



Étude numérique du couplage de la convection libre avec le transfert de masse dans une cavité cylindrique verticale annulaire

Numerical study of free convection coupled with mass transfer in an annular vertical cylindrical cavity

Mohamed Amine MEDEBBER^{a,b,*}, Nouredine RETIEL^a, Belkacem OULD SAID^a

^a Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques, Université de Mostaganem, B.P.188 27000 Mostaganem, Algérie

^b Département de génie mécanique, Faculté des Sciences et Techniques, Université de Mascara, Algérie

ARTICLE INFO

Article history :

Received 16 March 20

Received in revised form 04 August 20

Accepted 06 August 20

Keywords:

Double-diffusive convection; The Finite Volume Method; Cylindrical Coordinates; Partially Annular.

Mots clés:

La convection thermosolutale; la méthode des volumes finis; les coordonnées cylindriques; cavité cylindrique partiellement annulaire

ABSTRACT

This study concerns the two-dimensional numerical simulation of the double diffusive convection in cylindrical vertical annular cavity. The vertical walls are maintained at different uniform temperatures and concentration. The governing equations are solved numerically using the finite volume method. The coupling between the continuity and momentum equations is effected using the SIMPLER algorithm. Numerical analysis has been carried out for a wide range of the buoyancy ratio ($N=0.8$ and 1.3). The influence of the buoyancy ratio (N) parameters on the streamlines, isotherms, isoconcentration, average Nusselt number and Sherwood numbers has been numerically investigated in detail.

RÉSUMÉ

Ce travail concerne l'étude bidimensionnelle de la convection thermosolutale dans une cavité cylindrique verticale annulaire. Les parois verticales sont soumises à un gradient essentiellement horizontal de température et concentration. Les équations gouvernantes sont résolues numériquement en utilisant la méthode du volume fini. Le couplage entre les équations de continuité et de la quantité de mouvement s'effectue à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Une analyse numérique a été réalisée pour une large plage de rapport de flottabilité ($N = 0,8$ et $1,3$). L'influence du paramètre du rapport des nombres de Rayleigh (N) ($0,8$ et $1,3$) sur les isothermes, isoconcentration, les lignes de courant, le nombre de Nusselt moyen (Nu) et le nombre de Sherwood moyen (Sh) a été étudiée numériquement en détail.

1 Introduction

La convection thermosolutale dans les cavités fermées a eu une attention pour son importance dans les applications technologiques, car elle offre un champ d'application privilégié dans des situations réelles diverses: croissance de cristaux destinés à l'industrie des semi-conducteurs, processus de séchage, processus de fusion-solidification de mélanges binaires, stockage des gaz liquide ou oxydation des surfaces métalliques. On estime actuellement que ce phénomène de transfert convectif de masse et de chaleur constitue un domaine très actif car d'importants travaux expérimentaux et numériques ont été effectués très récemment. La diversité des configurations et le nombre important de paramètres qui interviennent dans

* Corresponding author. Tel.: +213 790702801.

