variation en créneau de la raideur d'engrènement dans le cas d'un défaut reparté, traduit par une diminution de rigidité jusqu'à $k_3 = 2,5 \times 10^8$ N/m avec le rapport de contact égal à 1.6 [22].

La figure 10 montre la variation de la rigidité en fonction du temps pour le défaut reparté (usure), qui se manifeste par une chute de raideur d'engrènement d'un pourcentage de 75%.

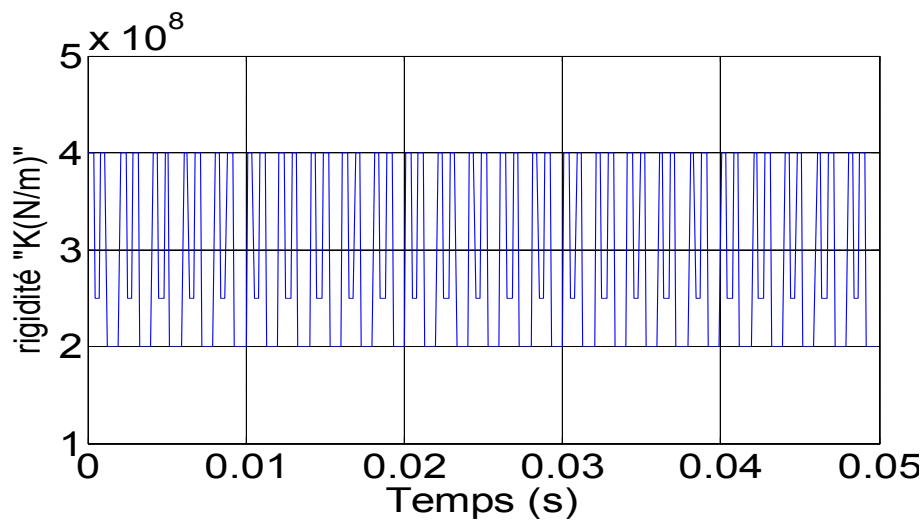


Figure 10 : Rigidité variable en fonction du temps pour le cas de défaut reparté.

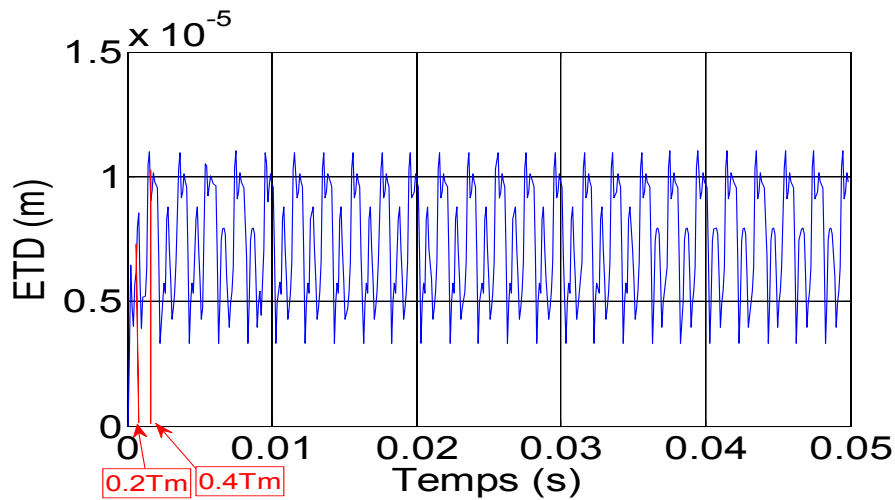


Figure 11 : ETD en fonction du temps pour le cas de défaut distribué.

La figure 11 présente la réponse dynamique de l'engrenage avec défaut distribué, on remarque l'apparition des impulsions qui correspondent à la chute de rigidité dans la période (0.2 à 0.4) T_m , et cette dernière représente la période du défaut d'usure.

Le spectre correspondant au défaut d'usure dans le domaine fréquentiel du pignon tournant à 1500 tr/min est représenté par la figure 12. On remarque des pics à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques : $f_e = 500$ Hz, $2f_e = 1000$ Hz et $3f_e = 1500$ Hz.

