

## Transfert de chaleur dans un canal Partiellement rempli d'une matière poreuse

Benmerkhi Meriem, & Afrid Mohamed

*Laboratoire de Physique Energétique  
Département de Physique Université Mentouri-Constantine- Algérie*

Accepté le : 18/07/2011

### ملخص

هذه الدراسة تتعلق بمحاكاة رقمية للإنتقال الحراري داخل قناة مملوءة جزئياً بمادة نافذة مشبعة بالهواء. القناة الأفقية مجزأة إلى ثلاثة أجزاء متساوية، فقط الجزء الثاني مملوء بالمادة النافذة. جداري الثلث الأول و الأخير كظومين ونافذين. لكن جداري الجزء الثاني موضوعين في درجة حرارة ثابتة أقل من درجة حرارة الجريان عند المدخل. نستعمل طريقة الحجوم المنتهية دقتها من الدرجة الثانية بالنسبة للفضاء و الزمن. لحل معادلات الإستمرارية، انحفاظ كمية الحركة، انحفاظ الطاقة. وجود الوسط النافذ يزيد بصفة معتبرة الإنتقال الحراري. من أجل عدد قرأشوف يساوي  $10^4$ ، نتائج الحمل الحراري المزدوج شبيهة بنتائج الحمل الحراري القسري. بينما رفع هذا العدد إلى  $10^5$  يؤدي إلى فوارق صغيرة بين نتائج الحمل الحراري المزدوج و القسري.

**الكلمات المفتاحية** : وسط نافذ - قناة أفقية - الإنتقال الحراري - الحمل المزدوج - الحجوم المنتهية.

### Résumé

Cette étude concerne une simulation numérique du transfert de chaleur dans un canal partiellement rempli d'une matière poreuse saturée de l'air et d'une certaine concentration de la vapeur d'eau. Le canal horizontal est divisé en trois parties égales, seulement la deuxième partie contient de l'air en écoulement à travers la matière poreuse. Les parois du premier et troisième tiers sont considérées adiabatiques et imperméables, mais celles du deuxième sont maintenues à une température constante inférieure à celle de l'écoulement à l'entrée. La méthode numérique des volumes finis avec une discrétisation spatiotemporelle du second ordre, est utilisée pour la résolution des équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement, de l'énergie. La présence du milieu poreux augmente considérablement le transfert thermique. Pour le nombre de Grashof égal à  $10^4$ , les résultats de la convection mixte sont similaires à ceux de la convection forcée. Cependant, l'augmentation du nombre de Grashof à  $10^5$ , conduit à des petites différences entre les résultats de la convection forcée et mixte.

**Mots clés** : Milieu poreux - Canal horizontal - Transfert thermique - Convection mixte - Volumes finis.

### Abstract

This study concerns a numerical simulation of the heat transfer in a horizontal plane channel partially filled with a porous material, which is saturated with air. The channel space is divided into three equal parts; only the second part is filled with the porous material. The walls of the first and third parts are considered adiabatic and impermeable, but those of the second part are maintained at a constant temperature that is lower than that of the flow at the channel entrance. A finite volume numerical method with a second order accurate discretization is used for the solution of the conservation equations of mass, momenta and energy. The presence of the porous medium increases considerably the heat transfer. For the Grashof number equal to  $10^4$ , the mixed convection results are similar to those of the forced convection. However, the increase of the Grashof number to  $10^5$ , led to small differences between the forced and mixed convection results.

**Key words**: Porous medium - Horizontal channel - Heat transfer - Mixed convection - Finite volumes.

Auteurcorrespondant : [Benmerkhi\\_meriem@yahoo.fr](mailto:Benmerkhi_meriem@yahoo.fr)

## 1. INTRODUCTION

Le phénomène de transfert de chaleur dans les milieux poreux est un domaine de recherche très actif et d'actualité. Un milieu poreux est une matrice solide rigide qui comporte des vides (pores) qui peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides (gaz ou liquide) pouvant s'écouler et, éventuellement, échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie [1]. Pour les deux dernières décennies, il y a eu un intérêt croissant du transfert thermique convectif dans les milieux poreux [2,7]. Plusieurs études ont démontré que l'utilisation d'une matrice poreuse améliore le transfert thermique par convection forcée mais augmente la chute de pression dans les conduits [7]. Les phénomènes de transfert dans les milieux poreux sont rencontrés dans la nature et dans plusieurs applications industrielles. Des exemples sont : les écoulements des eaux souterraines, l'exploitation des gisements d'hydrocarbures, le séchage et la déshumidification du bois, le refroidissement des instruments électroniques et le transport des polluants dans les sols. Un choix judicieux de la matrice poreuse permet d'augmenter les échanges thermiques par convection dans un échangeur de chaleur annulaire partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux. Pour cette application, il est possible d'améliorer les transferts thermiques sans augmenter les surfaces d'échanges. Plusieurs études ont été consacrées aux transferts thermiques dans les milieux poreux. Kaviany [3] a étudié un écoulement laminaire à travers un canal poreux limité par deux plaques parallèles maintenues à une température uniforme par le modèle de Darcy modifié. Il a négligé le terme du carré de la vitesse dans l'équation de quantité de mouvement et le terme de conduction axiale dans l'équation d'énergie pour montrer que le nombre de Nusselt, pour les champs complètement développés, augmente avec

le paramètre de forme du milieu poreux  $q=(W^2\phi/K)^{1/2}$ , où  $W$  est la largeur du canal,  $\phi$  la porosité et  $K$  la perméabilité du milieu poreux. Les résultats montrent aussi que l'excès de la chute de pression, associé à la région d'entrée, décroît lorsque le paramètre  $q$  augmente. Chou *et al.* [4] ont étudié expérimentalement la convection mixte non Darcy complètement développée. Des lits de sphères emballées sont placés sur des canaux horizontaux. Ils ont pris la dispersion thermique en considération. Les résultats théoriques confirment ceux qui sont expérimentaux pour un rapport des diamètres du canal et de sphère ( $D/d=10$ ). Ils ont trouvé qu'avec un nombre de Péclet faible, l'effet de flottabilité affecte significativement la structure d'écoulement secondaire et le taux du transfert thermique. Avec un nombre de Rayleigh fixe, l'effet de flottabilité peut être supprimé lorsque le nombre de Péclet augmente. Les valeurs du nombre de Nusselt dans la région complètement développée dépendent des nombres du Rayleigh et Péclet et du rapport des diamètres du canal et de sphère. Sung *et al.* [5] ont étudié numériquement les caractéristiques du transfert thermique par convection forcée dans un canal partiellement poreux ( $\phi=0.9$ ) avec des parois adiabatiques et une source de chaleur isolée dans le canal. Deux types des endroits du bloc poreux sont considérés, (a) à la paroi supérieure et (b) à la paroi inférieure. Ils ont travaillé avec les paramètres suivantes:  $Re = 10-500$ ,  $10^{-6} \leq Da \leq \infty$ , une épaisseur du substrat poreux ( $0 \leq S \leq 1$ ) et un rapport des conductivités thermiques ( $0.1 \leq R_k \leq 10$ ). Ils ont utilisé la méthode des volumes finis, et ils ont trouvé une augmentation du transfert thermique accompagnée d'une grande chute de pression. La diminution de  $Da$  diminue la température maximale de la paroi dans le type (a) et l'augmente dans le type (b). L'augmentation de  $R_k$  pour un  $Da$  fixe, augmente le taux du transfert thermique. Jiang *et al.* [6] ont étudié expérimentalement le transfert thermique

