



Convection Mixte dans une Cavité Carrée Contenant des Portes d'entrée et de Sortie d'air

S. BOUABDALLAH, A. MEDJELLED, A. BENCHATTI & A. HAMINI*

Laboratoire de Mécanique, Département de Mécanique, Université de Laghouat, Laghouat 03000.

**Corresponding author: hamini.ahmed@gmail.com

Abstract:

In this work, a numerical study of steady laminar mixed convection in square cavity ventilation was introduced. The cavity is filled with air ($Pr = 0.71$) and with two doors and out of the air. One of the walls of the cavity is subjected to a constant temperature T_c (lower wall), while the other walls are maintained adiabatic. The equations governing the mixed convection flow inside the cavity are solved by finite volume methods. The Grashof number is fixed to 10^5 , and the Reynolds number (Re) varied so that the Richardson number takes the values: $Ri = 0.1, 1, 2, 5, 10$ and 10 ($Ri = Gr/Re^2$). The results were validated with experimental and other digital works. The influence of flow parameters on the structure of flow and thermal field is presented. The effect of variation of the positions of doors and out to the cavity was also examined.

Our simulation results, to control the intensity of mixed convection and positions of the openings of the cavity for proper cooling of electrical assemblies.

Keywords: mixed convection, Ventilated Cavity Square, finite volume method

Résumé

Dans ce travail, une étude numérique de la convection mixte laminaire stationnaire dans une cavité carrée ventilée a été présentée. La cavité est remplie par l'air ($Pr = 0.71$) et contenant deux portes d'entrée et de sortie de l'air. L'une des parois de la cavité est soumise à une température constante T_c (paroi inférieure), tandis que les autres parois sont maintenues adiabatiques. Les équations régissant l'écoulement de convection mixte à l'intérieur de la cavité sont résolus par les méthodes des volumes finis. Le nombre de Grashof fixé à $Gr = 10^5$, et le nombre de Reynolds (Re) varie de telle sorte que le nombre de Richardson prend les valeurs : $Ri = 0.1, 1, 2, 5, 10$ et 20 ($Ri = Gr/Re^2$). Les résultats obtenus ont été validés avec l'expérimental et d'autres travaux numériques. L'influence des paramètres de l'écoulement sur la structure d'écoulement et de champ thermique est présentée. L'effet de variation des positions des portes d'entrée et de sortie à la cavité a été également examiné.

Nos résultats de simulation, permettent de contrôler l'intensité de la convection mixte et les positions des ouvertures de la cavité, pour un bon refroidissement des montages électriques.

Mots clés: Convection Mixte, Cavité Carrée Ventilée, Méthode des Volumes Finis.

1. Introduction

La convection mixte est un sujet d'investigation de grande importance, vue sa présence dans différentes applications industrielles tels que le refroidissement des processeurs, des composants électroniques, les pertes de chaleur dans les collecteurs solaires et les réacteurs nucléaires, etc.

Le problème de dissipation thermique revêt une grande importance dans les systèmes industriels. Une mauvaise ou insuffisante évacuation de chaleur a des effets néfastes sur le bon fonctionnement du système et de sa durée de vie.

Un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes géométriques gérant la convection et l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu [1-2], aussi la recherche contemporaine s'est orientée dans l'analyse de la structure générale des écoulements en convection naturelle, forcée et mixte dans des enceintes ventilées (car ce thème possède de nombreuses applications dans le domaine industriel). Un certain nombre de chercheurs ont présentés des travaux relatifs à l'étude de ce phénomène, [3-6] ont effectué une étude numérique du phénomène de la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ventilée. Les travaux de [7-8] portés sur des tubes chauffés ou isothermes en convection mixte. La plupart de ces études considèrent le cas bidimensionnel avec des tubes verticaux, ils ont étudié l'effet des différents paramètres sur le comportement de l'écoulement en convection mixte.

L'objectif du présent travail consiste à étudier et voir dans quel sens le taux de transfert de chaleur varie en fonction du nombre de Richardson Ri , nombre de Reynolds Re , nombre de Grashof Gr , et des positions des portes d'entrée et de sortie d'air dans la cavité.