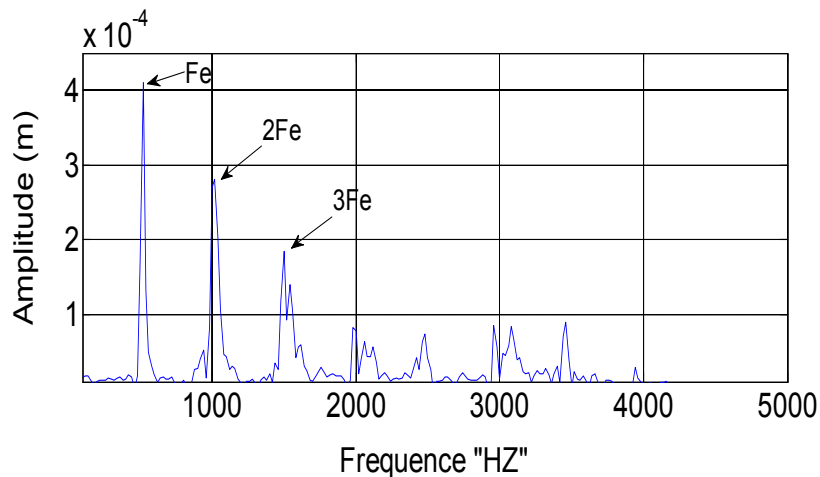


Figure12 : Spectre dans le cas de défaut distribué.

3.3 Effet de la rigidité de l'engrenage avec défaut localisé (fissure)

La raideur d'engrènement dans le cas d'un défaut localisé (fissure) dans une seule dent, définie avec le rapport de contact égal à 1.6 varie en fonction du temps comme montrée sur la figure 13. Cette rigidité d'engrènement diminue d'un pourcentage de 50% par rapport au cas sain.

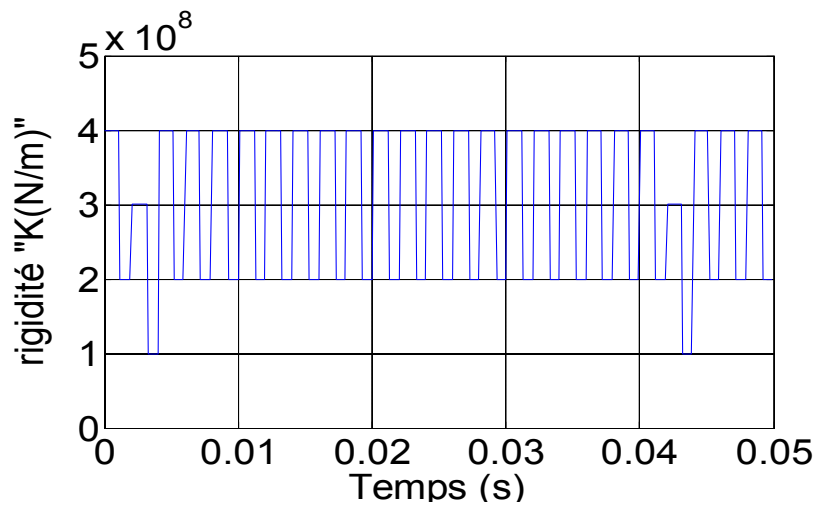


Figure 13: Rigidité variable en fonction du temps pour le cas de défaut localisé.

La figure 14 représente l’erreur de transmission dynamique d’un défaut localisé. Dans cette figure, on constate une augmentation des amplitudes de l’erreur de transmission dynamique, correspondant aux chocs induits par le passage de la dent fissurée.

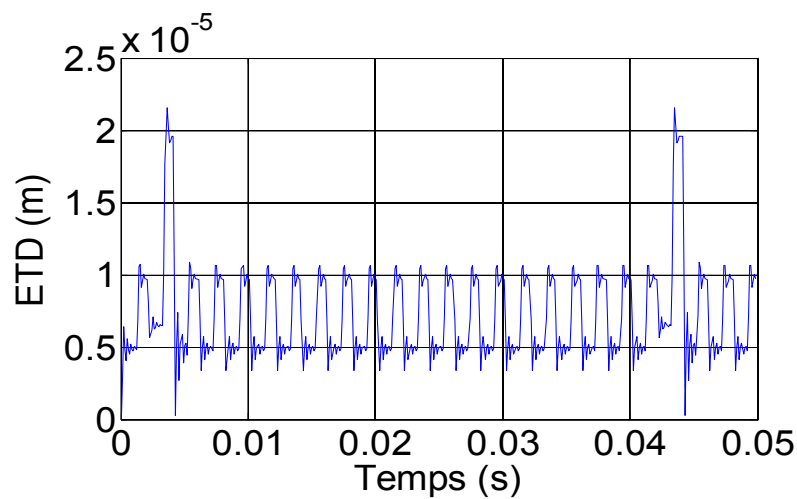


Figure 14 : ETD en fonction du temps pour le cas de défaut localisé.

