

## Modélisation mathématique et numérique d'un capteur stockeur d'énergie solaire

Ammar Abdelli\*<sup>1</sup>, Hocine Sissaoui<sup>2</sup>, Tidjani Bouchami<sup>3</sup> & Mahièddine Berkani<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Département de Mathématiques, Université Badji Mokhtar, BP 12, Annaba 23000.

<sup>2</sup>Laboratoire de recherche LANOS, Université Badji Mokhtar, BP 12, Annaba 23000.

<sup>3</sup>Département de Génie de Procédés, Université Badji Mokhtar, BP 12, Annaba 23000.

<sup>4</sup>Département d'électromécanique, Université Badji Mokhtar, BP 12, Annaba 23000.

Révisé le 14/04/2013

Accepté le 20/06/2013

### ملخص

إن الحوض الشمسي عبارة عن حوض مصطنع يقوم بجمع وتخزين الطاقة الشمسية الحرارية بواسطة تدرج الملوحة ( ملح ذائب في الماء بتركيز تتزايد مع عمق الحوض). فهو يتكون من ثلاثة مناطق الهدف من هذا البحث هو إيجاد التوزيع الأفقي لدرجة الحرارة في طبقة معينة و التوزيع العمودي لمختلف الطبقات الثانوية للحوض الشمسي. بدلالة زمن تسخين الحوض. النموذج الرياضي المتبع في هذا البحث مركب على المعادلة التفاضلية للنقل الحراري مع وجود مصدر حراري خارجي للنظام المدروس. كما تم التقدير الاحصائي لشدة الإضاءة الشمسية (المشكلة للمصدر الحراري) باستخدام معطيات الأرصاد الجوية الكائنة بمدينة عنابة خلال الخمس سنوات الأخيرة. الحل العددي للمعادلة التفاضلية للحرارة يعتمد على طريقة التقطيع لكرانك نيكولسون Crank-Nicholson مع استخدام القيم الابتدائية و الحدية المناسبة. التقارب, الاستقرار و التماسك العدديين للطريقة المستعملة قد تم اخذهم بعين الاعتبار.

الكلمات المفتاحية : الحوض الشمسي - التوزيع الحراري - زمن التهيئة - التقطيع - كرانك نيكولسون - التقارب - الاستقرار - التماسك.

### Résumé

L'étang solaire est un dispositif qui consiste à collecter et stocker l'énergie solaire à l'aide d'un gradient de salinité (sel dissout dans l'eau à concentration imposée). Cet étang est formé de trois zones stratifiées.

Le but du présent travail est de déterminer le profil horizontal de la température dans une couche donnée et le profil vertical le long des différentes couches de l'étang en fonction du temps d'échauffement de celui-ci. Le modèle mathématique adopté dans ce travail est basé sur l'équation de la conduction de la chaleur avec une source d'énergie extérieure au système. L'intensité de la source a été évaluée statistiquement sur une période des cinq dernières années à partir des données météorologiques de la station des salines de la ville d'Annaba. L'approche de résolution numérique du modèle mathématique adopté repose sur la discrétisation de l'équation de la chaleur en utilisant la méthode des différences finies conjointement au schéma de Crank-Nicholson avec des conditions initiales et aux limites appropriées. La convergence, la stabilité et la consistance du schéma numérique utilisé sont aussi prises en considération.

**Mots clés :** Etang solaire - Distribution de la température - Temps de remplissage - Discrétisation  
Crank - Nicholson - Convergence – Stabilité - Consistance.

### Abstract

The solar pond is a system which collects and stores solar energy by means of salinity gradient (dissolved salt in water at a set concentration). This solar pond is composed of three different stratified zones. The aim of the present work is to determine the temperature horizontal profile within a given layer and the temperature vertical profile through the different layers of the solar pond as a function of the solar pond heating up time. The mathematical model used in this work is based on the heat conduction equation with external heat source. The source strength has been evaluated (assessed) statistically over the period of the last five years according to the meteorological station data of Annaba "Les salines." Conductive heat transfer equation with suitable initial and boundary conditions is solved numerically using finite difference method with Crank-Nicholson scheme. The convergence, the stability and the consistency criteria of the used numerical scheme is also focused in this work.

**Key words:** Solar pond - Temperature distribution - Time of filling – Discretization – Crank-Nicholson - Convergence – Stability - Consistency.

\*Auteur correspondant : [abdelli\\_ammam@yahoo.fr](mailto:abdelli_ammam@yahoo.fr)

## INTRODUCTION

En 1902, le scientifique russe Von-Kalecsinskin a observé dans la mer morte des lacs où une couche d'eau douce est superposée à une autre plus dense et plus chaude [1]. La découverte de ce phénomène associée aux problèmes de pollution causés par l'utilisation des sources d'énergie primaire a poussé beaucoup de chercheurs à travailler sur les énergies renouvelables (bioénergie, éolienne, hydroélectrique, solaire, thermique). La plupart des systèmes d'énergie solaire rassemblent cette énergie pour l'usage immédiat mais n'ont pas la capacité de l'emmagasiner dans de différentes conditions de météorologie et dans la durée [2]. La technologie des étangs solaires à gradient de salinité est basée sur la collecte et le stockage de l'énergie solaire à l'aide de la réalisation d'un gradient de sel constitué de couches stratifiées [3]. L'absorption du rayonnement solaire par les différentes couches du bassin provoque un gradient de température à l'intérieur de l'étang solaire.