2. Géométrie et modèle physique

On considère une cavité carrée remplie de l'air du côté H équipée par deux petites ouvertures, l'une située au coin inférieur gauche de dimension D_1 , et l'autre se situe au coin supérieur droit de dimension $D_2 = D_1 = 0.2 H$. Les parois de la cavité sont considérées adiabatiques, sauf la paroi inférieure est maintenue à une température uniforme constante T_C (chaude). On suppose que l'air entrant par l'ouverture de paroi gauche avec une vitesse uniforme u_0 et une température ambiante T_0 et sort par l'autre ouverture. La géométrie du problème considéré est schématisée sur la figure 1.

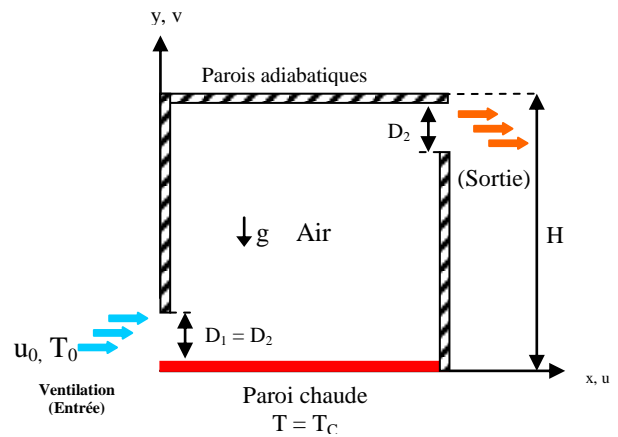


FIG 1 : Configuration géométrique.

Pour simplifier le problème, on suppose que :

- Le fluide est newtonien et incompressible.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- La dissipation de la chaleur par frottement visqueux est négligée.
- L'approximation de Boussinesq est valide.

3. Modèle mathématique

Le système d'équations régissant le modèle s'écrit sous la forme adimensionnelle suivant :

- Equation de continuité

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (1)$$

- Equation de quantité de mouvement projetée suivant X

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

- Equation de quantité de mouvement projetée suivant Y

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ri \theta \quad (3)$$

- Equation d'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Les équations sont mises sous forme adimensionnelle à l'aide de l'introduction des variables réduites suivantes: $X = x/H$, $Y = y/H$

$$U = u/u_0, V = v/u_0, P = p/\rho_0 u_0^2,$$

$\theta = (T - T_0)/(T_c - T_0)$ respectivement, pour la longueur, la hauteur, la composante de vitesse horizontale, la composante de vitesse verticale, la pression et la température. Les nombres adimensionnels caractérisant l'écoulement d'air à l'intérieur de la cavité sont :

- Nombre de Grashof $\left(Gr = \frac{g\beta(T_c - T_0)H^3}{\nu^2} \right)$.

- Nombre de Richardson $\left(Ri = \frac{Gr}{Re^2} \right)$.

- Nombre de Reynolds $\left(Re = \frac{u_0.H}{\nu} \right)$.

- Nombre de Prandtl $\left(Pr = \frac{\nu}{\alpha} \right)$.

- Conditions aux limites thermiques et hydrodynamiques

$U = U_0 = 1, V = 0$ et $\theta = 0$, à l'entrée (5-

a)

$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$, à la sortie (5-

b)

$U = V = 0$ et $\theta = 1$, au paroi chaude (5-

c)

$U = V = 0$ et $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$ (5-

d)

$U = V = 0$ et $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$

(5-e)

4. Méthode numérique:

La résolution numérique des équations (1-4) associée avec les conditions aux limites (5a-e) a été faite à l'aide du logiciel Fluent 6.3.26. Cet logiciel est basé sur la méthode des volumes finis décrite par Patankar [9]. Le schéma Power Law a été utilisé, pour évaluer les flux convectifs et diffusifs à l'interface de chaque volume de contrôle. Le couplage vitesse-pression est résolu en utilisant l'algorithme SIMPLER. Trois maillages différents ont été utilisés, pour voir leurs effets sur la solution numérique, à savoir : 42×42 , 72×72 et 102×102 volumes de contrôle. En raison du temps de calcul et la précision des résultats, nous avons choisi le maillage 72×72 , le long du présent travail.