par convection forcée dans un canal plan rempli de verre, de particules sphériques d'acier inoxydable ou de bronze, ils ont utilisé l'eau comme un fluide du fonctionnement. La distribution de la température locale de la paroi a été mesurée par les températures et les pressions de fluide à l'entrée et à la sortie. Les effets du diamètre de la particule, de la conductivité thermique de la particule et de la vitesse du fluide ont été examinés pour trois tailles de la particule. Le coefficient de transfert thermique et le nombre de Nusselt sont accrus avec la diminution du diamètre de la particule en bronze, mais diminués avec la diminution de diamètre de la particule de verre. Ils sont également augmentés avec l'augmentation de la conductivité thermique du matériel emballé. Rahimian *et. al* [7] ont étudié le transfert thermique d'un écoulement laminaire d'un fluide incompressible dans un canal plan divisé en trois sections, dont les parois des sections 1 et 3 sont adiabatiques. La section 2 est remplie d'une matière poreuse ( $\phi = 0.9$ ). La température des particules solides est considérée en deux types, (a) elle varie avec le temps où les parois sont à une température constante, (b) elle est considérée constante où les parois sont adiabatiques. Ils ont utilisé la méthode de MAC (Marker et Cell). Par la considération d'un équilibre thermique non local, ils ont trouvé que le nombre de Nusselt moyen varie linéairement avec le nombre de Re, une nature oscillatoire du nombre de Nusselt local près des parois à cause des vitesses oscillatoires. L'épaisseur de la couche limite thermique diminue avec l'augmentation du nombre de Re de la particule près des parois du canal. La variation du nombre total des particules solides le long du canal, cause un champ de vitesse oscillatoire impose des oscillations dans le coefficient de convection. Jiang *et. al.* [8, 9, 10] ont étudié numériquement et expérimentalement le transfert thermique de la convection forcée d'eau et de l'air, dans des canaux poreux en bronze agglomérés. Les résultats des trois

références ont montré que le transfert thermique convectif dans un canal poreux aggloméré était plus intense que dans un canal poreux non aggloméré, dû à la résistance thermique réduite de contact et à la porosité réduite près des parois du matériel aggloméré. Chang *et. al.* [11] ont étudié expérimentalement la convection mixte non Darcy dans un canal horizontal de section carrée rempli des sphères emballées sous un chauffage axial uniforme et une température uniforme de la paroi périphérique. Ils ont travaillé avec une gamme du nombre de Rayleigh ( $0 \leq Ra \leq 3 \cdot 10^5$ ) et une gamme du nombre de Péclet ( $Pe=10-200$ ). Ils ont considéré l'effet de la dispersion thermique. Avec un grand nombre de Rayleigh et un faible nombre de Péclet, l'effet de flottabilité se produit à la région d'entrée par un écoulement secondaire. Avec  $Pe = 300$ ,  $Ra = 10^5$  et  $Pr = 10$ , l'effet de flottabilité est supprimé par la domination de l'effet de la dispersion thermique. Hadim *et. al.* [12] ont étudié numériquement par la méthode des volumes finis, la convection forcée d'un écoulement laminaire avec un équilibre thermique local, entré verticalement par une fente sur un canal poreux homogène, isotropique et saturé composé par des particules métalliques agglomérées avec une paroi adiabatique. Par la considération de la dispersion thermique, ils ont trouvé que le milieu poreux avec un petit diamètre des particules produit une augmentation du transfert thermique et de la chute de pression, alors qu'avec un plus grand diamètre des particules, les augmentations citées sont réduites aux ses valeurs asymptotiques du cas non poreux. Une expérience réalisée par Tzeng *et. al.* [13] concerne les caractéristiques du transfert thermique d'un écoulement d'air dans des canaux poreux en bronze agglomérés axisymétriquement chauffés avec des cloisons métalliques en cuivre insérées périodiquement en quatre modes : (a) sans aucune cloison, (b) avec des cloisons insérées à la paroi supérieure chaude, (c) avec des cloisons insérées à la paroi inférieure adiabatique, (d) avec des

cloisons insérées aux deux parois. Le transfert thermique de tous les modes augmente avec la diminution du diamètre de la particule, surtout avec des nombres de  $Re$  élevés. Pour  $Re > 2000$ , le transfert thermique est plus grand en mode (b) et plus petit en mode (d), en lequel il était encore plus petit que celui en mode (a). Cependant, pour un  $Re$  de l'ordre de 1000, l'amélioration du transfert thermique est de 20-30% en mode (d), de 10-20 % en mode (b) et de 0-12 % en mode (c). Jaballah *et al.* [14] ont étudié la convection mixte dans un canal plan horizontal bidimensionnel contenant des couches fluides et poreuses chauffées par un flux constant sur les surfaces supérieures. Ils ont utilisé la méthode des volumes finis. Le champ thermique, les lignes de courant et les nombres locaux de Nusselt sont analysés, pour une large gamme du nombre de Darcy ( $1 < Da < 10^{-5}$ ), et pour différentes valeurs du rapport de conductivité thermique,  $R_k$ . Les résultats identifient la limite de la convection mixte et l'effet des caractéristiques de médias poreuses (perméabilité, conductivité) sur la structure d'écoulement et le transfert thermique. Hetsroni *et al.* [15] ont étudié expérimentalement l'effet de la porosité sur le transfert thermique et la chute de pression dans un canal rectangulaire avec des insertions poreuses agglomérées de différentes porosités. Ils ont trouvé qu'il y a une grande augmentation de la chute de pression du canal poreux par rapport à celle d'un canal vide, et elle augmente plus de deux fois avec une diminution de trois fois du diamètre des pores. Avec un nombre de  $Re$ , dans le régime laminaire, le nombre de Nusselt augmente plus de deux fois avec une diminution de trois fois du diamètre des pores. Dans la présente étude, le but est d'étudier numériquement le transfert de chaleur dans un canal plan horizontal bidimensionnel, partiellement rempli d'une matière poreuse saturé par l'air. La conductivité thermique de la matière poreuse est égale à 5.77 fois celle du fluide et la porosité égale à 0.8. Le nombre de Darcy est  $Da = 10^{-2}$ . Le canal

est divisé en trois parties, la première et la troisième contiennent un écoulement d'air, alors que la deuxième contient de l'air en écoulement à travers la matière poreuse. Les parois du premier et troisième tiers sont considérées adiabatiques, mais celles du deuxième sont maintenues à une température constante inférieure à celle de l'écoulement à l'entrée. Le milieu poreux est supposé isotrope et homogène. Le fluide est supposé Newtonien avec des propriétés thermophysiques constantes. L'écoulement est supposé incompressible et laminaire. Le but de ce travail est la détermination de l'effet du milieu poreux sur le transfert thermique et la différence entre les résultats de la convection forcée et la convection mixte.

## 2. GEOMETRIE DU PROBLEME

La configuration du canal et de l'écoulement est illustrée dans la figure 1.