E-mail address: m.medeбber@univ-mascara.dz

ce type d'écoulement nous donne un grand choix de domaine d'études. Rappelons brièvement les principales caractéristiques de la convection double diffusive en cavités rectangulaires: Une première référence dans ce domaine sont les travaux de Kamotani et al. [1] qui ont observé dans leurs expériences la présence d'une structure principale unicellulaire proche de la convection thermique pure lorsque le rapport des nombres de Rayleigh N est inférieur à 6. Dans ce cas où la convection thermique domine, l'écoulement d'origine solutale est confiné au strict voisinage de la paroi, tandis que le mouvement d'origine thermique occupe une zone plus près du centre de la cavité. Cela est dû à la forte différence de diffusivité thermique et solutale ($Le=300$). L'étude de Kamotani concerne des cavités de faible allongement ($Ar=0.5$) mais la même structure monocellulaire a été observée par Han et Kuehn [2,3] ($Ar=1$ et 4) puis Lee et Hyun [4,5] ($Ar=2$) pour des rapports de forme supérieurs à l'unité. Le deuxième type de cavités est annulaire. Citons en particulier les travaux de P.W.Shipp et al.[6,7] qui ont étudié numériquement le problème de la convection thermosolutale laminaire dans une cavité annulaire de rapport de forme 1 ($H/\Delta r$) et un rapport de rayon $K=r_e/r_i$ égal à 2 pour un fluide ayant un nombre de Prandtl égal à 7, en présence de gradients horizontaux de température et de concentration. Ils ont présenté des résultats numériques en stationnaire pour des gradients opposés et coopérants. Ils ont montré également que l'écoulement solutal domine lorsque le nombre de Rayleigh solutal est important et inversement lorsqu'il est faible. Pour un nombre de Rayleigh thermique fixé à 5.10^4 et un nombre de Lewis égal à 5. En faisant varier le rapport des nombres de Rayleigh N entre -10 et 10, ils se sont surtout intéressés à la transition entre le cas où l'écoulement à gradients opposés se transforme en un écoulement à gradients coopérant, c'est à dire pour des rapports N faibles compris entre -2 et 0. Ils ont constaté que contrairement aux écoulements où l'un des gradients est dominant (thermique ou solutal) et qui présente un écoulement unicellulaire. Parmi les études récentes disponibles sur ce phénomène nous pouvons citer entre autres les travaux effectués par Mohamed A. Teamah [8], Retiel et al [9], et Bennacer et al. [10]. Plus récemment Sheng Chen et Jonas Tölke [11] ont étudiés numériquement la convection à double diffusion dans une cavité annulaire vertical avec des condition de température et de gradients de concentration opposés pour un nombre de Rayleigh élevé jusqu'à 10^7 en utilisant le modèle de Boltzmann.

Les différentes géométries y compris trapézoïdales comme cas particulier ont largement intéressé les chercheurs. Des études numériques sur la convection naturelle dans des cavités trapézoïdales sont présentées par Hasanuzzaman et al. [12], Varol et al. [13], ils ont analysé numériquement l'entropie dans une enceinte trapézoïdale à angle droit remplie d'un milieu poreux. Ils ont utilisé la méthode des différences finies pour différentes valeurs de conductivité thermique. Teamah [14, 15] a étudié numériquement la convection double diffusive dans une cavité trapézoïdale symétrique, pour différentes valeurs du nombre de Grashof. Récemment, un développement important de recherches sont orienté vers les transferts de chaleur en présence des nanoparticules. P.N. Reddy et al [16] ont étudié la convection thermosolutale dans une cavité rempli d'un nanofluide a base de d'eau contenant plusieurs particule (Ag , Cu et TiO_2) soumise a un champ magnétique Radial. Sonia Bezi et al [17] ont investigue numériquement la convection double diffusion une cavité cylindrique horizontal inclinée par rapport à la gravité, chauffés différentiellement et remplie de nanofluides (Au , Ag , Cu et CuO). Dutta. S [18] Ils ont étudié la convection naturelle dans une trapézoïdal soumise un champ magnétique et rempli de nanofluides (Cu -eau). Des simulations numériques ont été exécutées pour déférentes nombres de Rayleigh variable (Ra) ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$), nombre de Hartmann (Ha) ($0 \leq Ha \leq 100$) et l'angle inclinaison des parois active (30 , 45 et 60).

Nous pouvons remarquer que la majorité des travaux effectués se sont intéressés aux effets des paramètres géométriques (rapport de forme A et rapport des rayons K). Nous avons jugé utile d'étudier l'effet d'un autre paramètre physique qui est la variation du rapport des nombres de Rayleigh (N). Notre travail consiste donc à étudié la convection thermosolutale dans une cavité cylindrique partiellement annulaire où les résultats montrent l'influence du rapport des nombres de Rayleigh N , (0,8 et 1.3) en fixant $A=1$, $K=2$, $Pr=1,0$ et $Le=2$.

2. Modèle physique et méthode numérique

Notre étude porte sur l'espace entre deux cylindres coaxiaux verticaux de hauteurs déférentes dont les parois verticales sont maintenues à des températures et des concentrations différentes (chaude) T_c , C_c et (froide) T_f , C_f alors que les parois horizontales inférieur et supérieur sont supposées adiabatiques et imperméable (voir Fig1), par contre la paroi horizontale intermédiaire est a la même température que le cylindre intérieur.