5. Résultats et discussion

Tous résultats numériques présentés dans ce travail sont donnés sous formes adimensionnelles.

5.1 Validation et comparaison de nos résultats

Afin de valider nos résultats numériques obtenus par le logiciel Fluent, nous avons fait une comparaison de nos résultats de la simulation avec le travail numérique de Vahl Davis [10], leur type de calculs numérique s'appelle «solution de Benchmark». Les mêmes conditions aux limites de ce travail ont été utilisées, pour la comparaison. Les paramètres de comparaison sont présentés sur le tableau 1.

TAB 1 : Comparaison de nos résultats avec ceux de Vahl Davis [10].

Ra	10^5		10^6	
Travail	Présent Travail	Réf. [10]	Présent Travail	Réf. [10]
Maillage	41×41		71×71	
U_{\max} (X=0.5)	34.8	34.8	64.6	64.8
Y	0.85	0.85	0.84	0.85
V_{\max} (Y=0.5)	68.22	68.6	219.73	220.6
X	0.073	0.066	0.04	0.038
Nu_{moy}	4.523	4.523	8.889	8.825

Nous constatons bien un bon accord de nos résultats avec le calcul Benchmark de Vahl Davis [10], dont l'erreur relative maximale du calcul ne dépasse pas de 4%. Ceci nous donne un ordre de validité considérable de notre travail.

5.2 Effet du nombre de Richardson (Ri)

Dans ce travail, l'influence du nombre de Richardson sur la structure globale de l'écoulement a été examinée en fixant le nombre de Grashof à $Gr = 10^5$, et en variant le nombre de Reynolds dans une gamme de tel sorte que le nombre de Richardson prend les valeurs suivantes : $Ri = 0.1, 1, 2, 5, 10$ et 20 .

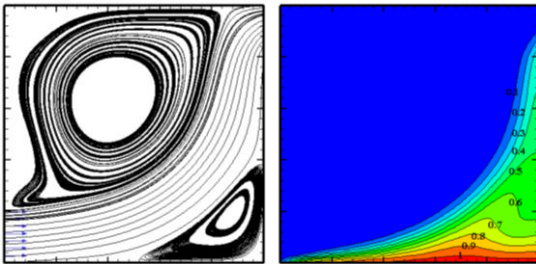
Sur la figure 3(a-f), nous avons présenté les lignes de courant (gauche) et les lignes isothermes (droite), pour différents nombres de Richardson.

Pour des faibles valeurs du nombre de Richardson $Ri < 1$ on remarque un écoulement principal tend à traverser la cavité suivant la diagonale et la formation des deux cellules contrarotatif (convection forcée est prédominée).

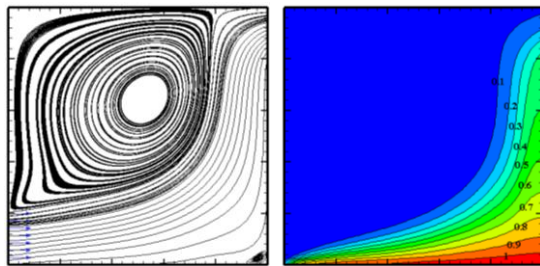
En augmentant le nombre de Richardson ($2 \leq Ri \leq 5$), la cellule située au coin inférieur droit est disparaître par l'effet de l'augmentation des forces de flottabilité. Ceci conduit à un changement important dans la forme et la taille de cellule située

au coin supérieur gauche. C'est le déclenchement de la convection naturelle qui sera prédomine, pour des nombres élevés de Richardson Ri .

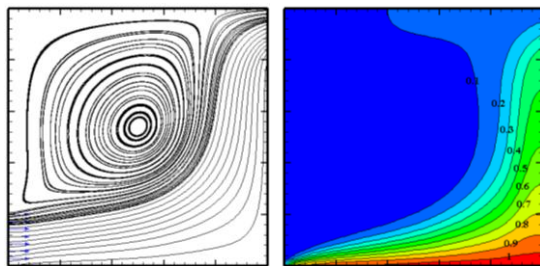
A partir de $Ri = 10$, quand la convection naturelle devient importante, la taille du vortex devient de plus en plus importante (La majeure partie de la cavité est occupée par une zone de recirculation). Ainsi un écoulement important le long de la paroi chaude se prolonge le long de la paroi verticale droite jusqu'à la sortie.