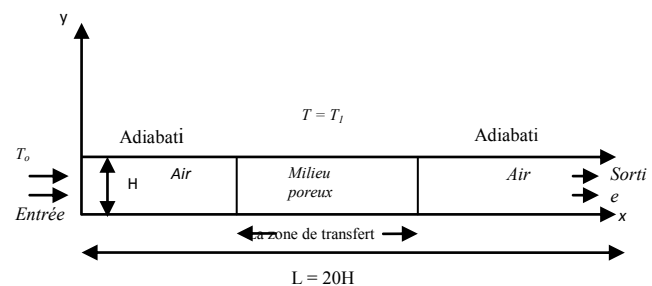


Figure. 1 : Le schéma du problème considéré

## 3. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Dans le milieu poreux, l'écoulement est modélisé par le modèle de Darcy-Forchheimer-Brinkman [2], avec les équations différentielles (non dimensionnelles) aux dérivées partielles, suivantes :

L'équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

L'équation de la quantité de mouvement suivant (x)

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(UU)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VU)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{\text{Re}Da} - \text{Cf} \frac{\sqrt{U^2 + V^2} U}{\sqrt{Da}} + \frac{1}{\text{Re}\varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] \quad (2)$$

L'équation de la quantité de mouvement suivant (y)

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{V}{\text{Re}Da} - \text{Cf} \frac{\sqrt{U^2 + V^2} V}{\sqrt{Da}} + \frac{1}{\text{Re}\varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + \frac{\text{Gr}_t}{\text{Re}^2} T \quad (3)$$

L'équation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(UT)}{\partial x} + \frac{\partial(VT)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}Pr} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{\text{Re}Pr} \frac{\partial}{\partial y} \left[ k \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (4)$$

Les conditions initiales et aux limites.

Pour  $t = 0$ ,  $U = 0$ ,  $V = 0$ ,  $T = 1$ .

Pour  $t > 0$ , à  $x = 0$ ,  $U = 1$ ,  $V = 0$ ,  $T = 1$ .

$$\text{A } x=20, \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0.$$

$$\text{A } y = 0, \begin{cases} 0 \leq x \leq 6.66 \\ 13.33 \leq x \leq 20 \end{cases} U = 0, V = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

$$\text{A } y = 0, 6.66 < x < 13.33 \quad U = 0, V = 0, T = 0.$$

$$\text{A } y = 1, \begin{cases} 0 \leq x \leq 6.66 \\ 13.33 \leq x \leq 20 \end{cases} U=0, V=0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

$$\text{A } y = 1, 6.66 < x < 13.33 \quad U = 0, V = 0, T = 0.$$

#### 4. DETAILS NUMERIQUES

On a choisi la méthode des volumes finis pour la résolution numérique des équations modélisantes. On a utilisé une discrétisation temporelle du second ordre pour tous les termes de la variation temporelle dans toutes les équations :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} = \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t}$$

La discrétisation temporelle des termes convectifs et non linéaires suit le schéma d'Adam-Bashforth (d'ordre 2):

$$\phi^{t+\Delta t} = 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t}$$

La discrétisation temporelle des termes diffusifs et de pression est implicite, ils seront évalués, sans approximation, au temps  $(t + \Delta t)$ . Le schéma des différences centrées d'ordre deux est utilisé pour la discrétisation des dérivées spatiales, par

exemple: 
$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{dy_n}$$

avec une erreur de troncature d'ordre  $(dy_n)^2$ . Les essais numériques ont été effectués pour un maillage uniforme de (202x82) avec un pas du temps de  $10^{-4}$ . On utilise un maillage typique pour la discrétisation des équations des variables dépendantes scalaires, et un maillage décalé pour les variables dépendantes vectorielles (les composantes du vecteur de vitesse). L'idée du maillage décalé, est de stocker les composantes de la vitesse sur les faces des volumes finis pour éviter la satisfaction des équations de discrétisation par des solutions numériques spatialement oscillatoires et physiquement

inacceptables. Tous les termes des équations de la conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'équation d'énergie sont double intégrés entre les limites d'un volume fini. Les résultats des intégrales sont réarrangés sous la forme standard des équations algébriques (de discrétisation). Pour résoudre les systèmes d'équations de discrétisation de vitesse, il est nécessaire de connaître les valeurs de la pression aux points du maillage typique, apparaissantes

dans les sources des équations de discrétisation [16]. Et donc, il nous faut une équation de discrétisation de la pression à chaque point intérieur du maillage typique. L'obtention d'une telle équation est possible par l'utilisation des équations de discrétisation des vitesses et de continuité [16]. Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques nous avons utilisé une méthode de solution par balayage (Sweeping) dite ligne by ligne (L B L) exposée par Patankar [17], avec l'algorithme de Thomas. La solution séquentielle des équations de discrétisation des variables dépendantes suit l'algorithme SIMPLER [17]. Les détails numériques sont exposés par Benmerkhi [16]. La convergence vers le régime permanent est vérifiée lorsque les bilans globaux de la masse et de la chaleur sont satisfaits. Un code de calcul basé sur l'algorithme précédent en langage Fortran a été utilisé et élaboré. Il a été exécuté sur un micro-ordinateur personnel disposant d'un processeur Pentium (R) 4, 3.00 GHz et de 256 Mo de RAM.

#### 5. RESULTATS

##### 5.1 Validation

Pour la validation du code de calcul élaboré, nous avons tenté de reproduire certains résultats de Sung *et al.* [5]. Ils ont étudié le transfert thermique de la convection forcée dans un canal partiellement rempli d'un milieu poreux avec une porosité égale à 0.9. Une petite partie de la paroi inférieure est chauffée par un flux de chaleur constant. Les autres parties et toute la paroi supérieure sont adiabatiques. L'épaisseur du substrat poreux (bloc poreux) est 0.5 fois la hauteur du canal. Les paramètres utilisés sont : un Rapport d'aspect (L/H) = 20, Re =100,  $C_f=0.55$ , Pr =0.72, Da= $10^{-5}$ . Le résultat de la référence cité et notre résultat sont obtenus avec un maillage de (140x50) avec un pas du temps  $\Delta t = 10^{-4}$ . Notre écoulement et celui de la référence sont présentés dans les figures 2 et 3. La

similarité des deux écoulements est apparente, et en particulier, la zone de recirculation derrière le bloc poreux. L'écoulement dans les deux figures ressemble à un écoulement derrière un bloc complètement solide, où le débit passant par ce bloc est très faible.

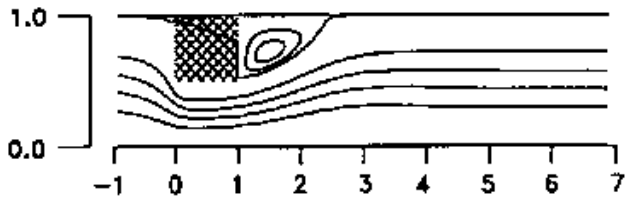


Figure 2. Modèle d'écoulement,  $Re = 100$  et  $Da = 10^{-5}$  (Notre résultat)

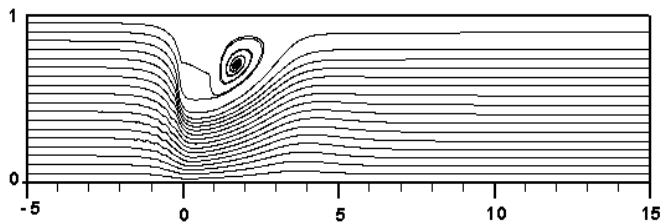


Figure 3. Modèle d'écoulement,  $Re = 100$  et  $Da = 10^{-5}$  (Résultat de la référence citée)

Dans la figure 4, on compare les profils verticaux (passant par le bloc poreux) de la vitesse horizontale. On constate que notre résultat est qualitativement en accord avec celui de la référence citée, mais quantitativement il est un peu différent. Cette différence quantitative provient du maillage non uniforme utilisé dans la référence [5], où les points du maillage ont été plus denses près de la source de chaleur, et près des parois supérieure et inférieure du canal, aussi bien qu'à l'interface (milieu poreux/fluide).