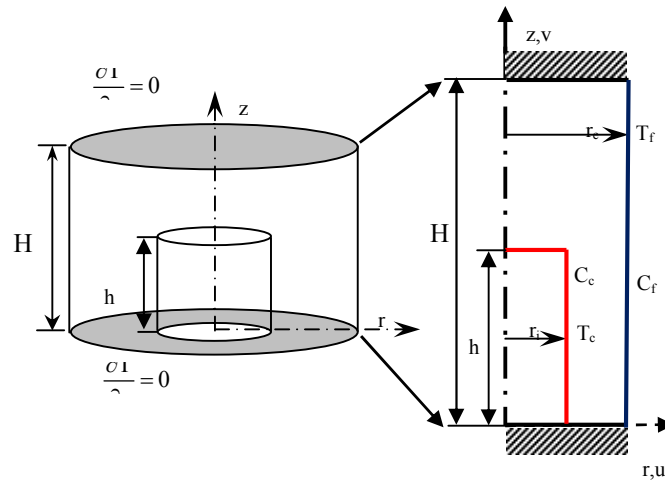


Fig. 1 – Modèle géométrique

Le fluide est supposé newtonien et l'écoulement incompressible, les propriétés physiques, la viscosité cinématique ν et de diffusivité thermique α sont constantes sauf pour la masse volumique qui dépend de température et concentration (approximation de Boussinesq) selon la relation suivante:

$$\rho(T, C) = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)] \quad (1)$$

Avec β_T , β_C sont respectivement, le coefficient d'expansion thermique et solutal:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2)$$

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_p \quad (3)$$

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour rendre le problème adimensionnel sont: la vitesse, la pression et la température. Etant donné la symétrie angulaire, le problème est considéré bidimensionnel.

$(R, Z) = (r, z)/L$ $L = r_e - r_i$, r_e : rayon du cylindre extérieur, r_i : rayon du cylindre intérieur

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{\frac{L}{\nu}}, \quad P = \frac{p}{\rho \nu^2 \frac{L^2}{\nu}}$$

$$\theta = \frac{T - T_r}{\Delta T} \text{ avec } T_r = \frac{T_c + T_f}{2} \text{ et } \Delta T = T_c - T_f$$

$$S = \frac{C - C_r}{\Delta C} \text{ avec } C_r = \frac{C_c + C_f}{2} \text{ et } \Delta C = C_c - C_f$$

Avec ces hypothèses, le mouvement du fluide ainsi que les répartitions de températures θ et de concentration S dans le milieu sont régies par les équations adimensionnelles suivantes:

Equation de continuité:

$$\frac{\partial(RU)}{R \partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (4)$$

Equation de quantité de mouvement radial :

$$U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{U}{R^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \quad (5)$$

Equation de quantité de mouvement axial :

$$U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} + \frac{Ra_T}{Pr} (\theta + NS) \quad (6)$$

Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial R} + V \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right] \quad (7)$$

Equation de concentration :

$$U \frac{\partial S}{\partial R} + V \frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{1}{Le} \left[\frac{\partial^2 S}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial S}{\partial R} + \frac{\partial^2 S}{\partial Z^2} \right] \quad (8)$$

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équations adimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent les transferts de chaleur dans la cavité sont:

- Les paramètres géométriques:

$A=H/L$ H : la hauteur du cylindre extérieur.

$A_i=h/L$ h : la hauteur du cylindre inférieur.

$K=r_e/r_i$ K : le rapport de courbure

$X=h/H$ X : le rapport de hauteur.

- Les paramètres physiques:

- Le nombre de Rayleigh thermique:

$$Ra_T = \frac{g\beta_T \Delta T L^3}{\nu \alpha}$$

- Le nombre de Rayleigh solutal:

$$Ra_C = \frac{g\beta_C \Delta C L^3}{\nu \alpha}$$

- Le rapport des forces de poussée d'origine thermique et solutale:

$$N = \frac{Ra_C}{Ra_T} = \frac{\beta_C \Delta C}{\beta_T \Delta T}$$

- Le nombre de Schmidt:

$$Sc = \frac{\nu}{D}$$

- Le nombre de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

- Le nombre de Lewis qui donne le rapport de la diffusivité thermique sur la diffusivité solutale:

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha}{D}$$

En tenant compte de l'adimensionnement des grandeurs physiques, les conditions aux limites sont:

$$Z=0, A, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial S}{\partial Z} = 0 \quad U=V=0$$

$$Z=A_i, \quad 0 \leq R \leq \frac{1}{K-1}; \quad \theta = \frac{1}{2}, S = \frac{1}{2} \text{ et} \quad U=V=0$$

$$R = \frac{1}{K-1}, Z=(0, A_i), \quad \theta = \frac{1}{2}, S = \frac{1}{2} \text{ et} \quad U=V=0$$

$$R = \frac{1}{K-1}, Z=(0, A_i), \quad \theta = \frac{1}{2}, S = -\frac{1}{2} \text{ et} \quad U=V=0$$