Cette étude de la performance thermique entre dans le cadre de la réalisation et la conception d'un étang solaire, premier bassin en Algérie en cours de construction ; tout en exploitant les données météorologiques fournies par la station des salines d'Annaba. Certes, beaucoup d'études ont été faites dans le domaine du photovoltaïque, de l'énergie éolienne, etc... et la littérature scientifique spécialisée est très riche et abondante dans cette thématique [4]. Cependant, dans le domaine de la captation et du stockage de l'énergie solaire, simultanément à l'aide de bassins solaires rien n'a été fait jusqu'à présent dans notre pays ; néanmoins et, heureusement, ce travail vient initier et combler un vide concernant la technologie des étangs solaires à gradient de salinité (SGSP) en Algérie. C'est pourquoi notre choix, d'intérêt national, vu le gisement solaire considérable du pays, s'est porté sur ce dernier thème de recherche afin d'apporter notre modeste contribution dans ce domaine.

A travers cette réalisation, doit-on dire que l'Algérie s'est dotée de son premier bassin solaire à l'instar des autres pays (environ une quarantaine de contrées) ?

Les retombées de cette analyse permettront sans doute une bonne compréhension du comportement des étangs (SGSP). Concernant la modélisation mathématique des phénomènes

de transfert de masse et de chaleur, la thermodiffusion [5] et surtout la maîtrise scientifique du problème de stabilité physique, à savoir le maintien des stratifications des couches pour une exploitation sûre et durable. Ces derniers constituent des thèmes d'actualité et de recherche accrue au sein des laboratoires à travers le monde. Les résultats obtenus constitueront une banque de données relative à la localisation géographique de l'étang solaire (Annaba), les propriétés du sol ainsi que le paramètre d'ensoleillement.

A cet effet, on doit noter que l'étang solaire expérimental installé au sein de l'université d'Annaba de coordonnées, 36° 54' 15" Nord 7° 45' 07" Est, et ayant les dimensions suivantes : Une surface d'environ 45 m<sup>2</sup> avec une profondeur de 2 m, creusée à même le sol. Les parois sont recouvertes avec une bâche en PVC afin de minimiser les pertes de chaleur vers l'extérieur. Ce dernier paramètre a été pris en considération comme hypothèse dans cette présente étude. Les thermocouples en chrome-alumel (type K) sont confectionnés et étalonnés au laboratoire, et sont espacés dans la paroi de l'étang dans un intervalle de 10 cm chacun.

Ici, nous donnons chronologiquement un état de l'art relatif à la modélisation des étangs solaires.

Le premier modèle d'atténuation de l'énergie lumineuse au sein d'un étang solaire a été proposé par Rabl et Nilsen [6]. En effet, ce modèle a été conçu d'après les données météorologiques aux USA.

Bryant et Colbeck [7] ont proposé un modèle logarithmique, plus simple qui prend en considération la profondeur de l'étang.

Hawllader et Brinkworth [8] développent un modèle plus rigoureux en tenant compte de la surface de l'eau de l'étang.

Et enfin Giestas et al [9] proposent un modèle dont la radiation est une fonction exponentielle décroissante avec la profondeur. Ce modèle a été adopté dans ce présent travail.

Ce travail a pour objectif essentiel la simulation numérique de la performance thermique d'un étang solaire en régime transitoire, en cours de réalisation à l'université d'Annaba (Algérie).

## 1. DESCRIPTION ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

L'étang solaire se compose de trois zones (voir figure 1) :

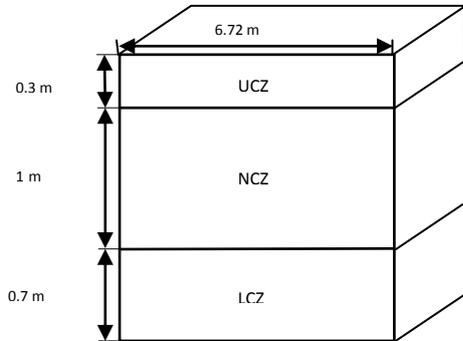


Figure 1. Schéma représentant les trois zones composant l'étang solaire

- une zone supérieure où la salinité et la température sont relativement basses et uniformes.
- une zone de gradient de température et de salinité située au milieu de l'étang appelée NCZ. Cette dernière a pour rôle d'isoler thermiquement la zone chaude LCZ de la zone froide UCZ.
- la zone inférieure (LCZ) où la zone de stockage de chaleur dont la salinité et la température sont élevées.

C'est à partir de cette zone qu'on extrait la chaleur par l'intermédiaire de l'eau chaude tout en l'envoyant dans des échangeurs pour différentes applications telles que l'air conditionné, la production d'électricité, dessalement, etc...