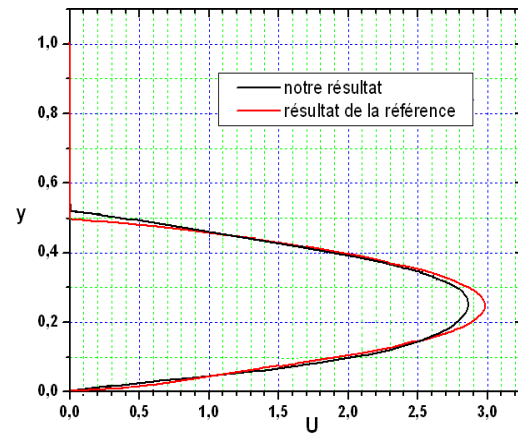


Figure 4 : Comparaison des profils verticaux de la vitesse horizontale à la moitié du bloc poreux.

## 5.2 Résultats obtenus par cette étude

Dans ce qui suit, nous présenterons les résultats de notre étude. Ces résultats sont partagés en deux parties:

- La première concerne le cas d'un canal sans la matière poreuse, considéré le cas de référence.
- La deuxième concerne la détermination de l'effet du milieu poreux sur les transferts de chaleur et la comparaison entre les résultats des convections forcée et mixte.

### 5.2.1 Cas d'écoulement dans le canal sans milieu poreux (Convection forcée)

Le modèle mathématique de ce cas est obtenu avec une porosité égale à 1 et un nombre de Darcy infini. Le cas de référence est résolu avec les paramètres de contrôle suivantes: Rapport d'aspect  $(L/H)=20$ ,  $Re = 100$ ,  $Da = 10^{30}$ ,  $C_f = 0$ ,  $\phi = 1$ ,  $Pr = 0.7$  et  $\Delta t = 10^{-4}$ .

De la figure 5, on voit le développement classique d'un écoulement dans un canal plan. L'écoulement est uniforme à l'entrée, il se développe axialement pour devenir un écoulement de Poiseuille avec un profil parabolique de la vitesse (avec un maximum égal à 1.5) axialement invariant et une chute axiale de la pression.

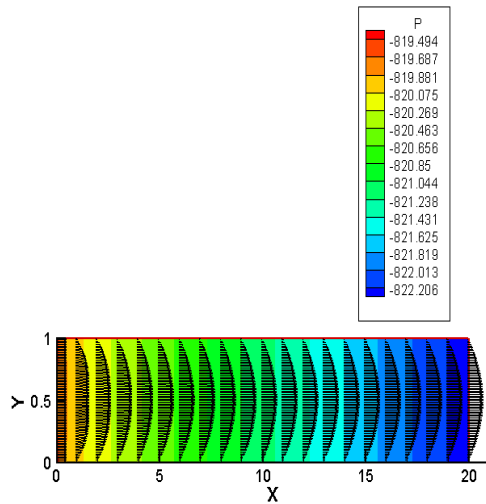


Figure 5. Champ de vitesse et de pression d'un écoulement dans un canal sans milieu poreux.

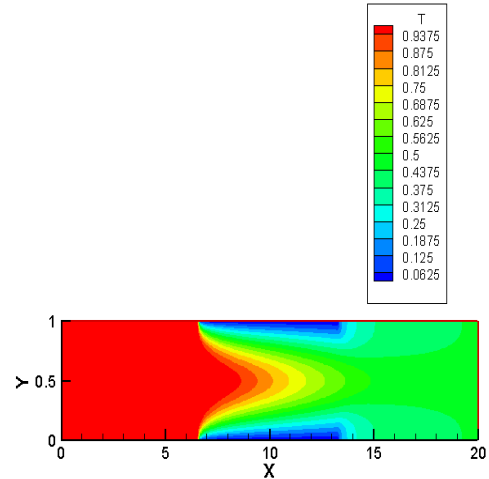


Figure 6. Distribution spatiale de la température d'un écoulement dans un canal sans milieu poreux.

La distribution de la température est représentée dans la figure 6. Entre l'entrée et le début de la zone de transfert, les parois du canal sont adiabatiques et il n'y a aucun transfert thermique entre ces parois et le fluide; et donc le fluide maintient sa température d'entrée. Dans la zone de transfert, les parois du canal sont maintenues à une température inférieure à celle du fluide à l'entrée. Dans cette zone, il y'a transfert thermique par convection et diffusion. Le refroidissement axial du fluide est remarquable. Suivant la direction transversale, on voit qu'entre la demi hauteur du canal et les parois, il y a une diminution importante de la température. Entre la sortie de la zone de transfert et la sortie du canal, les parois de ce dernier sont adiabatiques et la distribution de la température s'oriente vers une homogénéisation spatiale.

L'échange thermique est quantifié par le nombre de Nusselt qui est défini par:

$$Nu(x) = 2 \frac{\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_m - T \Big|_{y=0}} = \frac{2}{T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

pour la paroi inférieure du canal et par :

$$Nu(x) = 2 \frac{-\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1}}{T_m - T \Big|_{y=1}} = -\frac{2}{T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1}$$

pour la paroi supérieure. La variation du nombre de Nusselt local des deux parois du canal, présentée dans la figure 7 est la même (par symétrie). Comme imposé par les conditions aux limites, le nombre de Nusselt est nul le long des parties adiabatiques. Dans la zone de transfert, il subit une chute axiale importante de la valeur maximale 25.83 jusqu'à 7.54, cette valeur est la limite asymptotique du nombre de Nusselt d'un écoulement thermiquement développé dans un canal à parois isothermes [18].



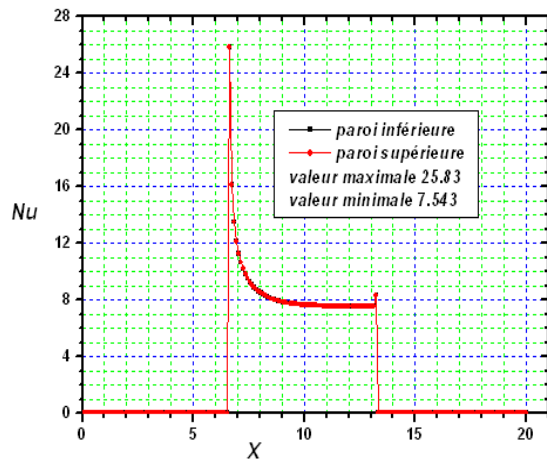


Figure 7. Variation du nombre de Nusselt local.

### 5.2.2 Cas du canal partiellement poreux (Convection forcée)

Dans ce cas, le deuxième tiers du canal est rempli par la matière poreuse. Les paramètres de contrôle sont : Rapport d'aspect (L/H)=20,  $Re=100$ ,  $Da = 10^{-2}$ ,  $C_f = 0.55$ ,  $\phi=0.8$ ,  $Pr=0.7$  et  $\Delta t = 10^{-4}$ .

Notons que le milieu d'écoulement est non homogène: le premier et le troisième tiers contiennent du fluide alors que le deuxième tiers contient le fluide et le milieu poreux. Les sections du début et de la fin de la zone de transfert représentent des faces verticales de discontinuité du milieu d'écoulement. A l'entrée, l'écoulement est uniforme. A partir de l'entrée, l'écoulement commence à se développer axialement. Mais, le long de son développement dans le premier tiers, il rencontre la face amont de la zone de transfert. Cette rencontre modifie le développement de l'écoulement. Une fois dans la zone de transfert, l'écoulement commence à se développer dans un milieu poreux. Le développement de l'écoulement dans le milieu poreux subit une discontinuité à la face aval de la zone de transfert: l'écoulement passe du milieu poreux à un tronçon du canal simple. Ce passage modifie de nouveau l'écoulement. Finalement, une fois dans le troisième tiers, l'écoulement commence un troisième développement qui s'étend jusqu'à la sortie du canal. Le champ de vitesse (à

quelques positions axiales arbitrairement choisies) et la distribution spatiale de la pression sont illustrés dans la figure 8. De cette figure, il est clair que la variation axiale de la pression est surtout présente dans la zone de transfert (à travers le milieu poreux). La variation axiale de la pression est très supérieure à celle du cas du canal sans milieu poreux. Cependant, sa variation transversale est négligeable. Avec l'atteinte du régime permanent et la négligence des termes convectifs (relativement faibles), les termes de Darcy, de Forchheimer, de Brinkman et de gradient de pression, dans l'équation de quantité de mouvement suivant x, sont équilibrés.

