

تسعير الخيارات المالية باستخدام نموذج ثنائي الحدين دراسة حالة الخيارات في القطاع البنكي الكويتي

أ.د/بن بوزيان محمد – جامعة سعيذة.

د/جبوري محمد – جامعة تلمسان.

الملخص:

أدى التغير المستمر في البيئة المالية والاستثمارية إلى ضرورة البحث عن أدوات ومنتجات مالية جديدة تتمتع بأقل تكلفة وأدن مخاطر وأعلى عائد، تعتبر عقود الخيارات المالية من أهم التطورات التي ظهرت في الأسواق المالية ولذلك فقد استخدمت العديد من النماذج من أجل تقييمها وتحديد قيمة العلاوة التي يتحصل عليها الطرف المقابل، ويعد نموذج ثنائي الحدين أكثر النماذج استخداماً.

اقترح نموذج ثنائي الحدين لأول مرة من قبل Cox، Ross و Rubinstein في عام 1979. في مجال المالية، يتم استخدام نموذج ثنائي الحدين عموماً للتقييم الخيارات بطريقة عديدة، ويعتبر مقارنة مرنة وشائعة لتسعير الخيارات.

قمنا بتطبيق النموذج في تسعير خيارات القطاع البنكي في سوق الكويت المالي خلال فترة 2013-2014، واستناداً إلى النتائج المتوصل إليها نجد أن الخاصية الجذابة لنموذج CRR هي أن شجرة ثنائي الحدين للحركة البراونية الهندسية (متعددة الفترات) تتوافق مع الصيغة المعيارية المقترحة من قبل Black-Scholes للخيارات الأوروبية. وميزة هذا النموذج هو أنه يمكن للمستخدم تصور التغير في أسعار الأصول من فترة لأخرى وتقييم الخيار على أساس اتخاذ القرارات في نقاط مختلفة في الوقت المناسب.

الكلمات المفتاحية: عقود الخيارات، حركة البراونية، نموذج ثنائي الحدين، شجرة ثنائي

الحدين.

Abstract:

The continuous change in the financial and investment environment has given rise to new financial tools and products which could be characterized by low cost, little risk, and higher return.

Options' contracts are considered to be the most important financial developments that have emerged in the financial markets. Many models are used to evaluate them and to determine the value of the premium that should be obtained by counterparty, and hence, the Binomial Model (**BM**) as proposed by Cox, Ross and Rubinstein (**CRR**) in 1979, is still the most commonly used.

The binomial model is widely used, mainly in finance for options valuation since it is a flexible and popular approach to option pricing. In the work in hand, we have applied the **BM** in the pricing of the banking sector options in the Kuwait Stock Exchange during the period (2012/2013). Results show that the attractive property of Cox, Ross and Rubinstein model is that the binomial tree for geometric Brownian motion (multi-period binomial) is consistent with the standard Black-Scholes formula for European options. The advantage of this model is that the user can visualize the changes in asset price from period to period and evaluate the option based on making decisions at different points in time.

Keywords: Options contracts, Binomial Model, Brownian motion, Binomial tree

مقدمة:

تزايدت أهمية المشتقات المالية على مدار العقود الأخيرة بسبب الثورة التي حدثت في تكنولوجيا الاتصالات وانعكاساتها على أسواق المال والتي بدخولها فيما يعرف بعصر العولمة زادت عمقا واتساعا، وقد نتج عن الثورة الحادثة في عالمي الاستثمار والتمويل وما صاحبهما من تعاطم ظاهرة تقلب أسعار الصرف وأسعار الفائدة وأسعار الأسهم وغيرها، ابتكار أدوات استثمارية جديدة تسهل عملية نقل وتوزيع المخاطر، مما يساعد في توفير عنصر السيولة في الأسواق وبذلك تساهم في توفير خاصيتي العمق والاتساع وبالتالي زيادة كفاءة الأسواق المالية.

تتيح المشتقات المالية الفرصة لتخطيط التدفقات النقدية، فضلا عن إتاحة فرص استثمار جديدة، إلى جانب كونها أداة للتنبؤ بالأسعار في السوق الحاضرة في تواريخ لاحقة، وأنها تسهم في تسيير وتنشيط التعامل على الأصول محل التعاقد، كما تسهم في سرعة تنفيذ الاستراتيجيات الاستثمارية وتحقيق سمة الكمال للسوق¹. بفضل عقود المشتقات أصبح من الممكن عمل توليفات من عقود المشتقات وأوراق مالية متداولة في السوق الحاضر، في ظلها يتحقق للمستثمر مستويات فريدة من العائد والمخاطر لا تحققها أي ورقة مالية متداولة بالفعل في السوق الحاضر.

ولكن وكما أن للمشتقات المالية مزاياها وإيجابياتها، فإن لها من العيوب والمخاطر البالغة في حالة الاستثمار في هذه الأدوات المالية، والنتيجة عن حالة عدم التأكد المحيطة بأسعارها كونها تتعامل مع المستقبل فالاستثمار في المشتقات قد يعرض المستثمر إلى مخاطر عديدة من أهمها المخاطر الائتمانية مخاطر السوق المخاطر التنظيمية وغيرها، وعلى الرغم من أن هذه الأنواع من المخاطر قد يتعرض لها المستثمر من جراء عملياته الاستثمارية في الأوراق المالية التقليدية، إلا أنها تزداد تعقيدا عند تعامله بأدوات المشتقات، بالإضافة إلى دورها الرئيسي في الأزمات المالية، ولأن سعر العقد مشتق من سعر الأصل في السوق الحاضر، لذا يصبح من أولى متطلبات أسواق العقود توافر قدر من الانضباط لحركة الأسعار في الأسواق الحاضرة، فالدروس المستفادة من الأزمات كانت تعزى في قسم كبير منها لأسواق المشتقات.

وثمة أنواع من أدوات المشتقات لعل أهمها: الخيارات Options، المستقبلات Futures، العقود الآجلة

و عقود Swaps، أو مزيج من اثنين من هذه العقود وهو ما يسمى بمشتقات المشتقات مثل عقود المبادلات الخيارية². وتعد الخيارات أحد أهم الأدوات المشتقة التي نالت ومازالت تنال اهتماماً كبيراً على المستويين الأكاديمي والمهني، هذا الاهتمام المتزايد نابع من تميزها ومرونتها العالية عن باقي الأدوات الأخرى والتي جعلتها تتبوأ مكانة هامة بين المتحورين والمضاربين.

عموماً ولحدثة وتعدد مفاهيمها فإن أي جانب منها بحاجة إلى مزيد من الإيضاح، وأولها تعريف الخيارات وأسواقها وبالأخص تسليط الضوء على النماذج الرياضية المستخدمة لتحديد أسعارها وتقييمها.

اشكالية البحث:

من خلال ما سبق يمكننا طرح الإشكالية التالية:

كيف يتم تحديد القيمة النظرية العادلة لعقد الخيار باستخدام نموذج ثنائي الحدين على عينة من الأسهم العادية لتسعة (09) مصارف مدرجة في السوق المالي الكويتي

خلال الفترة 2013-2014؟

أهمية البحث:

يعالج البحث أحد أهم المواضيع الراهنة كون أن عقد الخيار هو أداة مالية يمكن استخدامه لأغراض مختلفة، لاسيما لحماية المحفظة ضد المخاطر، تحقيق عائد إضافي أو المضاربة بشأن التطورات الحادثة في أسعار الأصول المتنوعة. وعلى غرار أسعار السهم التي لا تحدد فقط من خلال العرض والطلب في السوق، فإن أسعار الخيار تعتمد أيضاً على توقعات القيمة عند الاستحقاق مما يتوجب على مديري المحافظ الاستثمارية في العديد من الأسواق المالية العربية والدولية فهمها واحاطتها باهتمام خاص.

إن قلة الدراسات عن هذه الأداة المالية المهمة ووقوف الكثير من الأسواق المالية العربية عاجزة عن تقديم عقود الخيارات للمستثمرين بسبب ظروف الاستثمار في هذه البلدان وبالتالي

عدم تمكنها من مواكبة التطورات العالمية في هذا المجال. وبالتالي تنبع أهمية البحث من كونه يلقي الضوء على هذه أداة استثمارية مهمة وعلى طريقة تسعيرها.