Pour l'étude et l'analyse des performances thermiques des étangs solaires, la majorité des auteurs adoptent un modèle de calcul unidimensionnel avec des faibles mouvements convectifs au fond de la couche inférieure LCZ (couche de stockage).

Dans cette étude, on utilise un modèle mathématique et numérique reposant sur une condition initiale et des conditions aux limites. En outre, on fait appel à un schéma numérique implicite reposant sur la discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode de Crank-Nicholson laquelle possède des

propriétés qualitatives importantes telle que la stabilité [10].

Les pas de discrétisation du temps et de l'espace sont pris successivement comme le quart, le huitième et le seizième de la durée totale 92 jours et de l'épaisseur de la NCZ de 1m, respectivement. Ainsi :

$$\Delta x = \Delta t = \frac{1}{4}, \Delta x = \Delta t = \frac{1}{8}, \Delta x = \Delta t = \frac{1}{16}$$

On considère les pourcentages massiques en salinités suivants :

$$s = 6\% ; s = 12\% ; s = 18\% ; s = 24\%.$$

Un maillage de plus en plus fin est considéré en tenant compte de la variation des propriétés physique et thermodynamique. La motivation principale de la réalisation de ce travail est l'étude de la convergence, la stabilité et la consistance du schéma numérique utilisé.

La contribution essentielle de ce travail réside dans l'utilisation pour la première fois des données météorologiques de la ville d'Annaba. Cette étude concerne les températures ambiantes et locales de la ville d'Annaba pour les cinq dernières années après un traitement statistique.

Les prédictions sont obtenues pour des conditions opératoires réelles relatives à deux saisons différentes opposées thermiquement (l'été et l'hiver) soit 92 jours pour chaque saison.

A la base de cette étude les hypothèses sont :

- Les températures des deux cotés de l'interface NCZ-LCZ sont les mêmes.
- La couche NCZ joue le rôle d'un isolant thermique entre la couche LCZ et UCZ.
- La température dans la frontière en  $x = \ell$  est donnée.

A notre connaissance les critères de convergence, de stabilité et de consistance trouvent leur première application dans un cas réel : l'étang solaire. La détermination des dits paramètres sera d'une grande importance dans le contrôle de la stabilité physique des couches de NCZ.

La distribution de la chaleur dans NCZ est régie par l'équation suivante [1]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k \partial^2 T}{\rho C_p \partial x^2} - \frac{1}{\rho C_p} \frac{dE}{dx}, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad (1)$$

Il faut savoir que les propriétés physiques et thermodynamiques telles que la conductivité thermique  $k$ , la masse volumique  $\rho$ , la chaleur spécifique  $C_p$  et le rayonnement solaire  $E$  changent d'une couche à une autre suivant les formules suivantes :

-La conductivité thermique  $k$  [2] est donnée par la formule suivante :

$$k = \exp[\ln A + B.C] \quad (2)$$

Où :

$$A = (0.24 + 0.2s)$$

$$B = 2.3 - \frac{343.5 + 370s}{T}$$

$$C = \left(1 - \frac{T}{647 + 30s}\right)^{1/3}$$

- La masse volumique  $\rho$  est donnée par Jaefarzadeh [3] :

$$\rho = 998 - 0.4(T - 293.15) + 650.s \quad (3)$$

L'absorption du rayonnement solaire  $E$  par l'étang est donnée par [11] :

$$E = E_a e^{-\mu x} \quad (4)$$

Ici, on considère que l'eau est moyennement turbide correspondant à un coefficient d'extinction  $\mu$  de  $0.6m^{-1}$  pour une profondeur  $x$ . La chaleur spécifique  $C_p$  exprimée en fonction de la température est déterminée par interpolation linéaire des données fournies par Haynes [12] (voir tableau 1).

Tableau 1. Chaleur spécifique en fonction de la température

T(K)	$C_p$ (J. kg <sup>-1</sup> . °C <sup>-1</sup> )
288.15	4187
293.15	4137
298.15	4033
303.15	3936
308.15	3776
313.15	3641
318.15	3529
323.15	3486
328.15	3455
333.15	3430
338.15	3414
373.15	3414

### Conditions, initiale et aux limites

La condition initiale est donnée par:

$$T(x, 0) = T_a \quad \text{pour } 0 \leq x \leq \ell \quad (5)$$

Cette condition signifie que la température initiale sur toute la profondeur du bassin est la même et égale à la température à l'instant  $t = 0$ .

Les conditions aux limites peuvent s'écrire :

$$T(0, t) = T_a \quad (6)$$

A la frontière  $x = \ell$  du bassin solaire, on installe des thermocouples dans la paroi pour mesurer les températures dans chaque couche de NCZ de telle sorte que :

$$T(\ell, t_j) = \begin{cases} T_a & \text{Pour } j = 1 \text{ c-à-d à la surface} \\ T_{mj} & \text{Pour } j > 1 \text{ c-à-d à la frontière} \end{cases} \quad (7)$$

Il faut noter que la condition initiale et les conditions aux limites sont les mêmes que celles considérées par Saxena [1].

