

Restauration et Réparation des Manuscrits via un Système Hybride Ondelette et Filtrage Bilatéral

Kaibech Khadija, Saadi Slami

DIMMER Laboratory, Faculté des Sciences et Technologie, Université de Djelfa

Résumé

Nous présentons dans cette communication l'algorithme hybride de débruitage et restauration des images en niveaux de gris, en se basant sur la dépendance statistique des coefficients d'ondelettes de type OWT SURE-LET (Orthonormal Wavelet Thresholding algorithm based on the principle of Stein's Unbiased Risk Estimate-Linear Expansion of Thresholds) et le filtrage bilatéral. Nous allons détailler les méthodes statistiques et déterministes que nous avons employées pour débruiter les images. Dans un premier temps, l'estimateur de Stein non-biaisé du risque quadratique est appliqué au débruitage d'images corrompues par un bruit blanc gaussien. La méthode de débruitage de type SURE-LET avec des ondelettes orthonormales et l'étude des dépendances entre échelles (OWT SURE-LET) proposée par Luisier & Blu ont été utilisées. Dans un second temps, une amélioration à l'aide du filtrage bilatéral a permis de faire le lissage et d'éliminer les détails inutiles avec l'avantage de préserver les contours entre les régions d'image.

Mots Clés : Filtrage bilatéral, Analyse Multiéchelle, OWT, SURE-LET, Débruitage.

I. INTRODUCTION

Dans de nombreux domaines scientifiques, le bruit joue un rôle fondamental, il est à l'origine d'un grand nombre de difficultés. Le bruit dans une image est le résultat du bruit électronique du capteur et de la qualité du digitaliseur. Pour lutter contre les effets du bruit, il est nécessaire d'opérer des transformations qui pour chaque pixel tiennent compte des techniques dites de filtrage d'image ou Algorithme de débruitage.

Donoho & Johnstone [2] ont introduit l'opérateur de seuillage doux sur des coefficients d'ondelettes pour estimer et minimiser l'erreur quadratique moyenne. Cette méthode est, aujourd'hui, connue sous le nom de Sure-Shrink. Les fonctions courantes de seuillages doux et dur ont fait la preuve de leur efficacité dans les travaux de débruitage. Elles ont été améliorées en considérant des estimateurs non-linéaires reposant sur des combinaisons linéaires de fonctions élémentaires [3,4]. Récemment, Luisier & Blu [1] ont repris ce principe de paramétrisation linéaire qu'ils ont dénommé LET et l'ont généralisé à la méthode SURE-LET. Des travaux sur les approches SURE ont été menés dans le cadre de débruitage multivarié [5,6] et de l'estimation ensembliste [7].

Le filtrage bilatéral, qui est une technique de débruitage ajoutée aux précédentes méthodes pour faire le lissage et éliminer les détails inutiles, est non-linéaire. Il a été proposé par Aurich & al. [8], Smith & al. [9] et Tomasi & al. [10] pour lisser les images. Il a trouvé plusieurs applications telles que le débruitage d'images [10,11], les manipulations de texture [12], la Compression [13] et la photographie mise en valeur [14,15]. Il est aussi utilisé dans d'autres domaines comme la maille carénage, le débruitage volumétrique, le flux optique, l'estimation du mouvement et le traitement vidéo.

Dans ce travail, nous améliorons la qualité de l'image bruitée en tirant profit des avantages du filtrage bilatéral et nous proposons un algorithme de débruitage en se basant sur la combinaison du filtre bilatéral et les OWT SURE-LET.

II. DEBRUITAGE A BASE DE SURE-LET

On considère un signal réel \mathbf{x} , de longueurs L et L avant et après transformation respectivement, perturbé par un bruit blanc \mathbf{b} gaussien réel centré et de variance σ^2 indépendant de \mathbf{x} . Le signal réel observé est noté $\mathbf{y}=\mathbf{x}+\mathbf{b}$.