أهداف الدراسة:

تسعى هذه الدراسة الى تحقيق الأهداف التالية:

- التعرف على عقود الخيارات واطهار أهميتها.
- توضيح كيفية تسعير الخيارات وفق نموذج ثنائي الحدين وكيفية التحوط باستخدام هذا النموذج.
- استخدام النموذج لحساب القيمة النظرية العادلة للخيارات الأوروبية في حالة فترة زمنية واحدة، ولفترتين، ثم في حالة تسعة فترات ($n=09$) باستخدام شجرة ثنائي الحدين على عقد خيار سهم بنك الكويت الوطني.

خطة البحث:

تتناول هذه الدراسة لماهية وأهمية عقود الخيارات، وذلك بهدف إلقاء الضوء على سماتها الأساسية، ثم تنتقل إلى تناول الأسس التي على ضوئها تتحدد قيمتها النظرية العادلة بالتطرق إلى المسار العشوائي ونموذج ثنائي الحدين لتسعير الخيارات، والذي يعد واحداً من أهم النماذج في مجال الاستثمار، ثم تسعير خيارات الشراء لعينة من أسهم 09 مصارف مدرجة في السوق المالي الكويتي خلال الفترة 2013-2014.

الدراسات السابقة:

1/ دراسة الراوي خالد وهيب بعنوان: الاستثمار-مفاهيم-تحليل-استراتيجية، قدمت الدراسة على عينة من المصارف الأردنية في عام 1999، بهدف توضيح كيفية استخدام الخيارات في بناء محفظة تحوط وتنفيذ استراتيجية المضاربة، وتوصلت الدراسة إلى اظهار المحددات الرئيسية لقيمة الخيار المتمثلة في: سعر تنفيذ الخيار، الوقت لغاية تاريخ انتهاء الخيار، معدل الفائدة الحالي من المخاطر، الانحراف المعياري لعوائد الأصول المستقبلية المعنية.

2/ دراسة لـ DR. SARBAPRIYA RAY المنشورة في Journal of Science (JOS) في عام 2012،

تحت عنوان: A Close Look into Black-Scholes Option Pricing Model

قامت هذه الدراسة بالتطرق الى نموذج بلاك- سكولز لتسعير الخيارات وقدمت تحليلا أكثر تفصيلا عن افتراضات النموذج وعملية الاشتقاق الرياضية للنموذج وأيضا تحليل الثغرات الكامنة في هذه النظرية وتوصلت الى أن هناك العديد من الاسباب التي تجعل هذا النموذج واسع الاستخدام والاهم هو أن المفاهيم الكامنة وراء تحليل نموذج بلاك-سكولز توفر اطار للتفكير في تسعير الخيارات والسبب الثاني هو أن القطاع المالي يستعملها كمعيار لأنه يعطي أسعار دقيقة لأسعار الخيارات.

3/ دراسة لـ F.T. Oduro, V.K. Dedu المنشورة في International Journal Busi Information Technology

في عام 2012، تحت عنوان: The Binomial and Black-Scholes Option Pricing Models

تناولت هذه الدراسة تقييم نماذج تسعير الخيارات وعلى وجه التحديد استخدام نموذج ثنائي الحدين ونموذج بلاك-سكولز وتناولت مفهوم التقارب بين النموذجين في حالة تعدد فترات بالاعتماد على نظرية السير العشوائي والحركة البراونية واستعانت الدراسة بالرسوم البيانية لتوضيح كيفية تطبيق مثل هذه النماذج وتوصلت بأنها سهلة الاستخدام وبسيطة بالنسبة للجميع وكذلك تقلل من الوقت والأخطاء المصاحبة للحساب اليدوي.

4/ دراسة لـ Fadugba Sunday Emmanuel وآخرون المنشورة في Applied and Computational Mathematics

في عام 2014، تحت عنوان: Performance Measure of Binomial Model for Pricing American and European Options
يأجراء مقارنة بين نموذجي ثنائي الحدين وبلاك-سكولز لتقييم الخيارات وتوصلوا الى أن نموذج ثنائي الحدين هو الأكثر مرونة مقارنة بنموذج بلاك-سكولز ويستخدم كذلك لتسعير مجموعة واسعة من الخيارات الأوروبية أو الأمريكية.

أولاً: طبيعة وأهمية الخيارات

1. مفهوم الخيارات

الخيارات عقود مشتقة تمنح لحاملها حق شراء أو بيع عدد من الأسهم مثلاً بسعر محدد وخلال مدة نفاذ معينة مقابل مبلغ محدد يسمى علاوة الخيار. ولذلك طبيعة عقود الخيارات تتضمن منح الحق وليس الالتزام فلحملتها حرية التنفيذ من عدمه اعتماداً على توقعاتهم بشأن الأسعار السوقية للأسهم محل العقد.

كما يعرف عقد الخيار على أنه اتفاق بين طرفين، أحدهما المشتري أو حامل الخيار والآخر البائع أو محرر الخيار، وبموجب هذا العقد يحق للطرف المشتري (دون الالتزام) إذا ما رغب في أن يشتري من محرر (بائع) الخيار أو يبيعه الأصل محل التعاقد (سهم، سند، مؤشر سوق، عملة سلعة... الخ) بسعر معين والسعر الذي يباع أو يشتري به الأصل يسمى سعر التنفيذ.³

2. أنواع الخيارات

وفقاً لطبيعة وشروط العقد تقسم الخيارات إلى نوعين رئيسيين هما

1.2 خيار الشراء

يكون عقد الخيار عقد شراء عندما يعطى للطرف الأول أي المشتري الحق بأن يشتري (إذا ما رغب) من الطرف الثاني أي المحرر أصلاً معيناً بكمية معينة وسعر معين وفي تاريخ معين أو خلال فترة زمنية معينة حسب الاتفاق وذلك مقابل حصول الطرف الثاني (المحرر) من المشتري على علاوة تحددها شروط العقد.⁴

وبالمفهوم أعلاه خيار شراء يكون محرر الخيار ملزماً ببيع الأصل محل العقد ووفق الشروط التي يضمنها وذلك إذا ما رغب مشتري الخيار بتنفيذ العقد.

يقوم المستثمر بشراء هذه الاختيارات بناءً على توقعاته بارتفاع الأسعار السوقية للأسهم محل العقد وبأعلى من سعر التنفيذ، في حين توقعات المحرر تشير إلى استقرار الأسعار أو انخفاضها عن مستوياتها الحالية، إذا ارتفعت الأسعار وفقاً لتوقعات حامل الخيار (المشتري) وقام بتنفيذ حقه سواء بالطريقة الأوروبية أو الأمريكية يدخل الخيار مرحلة الالتزام، ويترتب على المحرر تسليم الأسهم محل العقد إلى المشتري بسعر التنفيذ المتفق عليه فوراً إذا كان الخيار مغطى (أي أن المحرر يمتلك الأسهم محل العقد)، أما إذا كان الخيار غير مغطى في هذه الحالة يلتزم

المحرر بشراء الأسهم من السوق وتسليمها إلى المشتري، وطبقا لهذا المفهوم فإن خاصية المضاربة والحماية هي الهدف الأساسي من استخدام هذه الاختيارات من قبل المستثمرين⁵.
يحقق خيار الشراء الحماية للمستثمر، فخصائره محدودة بمقدار العلاوة، أما أرباحه فلا حدود لها إذ ترتفع مع ارتفاع القيمة السوقية للسهم في وقت التنفيذ. وعلى العكس من ذلك فإن أرباح المحرر محدودة بمقدار العلاوة، أما خسائره فلا حدود لها، إذ تزداد كلما ارتفعت القيمة السوقية للسهم.

2.2 خيار البيع

يكون العقد خيار بيع إذا ما أعطى للطرف الأول أي المشتري الحق في أن يبيع (إذا ما رغب) للطرف الثاني أي محرر الخيار أصلا معينا بكمية معينة وسعر معين وفي أو عند تاريخ معين حسب الاتفاق وذلك مقابل حصول المحرر من المشتري على علاوة معينة تحددها شروط العقد.

وبالمفهوم أعلاه يصبح محرر خيار البيع ملزما هنا أيضا بأن يشتري من حامل الخيار الأصل محل العقد ووفق الشروط التي يتضمنها وذلك إذا ما رغب مشتري الخيار بتنفيذ العقد.
قرار التعامل مع هذه الخيارات يعتمد على توقعات المستثمر بانخفاض الأسعار السوقية للأسهم محل العقد خلال فترة التنفيذ. لذا فإن التزامات محرر الاختيار تتضمن شراء الأسهم بسعر التنفيذ المتفق عليه، إذا تحققت توقعات المشتري وبمستوى تجعل الاختيار مربحا.
إن قرار تحرير اختيار البيع يعتمد بالأساس على توقعات المحرر إما باستقرار الأسعار الحالية أو ارتفاعها خلال مدة صلاحية الاختيار.