Pour un défaut localisé, le spectre correspondant sur la figure 15, montre que l’effet du défaut de fissure sur le signal de vibration est la modulation d’amplitude autour de la fréquence d’engrènement ‘fe’ et une ligne de peigne dont le pas correspond à la fréquence de rotation du pignon ‘fp’.

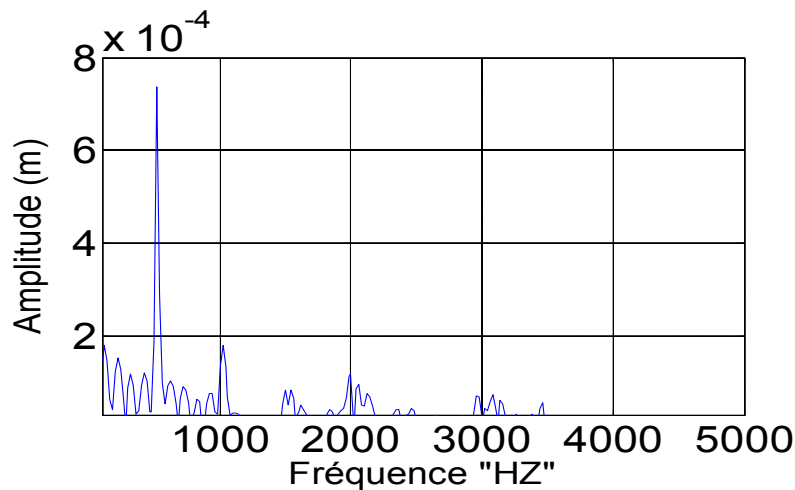


Figure 15 : Spectre dans le cas un défaut localisé.

3.4 Comparaison des résultats de l'erreur de transmission avec et sans défaut

La comparaison des résultats obtenus avec de défaut localisé et reparti par rapport au cas sain est donnée par la figure 16. On remarque que le nombre d'amplitude a été doublé dans le cas du défaut distribué (usure). Les nouveaux pics ont une amplitude de l'ordre de $8.8 \cdot 10^{-6}$ m, ce qui correspond à une augmentation de 68,58% par rapport au cas sain. Alors pour le cas d'un défaut localisé, le pic apparaît au niveau de la dent ayant le défaut de fissure ($2.15 \cdot 10^{-6}$ m) avec une augmentation d'amplitude de l'ordre de 97,24% par rapport au cas sain.

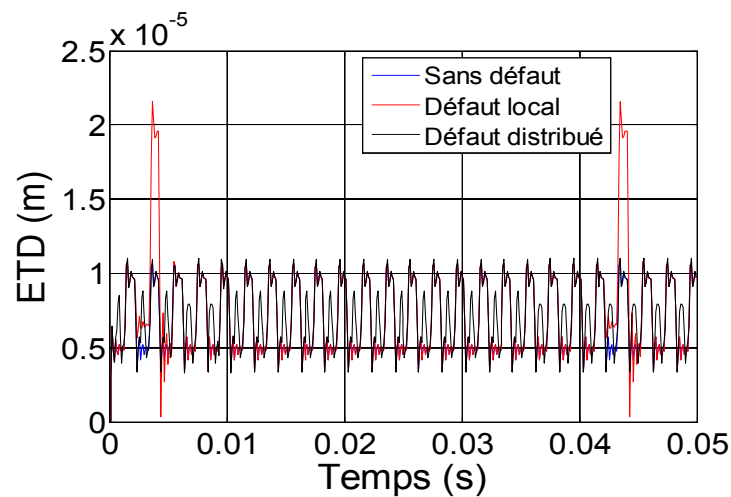


Figure 16 : Erreur de transmission en fonction du temps "défauts: distribué et localisé.

Les réponses spectrales pour le cas sain et avec défauts sont données dans la figure 17. L'augmentation d'amplitude est constatée à la première fréquence dans les deux cas de défauts, pour le défaut local, elle est de l'ordre $7,31 \cdot 10^{-4}$ m, alors que pour le défaut réparti, elle est égale à $4 \cdot 10^{-4}$ m.