Enfin, le problème (1), (6) et (7) admet une solution unique [13] qui est infiniment dérivable par rapport à  $x$  et  $t$  [14].

### 2. DISCRETISATION DU PROBLEME

Appliquons la méthode des différences finies et le schéma de Crank-Nicholson pour discrétiser l'équation régissant le comportement thermique transitoire de l'étang solaire (1) [10].

Divisons le domaine spatial  $[0, \ell] = [0, 1]$  en  $M$  sections chacune de longueur  $\Delta x = \ell/M$  et le domaine temporel  $[0, T] = [0, 1]$  en  $N$  segments où 1 représente 92 jours dans notre cas, chacun possédant une durée  $\Delta t = T/N$ .

En Posant  $x = i\Delta x$  pour  $i = 1, 2, \dots, M, M+1$ , et  $t = j\Delta t$  pour  $j = 1, 2, \dots, N, N+1$ , l'équation(1) s'écrit :

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = \frac{k}{\rho C_p} \frac{[T_{i+1,j+1} - 2T_{i,j+1} + T_{i-1,j+1} + T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}]}{2(\Delta x)^2} - \frac{[E_{i+1} - E_{i-1}]}{2\Delta x \rho C_p} \quad (8)$$

En posant  $r = \frac{k\Delta t}{\rho C_p(\Delta x)^2}$ , on obtient :

$$\frac{r}{2}T_{(i-1,j)} + \frac{r}{2}T_{i-1,j+1} + (1-r)T_{i,j} - (1+r)T_{i,j+1} + \frac{r}{2}T_{i+1,j} + \frac{r}{2}T_{i+1,j+1} = \frac{r\Delta x[E_{i+1} - E_{i-1}]}{2k} \quad (9)$$

r étant le paramètre de stabilité du schéma de discrétisation. Pour déterminer les inconnues,

on fixe j et on fait varier i de 1 à M, on obtient alors l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{r}{2} & 1-r & \frac{r}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{2} & 1-r & \frac{r}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r}{2} & 1-r & \frac{r}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{0,j} \\ T_{1,j} \\ T_{2,j} \\ T_{3,j} \\ T_{4,j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & -(1+r) & \frac{r}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{2} & -(1+r) & \frac{r}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r}{2} & -(1+r) & \frac{r}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{0,j+1} \\ T_{1,j+1} \\ T_{2,j+1} \\ T_{3,j+1} \\ T_{4,j+1} \end{bmatrix} = \frac{r\Delta x}{2k} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_4 \\ E_5 \end{bmatrix} \quad (10)$$

L'utilisation de la condition initiale et des conditions aux limites donne le tableau 2.

Tableau 2 . Condition initiale et conditions aux limites

t ↓	x →	Δx				
	Δt	0	0.25	0.50	0.75	1.00
	0	T <sub>a</sub>				
	0.25	T <sub>a1</sub>	T <sub>11</sub>	T <sub>21</sub>	T <sub>31</sub>	T <sub>m1</sub>
	0.50	T <sub>a2</sub>	T <sub>12</sub>	T <sub>22</sub>	T <sub>32</sub>	T <sub>m2</sub>
	0.75	T <sub>a3</sub>	T <sub>13</sub>	T <sub>23</sub>	T <sub>33</sub>	T <sub>m3</sub>
1.00	T <sub>a4</sub>	T <sub>14</sub>	T <sub>24</sub>	T <sub>34</sub>	T <sub>m4</sub>	

NCZ (non convective zone)

On fait remarquer que T<sub>m1</sub>, T<sub>m2</sub>, T<sub>m3</sub>, T<sub>m4</sub> sont des températures mesurées par les thermocouples dans chaque couche de NCZ. Les températures avoisinantes dans NCZ sont données par [15] :

$$T_{a_{p+1}} = \frac{T_{a_p} + T_{m_p} + \sum_{k=1}^{n-1} T_{k_p}}{n+1} \quad (11)$$

où p = 1, 2, ..., n

n : nombre de couches ;

T<sub>m</sub> : température à la frontière x = ℓ ;

T<sub>a</sub> : température ambiante.

Finalement, en adoptant le même raisonnement pour le deuxième et le troisième maillage, on obtient un système linéaire de la forme **AX = B** où **A** est une matrice creuse i.e. contenant de nombreux zéros.

**X** : représente le champ de température à déterminer.

**B** : représente le vecteur des constantes du membre droit de l'équation discrétisée.

Pour le pas h = Δx = 1/16 la dimension de la matrice **A** augmente considérablement : pour h = 1/4, nous obtenons 3×4 inconnues, pour h = 1/8, 7×4 inconnues alors que pour h = 1/16, ce nombre atteint 16×4 inconnues.

On fait appel alors aux méthodes itératives et particulièrement à la méthode de Gauss-Seidel pour sa grande stabilité relativement aux erreurs d'arrondi [10]. Ceci justifie l'utilisation du logiciel MATLAB comme outil de résolution numérique.