3. دوافع التعامل بعقود الخيارات

توفر عقود الخيارات للمستثمرين المزايا التالية:

- المضاربة وذلك عن طريق تمكين المتعاملين فيها باستخدام مبالغ قليلة من الأموال للمتاجرة في السوق المالي وبالتالي الاستفادة من مزايا الرفع المالي وذلك من خلال المراهنة على تحركات الأسعار المستقبلية للأوراق المالية⁶. فالطرف الأول من العقد يتمكن عن طريق دفع قيمة العلاوة التي لا تمثل عادة سوى نسبة ضئيلة جدا من القيمة الإجمالية للعقد من المضاربة بكميات كبيرة من الاستثمارات. كما يمكن للطرف الآخر من العقد أي محرر الخيار من المضاربة عن

طريق استغلال الرفع المالي بدفع هامش ضئيل نسبياً لبيت السمسرة الذي يقوم بدور الوسيط وذلك لتأمين الوفاء بالتزامه لمشتري الخيار.

- التحوط ضد التذبذب في أسعار الأسهم التي قد تنشأ نتيجة التقلبات في أسعار الفائدة أو أسعار الصرف وغيرها إذ يستخدم المستثمرون الخيارات في تخفيض مخاطرة الاستثمار أو إزالتها وتتيح هذه العقود في الوقت ذاته الاستفادة من التحركات السوقية المواتية للموجودات الأساسية.

- أغراض استثمارية: يعد شراء حق الشراء أداة استثمارية بديلة عن حيازة الأصل مؤقتاً وذلك بانتظار توقع ارتفاع السعر في وقت استحقاق عقد الخيار وإمكانية الشراء والاستثمار بالسعر الأقل وهو سعر التنفيذ، لهذا فإن المستثمر يمتلك المقدرة اللازمة لتنفيذ شراء الأصل الفعلي⁷.

إذا كان السعر السوقي للأصل أكبر من سعر تنفيذ خيار الشراء أو أقل من سعر تنفيذ خيار البيع فإن الخيار يقال بأنه ضمن إمكانية تحقيق الربح (In The Money- ITM)، أما إذا كان السعر السوقي للأصل مساوياً لسعر التنفيذ فإن الخيار (سواء أكان خيار شراء أم خيار بيع) يقال بأنه عند إمكانية تحقيق الربح (At The Money- ATM) والقيمة الذاتية في هذه الحالة تساوي صفر. وإذا كان السعر السوقي للأصل أقل من سعر تنفيذ خيار الشراء أو أكبر من سعر تنفيذ خيار البيع فإن الخيار لن تكون له قيمة ذاتية ويقال بأنه خارج إمكانية تحقيق الربح (Out The Money-OTM).

4. تصنيف عقود الخيارات

تصنف الخيارات حسب الفترة الزمنية المتفق عليها إلى ثلاثة أصناف:

- الخيارات الأمريكية: وهي التي تعطي لحامل الخيار حق تنفيذه في أي وقت خلال الفترة التي تمتد من بداية الاتفاق إلى التأريخ المحدد لانتهائه، ويتم التعامل بهذه الاختيارات في أغلب البورصات العالمية.

- الخيارات الأوروبية: وهي التي لا تعطي لحامل الخيار حق تنفيذه إلا في التأريخ المحدد لانتهائه (Expiry date) ويتم التعامل بها غالباً في الأسواق خارج البورصات (OTC)، وأسعار هذه الخيارات أرخص من الخيارات الأمريكية، لأنها لا تعطي لمشتري الخيار فترة زمنية مرنة كالخيارات الأمريكية.

- الخيارات الآسيوية: هي خيارات أكثر تعقيدا من الخيارات الأوروبية أو الأمريكية، فهي تتعامل في الأسواق التي تكون أسعار الأصول المتعاقد عليها متقلبة فيها مثل أسواق النفط والمعادن⁸. ويطلق عليها كذلك خيارات متوسط السعر، فعند ممارسة حق الخيار الآسيوي لا ينظر إلى السعر أثناء مدة العقد كالخيار الأمريكي أو عند الاستحقاق في حالة الخيار الأوروبي، وإنما ينظر لمتوسط السعر طوال مدة العقد، ويحتسب السعر على أساس المتوسط الحسابي بينما نادرا ما يستخدم المتوسط الهندسي⁹.

5. أسواق تداول الخيارات

يوجد نوعين من أسواق الخيارات: الأسواق المنظمة والأسواق غير المنظمة.

1.5 الأسواق المنظمة

أنشئ أول سوق منظم للتعامل في الخيارات في مدينة شيكاغو بالولايات المتحدة الأمريكية في عام 1973، وأطلق عليه سوق شيكاغو للخيارات، ولقد أدخلت هذه السوق منذ إنشائها تعديلات جوهرية على الأسس التي يقوم عليها التعامل في السوق غير المنظم وذلك بهدف تلافي سلبيات التعامل في الأسواق غير المنظمة، لذلك عمدت بورصة شيكاغو إلى تنميط شروط التعاقد: تنميط تواريخ التنفيذ وأسعار التنفيذ وذلك بهدف تحسين سيولة الخيار، مما يمكن حامله من سرعة التصرف فيه بأقل تأثير ممكن على قيمته السوقية. وكذلك تحديد المسئولية عن الصفقات من أجل تلافي المخاطر الائتمانية¹⁰. فقد تم بإنشاء مؤسسة تسوية الخيارات

(Option Clearing Corporation(OCC)) تؤدي دورا هاما في أسواق الخيارات، حيث يتمثل دورها في إصدار الخيارات التأكد من تنفيذ الأوامر الصادرة عن المستثمرين وتسويتها، فهي تقوم بدور الوسيط بين السماسرة الممثلين للمشتريين والبائعين، فهي تمثل المحرر بالنسبة للمشتري وتمثل المشتري بالنسبة للمحرر وهو الأمر الذي يضمن الوفاء بكل الالتزامات التعاقدية.

2.5 الأسواق غير المنظمة

يتم في هذه الأسواق التعامل بعقود الخيارات التقليدية market Conventional option وهي ترتيبات تعاقدية فردية بين المشتري والبائع، وفيها تعد كل خصائص العقد قابلة

للتفاوض مثل أجل الخيار وسعر التنفيذ ومبلغ العلاوة وبذلك تعد المرونة أبرز ميزة لهذه الأسواق، إذ يتم تهيئة فقرات العقد وفقاً لحاجات المستثمرين.

ويجري التعامل في هذه السوق بصورة لا مركزية Decentralized إذ يتوجه المستثمرون إلى وسطائهم للبحث بين بقية الوسطاء والمستثمرون عن جهة تبدي استعداداً لبيع (شراء) خيار شراء أو خيار بيع معين. أو من خلال الإعلان بالصحف المتخصصة عن الاستعداد للتفاوض وإبرام صفقة الخيارات بالشروط والخصائص المعلنة. وبالرغم من أهمية الدور الذي تؤديه هذه الأسواق في تلبية الاحتياجات الخاصة لمجموعة من المستثمرين وخصوصاً المستثمرون المؤسسيون Institutional Investors، إلا أن السوق المنظمة استحوذت على معظم كميات تداول الخيارات¹¹.

ثانياً: المسار العشوائي ونموذج ثنائي الحدين لتسعير الخيارات

إن النظرية الحديثة لتسعير الخيارات هي ربما واحدة من أكثر الإسهامات أهمية لحقل الإدارة المالية بالكامل فقد شهدت نظرية تسعير الخيارات فقرات علمية كبيرة منذ السبعينيات القرن الماضي، نتيجة للمساهمات النظرية التي قدمها كل من Black- Scholes- Merton عام 1973، التي تمثلت في طرح صيغة رياضية لتسعير الخيارات وكذلك المساهمة التي قدمها Sharpe William و Cox، و Rubinstein و Ross لتطوير نموذج ثنائي الحدين (بينوميال Binomial).

يهدف نموذج ثنائي الحدين Binomial الذي يشكل موضوع هذه الدراسة إلى تحديد القيمة النظرية العادلة للخيار Theoretical Fair Value، فالإشكال الأساسي في دراسة الخيارات يتمثل في تقييم هذه الخيارات، والذي لا يكون ممكناً ومتاحاً إلا من خلال نموذج يمثل تطور أسعار الأصول المالية عبر الزمن، تتغير أسعار هذه الأصول بطريقة عشوائية عبر الزمن. لتحديد هذا النموذج الذي يعكس هذا التطور في الأسعار، يكون من الضروري التطرق إلى ما يعرف بالمسار العشوائي Processus stochastique في بداية هذا الجزء من الدراسة.