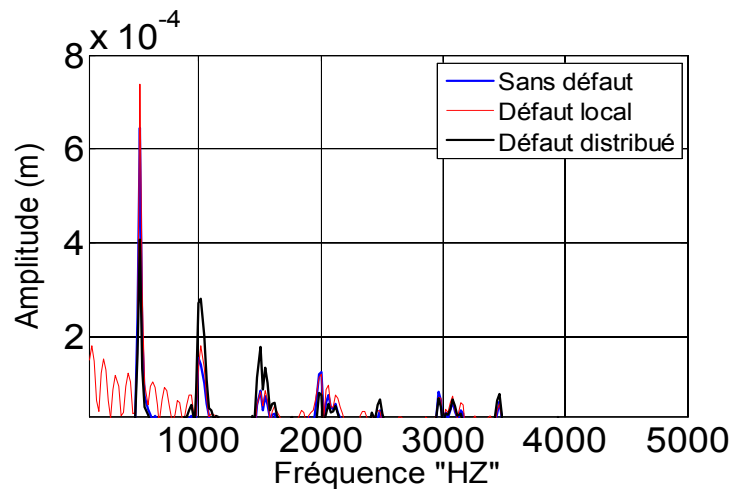


Figure 17 : Spectre de l'erreur de transmission sans défaut et avec défaut : distribué et localisé.

3.5 Effet du rapport

Le rapport de contact est certainement le facteur de conception ayant le plus d'influence sur la dynamique des engrenages. Notre travail a été fait sur la rigidité et sur l'erreur de transmission dynamique dans le cas sain, en variant le rapport de contact $RC = [1.4 - 1.6 - 1.8]$.

Selon les figures (18 et 19), on constate que l'effet du rapport de contact s'explique par le pourcentage de nombre de paires de dents en contact. Pour un $RC = 1.8$, on trouve un pourcentage de 80% pour deux paires. Pendant la période de $0.8T_m$, la rigidité a une grande valeur (K_{max}), par conséquent les amplitudes de l'ETD sont faibles. Ensuite, une paire sort du contact et l'autre paire continue à s'engrener seule pour le reste de 20% (K_{min}). L'augmentation du rapport de contact de 1,4 jusqu'à 1,8 entraîne l'augmentation de la durée de rigidité pour deux paires de dents en contact, ce qui implique une diminution des amplitudes de l'erreur de transmission (fig.19).

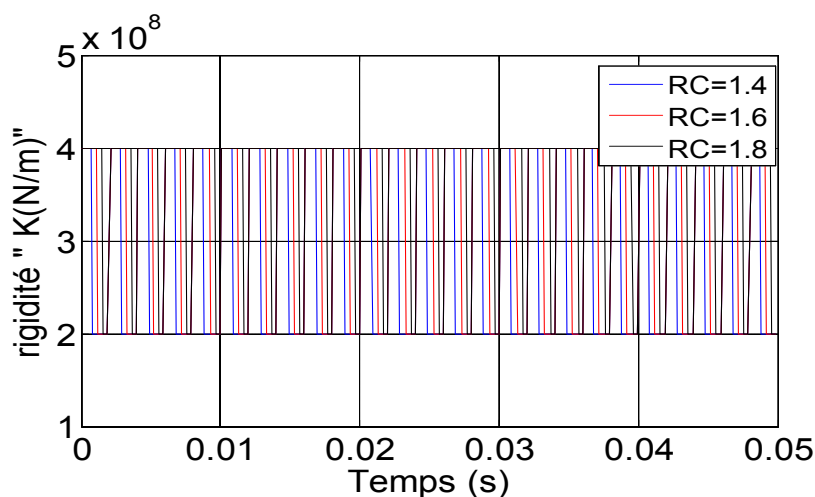


Figure 18 : Rigidité en fonction du temps 'sans défaut' avec variation du rapport de contact.