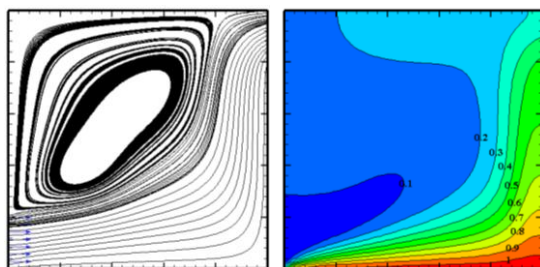
a) $Ri = 0.1$



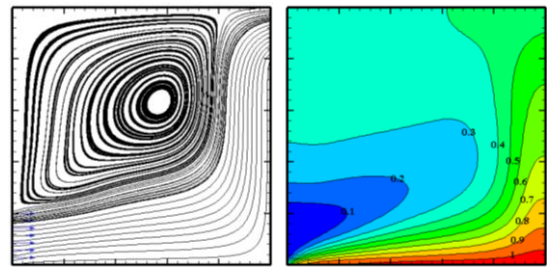
b) $Ri = 1$



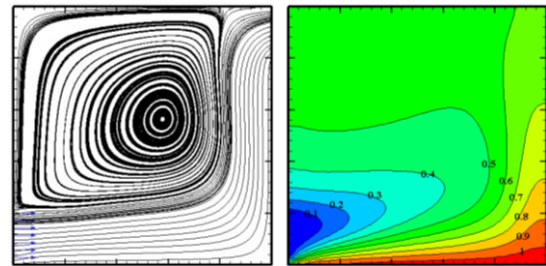
c) $Ri = 2$



d) $Ri = 5$



e) $Ri = 10$



f) $Ri = 20$

FIG 2 : Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite), pour différent nombre de Richardson $Ri = 0.1, 1, 2, 5, 10$ et 20 ($Gr = 10^5$).

Le champ thermique est présenté sur les figures 2a-f, pour les mêmes valeurs des nombres adimensionnelles choisi.

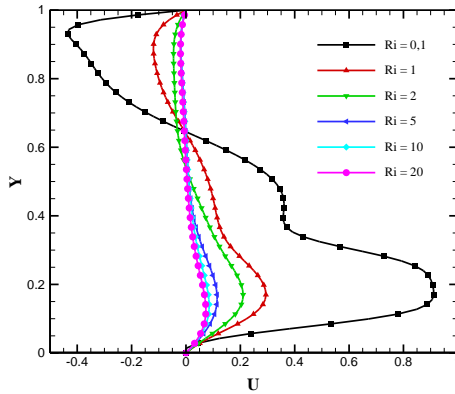
On remarque que les températures élevées sont localisées dans des espaces étroits au voisinage de la paroi chaude, qui correspondent à l'épaisseur de la couche limite thermique. (Partie rouge sur les figures mentionnées).

Pour un nombre de Richardson compris entre 0.1 et 01 (convection forcée prédominée) nous constatons un échauffement du fluide à partir de l'entrée, tout au long de la paroi chauffée et la paroi verticale droite jusqu'à la sortie, où la température varie graduellement de la partie chauffée vers la partie supérieure froide.

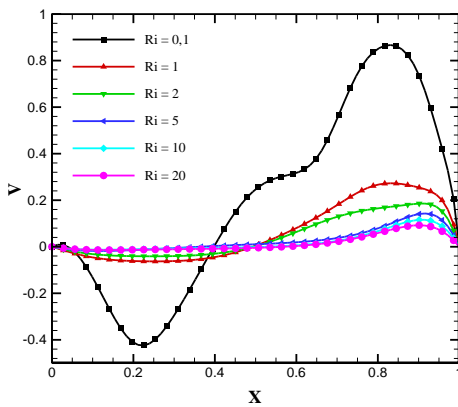
Et pour du nombre de Richardson compris entre 2 et 5. Il montre une légère variation que celle dans le champ thermique précédent à des nombres de Richardson inférieurs. On remarque aussi l'absence de la stratification thermique dans la cavité. A partir de $Ri = 10$, les isothermes s'élargies en occupant une partie considérable de la cavité et présentent une stratification de la température où la convection naturelle est dominante.