1. المسار العشوائي

1.1 خصائص مسار ماركوف Markov

مسار ماركوف هو نوع خاص من المسار العشوائي، أين تستخدم القيمة في الحاضر للتنبؤ بالمستقبل دون الحاجة إلى التعرف إلى الماضي، فالقيم الحاضرة هي فقط التي تدخل في تحديد القيم المستقبلية. حيث أن القيم التاريخية للمتغيرة والطريقة التي نتج منها الحاضر من الماضي ليس لها أي تأثير على القيمة المستقبلية للمتغيرة¹².

توقع المتغيرة العشوائية مشروط بالحوادث الماضية، يتوقف فقط على القيمة السابقة X_{t-1} وهو مسار بدون ذاكرة للماضي. ويتم التعبير عنه كما يلي:

- يمثل الحدث $A = \{X_s; s > t\}$ المستقبل للمسار X_t .

- يمثل الحدث $B = \{X_s; s < t\}$ الماضي للمسار X_t .

- المسار X_t يطلق عليه مسار ماركوف في Markovien إذا فقط إذا¹³:

$$P(A / X_t, B) = P(A / X_t) \forall t$$

معرفة الحاضر، الماضي والمستقبل للمسار تتميز بالاستقلالية، حيث أن معرفة ماضي مسار ماركوف لا يقدم أي معلومة على تطوره في ما هو آتي. فتبقى القيمة الآنية الحاضرة هي المحدد للتوزيعات المستقبلية في غياب معلومات جديدة. تكتسي خواص مسار ماركوف أهمية قصوى في النماذج المالية وبشكل خاص في تحديد تطور أسعار الاختيارات.

2.1 الحركة البراونية Mouvement Brownien (أو مسار Wiener)

الحركة البراونية Brownien مع drift هي مسار عشوائي Stochastique $\{X_t; t \geq 0\}$ الذي يحقق الخصائص التالية:

- كل تغير $\{X_{t+s} - X_s\}$ للمسار $\{X_t; t \geq 0\}$ بين الزمن S و $S+t$ يتبع القانون الطبيعي. بمتوسط

μt وتباين $\sigma^2 t$ أين μ و σ هي معلمات ثابتة.

- بالنسبة للأزمنة

$$(t_1 < t_2 < \dots < t_n)$$

تكون المتغيرات $(X_{t_2} - X_{t_1}), (X_{t_3} - X_{t_2}), \dots, (X_{t_n} - X_{t_{n-1}})$ مستقلة وتتبع القانون الطبيعي.

$X_0 = 0$ و $\{X_t; t \geq 0\}$ مستقرة بالنسبة للزمن.

يتم الإشارة أيضا أنه في حالة $\mu = 0$ الحركة البراونية Brownien تسمى الحركة

البراونية Brownien المعيارية حيث أن التوزيع الاحتمالي المستمر يكون:

$$P(Z_t < z / Z_{t_0} = z_0) = P(Z_t - Z_{t_0} < z - z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t-t_0)}} \int_{-\infty}^{z-z_0} e^{-\frac{\mu^2}{2(t-t_0)}} du$$

المسار $\{X_t; t \geq 0\}$ يمكن أن يكتب بدلالة $\{Z_t; t \geq 0\}$ على الشكل:

$$dX_t = \mu dt + \sigma dZ_t$$

حيث:

- dZ_t متغيرة عشوائية تتبع القانون الطبيعي.

- التوقع الرياضي لـ dZ_t هو $E(dZ_t) = 0$.

- التباين dZ_t يكون $V(dZ_t) = dt$.

- قيم dZ_t المرتبطة بمحالات زمنية قصيرة dt تكون مستقلة

3.1 الحركة البراونية الهندسية Mouvement Brownien géométrique

ليكن المسار $\{X_t; t \geq 0\}$ يتبع الحركة البراونية Brownien مع $\mu \geq 0$ (drift)

وتباين ثابت يعادل σ^2 . المسار العشوائي Stochastique المعروف كما

يلبي $\{Y_t = e^{X_t}; t \geq 0\}$ يسمى الحركة البراونية الهندسية Mouvement Brownien

géométrique.

هذا المسار $\{Y_t, t \geq 0\}$ يكون موجبا على الدوام. ويتبع في كل لحظة t قانون Log-

normale، أين تتوقف الملاحظات على الزمن¹⁴. التوقع والتباين لهذا المسار يمكن أن تستنتج من

خلال قانون Log-normale ويكون لدينا¹⁵:

$$E(Y_t / Y_0 = y_0) = y_0 e^{\left(\mu t + \frac{\sigma^2 t}{2} \right)}$$

$$V(Y_t / Y_0 = y_0) = y_0^2 e^{(2\mu t + \sigma^2 t)} (e^{\sigma^2 t} - 1) \quad \text{و}$$

$$g(y) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln y - \mu t)^2}{2\sigma^2 t}} ; y > 0 : \{Y_t\}$$

بالنسبة

$$(t_1 < t_2 < \dots < t_n)$$

تكون المتغيرات $(Y_{t2}/Y_{t1}), (Y_{t3}/Y_{t2}), \dots, (Y_{tn} - Y_{tn-1})$ مستقلة وتتبع قانون

.Log-normale

في حالة الاستمرارية، تكتب الحركة البراونية الهندسية Mouvement Brownien

Mouvement Brownien géométrique بدلالة الحركة البراونية

$$\frac{dY_t}{Y_t} = \mu dt + \sigma dZ_t : \{Z_t; t \geq 0\}$$

2. نموذج ثنائي الحدين Binomial

يعد هذا النموذج من أبسط نماذج تسعير الخيارات، تم صياغته من قبل W. Sharpe وبعد ذلك قام كل من Cox، Ross و Rubinstein بتطوير النموذج، يفترض النموذج أن أسعار الأسهم محل الخيار إما ترتفع أو تنخفض بمعدلات مختلفة، وعليه فإن احتمالات تحرك السهم يكون ذو حدين والتي تتحكم بالتوزيعات الاحتمالية للنموذج، لذلك يسمى بنموذج ثنائي الحدين. يستخدم هذا النموذج في تسعير الخيارات لفترة واحدة أو فترتين أو أكثر.

1.2 نموذج ثنائي الحدين للفترة الواحدة

إذا اعتبرنا أصل مشتق (خيار) على سهم عادي مثلاً له قيمة في بداية الفترة S . في نهاية الفترة يأخذ هذا السهم إلاً قيمتين ممكنتين: - الاتجاه نحو الارتفاع مقارنة بالقيمة في بداية الفترة uS .

- الاتجاه نحو الانخفاض مقارنة بالقيمة في بداية الفترة dS .

$u > 1$ و $d < 1$

بالنسبة للخيار في نهاية الفترة T تكون نتيجته pay-off كالتالي:

F_u : إذا ارتفعت قيمة السهم إلى القيمة uS .

F_d : إذا انخفضت قيمة السهم إلى القيمة dS .

F_d و F_u تمثل إذن قيمة الخيار في تاريخ النفاذ.

يفترض النموذج أن سعر خيار شراء أوروبي (مع عدم وجود توزيعات) يتحدد للفترة المحصورة بين

t_0-t_1 وعند تاريخ نفاذ خيار الشراء فإن السهم يأخذ إحدى القيمتين إما يرتفع ليصبح uS أو ينخفض ليصبح dS . وإذا اعتبرنا أن K تمثل سعر التنفيذ وعليه فإن قيمة خيار الشراء بتاريخ التنفيذ إما أن تكون C_u أو C_d كالتالي:

$$C_u = \text{Max}(0, uS - K)$$

$$C_d = \text{Max}(0, dS - K)$$

إن الصيغة الرياضية لاحتساب القيمة النظرية العادلة لخيار الشراء يتم على أساس تكوين محفظة للتحوط Hedge Portfolio بدون مخاطر وتعطي عائد يساوي معدل العائد الخالي من الخطر (r). هذه المحفظة تتكون من عدد من الأسهم n لتمثل نسبة التحوط وخيار شراء

$$V_p = nS - C \quad \text{واحد. ولذلك فإن قيمة المحفظة تحسب كالتالي:}$$

إذ أن nS تمثل أصول المحفظة، C تمثل الخصوم وعلى أساس أن قيمة المحفظة قائمة على شراء أسهم وبيع عقد خيار شراء واحد، وبتاريخ النفاذ فإن قيمة المحفظة إما تكون V_u إذا ارتفع سعر السهم أو تكون V_d إذا انخفض سعر السهم كما يلي¹⁶:

$$V_u = nuS - C_u$$

$$V_d = ndS - C_d$$

ولكون أن المحفظة خالية المخاطرة وتحقق عائد مساوي إلى العائد الخالي من المخاطرة. فإن أي نمو بقيمة المحفظة يجب أن يكون بنسبة r وعليه قيمة المحفظة بتاريخ النفاذ وفقا لمعدل النمو الخالي من المخاطرة هي:

$$V = (nS - C)(1 + r)$$

وبما أن قيمة المحفظة في حالة ارتفاع السعر أو انخفاضه متساوية، في هذه الحالة اختيار أي منهما يعطي ذات النتيجة وسوف يتم التركيز على حالة الارتفاع لتعطي:

$$V_u = V(1 + r)$$

$$(nS - C)(1 + r) = nuS - C_u$$

وبالتالي يتم الحصول على صيغة احتساب سعر خيار الشراء (القيمة النظرية العادلة) كما

يلبي:

$$C = \frac{PC_u + (1-P)C_d}{1+r}$$

$$P = \frac{(1+r-d)}{u-d}$$

أي أن القيمة النظرية العادلة لخيار الشراء دالة إلى سعر خيار الشراء في حالة الارتفاع أو الانخفاض ومعدل العائد الخالي من المخاطرة¹⁷.

▪ خيار بيع أوروبي Put للفترة الواحدة.

قيمة خيار البيع يتابع نفس المنهجية السابقة في حالة Put تعطي بالصيغة التالية:

$$P = \frac{pP_u + (1-p)P_d}{1+r}$$

(P: سعر خيار البيع)

$$P = \frac{(1+r-d)}{u-d}$$

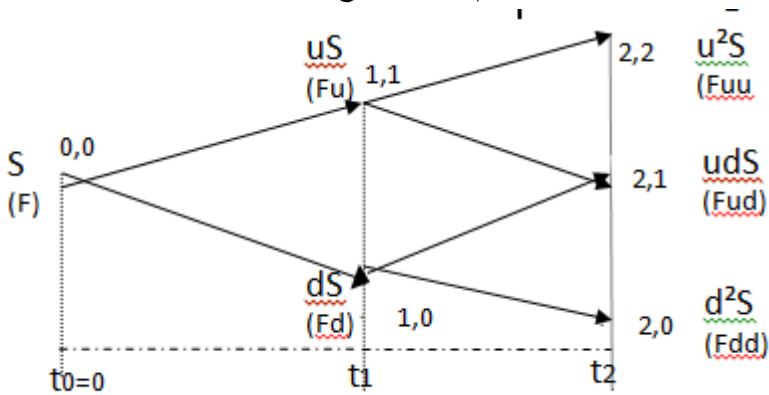
(p: احتمال ارتفاع الأصل الأساس)

2.2 نموذج ثنائي الحدين للفترتين

تطور أسعار السهم حسب نموذج Binomial خلال فترتين موضح في الشكل التالي وهذا

حسب العقد Noeux في الشجرة:

الشكل رقم (01): نموذج Binomial لفترتين



المصدر: من إعداد الباحثين

إذا ارتفع سعر السهم في t_1 إلى uS وفي الفترة t_2 إما يرتفع السعر ليصبح u^2S أو ينخفض ليصبح السعر udS . فإذا انخفض سعر السهم في t_1 إلى dS فإنه في الفترة t_2 إما ينخفض مرة أخرى أو يتجه إلى الارتفاع وفي أية حالة فإنه يصبح إما d^2S أو duS . وعلى ضوء هذه الافتراضات فإن قيمة خيار الشراء يتحدد بتاريخ التنفيذ على وفق الآتي¹⁸:

$$C_{u^2} = \text{Max}(0, u^2S - K)$$

$$C_{ud} = \text{Max}(0, udS - K)$$

$$C_{d^2} = \text{Max}(0, d^2S - K)$$

بافتراض أن سعر السهم في الفترة t_1 ارتفع ليصبح uS أو ينخفض إلى dS وأن الفترة المتبقية هي واحدة باحتمال تحقق نتيجتين لكل منها، فإن النموذج الفترة الواحدة يكون هو الأنسب في حساب سعر خيار الشراء C_u ، C_d كما يلي:

$$C_u = \frac{PC_{u^2} + (1-P)C_{ud}}{1+r}$$

$$C_d = \frac{PC_{ud} + (1-P)C_{d^2}}{1+r}$$

وبتعويض قيمة كل من C_u ، C_d في الصيغة الرياضية لحساب سعر الخيار لفترة الواحدة نحصل على سعر الخيار في حالة الفترتين¹⁹:

$$C = \frac{p^2C_{u^2} + 2p(1-P)C_{ud} + (1-p)^2C_{d^2}}{(1+r)^2}$$

3.2 نموذج ثنائي الحدين Binomial لـ N فترة:

إذا كانت S تمثل سعر الأصل في بداية المجال Δt ، فإن التوقع والتباين لسعر الأصل في نهاية المجال Δt تكون على الترتيب كالتالي "على اعتبار أن الأسعار تتبع الحركة البراونية الهندسية Mouvement brownien géométrique بعائد μ و تباين σ^2 :

$$Se^{\mu\Delta t} \dots\dots\dots (1) \text{ - التوقع:}$$

$$S^2 e^{2\mu\Delta t} (e^{\sigma^2\Delta t} - 1) \dots \dots \dots (2)$$

- التباين: في نموذج الثنائي الحدين إذا كانت S تمثل سعر الأصل في بداية المجال Δt ، يكون التوقع والتباين في نهاية المجال Δt هي كالتالي على الترتيب²⁰:

$$puS + (1 - p)ds \dots \dots \dots (3)$$

$$pu^2S^2 + (1 - p)d^2S^2 - S^2[pu + (1 - p)d]^2 \dots \dots \dots (4)$$

للحصول على التباين يمكن كتابة $VAR(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

حتى يكون نموذج ثنائي الحدين Binomial مكافئ للصيغة المقطعية للنموذج Brownien géométrique ذات المعلمات μ و σ فإنه كتابة²¹:

$$Se^{\mu\Delta t} = puS + (1 - p)dS \quad (1) = (3)$$

$$S^2 e^{2\mu\Delta t} (e^{\sigma^2\Delta t} - 1) = pu^2S^2 + (1 - p)d^2S^2 - S^2[pu + (1 - p)d]^2 \quad (2) = (4)$$

$$d = \frac{1}{u}$$

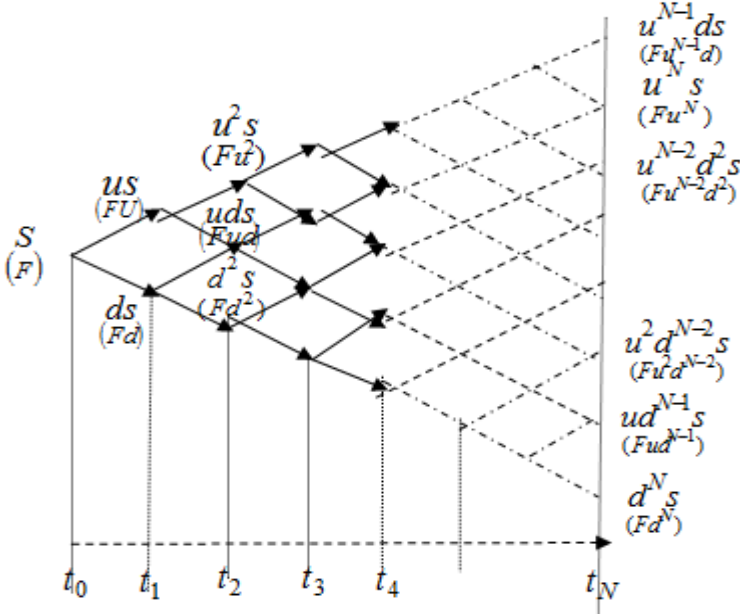
بالإضافة إلى ذلك يعتبر Cox، Ross و Rubinstein أن:

تسمح المتساويات السابقة بتحديد المعلمات الثلاثة لشجرة ثنائي الحدين Binomial:

$$P = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (\text{في حالة حيادية الخطر } \text{Risque-neutre})$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad , \quad u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

الشكل رقم (02): شجرة Binomial لـ N فترة



المصدر: من إعداد الباحثين

سعر خيار الشراء أو البيع الأوروبي F_{ij} يعطى بالصيغة التالية:

$$F_{ij} = e^{-r\Delta t} [pF_{i+1,j+1} + (1-p)F_{i+1,j}]$$

أين:

r : سعر الفائدة خالي من المخاطرة

P : احتمال ارتفاع سعر الأصل الأساس ويسمى باحتمال حيادية الخطر.