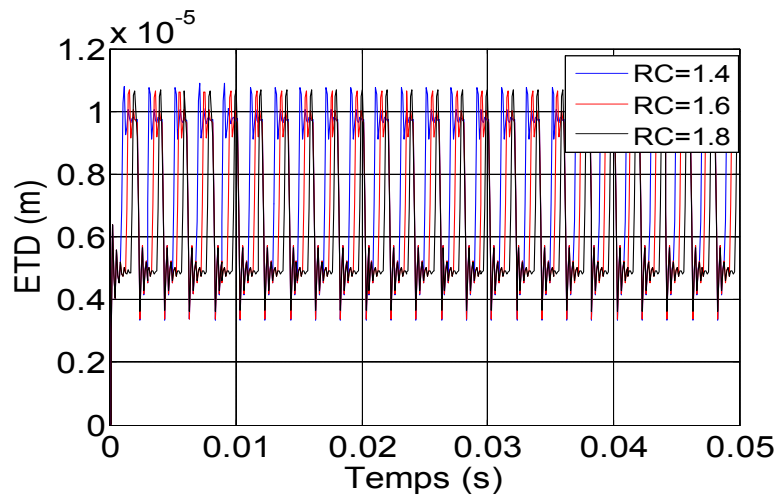


Figure 19 : Erreur de transmission en fonction du temps 'sans défaut' avec variation du rapport de contact.

4. CONCLUSION

Dans ce travail, on a réalisé à la modélisation d'un système d'engrenage à un étage utilisé. Le modèle utilisé est un modèle à deux degrés de liberté avec et sans défaut (local et distribué). La résolution numérique de l'équation différentielle est obtenue en utilisant le schéma de Newmark.

De l'étude paramétrique on tire les conclusions suivantes :

- Pour le cas sain :
 - L'erreur de transmission diminue avec l'augmentation de la rigidité ;
 - La variation de rigidité est associée à la fréquence d'engrènement f_e .
- Pour les défauts :
 - Pour le défaut local, les réponses de l'erreur de la transmission dynamique (ETD) augmentent proportionnellement avec un pourcentage de 97,24%. Cependant, pour le défaut distribué on a remarqué que le nombre d'amplitude a doublé, et son amplitude a augmenté de 68,58%.

Le rapport de contact élevé augmente la durée de rigidité pour deux paires de dent en contact, se qui implique que l'erreur de transmission dynamique faible. Donc les défauts et ces paramètres ont une grande influence sur l'instabilité du système.

D'autres paramètres peuvent être pris en considération dans notre analyse tels que : la nature de la lubrification et le coefficient d'amortissement dans le modèle dynamique, cela faire l'objet de notre prochaine étude.