Il est à noter qu'on a utilisé, dans le présent travail, la version [R2006a] du logiciel MATLAB, acquis par le laboratoire LANOS, Université de Annaba.

### 3. RESULTATS ET DISCUSSION

#### 3.1 Choix des maillages

Le présent travail consiste à calculer la température en fonction du temps à travers les trois maillages :

**Premier maillage**

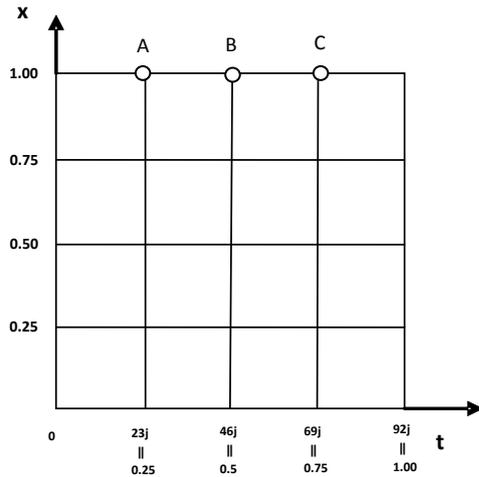


Figure 2. Représentation de 1<sup>er</sup> maillage pour le pas de discrétisation  $\Delta x = \Delta t = 1/4$

**Deuxième maillage :**

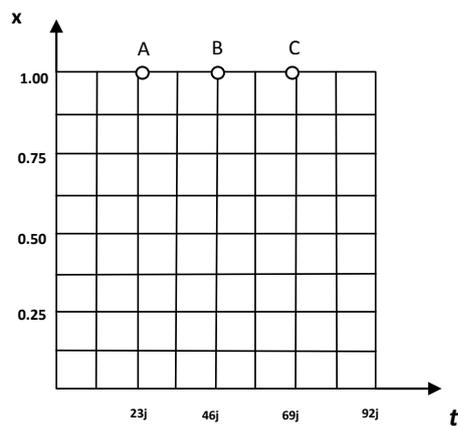


Figure 3. Représentation de 2<sup>ème</sup> maillage pour le pas de discrétisation  $\Delta x = \Delta t = 1/8$

**Troisième maillage**

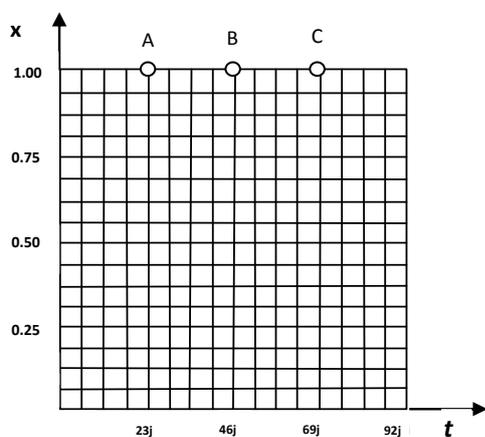


Figure 4. Représentation de 3<sup>ème</sup> maillage pour le pas de discrétisation  $\Delta x = \Delta t = 1/16$

**3.2 Le profil de température**

Le profil de températures suivant la salinité est donné par rapport aux points A, B, C (Tab. 3 et 4 ; Figs. 5 et 6) qui sont situés respectivement à gauche, au milieu et à droite de la zone NCZ. Les points A et C (Figs. 7 et 8) représentent les points où les pertes de la chaleur sont nulles selon l’hypothèse donnés ci-dessus.

Tableau 3. L’évolution de la température en fonction de la salinité aux points A, B, C pendant la saison d’hiver.

h \ s	6%	12%	18%	24%
1/4	289.9697	294.5883	299.1228	303.5801
1/8	290.0594	294.8952	299.4777	303.6176
Erreur relative (%)	0.0241	0.0998	0.1146	0.0071
1/16	290.0396	294.8827	299.4661	303.6019
Erreur relative (%)	0.0068	0.0042	0.0038	0.0052

Le point A

h \ s	6%	12%	18%	24%
1/4	289.4888	293.7843	298.0622	302.3223
1/8	289.3717	293.7654	298.0515	301.9602
Erreur relative (%)	0.0423	0.0071	0.0029	0.1179
1/16	289.3663	293.7634	298.0535	301.9661
Erreur relative (%)	0.0019	0.0007	0.0007	0.0019

Le point B

h \ s	6%	12%	18%	24%
1/4	289.7534	294.4922	299.0431	303.4224
1/8	289.9721	294.8165	299.3998	303.4628
Erreur relative (%)	0.0689	0.1046	0.1132	0.0124
1/16	289.9533	294.8008	299.3822	303.4602
Erreur relative (%)	0.0065	0.0053	0.0059	0.0008

Le point C

Tableau 4. L'évolution de la température en fonction de la salinité aux points A, B, C pendant la saison d'été

h \ s	6%	12%	18%	24%
1/4	308.4914	317.7634	327.0387	336.0521
1/8	308.5678	318.4444	328.1066	337.6431
Erreur relative (%)	0.0178	0.2062	0.3135	0.4652
1/16	308.5465	318.4200	328.0671	337.6229
Erreur relative (%)	0.0069	0.0077	0.0120	0.0059