 Δt : المجال الزمني بين كل فترة جزئية.

(1-p) : الاحتمال المتمم لـ p والذي يعبر عن احتمال انخفاض سعر الأصل الأساس.

- سعر خيار الشراء الأمريكي يحدد بالعلاقة التالية²²:

$$C_{ij} = \text{MAX}[Su^j d^{i-j} - K; e^{-r\Delta t} (pC_{i+1,j+1} + (1-p)C_{i+1,j})]$$

- سعر خيار البيع الأمريكي يحدد بالعلاقة التالية:

$$P_{ij} = \text{MAX}[K - Su^j d^{i-j}; e^{-r\Delta t} (pP_{i+1,j+1} + (1-p)P_{i+1,j})]$$

ثالثاً: تسعير الخيارات المالية للقطاع البنكي الكويتي باستخدام نموذج ثنائي الحدين

تهدف هذه الدراسة إلى محاولة استخدام نموذج ثنائي الحدين لتسعير خيارات الشراء على الأسهم العادية في تسعة (09) مصارف مدرجة في السوق المالي الكويتي خلال الفترة 2013-2014. ويعد نموذج ثنائي الحدين من أبسط نماذج تسعير الخيارات حيث لا يعتمد على الصيغ الرياضية المعقدة في حساب سعر الخيارات. يستخدم النموذج لحساب القيمة النظرية العادلة للخيارات الأوروبية في حالة فترة زمنية واحدة، ولفترتين، ثم في حالة $n=$ فترة باستخدام شجرة ثنائي الحدين على عقد خيار سهم بنك الكويت الوطني.

سوق الكويت للأوراق المالية هو سوق لتداول الأسهم بشكل رسمي والذي يتضمن الأسواق التالية: بورصة الكويت الرسمية أو السوق الرسمي، السوق الموازي، سوق الخيارات وسوق الآجل.

فقد عرف المستثمرون الكويتيون التداول في الأسهم مع إنشاء بنك الكويت الوطني في عام 1952 كأول شركة مساهمة كويتية. في العقود التالية أصدرت حكومة الكويت عدداً من القوانين والقواعد لتنظيم أنشطة تداول الأوراق المالية، والتي بلغت ذروتها في عام 1983، مع صدور مرسوم بإنشاء سوق الكويت للأوراق المالية والذي كلف بمهام تنظيم أنشطة التداول ووضع ضوابط لها. وقد واصل السوق القيام بهذه المهام حتى موعد نقل مسؤولياته التنظيمية لهيئة أسواق المال، التي أنشئت بموجب القانون الجديد الذي دخل حيز التنفيذ في 28 فبراير 2010.

كانت الكويت على الدوام رائدة بين الدول العربية على صعيد أنشطة الأوراق المالية:

- في نوفمبر 1995، طبقت البورصة أول نظام للتداول الإلكتروني
- في أكتوبر 1998، تم إدخال السوق الآجل
- في أوت 2003، تم إدخال سوق البيوع المستقبلية
- في نوفمبر 2003، بدأ التداول الإلكتروني
- في مارس 2005، تم تطبيق سوق الخيارات.

ولكي تتوفر السيولة اللازمة في السوق الخيارات، يقوم صانع السوق مصدر الخيار بطرح أسعار عرض وأسعار طلب لجميع عقود الخيار المعروضة من قبله بهدف خلق بيئة تداولية تمنح

المستثمر فرصة إعادة بيع العقد، إضافة إلى فرصة تنفيذ عقد الخيار عند سعر الاستحقاق وامتلاك الأسهم محل التعاقد بعد أن يكون قد سدد إجمالي قيمتها وفقا للنظام المعد لذلك²³.

عينة الدراسة

تهدف الدراسة إلى تطبيق نموذج ثنائي الحدين لتحديد القيمة النظرية العادلة للخيارات على الأسهم العادية لعينة من قطاع المصارف المدرجة في سوق الكويت للأوراق المالية والبالغ عددها 09 مصارف خلال الفترة 2013-2014. وقد وقع الاختيار على هذه العينة للاعتبارات التالية:

- إن المصارف المدرجة في سوق الكويت للأوراق المالية تتداول أسهماها فيه بانتظام.
- إن هذه المصارف تمثل القطاع الذي يفترض أنه أكثر القطاعات عرضة للمخاطر المالية، خاصة أن العالم تعرض لأكبر أزماته المالية في الفترة الأخيرة.

يوضح الجدول التالي متوسط أسعار الأسهم العادية للبنوك المدرجة في السوق المالي الكويتي لعام 2014 والمشكلة لعينة الدراسة، يتبين من الجدول رقم (01) أن متوسط سعر سهم بنك الكويت الوطني قد سجل أعلى سعر وجاء في مقدمة أسعار أسهم القطاع البنكي حيث عادل 973 دينار كويتي و 931 دينار للستين 2013-2014 على الترتيب، بينما سجل بنك الإثمار المرتبة الأخيرة حيث بلغ معدل سعر السهم 50 دينار كويتي و65 دينار خلال نفس الفترة 2013-2014.

الجدول رقم (01): متوسط أسعار أسهم البنوك وعدد الصفقات الخاصة بعينة الدراسة

| 2014 | | | 2013 | | | اسم الشركة |
|-------------|--------|-----|-------------|--------|-----|-----------------------|
| عدد الصفقات | k | S | عدد الصفقات | k | S | |
| 931 | 884,45 | 931 | 1060 | 924,35 | 973 | كويت وطني |
| 525 | 378,1 | 398 | 638 | 330,6 | 348 | بنك الخليج |
| 207 | 709,65 | 747 | 199 | 641,25 | 675 | الأهلي المتحد |
| 200 | 291,65 | 307 | 587 | 288,8 | 304 | الكويت الدولي |
| 688 | 551,95 | 581 | 537 | 510,15 | 537 | برقان |
| 1853 | 740,05 | 779 | 3159 | 769,5 | 810 | التمويل الكويتي |
| 528 | 589 | 620 | 629 | 489,25 | 515 | بوبيان |
| 474 | 178,6 | 188 | 416 | 218,5 | 230 | الأهلي المتحد (ش م ب) |
| 920 | 61,75 | 65 | 6042 | 47,5 | 50 | الإثمار (ش م ب) |

المصدر: من إعداد الباحثين بناء على التقارير الشهرية التي ينشرها السوق المالي الكويتي

يتضمن الجدول البيانات التالية:

S: متوسط سعر السهم العادي لكل بنك للعامين 2013-2014.

K: سعر تنفيذ عقد الخيار والذي يمثل نسبة قدرها 95% من قيمة متوسط سعر السهم.

متوسط عدد الصفقات المبررة على كل سهم في العام 2013 والعام 2014.

1. تسعير الخيارات للفترة الواحدة

يستخدم نموذج ثنائي الحدين للفترة الواحدة في تسعير خيارات الشراء Call Option

وخيارات البيع Put Option والمقصود بالفترة الواحدة أن للعقد الخيار عمر زمني محدد ولن

يتم ممارسة الخيار إلا في هذا التاريخ المحدد. يعرض الجدول التالي مختلف مؤشرات الداخلة في

نموذج ثنائي الحدين لفترة واحدة حيث يمثل العمود الأخير سعر خيار الشراء Call Option

الأوروبي على الأسهم العادية الخاصة بكل بنك والناتج عن استخدام النموذج.

يوضح الجدول رقم (02) أن أعلى قيمة نظرية عادلة للخيار للفترة الواحدة قد سجلت

بالنسبة للمصرف الكويت الوطني والتي بلغت 139 دينار، في حين بلغت القيمة النظرية العادلة

الأقل للخيار على سهم مصرف الإثمار بقيمة قدرها 7,14 دينار، وهو ما يؤكد العلاقة الطردية بين سعر السوقى للأصل محل عقد الخيار وقيمتة العادلة.