La méthode classique pour évaluer la qualité d'un signal reconstruit $\hat{\mathbf{x}}$ est l'étude du rapport signal sur bruit : SNR (Signal to Noise Ratio défini comme suit :

$$\text{SNR}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = 10 \times \log_{10} \left(\frac{\|\mathbf{x}\|}{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|} \right) \quad (1)$$

- avec $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|$ l'erreur quadratique. On suppose que $G(\mathbf{y})$ estime \mathbf{x} telle que l'espérance $E(|\partial g_n(\mathbf{y}) / \partial y_n|) < \infty$ pour $1 \leq n \leq L$. On a alors [16] :

$$E \left(\sum_{n=1}^N g_n(\mathbf{y}) x_n \right) = E \left(\sum_{n=1}^N g_n(\mathbf{y}) y_n \right) - \sigma^2 E \left(\sum_{n=1}^N \frac{\partial g_n(\mathbf{y})}{\partial g_n} \right) \quad (2)$$

La fonction s'écrit : $G=RED$ avec D , R et E sont les opérateurs de décomposition, de reconstruction et de seuillage, respectivement. Les composantes de la fonction G s'écrivent, pour tout $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^L$ et $1 \leq n \leq L$. D'une autre part, la variable aléatoire est donnée par [16] :

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2 \quad (3)$$

$$\text{avec : } \text{div}(G(y)) = \text{diag}(\mathbf{DR})^T \Theta'(Y)$$

$$\Theta'(Y) = \left(\frac{\partial \theta_1(Y_1)}{\partial Y_1} \right) \quad \text{pour : } 1 \leq l \leq L'$$

De plus, on a par définition :

$$Y_1 = (\mathbf{D}y)_1 = \sum_{m=1}^L D_{1,m} y_m \quad \text{pour : } 1 \leq l \leq L'$$

A. Algorithme de débruitage des SURE-LET

Nous allons maintenant considérer que la fonction d'estimation G s'écrit comme une combinaison linéaire de K fonctions élémentaires G_k :

$$G(y) = \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) \quad (4)$$

L'écriture de G sous forme d'une combinaison linéaire de fonctions élémentaires faisant chacune intervenir une fonction de "seuillage" constitue la partie LET de la méthode selon la terminologie introduite dans [17]. L'intérêt de cette formulation est qu'elle permet de formuler le problème de débruitage comme un problème d'optimisation relativement simple à résoudre. Pour obtenir le meilleur débruitage possible (au sens de l'erreur quadratique moyenne), il suffit de minimiser l'estimateur \mathbf{e} . Pour se faire, nous allons étudier chaque estimateur en tant que fonction du vecteur de paramètres $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_K)^T$. En dérivant cette fonction par rapport à chaque a_K , on va pouvoir réécrire le problème sous forme d'un système linéaire à résoudre.

B. Minimisation de \mathcal{E} .

On va travailler dans cette partie sur une combinaison linéaire de fonctions de seuillage et chercher le vecteur de paramètre \mathbf{a} permettant de minimiser cette fois l'estimateur \mathbf{e} . On travaille ici avec la fonction de RL dans RL :

$$G(y) = \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) = \sum_{k=1}^K a_k \mathbf{R} \Theta_k(\mathbf{D}y) \quad (5)$$

tel que les $\Theta_k : \mathbb{C}^{L'} \rightarrow \mathbb{C}^{L'}$ correspondent à des fonctions de seuillage ponctuelles. On écrit la fonction de seuillage $\underline{\Theta}_k : (\mathbb{R}^{L'})^2 \rightarrow \mathbb{C}^{L'}$ définie comme suit :

D'après l'équation (3) on a :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2 \\ &= \left\| \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) - y \right\|^2 + 2\sigma^2 \text{div} \left(\sum_{k=1}^K a_k G_k(y) \right) - L\sigma^2 = J_E(\mathbf{a}) \quad (6) \end{aligned}$$

Pour débruiter, il faut trouver le vecteur \mathbf{a} minimisant $J_E(\mathbf{a})$. Pour se faire, nous étudions la quantité $\partial J_E(\mathbf{a}) / \partial a_k$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_E(\mathbf{a})}{\partial a_k} &= \left(\sum_{\ell=1}^K a_\ell G_\ell(y) - y \right)^T G_k(y) \\ &\quad + G_k(y)^T \left(\sum_{\ell=1}^K a_\ell G_\ell(y) - y \right) + 2\sigma^2 \text{div}(G_k(y)) \\ &= 2 \left(\sum_{\ell=1}^K a_\ell G_k(y)^T G_\ell(y) - G^{(k)}(y)^T y + \sigma^2 \text{div}(G_k(y)) \right) \quad (7) \end{aligned}$$

Alors, pour $\partial J_E(\mathbf{a}) / \partial a_k = 0$, nous trouvons :

$$\sum_{\ell=1}^K a_\ell G_k(y)^T G_\ell(y) = G_k(y)^T y - \sigma^2 \text{div}(G_k(y)) \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{a} = \tilde{\mathbf{c}} \quad (8)$$

avec : $\tilde{M}_{k,\ell} = G_k(y)^T G_\ell(y)$ et $\tilde{c}_k = G_k(y)^T y - \sigma^2 \text{div}(G_k(y))$ pour tous $(k, \ell) \in \{1, \dots, K\}^2$.