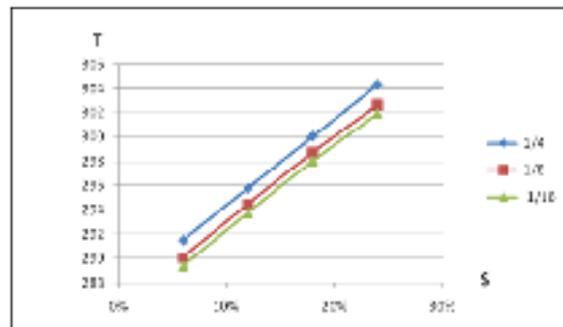
Le point A

h \ s	6%	12%	18%	24%
1/4	307.6100	316.3620	325.1847	333.7368
1/8	307.3024	316.3385	325.4888	334.6621
Erreur relative (%)	0.1042	0.0159	0.0840	0.2717
1/16	307.2896	316.3114	325.4583	334.6463
Erreur relative (%)	0.0042	0.0086	0.0094	0.0066

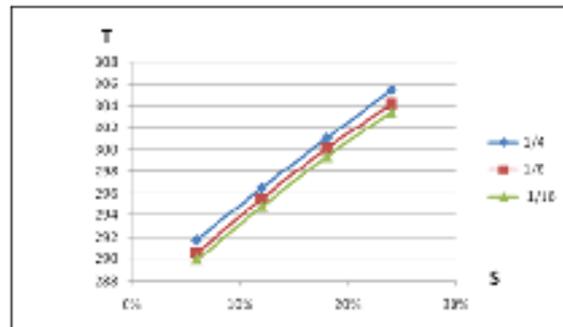
Le point B

h \ s	6%	12%	18%	24%
1/4	308.3524	317.5226	327.2613	335.8900
1/8	308.4002	317.9341	327.5824	336.2913
Erreur relative (%)	0.0152	0.1288	0.0945	0.1165
1/16	308.3995	317.9323	327.5711	336.2821
Erreur relative (%)	0.0002	0.0006	0.0034	0.0027

Le point C

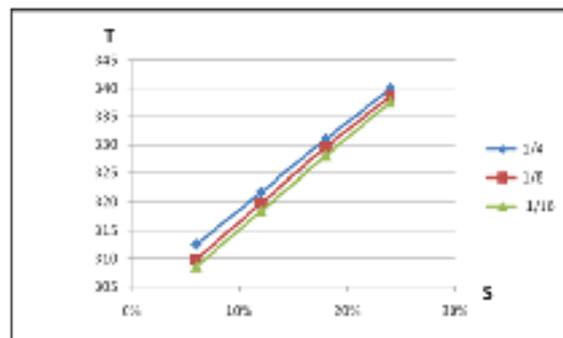


Le point B

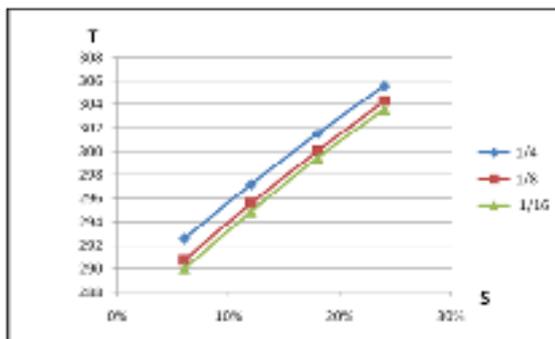


Le point C

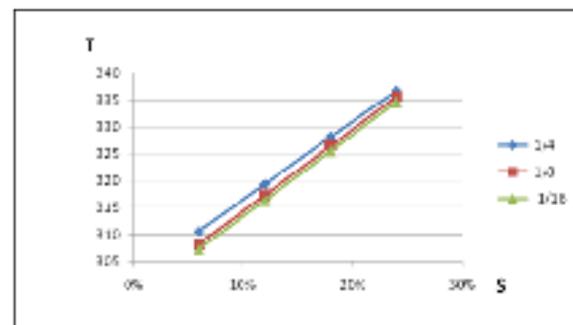
Figure 5. Profil vertical de températures en fonction de la salinité le long des différentes couches de NCZ aux points A, B, C pour les pas de discrétisation  $h = 1/4, 1/8$  et  $1/16$  pendant la saison d'hiver.



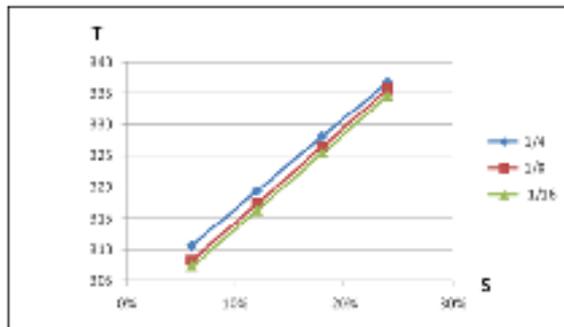
Le point A



Le point A



Le point B



Le point C

Figure 6. Profil vertical de températures en fonction de la salinité le long des différentes couches de NCZ aux points A, B, C pour les pas de discrétisation  $h = 1/4, 1/8$  et  $1/16$  pendant la saison d'été.