الجدول رقم (02): تسعير الخيارات لفترة واحدة باستخدام نموذج ثنائي الحدين

| C* | Cd | Cu | dS | uS | R | k | S | البنوك |
|--------|----|-------|--------|---------|------|--------|-----|-----------------------|
| 139,00 | 0 | 291,9 | 827,05 | 1216,25 | 0,05 | 924,35 | 973 | كويت وطني |
| 49,71 | 0 | 104,4 | 295,8 | 435 | 0,05 | 330,6 | 348 | الخليج |
| 96,43 | 0 | 202,5 | 573,75 | 843,75 | 0,05 | 641,25 | 675 | الأهلي المتحد |
| 43,43 | 0 | 91,2 | 258,4 | 380 | 0,05 | 288,8 | 304 | الكويت الدولي |
| 76,71 | 0 | 161,1 | 456,45 | 671,25 | 0,05 | 510,15 | 537 | برقان |
| 115,71 | 0 | 243 | 688,5 | 1012,5 | 0,05 | 769,5 | 810 | التمويل الكويتي |
| 73,57 | 0 | 154,5 | 437,75 | 643,75 | 0,05 | 489,25 | 515 | بويان (ش م ب) |
| 32,86 | 0 | 69 | 195,5 | 287,5 | 0,05 | 218,5 | 230 | الأهلي المتحد (ش م ب) |
| 7,14 | 0 | 15 | 42,5 | 62,5 | 0,05 | 47,5 | 50 | الإثمار |

المصدر: من إعداد الباحثين

تمثل U و D نسبي ارتفاع وانخفاض سعر السهم في السوق على التوالي واللتي بلغتا 25% صعوداً و 15% انخفاضاً، وتمثل R معدل العائد من المخاطرة في السوق المالي الكويتي.

2. تسعير الخيارات للفترتين

بهدف زيادة واقعية النموذج سوف يتم إضافة فترة أخرى للنموذج، حيث أن سعر خيار الشراء بموجب هذا النموذج هو القيمة المخصومة بمعدل العائد الخالي من المخاطرة للمتوسط الموزون لسعرين محتملين للخيار في الفترة اللاحقة، على أن يتم احتساب هذين السعرين على أساس الفترة الواحدة.

يبين الجدول أدناه نتائج تسعير الخيارات للفترتين 2013-2014 باستخدام نموذج ثنائي الحدين للفترتين.

يلاحظ من الجدول أن أسعار الخيارات في ظل افتراضات الفترتين أكبر من أسعارها في حالة الفترة الواحدة، وبالتالي فإن سعر الخيار ذو الاستحقاق الأطول يكون أكبر من سعر الخيار ذو الاستحقاق الأقصر.

الجدول رقم (03): تسعير الخيارات لفترةين باستخدام نموذج ثنائي الحدين

| C** | Cd ² | Cud | Cu ² | d ² S | udS | u ² S | R | k | S | البنوك |
|--------|-----------------|--------|-----------------|------------------|--------|------------------|------|--------|-----|-----------------------|
| 176,81 | 0 | 104,74 | 570,24 | 672,65 | 989,19 | 1454,69 | 0,05 | 884,45 | 931 | كويت وطني |
| 75,58 | 0 | 44,78 | 243,78 | 287,56 | 422,88 | 621,88 | 0,05 | 378,1 | 398 | بنك الخليج |
| 141,86 | 0 | 84,04 | 457,54 | 539,71 | 793,69 | 1167,19 | 0,05 | 709,65 | 747 | الأهلي المتحد |
| 58,30 | 0 | 34,54 | 188,04 | 221,81 | 326,19 | 479,69 | 0,05 | 291,65 | 307 | الكويت الدولي |
| 110,34 | 0 | 65,36 | 355,86 | 419,77 | 617,31 | 907,81 | 0,05 | 551,95 | 581 | برقان |
| 147,94 | 0 | 87,64 | 477,14 | 562,83 | 827,69 | 1217,19 | 0,05 | 740,05 | 779 | التنويل الكويتي |
| 117,74 | 0 | 69,75 | 379,75 | 447,95 | 658,75 | 968,75 | 0,05 | 589 | 620 | بويان (ش م ب) |
| 35,70 | 0 | 21,15 | 115,15 | 135,83 | 199,75 | 293,75 | 0,05 | 178,6 | 188 | الأهلي المتحد (ش م ب) |
| 12,34 | 0 | 7,31 | 39,81 | 46,96 | 69,06 | 101,56 | 0,05 | 61,75 | 65 | الإثمار |

المصدر: من إعداد الباحثين

3. تسعير خيار شراء بنك الكويت الوطني باستخدام شجرة ثنائي الحدين لـ N فترة

تسمح شجرة ثنائي الحدين Binomial بنمذجة سعر الأصل الأساس محل العقد في الزمن المتقطع والتي تشكل بديلا للنموذج في الزمن المستمر الذي يركز على الحركة البراونية الهندسية (مكافئ للصيغة المقطعية للنموذج Mouvement Brownien géométrique) المستخدم من Black- Scholes- Merton.

تستخدم شجرة Binomial لتقييم الأدوات المشتقة وبشكل خاص الخيارات والتي تعود في الأصل للأعمال التي قدمها W. Sharpe ثم Cox، Ross و Rubinstein بعد ذلك. وهذا يعود إلى افتراض أن تغيرات الأسعار تتشكل من مجموعة كبيرة من الحركات ثنائية الحد الصغيرة التي تتكرر ضمن عدد كبير من المجالات الزمنية الأصغر Δt . حيث يتم اشتقاق سعر الخيار انطلاقا من سعر الأصل الأساس مع افتراض عدم وجود توزيعات الأرباح في حالة السهم العادي محل العقد.

وزيادة عدد الفترات الجزئية N فإن مسار Binomial سيكون متقاربا نحو الحركة البراونية الهندسية في الزمن المستمر، وهذا يعني أنه سيكون لدينا المعلمات التالية كما سبق التطرق إليه:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{0,2598\sqrt{0,083}} = 1,077$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{-0,2598\sqrt{0,083}} = 0,9278$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,05 \times 0,083} - 0,9278}{1,077 - 0,9278} = 0,511$$

مع العلم أنه:

في عام 2014، لدينا:

$$\sigma = 0,2598 ; \Delta t = 0,083 ; t = 9 \text{ mois} ; K = 924,35 ; S = 973$$

تحديد قيم خيار الشراء Call على سهم بنك الكويت الوطني باستخدام شجرة Binomial الهندسية حسب طريقة حيادية الخطر *risque-neutre* موضحة في الشكل التالي أسفله، حيث التعامل بعقد خيار الشراء يمتد لتسعة شهور (مدة العقد) وهو الآجل المعياري لكل خيار في الأسواق المنظمة.

يعادل التدفق النقدي المتوقع *pay-off* عند العقدة (9,9) قيمة قدرها 1896,94 مطروحا منه سعر التنفيذ 924,35 أي أن:

$$C = \text{Max}[0, 1896,94 - 924,35] = 972,59$$

عند العقدة (8,8) هناك حالتين:

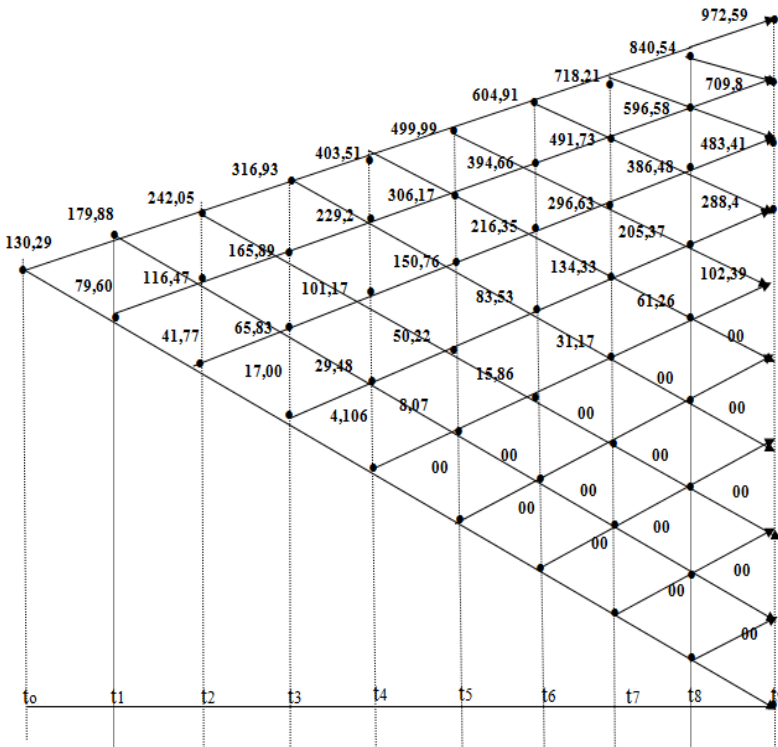
- حالة ارتفاع السعر، فقد بلغ سعر الخيار عند الاستحقاق ما يعادل 972,59.