III. ALGORITHME DE DEBRUITAGE HYBRIDE (OWT_SURELET-JBF)

Le filtre bilatéral, comme décrit dans [10], est basé sur une non-linéarité pour conserver les discontinuités et enlever l'effet de bord. Soit u une image bruitée, à un (i,j) d'endroit de pixel. $\hat{s}_{i,j}$ le résultat reconstitué, peut être directement calculé par une moyenne des intensités dans son voisinage de bruit $u_{k,l}$. La formule de ce filtre est la suivante :

$$\hat{s}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot u_{k,l}}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} \quad (9)$$

avec $\hat{s}_{(i,j)}$ dénote l'ensemble de points dans la fenêtre $(2N+1) \times (2N+1)$ centrée au (i,j) . La fonction $u_{k,l}$ correspond à notre signal et la fonction h_D définit le filtre tel que nous le concevons classiquement. La fonction h_P définit la pondération de nos échantillons dans le filtrage. Le problème principal du filtre bilatéral classique dans le domaine de débruitage d'image est la fonction de pondération h_P qui ne pourrait pas être exactement estimé sur l'image bruitée.

Petschnigg & al. [18] ont présenté un filtre bilatéral commun pour calculer la fonction de pondération h_P utilisant l'image instantanée dans le débruitage. En outre, considérant que le débruitage à base d'ondelettes conserve la plupart des détails importants de l'image, nous pouvons l'employer comme image de référence. De cette façon, la fonction de pondération a peut être estimée plus exactement :

$$h_{Pk,l} = e^{-\frac{s_{k,l}^{\text{ref}} - s_{i,j}^{\text{ref}}}{2\sigma_r^2}} \quad (10)$$

avec s^{ref} est l'image référence débruitée par la méthode OWT SURE-LET, (i,j) le pixel central et (k,l) est le voisinage à fenêtre 3×3 . h_D est déterminée par la distance entre les pixels voisin et central, où une fonction gaussienne est habituellement employée :

$$h_{Dk,l} = e^{-\frac{(k-i)^2 + (l-j)^2}{2\sigma_D^2}} \quad (11)$$

Le paramètre \mathcal{E}_D caractérise le comportement spatial du filtre bilatéral. Ce paramètre change avec les changements du niveau de bruit et la taille de Ω_N et \mathcal{E}_n . Particulièrement, quand le niveau de bruit est élevé.

$$\mathcal{E}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot (u_{k,l} - s_{k,l})}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} \quad (12)$$

pour $\mathcal{E}_{i,j}=0$, le filtre bilatéral commun se comporte bien en supprimant le bruit. Cependant, l'équation n'est pas complètement établie, provoquant ainsi des taches de bruit.

M. Elad [19] a présenté une fonction de pénalité pour simplifier $\mathcal{E}_{i,j}$ qui peut être directement estimée comme suit :

$$\hat{\mathcal{E}}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot (u_{k,l} - s_{k,l}^{\text{ref}})}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} \quad (13)$$

Nous ajoutons cette limite de compensation dans le filtre bilatéral commun pour supprimer les taches :

$$\hat{s}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot u_{k,l}}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} - \beta \hat{\mathcal{E}}_{i,j} \quad (14)$$

avec $\beta \in [0,1]$ dans le meilleur des cas.

Les résultats expérimentaux prouvent que la bonne gamme pour les trois paramètres est $\beta = [0.5, 0.8]$, $\mathcal{E}_d = [1.5, 1.8]$ et $\sigma_r = \beta \mathcal{E}_n$. Pour simplifier, nous avons utilisé dans ce travail, $\beta = 0.5$, $\mathcal{E}_d = 1.5$ et $\sigma_r = \beta \mathcal{E}_n$.

IV. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous illustrons dans cette section l'intérêt de la technique développée pour la réduction du bruit dans les images bruitées. Nous présentons ainsi les résultats obtenus par simulation.

Nous considérons que le bruit est blanc gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ^2 . Nous avons travaillé sur des images niveaux de gris tirées de la bibliothèque Toolbox du Matlab.

Nous avons choisi les images test : Lena, Cameraman, Peppers et House, à une décomposition à l'échelle quatre, l'ondelette analysante et la 'sym8'.