Vu que notre domaine d'étude est symétrique par rapport à l'axe vertical (OZ) notre calcul s'effectue sur la moitié du cylindre. Les conditions aux limites au niveau de l'axe (OZ) deviennent:

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial R} = 0 \quad U = 0$$

2.1 Méthode numérique

Le modèle numérique utilisé pour résoudre le système d'équations en code FOTRANT est fondé sur la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme SIMPLER développé par Patankar [19]. Cette méthode s'appuie sur une discrétisation du domaine de calcul en différents noeuds, chacun d'entre eux étant entouré d'un volume élémentaire sur lequel on intègre les équations aux dérivées partielles. L'algorithme SIMPLER est une amélioration de l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Pressure Linked Equation). Il est basé sur l'utilisation d'un champ de vitesse estimé (U^* , V^*) qui permet une première évaluation du champ de pression P^* avec laquelle les équations de quantité de mouvement sont résolues pour obtenir les composantes U et V . Le maillage est irrégulier très raffiné sur les parois et grossier dans le milieu de l'espace étudié.

Afin d'étudier l'effet de maillage sur la solution finale, une étude de sensibilité a été réalisée en comparant les profils de vitesse verticale pour différents maillages (Fig.2).

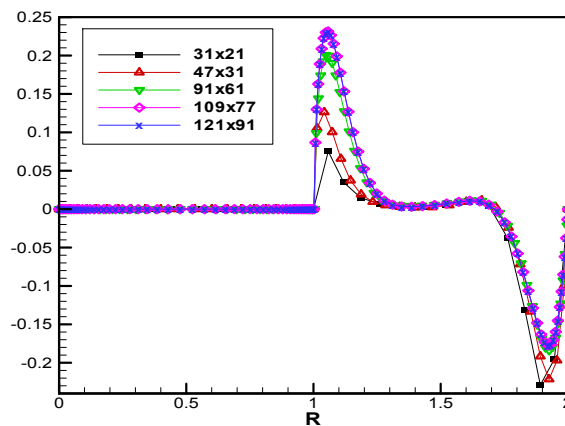


Fig.2 – Profil de vitesse verticale à $Y=0.5$ pour différents maillages ($Ra=10^5$, $Pr=0.71$, $A=1$, $K=2$, $X=0.5$)

2.2 Résultat numérique et validation

Nous avons également testé la validité de notre code de calcul sur des cavités annulaires en comparant nos résultats à ceux de R.Kumar et al. [20] et de G. De Vahl Davis et al. [21] dans le cas d'un écoulement de convection naturelle thermique pure (tableau 1) puis thermosolutale (tableau 2).

Tableau I. - Le nombre de Nusselt moyen Nu pour ($A=10$ et $K=2.0$ et $Pr=0.71$).

Nombre de Rayleigh	Présent travail	R.Kumar et al.[20]	De Vahl Davis et al.[21]
10^4	2.361	2.355	2.333
5.10^4	3.702	3.718	3.758

10^5	4.535	4.558	4.568
--------	-------	-------	-------

Tableau 2.- Le nombre de Nusselt moyen Nu et le nombre de Sherwood moyen Sh pour (A=1, K=2, Le=2 et Pr=0.71).

	Nu		Sh	
	Present	S. Chen et al [11]	Present	S. Chen et al [11]
N=0.8	6.762	6.8463	8.7501	8.7006
N=1.3	2.913	3.0187	5.2312	5.2019

La comparaison est satisfaisante et l'erreur relative commise sur le nombre de Nusselt moyen par rapport aux valeurs proposées par les différents auteurs est de l'ordre de 1% (Tableau 1. et 2).