- حالة انخفاض السعر، حيث بلغ سعر الخيار عند الاستحقاق 709,8.

وبالانتقال في الشجرة من الخلف إلى الأمام يتم التوصل إلى القيمة النظرية العادلة لخيار الشراء في الفترة t_0 والتي تعادل 130,29 دينار كويتي.

وهذا يعني أن النمذجة باستخدام نموذج ثنائي الحدين تشير إلى ما يجب أن تكون عليه قيمة الخيار (القيمة العادلة)، فإذا كانت القيمة المحددة باستخدام النموذج تختلف عن القيمة في السوق، فهذا يعني أن القيمة السوقية مقيمة بأقل أو بأكثر من قيمتها (*Sur -ou Sous-évaluation*)، والذي يفتح المجال أمام اتخاذ القرارات المناسبة سواء في عمليات الاستثمار، المضاربة أو عمليات التحكيم.

الشكل رقم (03): تطور سعر خيار الشراء Call باستخدام شجرة ثنائي الحدين



المصدر: من إعداد الباحثين بناء على نتائج تطبيق النموذج

الخاتمة

تحتل عقود الخيارات موقعا متميزا في أسواق المال وقد تبوأَت هذه المكانة الهامة نتيجة لدورها الكبير في تخفيض المخاطرة الناتجة عن التقلبات الكبيرة في أسعار الأصول المختلفة بشكل عام وأسعار الأسهم بشكل خاص إذ تعد أفضل الأدوات المشتقة من حيث توفيرها لتحوطا كاملا ضد أي مخاطرة قد تتعرض لها الاستثمارات في الأصول المختلفة.

إلا أن هذا لا يعني أنها ليست من الاستثمارات الخطرة وبالتالي تتطلب الإحاطة بجميع المخاطر التي يكون الأصل الأساس عرضة لها ولا يتسنى ذلك إلا من خلال التطرق إلى طرق توقع اتجاهات الأسعار وإلى نماذج تسعير الخيارات الأوروبية والأمريكية وبالتالي التطرق بشكل خاص إلى نموذج ثنائي الحدين الذي يستخدم بشكل واسع.

ومن أهم النتائج التي تم التوصل إليها ما يلي:

- تعد الخيارات كأحد أهم الأدوات المشتقة التي نالت ومازالت تنال اهتماماً كبيراً على المستويين الأكاديمي والمهني وأن هذا الاهتمام المتزايد نابع من تميزها ومرونتها العالية عن باقي الأدوات الأخرى والتي جعلتها تتبوأ مكانة هامة بين المتحوطنين والمضاربين.

- يعد تغيير التوزيع الاحتمالي لعوائد الاستثمار بالأسهم العادية واحدة من أهم مزايا التعامل بالخيارات فضلا عن توفيرها مجموعة كبيرة ومتنوعة من الفرص المتاحة أمام المستثمرين وإتاحة توافيق من العائد والمخاطرة لم يكن وجودها ممكنا بدون الخيارات.

- خلال السنوات الأخيرة، اهتمت الكثير من الدراسات والبحوث بإيجاد الطرق الكفيلة بتحسين النماذج الرياضية حتى يتسنى الأخذ بعين الاعتبار لفرضيات الأكثر قرباً من واقع السوق، خاصة أن تقييم الخيارات أصبح يستدعي النماذج الأكثر تطورا ودقة في علم الرياضيات ليتم استخدامها في التوصل إلى القيم العادلة، ويعتبر نموذج ثنائي الحدين للفترة الواحدة، للفترتين ول N فترة من أهم هذه النماذج.

- عند استعمال نموذج ثنائي الحدين في تحديد قيمة العلاوة أو سعر عقد الخيار باستخدام شجرة ثنائي الحدين لـ N فان عقد شراء السهم يتوجب أن يكون مساويا لقيمة العلاوة لكل بنك من البنوك، فإذا ما كان سعر العقد في السوق أكبر من ذلك، فانه يعد سعرا مغالي فيه، أما إذا كان أقل من ذلك فيكون سعرا أقل مما ينبغي.

التوصيات:

- إن الاستثمار في الأدوات المالية مرتبط ارتباطاً وثيقاً بالعديد من المخاطر، الأمر الذي يجعل المستثمرين الفعليين والمحتملين في الأسواق المالية العربية متخوفون أو حتى قد يجمعون عن توظيف أموالهم في تلك الأسواق وعليه يصبح أمر حماية استثماراتهم من تلك المخاطر مهمة أساسية والذي يتطلب بدوره ضرورة إنشاء أسواقاً للخيارات في الاقتصاديات العربية التي قد تبدد تلك المخاوف وتزيد من كفاءة التعامل في تلك الأسواق.
- العمل على استعمال النماذج الكمية والرياضية ذات استعمال واسع في مجال الأسواق المالية الكفوءة ومحاولة توظيفها في الجانب المحلي لما يفيد أغراض المعرفة النظرية والميدانية.
- أهمية تطبيق نموذج ثنائي الحدين في حالة فترة زمنية واحدة، ولفترتين، ثم في حالة n فترة باستخدام شجرة ثنائي الحدين حتى يتسنى اتخاذ القرار الاستثماري المناسب في الوقت المناسب في بيئة المصارف الكويتية، وجاءت هذه الأولوية حسب النتائج التي توصل إليها البحث.
- بعد التعرف على آليات العمل بعقود الخيارات في السوق المالية في الاقتصادات المعاصرة وتقييمها ينبغي تطويرها بما يتفق والشريعة الإسلامية وبناء محفظة التحوط في السوق المالي الإسلامي.

قائمة المراجع

1. حمود بن سنجور وآخرون، الصناعة المصرفية العربية وعالم التمويل، اتحاد المصارف العربية، 1995، ص 85.
2. عادل محمد رزق، الاستثمار في البنوك والمؤسسات المالية، دار طيبة للنشر، 2004، ص.09.
3. مؤيد عبد الرحمن الدوري، سعيد عقل، إدارة المشتقات المالية، إثراء للنشر والتوزيع، الأردن، 2012، ص 52.
4. محمد مطر، إدارة الاستثمارات الإطار النظري والتطبيقات العلمية، دار وائل للنشر، الأردن، 2006، ص.299.
5. رضوان أبو زيد، أسواق الأوراق المالية، القاهرة، 1997، ص.350.
6. مؤيد عبد الرحمن الدوري، إدارة الاستثمار والمحافظة الاستثمارية، إثراء للنشر والتوزيع، الأردن، 2010، ص.328.
7. حسن صبري، الاستثمار في الأوراق المالية: مقدمة للتحليل الفني والأساسي، كتاب الأهرام الاقتصادي، العدد 100، 1997، ص.102.
8. ارشد فؤاد التميمي، الأسواق المالية، إطار في التقييم، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، 2012، ص. 212.
9. سمير عبد الحميد رضوان، المشتقات المالية، دار النشر للجامعات، مصر، 2004، ص.188.
10. مؤيد عبد الرحمن الدوري، مرجع سبق ذكره، ص. 60.
11. Downes, John and Goodman, Jordon Elliot. Finance and Investment Handbook 2nd.ed: N.Y.: 1987.
12. Yacin J, évaluation des options et gestion des risques financiers par les réseaux neurones et par les modèles a volatilité stochastique, université Paris 1, 2006, p.30.

13. Yacin J, opcit, p.31.
14. Fiordaliso, Une application des réseaux neurones artificiels MPL a la prévision du prix d'une option négociable, économie et prévision, 1997, p.47.
15. Fouge J.P, Papanicalaou G, Sicar R, Dérivatives in Financial markets with stochastic volatility, Cambridge University Press, 2000, p.08.
16. Augros J, C, Finance: options et obligations convertibles, 2ed 2001, p.18.
17. هاشم فوزي دباس العبادي، الهندسة المالية وأدواتها بالتركيز على إستراتيجيات الخيارات المالية، الطبعة الأولى الأردن، 2008، ص.68.
18. Shapiro, Alan C, Capital budgeting and investment analysis, Prentice Hall, 2005, p.98.
19. ارشد فؤاد التميمي، الأسواق المالية، مرجع سبق ذكره، ص. 212.
20. Richard Brealey, Stewart Myers, Franklin Allen, Principes de gestion financière, 8e édition, Pearson, Paris, 2006, p. 611.
21. Robert G, principe de finance moderne, economica, Paris, 2001, p.429.
22. Chance D.M, the ABCs of geometric brownian motion, derivatives quarterly, hiver 1994, p.09.
23. مواد من المرسوم الخاص بتنظيم سوق الكويت للأوراق المالية