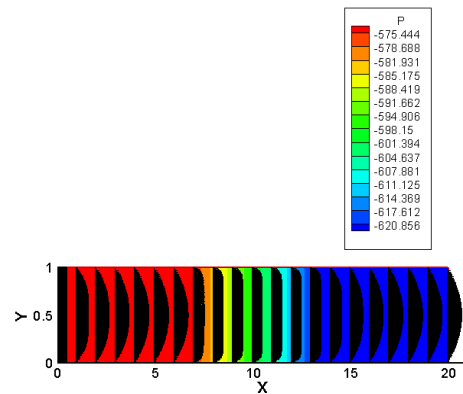


Figure 8. Champ de pression et de vitesse d'un écoulement dans un canal partiellement poreux

Dans les figures 9 (a) et 9 (b), on a tracé le profil vertical de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies. De cette figure, la variation spatiale de vitesse le long du canal est bien illustrée. Elle commence à se développer dans le premier tiers du canal sous la forme d'un profil parabolique avec un maximum égal à 1.5. A l'approche de l'interface (fluide/milieu poreux), le maximum de la vitesse diminue de 1.5 à 1.37. A l'interface, le maximum diminue à 1.3. Il continue à diminuer dans le milieu poreux jusqu'à la valeur 1.07, à cause de la résistance du milieu poreux à l'écoulement du fluide. La diminution du maximum de la vitesse, situé à la demi hauteur du canal est simultanément accompagnée par une

augmentation du niveau de la vitesse près des parois pour conserver le débit axial de l'écoulement (conservation de masse). Dans le milieu poreux, le profil de vitesse est aplati. Dans le troisième tiers du canal (voir la figure 9 (b), dès la sortie du milieu poreux, la vitesse commence un redéveloppement parabolique et atteint le profil de Poiseuille à la sortie du canal. Dans le milieu poreux, la variation verticale de la vitesse horizontale près des parois est due au terme de Brinkman ; mais l'aplatissement du profil de la vitesse, loin des parois, est dû au terme de Forchheimer.

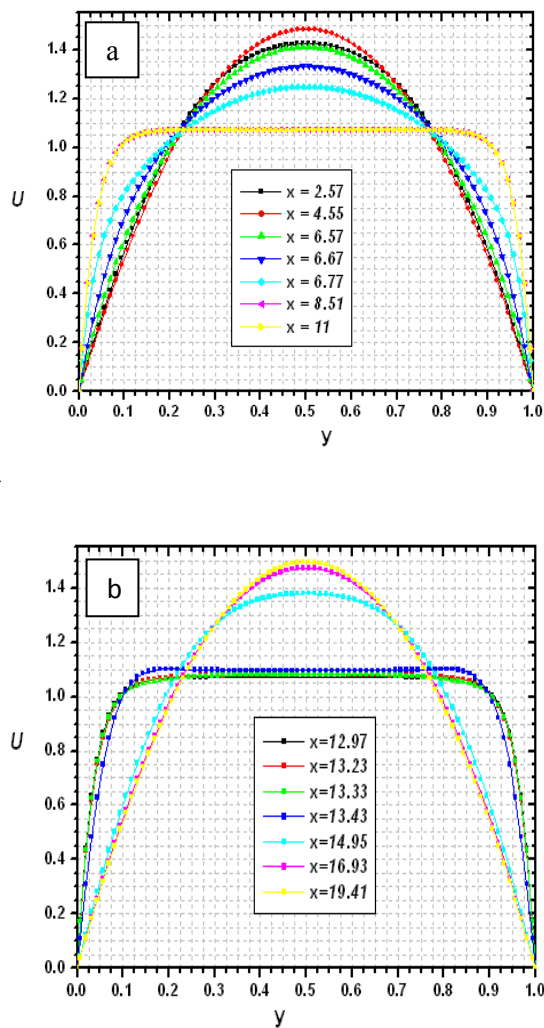


Figure 9. Profils verticaux de la vitesse horizontale entre (a) l'entrée et le milieu du canal, (b) entre le milieu du canal et la sortie.

La distribution de la température est illustrée dans la figure 10. L'écoulement est isotherme (à la température d'entrée) jusqu'au début de la zone de transfert. On

constate une chute rapide de la température dans la zone de transfert. Le refroidissement axial rapide dans la zone de transfert est mieux représenté par l'évolution axiale de la température moyenne, présentée dans la figure 11. La variation axiale de cette température moyenne est définie par :

$$T_m(x) = \frac{\int_0^1 U(x, y) T(x, y) dy}{\int_0^1 U(x, y) dy}$$

Elle reste constante (égale à la valeur d'entrée 1) jusqu'au début de la zone de transfert où elle subit une chute axiale jusqu'à la fin de cette zone. A partir de cette position, elle est constante jusqu'à la sortie. Dans ce cas d'écoulement dans un canal partiellement poreux, la température moyenne à la sortie de la zone de transfert vaut 0. Cela veut dire que la zone de transfert refroidi totalement l'écoulement. Entre la sortie de la zone de transfert et la sortie du canal, l'écoulement est isotherme à la température nulle. Donc, on constate une amélioration nette du transfert thermique par rapport à celui du canal sans milieu poreux. L'amélioration du transfert thermique dans le milieu poreux est due à l'augmentation de la convection près des parois (vitesse relativement plus grande) et aussi l'augmentation de la conduction de chaleur par une conductivité thermique du milieu poreux égale à 5.77 fois celle du fluide.

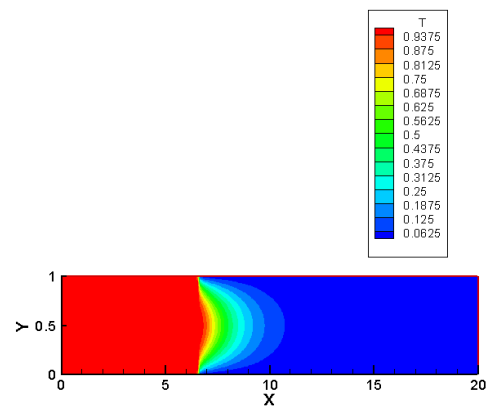


Figure 10. Distribution spatiale de la température d'un écoulement.

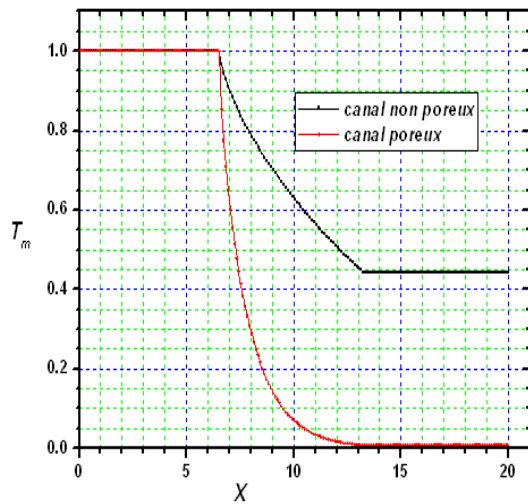


Figure 11. Comparaison des températures moyennes avec et sans milieu poreux.