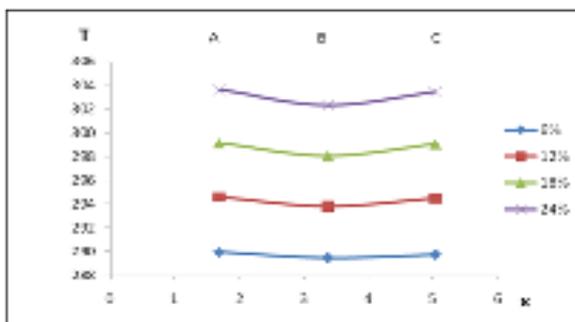


Figure 7. Profil de températures horizontales en fonction de la salinité pendant la saison d'hiver.

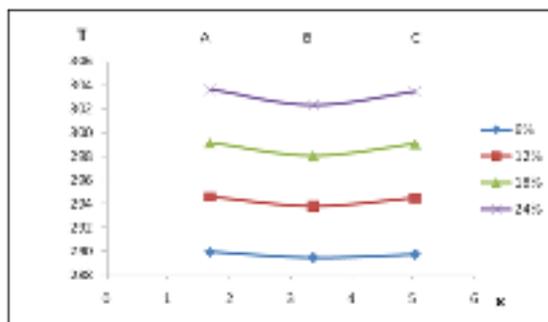


Figure 8. Profil de températures horizontales en fonction de la salinité pendant la saison d'été.

### 3.3 Discussion

Pour le calcul de l'erreur on a pris comme solution de référence  $u_{ref}$ , la plus fine parmi les solutions envisagées i.e.  $h=1/16$ .

L'erreur relative en pourcentage est définie, par  $\left| \frac{u_{ref} - u_h}{u_{ref}} \right| \times 100$ .

$u_h$  étant la solution pour un  $h$  donné.

Les tableaux 3 et 4 et figures 5 et 6 montrent que cette erreur décroît au fur et à mesure que  $h$  tend vers zéro. Ceci montre une tendance de convergence de la solution approchée vers la

solution exacte corroborant ainsi le résultat théorique de convergence donné par la proposition 11.6 de la référence [13]. L'ordre de convergence est même quadratique par rapport à  $\Delta x$  et  $\Delta t$  c.-à-d  $O(\Delta x^2 + \Delta t^2)$ . En outre, pour un pas donné, une linéarité de la température en fonction de la salinité est confirmée corroborant ainsi les résultats obtenus par Ben Mansour [2].

Les pentes aux points A et C sont très proches l'une de l'autre et sont données respectivement par 83.74% et 82.63%. Le gradient de la température selon la salinité qui n'est pas très discuté dans la littérature pourrait être un paramètre de l'équilibre physique de l'étang solaire i.e. conservation du gradient de salinité. Il est connu que dans un étang solaire, il y a une dynamique qui se crée entre le transfert de chaleur diminuant la masse volumique et la concentration de sel augmentant celle-ci.

Tant que la masse volumique de la couche inférieure et adjacente est supérieure à celle de la couche immédiatement au dessus, l'étang maintient son équilibre physique et ainsi la stratification sera maintenue.

Il est intéressant de noter que la température au point B est plus basse qu'aux points A et C. Ceci s'explique par l'absorption du rayonnement solaire par les parois de l'étang et sa transformation en chaleur (Fig. 5 à 8).

La température atteint un maximum de 64 °C en été et 30 °C en hiver dans la zone de stockage LCZ, selon les conditions de notre étang. Ceci indique le moment approprié de remplissage de l'étang.

Pendant la période estivale, on remarque que les différentes courbes, concernant les points A, B, C, convergent et deviennent confondues pour les concentrations de sel élevées (24%) quelque soit le pas choisi. Ce qui n'est pas le cas pour la période hivernale. Ceci s'explique par l'influence dominante de la température par rapport à la salinité pendant la période estivale.

### 3.2.1 Validation des résultats

Les travaux de Benmansour [2] ainsi que ceux d'Alimi cités dans [11] traitent de problèmes similaires des étangs solaires dans des régions à conditions climatiques comparables à celles d'Annaba qui est environ à 200 km à vol d'oiseau de leur étang solaire situé en Tunisie.

La figure 9 montre bien une concordance entre leurs travaux ( $\mu = 0.8$ ) et les nôtres ( $\mu = 0.6$ ) malgré la différence dans le coefficient d'extinction (turbidité)  $\mu$ .