La figure 3, montre les profils de composantes de vitesse $U(Y)$ à $X = 0.5$, et $V(X)$ à $Y = 0.5$, pour différents nombres de Richardson Ri . Nous constatons bien que la vitesse est maximale, pour $Ri = 0.1$. Cette vitesse diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson. Cela est dû à la diminution des forces d'inertie, lequel

provoque l'augmentation de l'effet de la force de flottabilité (convection naturelle prédominée). On constate également, la présence des valeurs négatives de vitesse U , qui traduit la présence d'une zone de re-circulation dans la cavité.



a) Profil de U .



a) Profil de V .

FIG 3 : Profils des composantes de vitesse U ($X = 0.5$, Y) et $V(X, Y = 0.5)$, pour différents valeurs de Ri : 0,1, 1, 2, 5, 10 et 20 ($Gr = 10^5$).

5.1 Effet de nombre de Grashof (Gr)

Afin d'examiner l'effet du nombre de Grashof sur le taux de transfert thermique, nous présentons sur la figure 4, la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Grashof, pour deux nombres de Reynolds, $Re = 50$ et 100. Nous constatons bien que l'intensité du transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de nombre de Grashof (Reynolds fixe), aussi avec l'augmentation de nombre de Reynolds (Grashof fixe). D'après ce qui procède, on peut dire que l'augmentation des nombres de Grashof et de Reynolds simultanément, entraîne l'augmentation du transfert de chaleur.

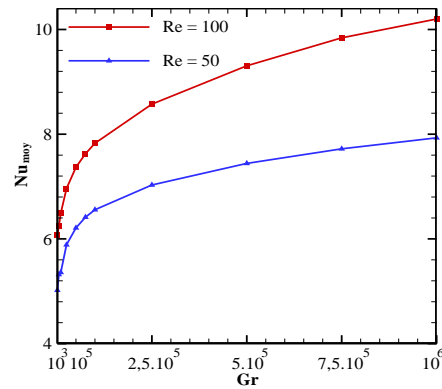


FIG 4: Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombres de Grashof, pour différentes valeurs de nombre de Reynolds $Re = 50$ et 100.