La figure 12 illustre la variation axiale du nombre de Nusselt local des deux parois du canal poreux et non poreux. Premièrement, la variation horizontale du nombre de Nusselt local est définie par :

$$Nu(x) = 2 \frac{k_m \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_m - T} = \frac{2}{T_m} 5.77 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{11.54}{T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

pour la paroi inférieure

$$Nu(x) = 2 \frac{-k_m \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1}}{T_m - T} = -\frac{2}{T_m} 5.77 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1} = -\frac{11.54}{T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1}$$

pour la paroi supérieure.

Les conditions aux limites des parois du canal restent les mêmes dans tous les cas. Donc, le nombre de Nusselt local des parois dans le premier et le troisième tiers du canal est nul, puisque les parois sont toujours adiabatiques. Dans la zone de transfert, on constate une chute axiale rapide du nombre de Nusselt local de 96.38 à la valeur asymptotique 53.27, très supérieure à celle du canal sans milieu poreux qui est égale à 7.54. L'amélioration du transfert thermique du cas avec milieu poreux est très nette.

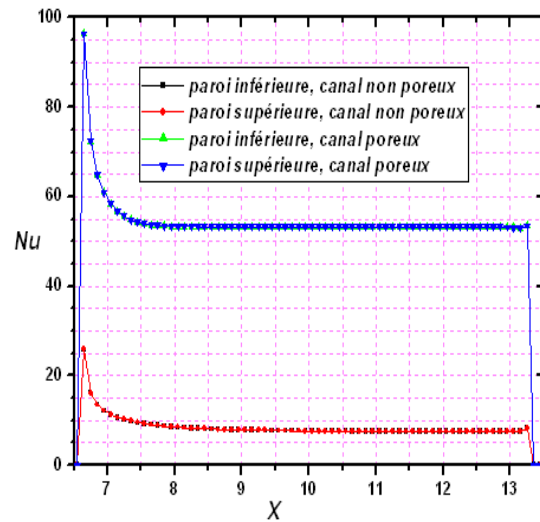


Figure 12. Comparaison des nombres de Nusselt locaux avec et sans milieu poreux

### 5.2.3. Cas de l'écoulement dans le canal poreux avec Grt = 10<sup>4</sup> (Convection mixte)

Dans les deux cas étudiés de la convection mixte, le deuxième tiers du canal est rempli par la matière poreuse. Les paramètres utilisés sont toujours les mêmes : Rapport d'aspect (L/H)=20, Re=100, Da = 10<sup>-2</sup>, C<sub>f</sub> = 0.55, φ=0.8, Pr=0.7 et Δt = 10<sup>-4</sup>. On ajoute le paramètre Grt = 10<sup>4</sup>. Donc, seule la poussée thermique peut modifier l'écoulement. La figure 13 montre qu'il n'y a pas un grand changement entre la convection forcée et mixte concernant le régime d'écoulement ou sa forme, sauf une petite augmentation de la chute axiale de la pression ne dépasse pas 0.96% pour ce cas par rapport au premier (cas du canal poreux), avec une petite perturbation de la vitesse au début de la zone de transfert. Cette petite perturbation ne peut pas être représentée graphiquement. Le faible effet de la poussée thermique est limité dans la petite zone de variation de température près de l'entrée de la zone de transfert.

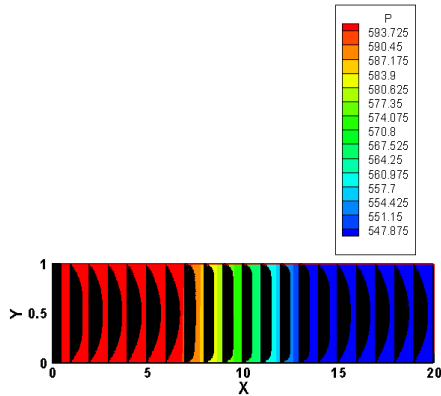


Figure 13. Profil de vitesse et de pression (avec  $Gr_t = 10^4$ )

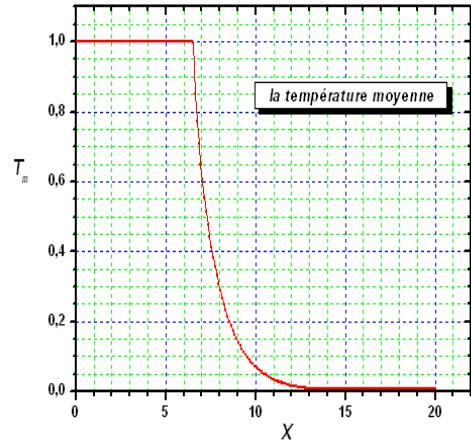


Figure 15. Variation axiale de la température moyenne (avec  $Gr_t = 10^4$ )

Des figures 14 et 15, il est clair que le champ de température et la variation de la température moyenne sont très proches de celles du cas de la convection forcée. Cette similarité des résultats est due à la faible différence entre les écoulements de la convection forcée et la convection mixte. La similarité des transferts thermiques est aussi illustrée par la distribution des nombres de Nusselt locaux dans la figure 16.

dans le cas de la convection mixte, le nombre de Nusselt est égal à 97.99 pour la paroi supérieure et 94.7 pour la paroi inférieure, alors qu'il est égal à 96.38 pour les deux parois du cas de la convection forcée. Cependant, la valeur asymptotique du nombre de Nusselt est 53.27 dans tous les cas. La petite augmentation du nombre de Nusselt à la paroi supérieure et sa petite diminution à la paroi inférieure est due à la perturbation légère de vitesse près de ces parois (le faible effet de la poussée thermique augmente légèrement la vitesse près de la paroi supérieure et la diminue légèrement aussi près de la paroi inférieure).

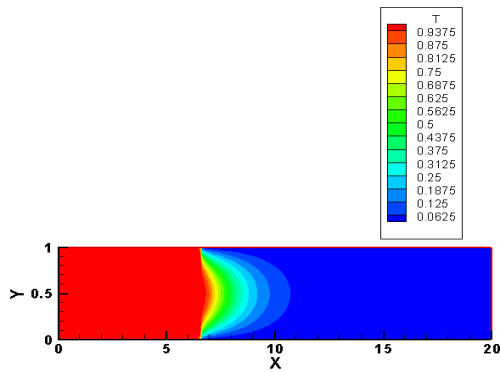
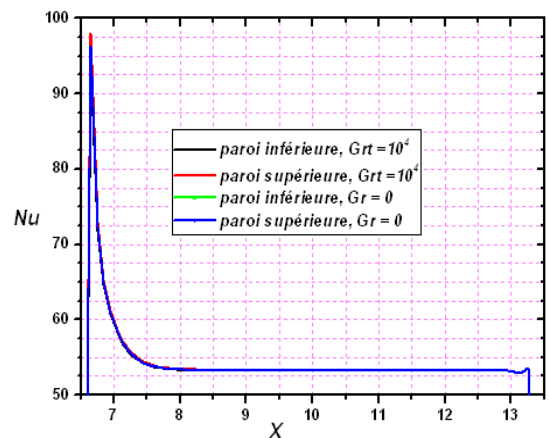


Figure 14. Distribution spatiale de la température (avec  $Gr_t = 10^4$ )



De cette figure, on peut remarquer que le nombre de Nusselt de la convection mixte varie de la même façon que celui de la convection forcée. La différence qui existe est entre les valeurs maximales de ce nombre au début de la zone de transfert :

Figure 16. Comparaison de la variation axiale des nombres de Nusselt locaux de la convection forcée et mixte

**5.2.4. Cas de l'écoulement dans le canal poreux avec  $Gr_t = 10^5$  (Convection mixte)**

En augmentant le nombre de Grashof thermique à  $10^5$ , la convection mixte s'intensifie relativement au cas de  $Gr_t = 10^4$ , mais reste localement limitée à l'entrée de la zone de transfert où existe une variation de température. La différence entre les écoulements de la convection forcée et mixte dans ce cas est mieux représentée par les vecteurs de vitesse de la figure 17. Dans cette figure, on remarque aussi une distribution de la pression très différente de celle de la convection forcée : la pression est verticalement stratifiée dans le premier tiers du canal : elle augmente verticalement. Sa chute axiale augmente de 9.63% par rapport à celle du cas de la convection forcée (canal poreux). On constate aussi que dans la zone de transfert, le niveau de la vitesse près de la paroi inférieure est moins que celui près de la paroi supérieure. Ce qui est bien illustré dans les figures 18 (a , b).