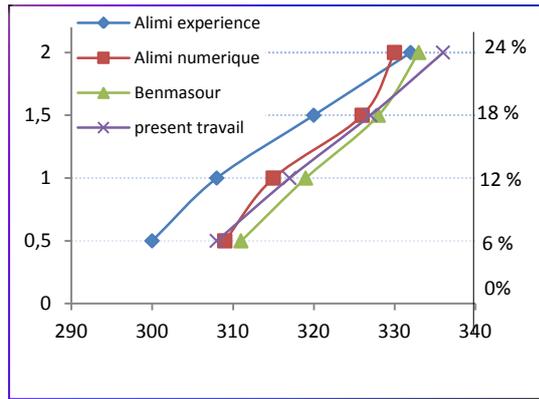


Figure 9. Comparaison du présent travail avec les travaux précédents.

## CONCLUSION

Le comportement de l'étang solaire a été simulé mathématiquement à partir d'un modèle unidimensionnel transitoire par l'utilisation d'un schéma numérique reposant sur la méthode de Crank-Nicholson tout en tenant compte de l'influence des propriétés physiques et thermodynamiques telles que la conductivité thermique  $k$ , la masse volumique  $\rho$ , la chaleur spécifique  $C_p$  et le rayonnement solaire  $E$ . Ceci a permis de tirer les conclusions suivantes :

- Confirmation de la linéarité de l'évolution du champ de température au sein de l'étang qui a été prouvée expérimentalement.

- Les valeurs de température pour une concentration donnée se rapprochent au fur et à mesure que le pas de discrétisation devient de plus en plus petit i.e. une tendance de la convergence vers la solution exacte.

- Les résultats obtenus après 92 jours : le calcul donne pour l'hiver une température maximale de la zone de stockage ( $T_{max} = 30^\circ\text{C}$ ) et pour l'été une température maximale ( $T_{max} = 64^\circ\text{C}$ ). Donc, il est préférable de faire le remplissage de l'étang au début de la saison d'été pour atteindre rapidement la température fonctionnelle de l'étang solaire où celle-ci est posée dans notre cas, à  $60^\circ\text{C}$  ou plus.

Les résultats obtenus dans ce présent travail par simulation de l'équation de conduction de chaleur doit être prochainement validés expérimentalement une fois que l'étang solaire sera fonctionnel.

## REFERENCES

[1] Saxena A.K., Sugandhi S. & Husain M., 2009. Significant depth of ground water table for thermal performance of salt gradient solar pond, *Renewable Energy*, Vol. 34, (3), 790–793.

[2] Ben Mansour R., 2003, Etude numérique du comportement transitoire d'un étang solaire à gradient de salinité, thèse doctorat Université de Moncton, Canada, 132p

[3] Jaefarzadeh M.R., 2004. Thermal behavior of a small salinity-gradient solar pond with wall shading effect, *Solar Energy*, Vol.77(3), 281-290.

[4] Pierce M. A., 2012, Encyclopedia of Energy, Salem Press, 1472p.

[5] Sankar M., Beomseok K., Lopez J.M. & Younghae D., 2012. Thermosolutal convection from a discrete heat and solute source in a vertical porous annulus, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.55 (15-16), 4116-4128.

[6] Rabl A., Nielsen C.E., 1975. Solar ponds for space heating, *Solar Energy*, Vol. 17(1), 1-12.

[7] Bryant H. C. & Colbeck I., 1977, A solar pond for London, *Solar Energy*, Vol. 19 (3), 321-322.

[8] Hawlader M. N. A. & Brinkworth B. J., 1981. An analysis of the non-convecting solar pond, *Solar Energy*, Vol. 27 (3), 195-204.

[9] Giestas M., Pina H. & Joyce A., 1996. The influence of radiation absorption on solar pond stability, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 39 (18), 3873-3885.

[10] Repin S., & Tiihonen T., 2013. Numerical Methods for Differential Equations, Optimization, and Technological Problems, Springer.

[11] Ben Mansour R., Nguyen C. T. & Galanis N., 2006. Transient heat and mass transfer and long-term stability of a salt-gradient solar pond, *Mechanics Research Communications*, Vol. 33 (6), 233–249.

[12] Haynes W.M., 2012-2013. Handbook of Chemistry and Physics, 93<sup>rd</sup> Edition, CRC Press, 2664p.

[13] Mattheij R. M. M., Rienstra S. W. & TenThije Boonkkamp J. H. M., 2005. Partial Differential Equations : Modeling, Analysis, Computation. Society for Industrial and Applied Mathematics, 659 p.

[14] Strikwerda J.C., 2007. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, 2<sup>nd</sup> edition, SIAM, 184 p.

[15] Çengel Y. A., 2007. Introduction to Thermodynamics and Heat, McGraw-Hill Higher Education, 880p.

## NOMENCLATURE

$C_p$  : chaleur spécifique du fluide [ $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ].

$E_a$  : rayonnement Solaire Surface libre de l'étang [ $\text{W.m}^{-2}$ ].

$E$  : rayonnement solaire [ $\text{W.m}^{-2}$ ];

$k$  : conductivité thermique [ $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ];

$x$  : profondeur du bassin [m];

$T_a$  : température locale ambiante [K];

$\rho$  : masse volumique [ $\text{kg.m}^{-3}$ ].