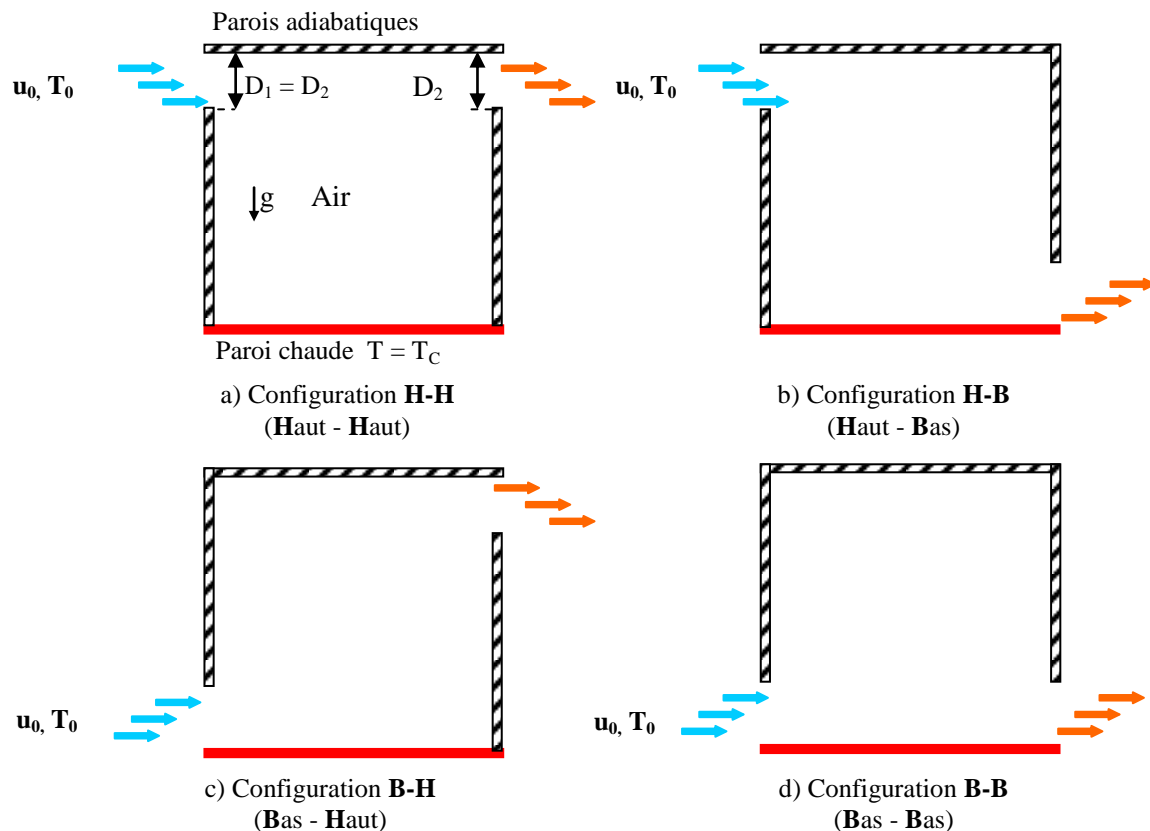


FIG 5: Configurations géométriques, pour différentes positions des Portes d'entrée et de sortie d'air.

5.2 Effet de variation des positions des portes d'entrée et de sortie

L'objectif principal de cette session est d'explorer l'influence de variation de l'emplacement des portes d'entrée et de sortie d'air à la cavité (**figure 5 a-d**), sur la structure globale de l'écoulement, pour le nombre Richerdons fixe, $Ri = 5$.

Sur la **Figure 6**, nous avons présenté les lignes de courant (gauche) et les lignes isothermes, pour différentes configuration : **H-H**, **H-B**, **B-H** et **B-B**. Le nombre de Grashof et le nombre de Richardson sont fixés ($Gr = 10^5$, $Ri = 5$).

Pour les deux configurations **H-H** et **B-B**, les deux portes sont parallèles. Là où le fluide parcourt le plus courte distance possible sans trop pénétrer dans la cavité, ainsi, une cellule de re-circulation est formée qui occupe la majeure partie de la cavité.

Et pour les deux configurations **H-B** et **B-H**, nous remarquons que, l'écoulement est important le long de la paroi horizontale (supérieure ou inférieure) et qui se prolonge le long de la paroi gauche jusqu'à la sortie.

Pour les deux configurations **H-H** et **H-B**, on voit que les isothermes s'élargies en occupant une partie considérable de la cavité. Ceci est dû à l'apparition de la cellule de re-circulation en contact avec la paroi chaude qui transporte la chaleur récupérée par celle-ci à la grande partie de la cavité

Cependant, on remarque l'inverse, pour les configurations **B-H** et **B-B**, les isothermes sont regroupées près de la source de chaleur (paroi chaude), indiquant la dominante de la convection forcée dans la cavité (la chaleur récupérée par le fluide de la source chaude est directement évacuée vers l'extérieur). La répartition de la chaleur dans les cavités est conforme à la circulation du fluide révélée par les lignes de courant.