3. Résultats et discussion

3.1. Choix des principaux des paramètres de configuration:

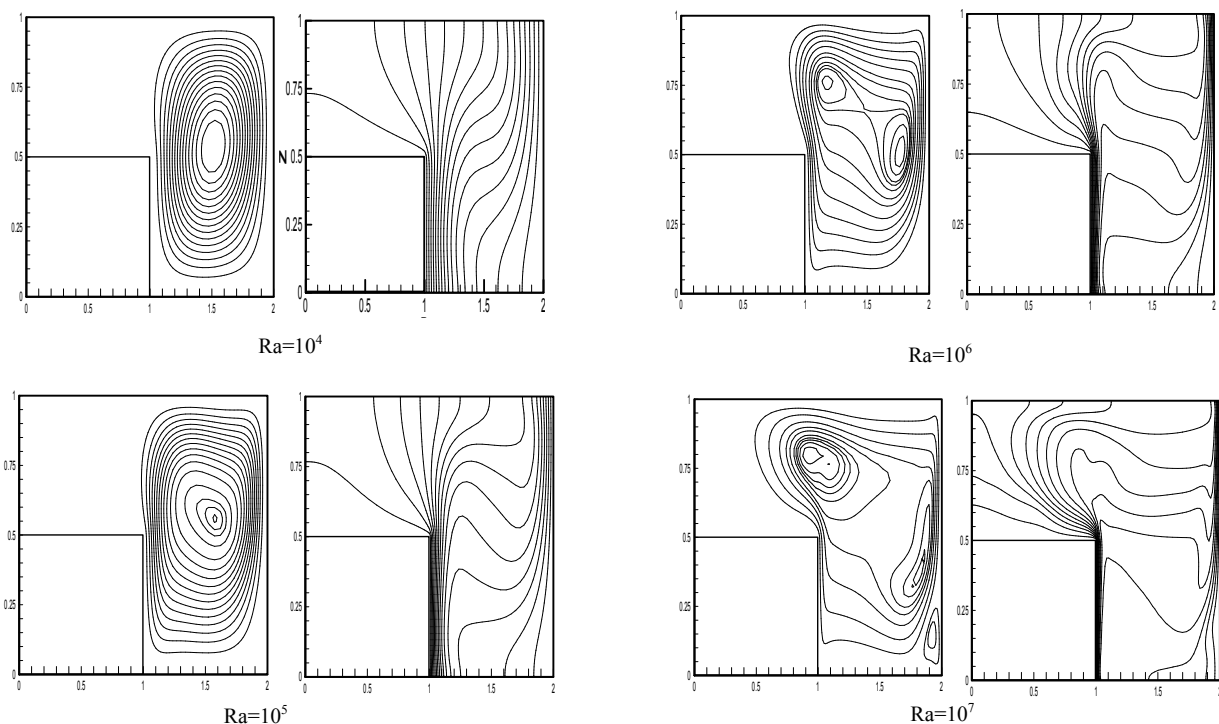
La structure de l'écoulement, le champ thermique, ainsi que le transfert de chaleur et transfert de masse à travers les parois verticales sont examinés dans cette section.

Dans cette étude nous avons fait varier le nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ pour un nombre de Prandtl est fixé à 1.0 et le rapport des rayons K=2. Les résultats sont présentés pour deux valeurs du rapport des nombres de Rayleigh (N=0.8 et 1.3) pour un rapport de hauteur X=0.5.

Nous présentons des champs de température (θ), de concentration (S), ligne de courant (Ψ) et des valeurs quantitatives du transfert de chaleur Nu (nombre de Nusselt) et transfert de masse Sh (nombre Sherwood) pour différentes paramètres qui caractérisent le problème de transfert de chaleur en régime stationnaire.

3.2 Influence du nombre de Rayleigh :

Nous avons étudié parallèlement l'influence du nombre de Rayleigh $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ et le rapport de Rayleigh $0.8 \leq N \leq 1.3$ sur le champ de température, le champ de vitesse et le champ de concentration. Le rapport de hauteur de la cavité (X) est fixé à 0.5 et le rapport des rayons vaut 2.