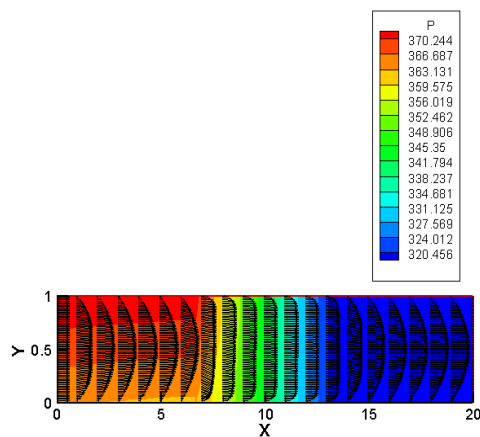


Figure 17. Profil de vitesse de l'écoulement dans le canal partiellement poreux (avec  $Gr_t = 10^5$ ).

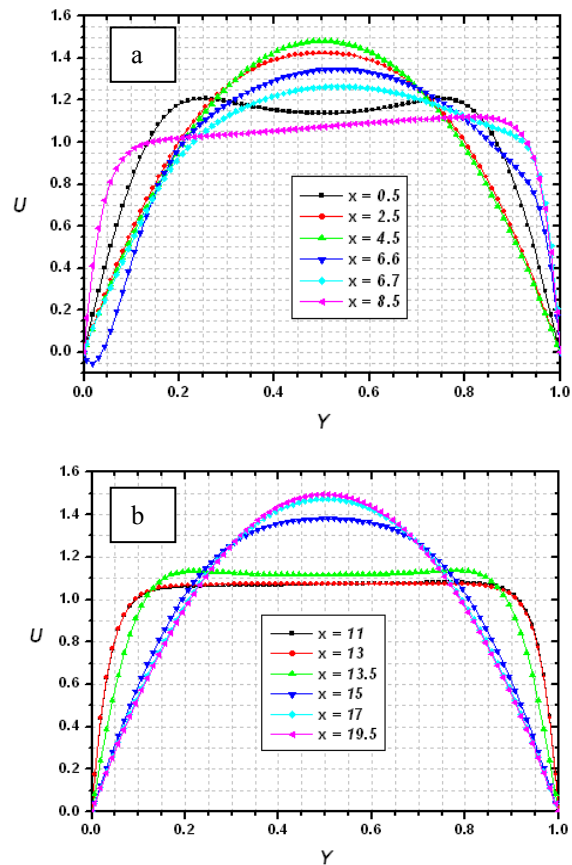


Figure 18 (a, b) Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies (avec  $Gr_t = 10^5$ ).

Dans les figures 19 et 20, Le champ thermique et la variation de la température moyenne sont légèrement différents des résultats du cas de la convection forcée ou du cas de la convection mixte avec  $Gr_t = 10^4$ . Sur la figure 21, on rapporte la variation axiale du nombre de Nusselt, la valeur maximale de ce nombre à la paroi inférieure est égale à 77.32, cette valeur est inférieure à celle de la paroi supérieure qui est égale à 109.31, et à la valeur 96.38 de la convection forcée. La vitesse augmente près de la paroi supérieure ce qui augmente le nombre de Nusselt. La vitesse diminue près de la paroi inférieure ce qui diminue le nombre de Nusselt. La différence qui existe entre les valeurs du nombre de Nusselt pour le cas de la convection forcée et le cas de la convection mixte (avec  $Gr_t = 10^5$ ) est due à l'effet de la poussée thermique.

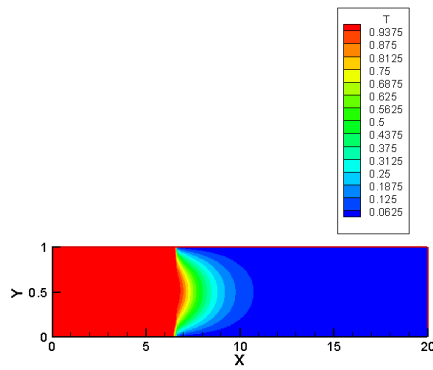


Figure 19. Distribution spatiale de la température (avec Grt = 10<sup>5</sup>).

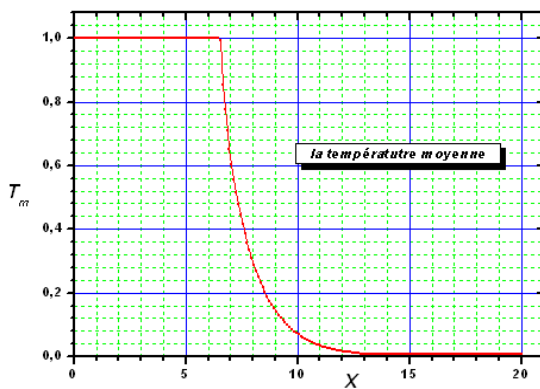


Figure 20. Variation axiale de la température moyenne (avec Grt = 10<sup>5</sup>)

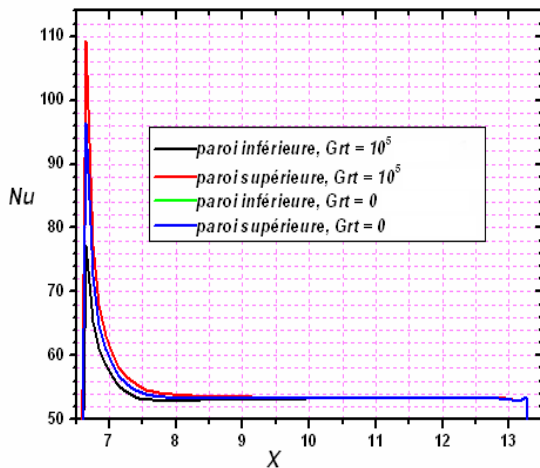


Figure 21. Comparaison de la variation du nombre de Nusselt dans le canal partiellement poreux entre Grt=0 et Grt=10<sup>5</sup>.

### 5.2.5. Comparaison de nombres de Nusselt moyens de la convection forcée et mixte avec milieu poreux

Dans le tableau 1, on présente les nombres de Nusselt moyens des cas étudiés. Le nombre de Nusselt moyen est défini par :

$$Nu_{moy} = \frac{1}{6.63} \int_{6.67}^{13.33} Nu(x) dx$$

On constate, en général, qu'il n'existe pas une considérable différence entre le transfert thermique moyen de la convection forcée et celui de la convection mixte.

Tableau 1. Nombres de Nusselt moyens de la convection forcée et mixte.