5. RÉFÉRENCES

1. Ankur S, Manoj C, Anand P, 2015. "Effect of shaft misalignment and friction force on time varying mesh stiffness of spur gear pair". *Engineering Failure Analysis*, Vol. 49, pp.79–91.
2. Graciliano N. M, María L. D. C, Jesús L, Isidro P, Mariano A, 2016. "An Artificial Intelligence Approach for Gears Diagnostics in AUVs". *Sensors- MDPI*. Vol.16, N°.4, pp.529.
3. Benmohamed H, Khadri Y, 2015. "Étude de l'usure des engrenages par analyse vibratoire". 2^{ème} Conférence Internationale de Mécanique (ICM'15), 25et 26 Novembre 2015, Constantine.
4. Omar D.M, Matti R, Jan O. A, 2013. "Improving mesh stiffness calculation of cracked gears for the purpose of vibration-based fault analysis", *Engineering Failure Analysis* Vol.34. pp. 235–251.
5. Gregory R.W, Harris S.L, Munro R.G, 1963. "Torsional motions of a pair of spur gears". *Proceedings of the institution of mechanical Engineers*, Vol.178, N°.10, pp. 166-173.
6. Bard C, 1995. "Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages". Thèse doctorat, l'institut national des sciences appliquées de Lyon, 142p.
7. Jerrar H, Boudi M, 2011. "Modélisation du comportement dynamique des engrenages: Évaluation et prise en compte des flexibilités dans les modèles à paramètres concentrés". 20^{ème} Congrès Français de Mécanique.
8. Vijay k, Ashishk. A, 2016. "calculation of high contact ratio spur gear mesh stiffness and load sharing ratio using matlab & excel spread sheet". *International journal of advance research in science and engineering*. ISSN (O). 2319-8354, ISSN (P). 2319-8346, Vol.5, N° 09.
9. Omar D. M, Matti R, Jan O. A, 2015. "Dynamic modelling of a one-stage spur gear system and vibration-based tooth crack detection analysis ", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 54-55. pp. 293–305.
10. Pareya A, El Badaoui M, Guillet F, Tandon N, 2006. "Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect". *Journal of Sound and Vibration*, Vol.294, pp.547–561.
11. Bartelmus W, 2000. "Mathematical modelling of gearbox vibration for fault diagnosis", *Int. J. COMADEM*, Vol. 3, N°.4, pp.5–15.
12. Bartelmus W, 2001. "Mathematical modelling and computer simulations as an aid to gearbox diagnostics", *Mech. Syst. Signal Process*, Vol. 15, N°. 5, pp.855–871.
13. Chaari O. F, Fakhfakh T, Hadda rM, 2009. "Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gear mesh stiffness", *European journal of mechanics A/Solids*. Vol.28. N°.3, pp.461-468.
14. Chaari O. F, Baccar W, Abbes M. S, Haddar M, 2008. "Effect of spalling or tooth breakage on gear mesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission", *Eur. J. Mech. A/Solids*. Vol. 27. N°. 4, pp. 691–705
15. Palais D, Guilbault R., Thomas M, Lakis A, Mureithi N, 2009. "Numerical simulations of damaged gear vibrations". *Proceedings of the 27th seminar on machinery vibration*. CMVA, Vancouver.
16. Zaigang C, Yimin S, 2011. "Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth". *Engineering Failure Analysis* Vol.18, N°.8, pp. 2149–2164.
17. Chaari F, 2006. "Simulation numérique du comportement dynamique d'une transmission par engrenages en présence de défauts de denture", *Mécanique & Industries*, Vol.6, N°.6, pp. 625-633.
18. Yang D.C. H, Lin J.Y, 1987. "Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics", *J. Mech., Trans., Autom. Des.* Vol.109, N°.2. pp. 189–196.
19. Xihui L, Ming J. Z, Tejas H. P, 2014. "Evaluating the time-varying mesh stiffness of a planetary gear set using the potential energy method". *Proc IMechE Part C:J Mechanical Engineering Science*, Vol. 228, N°.3, pp.535–547.
20. Khabou M. T, Bouchaala N, Chaari F, Fakhfakh T, Haddar M, 2011. "Study of a spur gear dynamic behavior in transient regime", *Mechanical Systems and Signal Processing*. Vol.25, N°.8, pp. 3089-3101.
21. Hui M, Jin Z, Ranjiao F, Xu P, Qibin W, Bangchun W, 2015. "Review on dynamics of cracked gear systems". *Engineering Failure Analysis*. Vol.55. pp. 224–245.
22. Raoudi M. E, Diany M, Aissaoui H, MabroukiM, 2015. "Numerical gear vibration simulation in the presence of localized and distributed defects", *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)* ISSN: 3159-0040, Vol. 2 N°. 4.
23. Kidar T, 2015. "diagnostic des défauts de fissures d'engrenages par l'analyse cyclo-stationnaire". Thèse doctorat. Ecole de technologie supérieure - université du québec En cotutelle avec l'université jean monnet de saint-etienne, France, 17p.

24. Yimin S, Xi W, Zaigan C, Tei C. L., 2011. "Effect of Gear Tooth Crack on Spur Gear Dynamic Response by simulation". Proceedings of the ASME, International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. pp. 405-409.
25. Sabah M. J. A, Omar. D. M, 2008 "Load sharing on spur gear teeth and stress analysis when contact ratio changed", Al-Rafidain Engineering, Vol.16, No.5, pp. 11-16.
26. Ali R H, 2009. "Contact Stress Analysis of Spur Gear Teeth Pair". World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, Vol. 3, N° 10, pp. 1279- 1284.
27. Guillaume S, 2008. "Dynamique des transmissions en régime transitoire ", thèse doctorat, L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon. 32p.
28. Chaari O. F, Baccar W, Haddar M, 2008. "Effect of spalling or tooth breakage on gearmesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission". European Journal of Mechanics - A/Solids. Vol. 27, N° 4, pp.691–705
29. Chaari O. F, Fakhfakh T, Haddar M, 2009. "Analytical modeling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness". Eur J Mec A, Sol. Vol. 27, pp.461–468.
30. Rigaud E, Sabot J, 1997. " Influence de l'élasticité des lignes d'arbres, des roulements et du carter sur les vitesses critiques de rotation d'une transmission par engrenages". Mécanique Industrielle et Matériaux, Vol.50, pp.70-72.
31. Guerine A, 2016. "Contribution à l'étude du comportement dynamique d'un système d'engrenage en présence d'incertitudes". Thèse doctorat. Génie mécanique. INSA de Rouen, 30p.
32. Harris S. L, 1958. "Dynamic loads on the teeth of spur gears". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 172. N° 1, pp.87-112.
33. Rishi K. S, VijayK. K, 2014. "Analysis of Spur Gear Faults using Frequency Domain Technique". International Journal Of Engineering Sciences & Research Technology. pp.258.