a) N=0.8

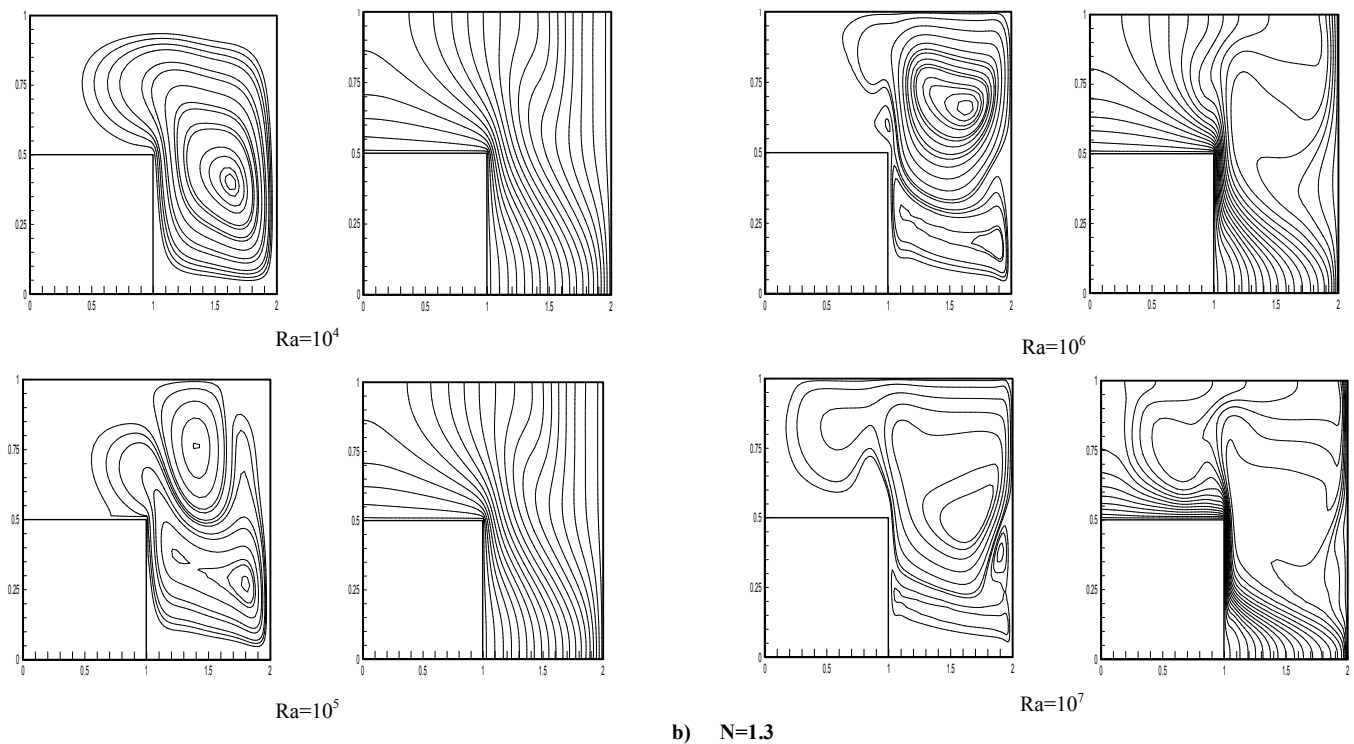
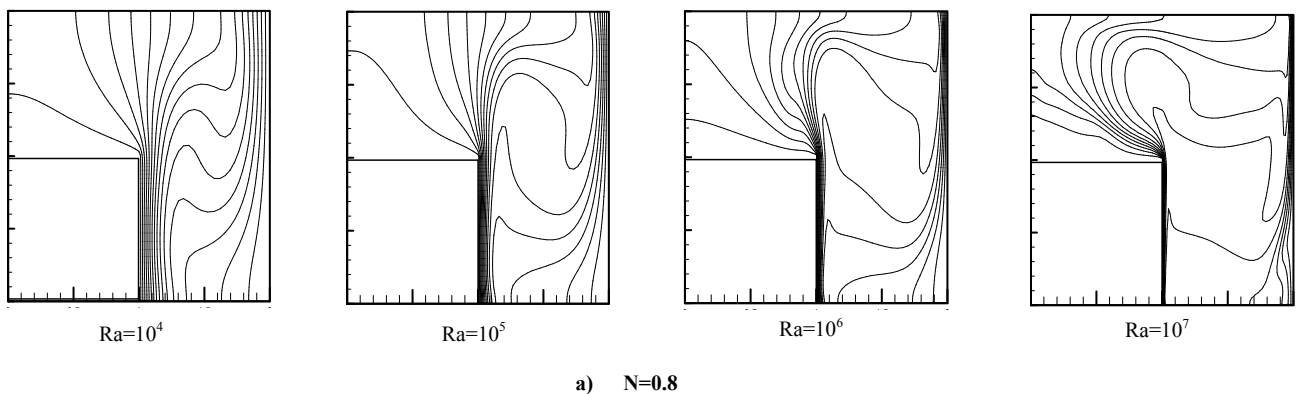