Grt = 0	Paroi inférieure	Nu <sub>moy</sub> = 54.724770
	Paroi supérieure	Nu <sub>moy</sub> = 54.724770
Grt= 10 <sup>4</sup>	Paroi inférieure	Nu <sub>moy</sub> = 54.660680
	Paroi supérieure	Nu <sub>moy</sub> = 54.787510
Grt=10 <sup>5</sup>	Paroi inférieure	Nu <sub>moy</sub> = 54.018020
	Paroi supérieure	Nu <sub>moy</sub> = 55.269150

### 6. CONCLUSION.

La simulation numérique du transfert de chaleur dans un canal partiellement rempli d'une matière poreuse est l'objectif principal de cette étude. On commence par le cas d'écoulement dans le canal sans milieu poreux, l'écoulement développé est de Poiseuille, la pression chute axialement, la température subit un refroidissement axial et transversal progressif et le nombre de Nusselt diminue axialement. Dans le canal partiellement rempli par une matière poreuse de conductivité thermique égale à 5.77 celle du fluide et une porosité 0.8 avec Da = 10<sup>-2</sup>, on trouve que l'écoulement est différent de celui de Poiseuille. On trouve une diminution de température plus rapide que celle du cas du canal sans milieu poreux. Une chute axiale

continue de pression, concentrée dans le deuxième tiers du canal, très supérieure à celle du canal sans milieu poreux. L'utilisation du milieu poreux entraîne une forte augmentation du nombre de Nusselt. Par conséquent, une forte chute de pression est le prix qui doit être payé en échange pour le gain d'augmentation considérable du transfert thermique. Dans le premier cas de la convection mixte ( $Gr = 10^4$ ), la différence entre les résultats de ce cas et ceux du cas de la convection forcée est presque négligeable. Avec  $Gr = 10^5$ , il y a une petite différence entre les résultats de la convection forcée et mixte, qui est illustrée par la différence des nombres de Nusselt des deux parois. Les résultats montrent que la convection mixte devient significative pour des nombres de Grashof égaux ou supérieurs à  $10^5$ . L'utilité pratique de ces résultats est l'amélioration du refroidissement des instruments électroniques en les couvrant par des couches poreuses et aussi bien dans les échangeurs de chaleur. Comme perspectives, nous envisageons de faire des études spécifiques avec des couches poreuses non homogènes et anisotropes, avec des propriétés thermophysiques variables, à un équilibre thermique non local et avec l'inclusion de l'effet de la dispersion thermique.

## REFERENCES

[1] Bories S., & Prat M., 2005. Transferts de chaleur dans les milieux poreux, Techniques de l'Ingénieur. *Traité Génie Energétique*, B8 (250),1-32.

[2] Nield D.A. & Bejan A., 1999. Convection in porous media, 2nd Edition. Springer-Verlag, New York, 546p.

[3] Kaviany M., 1985. Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 28 (4), 851-858.

[4] Chou F.C., Cheng C.J. & Lien W.Y., 1992. Analysis and experiment of non-Darcian convection in horizontal square packed-sphere channels- II. Mixed convection, *International Journal of Heat Mass Transfer* vol. 35(5),1197-1207.

[5] Sung H.J., Kim S.Y. & Hyun J.M., 1995. Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium, *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol.16 (6), 527-535.

[6] Jiang P.X., Wang Z., Ren Z.P. & Wang B.X., 1999. Experimental research of fluid flow and convection heat transfer in plate channels filled with glass or metallic particles, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol.20, Issue.1, 45-54.

[7] Rahimian M.H., Pourshaghaghay A., 2002. Direct simulation of forced convection flow in a parallel plate channel filled with porous media, *International Communication of Heat Mass Transfer*, Vol. 29 (6), 867-878.

[8] Jiang P. X., Li M., Ma Y. C. & Ren Z. P., 2004. Boundary conditions and wall effect for forced convection heat transfer in sintered porous plate channels, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol .47, 2073–2083.

[9] Jiang P. X., Li M., Lu T. J., Yu L. & Ren Z. P., 2004. Experimental research on convection heat transfer in sintered porous plate channels, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 47, 2085–2096.

[10] Jiang P. X., Si G. S., Li M. & Ren Z. P., 2004. Experimental and numerical investigation of forced convection heat transfer of air in non-sintered porous media, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 28, 545–555.

[11] Chang P.Y., Shiah S.W. & Fu M.N., 2004. Mixed convection in a horizontal square packed-sphere channel under axially uniform heating peripherally uniform wall temperature, *Numerical Heat*

*Transfer: Part A: Applications, Taylor & Francis, Vol. 45 (8), 791-809.*

[12] Hadim H. & North M., 2005. Forced convection in a sintered porous channel with inlet and outlet slots, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 44, 33–42.

[13] Tzeng S.C., Jeng T.M. & Wang Y.C., 2006. Experimental study of forced convection in asymmetrically heated sintered porous channels with/without periodic baffles, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 49, 78-88.

[14] Jaballah S., Bennacer R., Sammouda H. & Belghith A., 2006. Simulation of mixed convection in a channel partially filled with porous media, *Progress in Computational Fluid Dynamics, International Journal*, Vol. 6 (6), 335 – 341.

[15] Hetsroni G., Gurevich M. & Rozenblit R., 2007. Sintered porous medium heat sink for cooling of high-power mini-devices, *International Journal of Heat Fluid Flow*, Vol. 27, 259–266.

[16] Benmerkhi M., 2007. Transfert de chaleur et de matière dans un canal rempli partiellement d'une matière poreuse. Thèse de Magistère en Physique Energétique. Université de Constantine, Algérie. 101p.

[17] Patankar S.V., 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. 197p.

[18] Bejan A. & Kraus A. D., 1948. Heat transfer handbook. USA, 1483p.

### Nomenclature

$C_f$  : Coefficient du terme de Forchheimer, ( $C_f = 0.55$ ).

$Da$  : Nombre de Darcy,  $Da = K/H^2$ .

$Grt$  : Nombre de Grashof thermique,

$$Grt = \frac{g\beta_T (T_0 - T_1) H^3}{\nu^2}$$

$H$  : Hauteur du canal ( $m$ ).

$h_t$  : Coefficient du transfert de chaleur local ( $W/m^2 \cdot K$ ).

$K$  : Perméabilité du milieu poreux ( $m^2$ ).

$k$  : Rapport des conductivités thermiques, (milieu poreux / fluide).

$k_f$  : Conductivité thermique du fluide ( $W/m \cdot K$ ).

$k_m$  : Conductivité thermique du milieu poreux ( $W/m \cdot K$ ).

$L$  : Longueur du canal ( $m$ ).

$Nu$  : Nombre de Nusselt local,  $Nu = 2h_t H / k_f$ .

$Nu_{moy}$  : Nombre de Nusselt moyen.

$P$  : Pression ( $Pa$ ).

$Pr$  : Nombre de Prandtl,  $Pr = \nu / \alpha$

$Re$  : Nombre de Reynolds,  $Re = U_0 H / \nu$ .

$T$  : Température adimensionnelle.

$T_m$  : Température moyenne adimensionnelle.

$t$  : Temps adimensionnel.

$U$  : Vitesse horizontale adimensionnelle.

$V$  : Vitesse verticale adimensionnelle.

$x$  : Coordonnée axiale adimensionnelle.

$y$  : Coordonnée verticale adimensionnelle.

### Lettres grecques

$\alpha$  : Coefficient de diffusion thermique ( $m^2/s$ ).

$\beta_T$  : Coefficient d'expansion thermique ( $1/K$ ).

$\nu$  : Viscosité cinématique du fluide ( $m^2/s$ ).

$\phi$  : Porosité du milieu poreux,

$$\phi = \frac{\text{Volume des pores du milieu poreux}}{\text{Volume total du milieu poreux}}$$

### Indices

0 : Fait référence à l'entrée du canal.

1 : Fait référence aux parois du canal.