Les Figures 1,2,3 et 4 montrent les images résultantes, pour chaque méthode de débruitage, avec un écart-type $\sigma=20$ en entrée. Nous remarquons que la qualité visuelle de notre algorithme est supérieure à celles des autres méthodes de débruitage. Les $PSNR_{out}$ ont été calculés pour chaque valeur d'entrée du σ_{in} dans la gamme de [10, 28]. Nous constatons que l'algorithme proposé dépasse les autres techniques de débruitage. Nous constatons également qu'il s'avère d'autant plus performant, comparé à OWT- SURE-LET, que le rapport PSNR est important. De plus, nous constatons que le filtre bilatéral (BF) s'avère le moins performant comparé aux autres méthodes pour les bas PSNR.

Pour une meilleure comparaison nous avons étalé notre Algorithme en utilisant plusieurs types d'images test. La qualité des résultats est considérablement améliorée par l'Algorithme proposé.

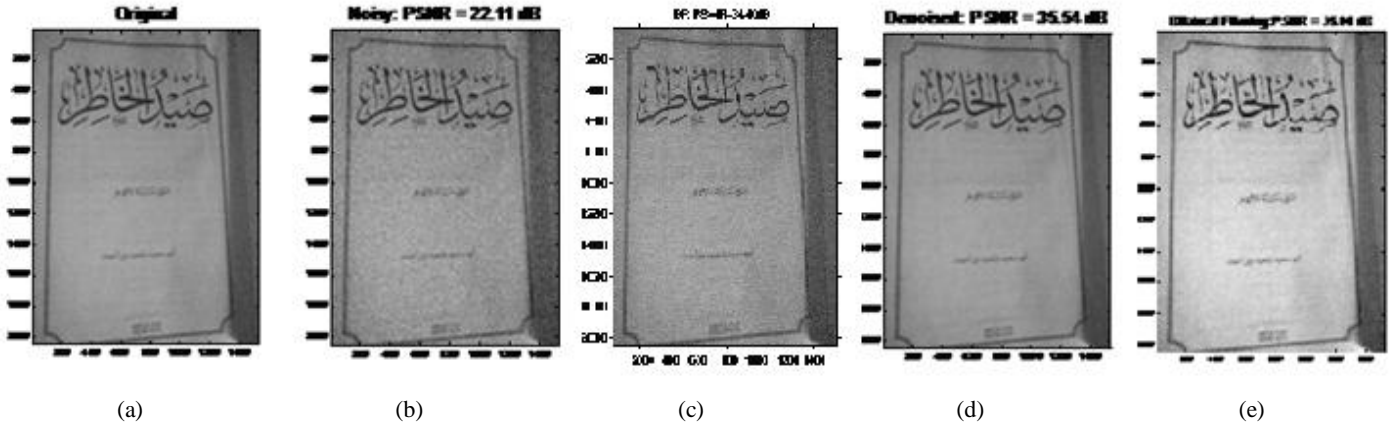


Fig.1. (a) Image originale (b) Image bruitée (c) Débruitage par: Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF