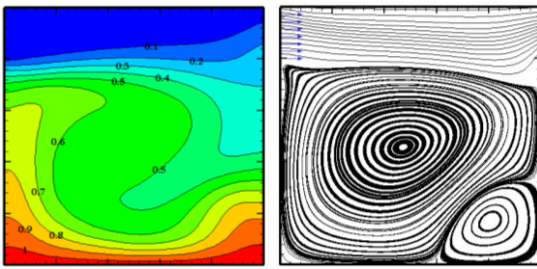
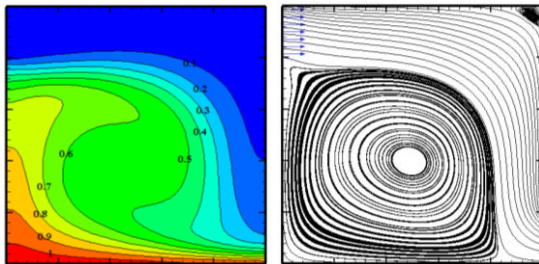
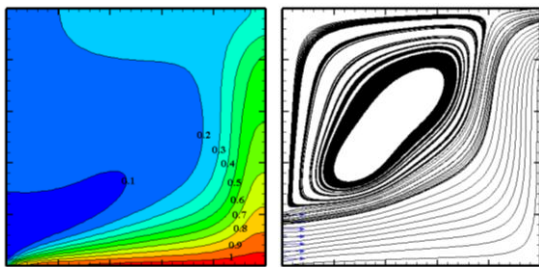
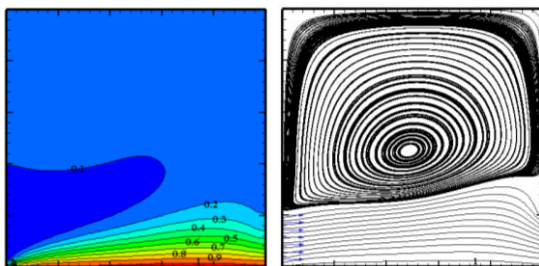
a) Cavité **H-H**b) Cavité **H-B**c) Cavité **B-H**d) Cavité **B-B**

FIG 6: Lignes de courant (droite) et isothermes (gauche), pour différentes configurations ($Gr = 10^5$ et $Ri = 5$).

La variation du nombre du Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson ($Gr = 10^5$), pour différentes positions des portes d'entrée et de sortie est présentée sur la **Figure 7**. Nous remarquons pour toutes les configurations une chute brusque du nombre du Nusselt moyen lorsque la convection forcée est dominée ($0.1 \leq Ri \leq 1$), puis une tendance régulièrement, pour se stabiliser à une valeur limite et reste presque constante lorsque le nombre de Richardson augmente.

Alors que, la configuration **B-B** a le plus haut taux de transfert de chaleur, tandis que la configuration **H-H** a le taux de chaleur moins efficace de transfert dans les trois régimes de convection. Ceci nous permet de conclure aussi que, le transfert thermique s'améliore d'autant qu'on dirigeants l'écoulement d'air vers les zones les plus critiques (le long de paroi chauffée).

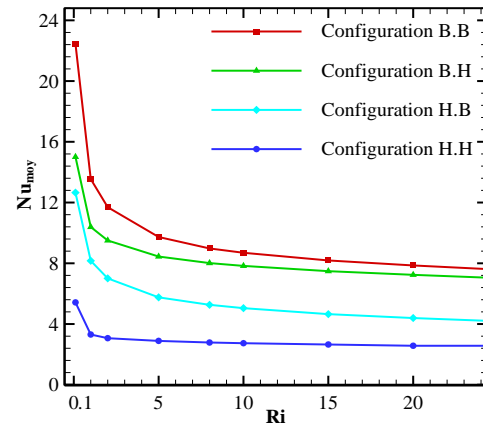


FIG 7: Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre de Richardson, pour différentes configurations ($Gr = 10^5$).

L'analyse comparative de la distribution des lignes de courant, des lignes isothermes ainsi que le taux de transfert thermique, pour les quatre configurations montre que, le bon refroidissement de la paroi chaude est pratiquement résulte par les conditions de la configuration **B-B**. Mais cette position des portes provoque une grande stagnation thermique surtout dans la partie supérieure de la cavité. Alors que, la situation **B-H** est très convenable, pour le refroidissement de celle-ci.

c) Conclusion

L'étude présentée dans ce travail porte sur la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ventilée, dont l'une des parois (la paroi inférieure) est soumise à une température constante, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques. L'influence du nombre de Richardson sur la structure globale de l'écoulement en fixant le nombre de Grashof $Gr = 10^5$, et en variant le nombre de Reynolds dans une gamme telle que le nombre de Richardson prend les valeurs: $Ri = 0.1, 1, 2, 5, 10$ et 20 . L'effet de nombre de Grashof et l'effet de variation des positions des portes d'entrée et de sortie ont été présentés dans ce travail. Les résultats obtenus dans cette étude montrent que :

- Un régime d'écoulement stationnaire multicellulaire dont la taille et la forme des cellules dépendent fortement du nombre de

Richardson, ce dernier qui décrit le régime de la convection (forcé, mixte ou naturelle).