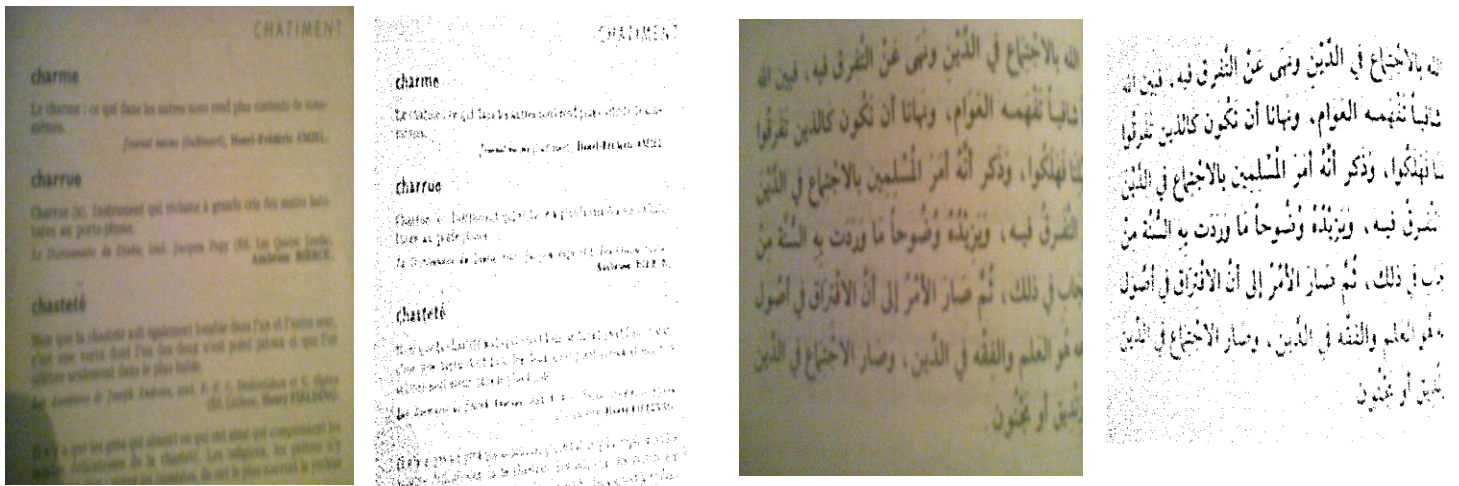


Fig.2.a) Image originale, b) Débruitage par: Filtre Bilatéral, c)Image originale, d)Debruitage par : OWT-SURELET avec JBF

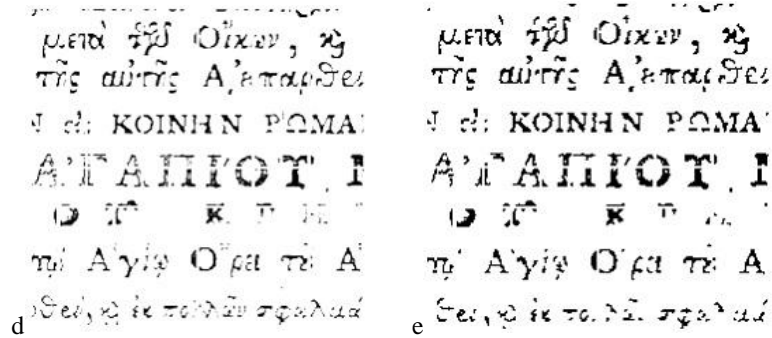
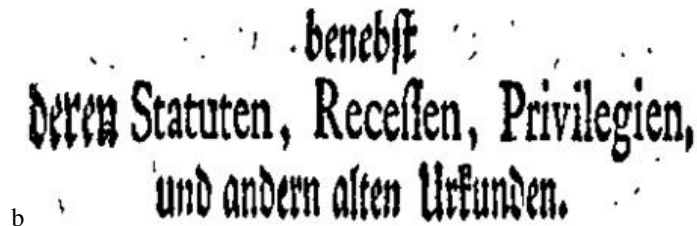
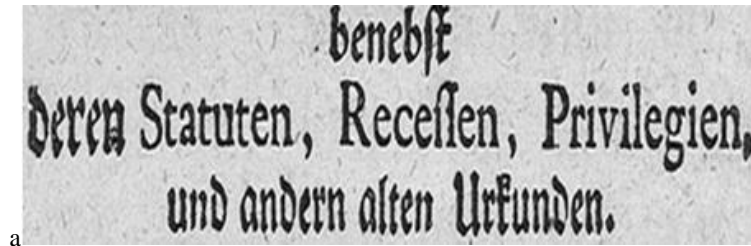


Fig.3. (a) Image originale (b) Amélioration par augmentation de contraste (c) Débruitage par : Filtre Bilatéral seulement (d) Débruitage par : OWT-SURELET seulement (e) Débruitage par : OWT-SURELET avec JBF



benebste deren Statuten, Reccessen, Privilegien, und andern alten Urfunden.

Fig.4. a) Image originale, b) Débruitage par: Filtre Bilatéral seulement, c) Débruitage par : OWT-SURELET seulement
d) Débruitage par : OWT-SURELET avec JBF

V. CONCLUSION

Nous avons développé dans cette communication, un algorithme hybride de débruitage (OWT SURE-LET-JBF) des images en niveaux de gris, basé sur les SURE-LET et le filtre bilatéral. Nous avons donné le principe de l'estimateur SURE-LET dans le domaine de la transformée en ondelettes. Nous avons ensuite proposé une structure hybride de débruitage qui combine l'estimateur des OWT SURE-LET et le filtrage bilatéral. L'algorithme se résume en quatre étapes essentielles :

- Appliquer la transformée en ondelettes sur les données bruitées.
- Estimer les coefficients d'ondelettes par l'estimateur SURE-LET.
- Reconstruire l'image de référence par le calcul de la transformée d'ondelettes inverse à partir des coefficients estimés.
- Appliquer le filtre bilatéral sur l'image de référence pour obtenir l'image débruitée finale.