- L'augmentation des nombres de Grashof et de Reynolds simultanément, entraîne l'augmentation du transfert de chaleur, mais à différents pourcentages.
- La position des ouvertures d'entrée et de sortie d'air a une grande influence sur la structure hydrodynamique.
- Les résultats montrent que la configuration B-B a le plus haut taux de transfert de chaleur, tandis que la configuration H-H a le taux de chaleur moins efficace de transfert dans les trois régimes de convection.

Finalement, on peut conclure que les paramètres géométriques ont une influence considérable sur le transfert de chaleur. Aussi, l'augmentation de la valeur du nombre de Reynolds, provoque une amélioration du transfert de chaleur (évacuation de chaleur), donc un bon refroidissement.

Références

- [1] R.A. Kuper, TH.H.V. Dermeer, C.J.H. Doorm and R. AW. M. Hemres, "Numerical study of Laminar and Turbulent natural Convection in an Inclined Square Cavity", Int. Journal of Heat & Mass Transfer, vol. 36. No.11, pp. 2899-2911, 1993.
- [2] D. Angirasa, "Mixed convection in a vented enclosure with n isothermal vertical surface", Fluid Dynamics Research 26, pp 219-233, 2000.
- [3] S. Zermane, S. Boudebous et N. Boulkroune, "Etude numérique de la convection mixte laminaire dans des cavités ventilées", Sciences & Technologie B, N°23, pp.34-44, 2005.
- [4] Md. Mustafizur Rahman, M. A. Alim1 and Sumon Saha "Mixed convection in square cavity with a heat conducting horizontal square cylinder" Suranaree J. Sci. Technol. 17(2): pp.139-153, 2007
- [5] M.M. Rahman, M.A. Alim, M.A.H. Mamun, M.K. Chowdhury and A.K.M.S. Islam, "Numerical study of opposing mixed convection in vented enclosure", Journal of Engineering and Applied Sciences vol. 2, No.2, pp.78-85,2007
- [6] E. Benachour, B. Draoui, L. Rahmani, B. Mebarki, K. Asnoune, B. Imine, "Simulation Numérique de la Convection Mixte d'une pièce (type d'habitat) avec la présence d'un Corps de Chauffe". Journal of Scientific Research N° 0 vol. 1, pp.19-23, 2010.
- [7] J. Orfi, N. Galanis, "Developing Laminar Mixed Convection with Heat and Mass Transfer in horizontal and vertical tubes" Int. J. Therm. Sci., vol. 41, pp. 319-331, 2002.
- [8] M. Zghal, N. Galanis et C.T. Nguyen, "Developing mixed convection with aiding buoyancy in vertical tubes: a numerical investigation of different flow regions" Int. J. Therm. Sci., vol.40, pp. 816-824, 2001.
- [9] S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere, Washington DC, 1980.
- [10] G. De Vahl Davis, "Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution".Int.J.Numer.Meth, Fluids.3, pp.249, 1983.

Nomenclature

D_1, D_2	Dimensions des portes d'entrée et de sortie [m]
H	Hauteur de la cavité [m]
P	Pression adimensionnelle [-]
T_c	Température de la paroi chaude [K]
T_0	Température de fluide à l'entrée (ambiante) [K]
u_0	Vitesse à l'entrée [$m.s^{-1}$]
U, V	Composantes adimensionnelles de la vitesse [-]
u, v	Composantes de la vitesse suivant x, y [$m.s^{-1}$]
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles [-]
x, y	Coordonnées cartésiennes[m]

Symboles grecs

β	Coeff.d'expansion thermique [K^{-1}]
ν	Viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$]
θ	Température adimensionnelle [-]
ρ	Masse volumique [$kg.m^{-3}$]
ρ_0	Masse volumique à T_0 [$kg.m^{-3}$]

Nombres adimensionnels

Gr	Nombre de Grashof [-]
Nu	Nombre de Nusselt [-]
\overline{Nu}	Nombre de Nusselt moyen [-]
Pr	Nombre de Prandtl [-]
Ra	Nombre de Rayleigh [-]
Re	Nombre de Reynolds [-]
Ri	Nombre de Richardson [-]