Les résultats obtenus ont mis en évidence l'efficacité de la méthode proposée pour la réduction du bruit. Ceci est possible en effectuant un choix judicieux de la base d'ondelette et le niveau de résolution. Pour conclure, l'association de l'algorithme de OWT SURE-LET et le filtre bilatéral conduit à un prétraitement robuste.

REFERENCES

- [1] LUISIER, F., BLU, T. SURE-LET multichannel image denoising : interscale orthonormal wavelet thresholding. IEEE Trans. on Image Proc. 118, 147, 2007.
- [2] Donoho, D. L. & Johnstone, I. M. (1995). Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. Journal of the American Statistical Association, 90(432), 1200–1224
- [3] PESQUET, J.-C., LEPORINI, D. A new wavelet estimator for image denoising. In IEE Sixth International Conference on Image Processing and its Applications, vol. 1, pages 249–253. 118, 148, 1997.
- [4] RAPHAN, M., SIMONCELLI, E. P. Learning to be Bayesian without supervision. In Proc. Neural Information Processing Systems, Vancouver, BC, Canada. Published as Advances in Neural Information Processing Systems, eds. B. Schölkopf, J. Platt and T. Hofmann, vol. 19, May 2007. 118, 2006
- [5] BENAZZA-BENYAHIA, A., PESQUET, J.-C. Building robust wavelet estimators for multicomponent images using Stein's principle. IEEE Trans. on Image Proc., 14(11):1814–1830. 118, 2005
- [6] CHAUX, C., DUVAL, L., BENAZZA-BENYAHIA, A., PESQUET, J.-C. A nonlinear Stein based estimator for multichannel image denoising. IEEE Trans. on Signal Proc. To be published. 118, 120, 2008
- [7] COMBETTES, P., PESQUET, J.-C. Constraint construction in convex set theoretic signal recovery via Stein's principle. In Proc. Int. Conf. on Acoust., Speech and Sig. Proc., vol. 2, pages 813–816, Montréal, Canada. 118, 2004
- [8] V. AURICH and J. WEULE, "Non-linear Gaussian filters are performing edge preserving diffusion", in Proceedings of the DAGM Symposium, pp. 538–545, 1995.
- [9] M. SMITH and J. M. BRADY, "SUSAN — A new approach to low level image processing", International Journal of Computer Vision, vol. 23, no. 1, pp. 45–78, May 1997.
- [10] C. Tomasi and R. Manduchi. Bilateral filtering for gray and color images. In Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, pages 839-846, 1998.
- [11] C. LIU, W. T. FREEMAN, R. SZELISKI, and S. KANG, "Noise estimation from a single image," in Proceedings of the Conference on IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1, pp. 901–908, 2006.
- [12] Oh, B.M., Chen, M., Dorsey, J., Durand, F.: Image-based modeling and photo editing. In: Proc. of SIGGRAPH conference, ACM, 2001
- [13] F. DURAND and J. DORSEY, "Fast bilateral filtering for the display of high dynamic- range images," ACM Transactions on Graphics, vol. 21, no. 3, pp. 257–266, Proceedings of the ACM SIGGRAPH conference, 2002.

- [14] Eisemann, E., Durand, F.: Flash photography enhancement via intrinsic relighting. ACM Trans. on Graphics 23. Proc. of SIGGRAPH conference, 2004
- [15] G. Petschnigg et al., “Digital photography with flash and no-flash image pairs,” in Proc. SIGGRAPH, pp. 664–672, 2004
- [16] T. BLU Senior Member, IEEE, and F. LUISIER, “The SURE-LET Approach to Image Denoising”, IEEE Transactions On Image Processing, VOL. 16, NO. 11, NOVEMBER 2007.
- [17] Wong, W.C.K., Chung, A.C.S., Yu, S.C.H.: Trilateral filtering for biomedical images. In: Proc. of International Symposium on Biomedical Imaging, IEEE (2004)
- [18] G. Petschnigg et al., “Digital photography with flash and no-flash image pairs,” in Proc. SIGGRAPH, pp. 664–672, 2004
- [19] M. Elad, “On the bilateral filter and ways to improve it,” IEEE Trans. Image Process., vol. 11, no. 10, pp. 1141–1151, Oct. 2002.