Fig.3 – Lignes de courant et isothermes $Pr=1$, $Le=2$, $A=1$ $K=2$, $X=0.5$ for $N=0.8$ (a), $N=1.3$ (b)

Pour $N=0.8$ et des faibles valeurs du nombre de Rayleigh $Ra \leq 10^4$, l'écoulement est nettement faible. Le transfert de chaleur est pratiquement en régime conductif avec une stratification horizontale des isothermes (Fig 3.a). Lorsque Ra augmente $Ra > 10^5$, les forces de volume d'origine thermique sont dominantes par la présence d'une structure unicellulaire, l'écoulement se comporte comme un écoulement de convection thermique pure, tandis que le mouvement d'origine solutale reste localisé près des parois (Fig 4.a), Ceci ne varie en fait que dans une mince couche au voisinage des parois car le gradient de température est assez puissant pour provoquer un écoulement convectif. Ainsi que nous constatons la présence d'une forte circulation apparaît dans le cœur de la cavité orientée dans le sens des aiguilles d'une montre. En revanche lorsque $N > 1.0$ l'écoulement est principalement dominé par une composition des deux force de poussé thermique et massique. Pour $N=1.3$ et un nombre de Rayleigh important $Ra > 10^5$, on observe deux cellule, une dans la partie supérieure de la cavité (cellule thermique) circule dans le sens des aiguilles d'une montre et l'autre recirculation (cellule massique) circule dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, se produisant près de la partie inférieure de la cavité (Fig 3.b).



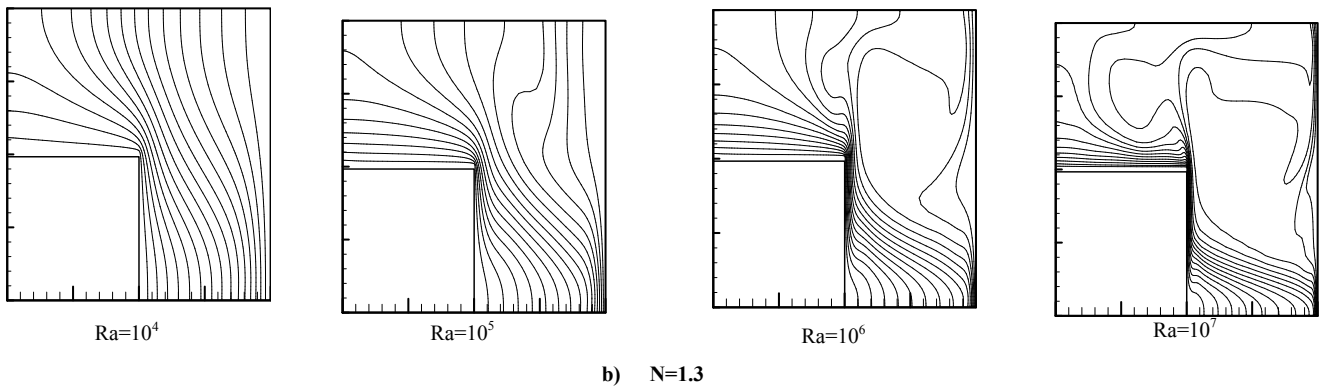


Fig.4 – Les isoconcentrations a différentes Ra pour $Pr=1$, $Le=2$, $A=1$ $K=2$, $X=0.5$ for

Pour $Ra \geq 10^6$, le mouvement solutal se développe entre la paroi et la cellule thermique du centre de la cavité, laquelle est très prépondérante: elle "aplati" la convection solutale le long des parois et empêche sa progression vers le centre de la cavité. Cette dernière, occupent la partie inférieure de la cavité et s'étendent simultanément le long des parois verticales et horizontales. Cette cellule secondaire est bien associée au mouvement solutal (Fig 3.a). Nous avons constaté que dans ce cas, l'apparition d'une convection solutale significative pour $N > 1$ (Fig 4.b), ce qui provoque une évolution vers un mode de transfert conductive. Cette transformation s'accompagne d'une diminution progressive des gradients pariétaux et par conséquent le transfert de chaleur et de masse décroît lorsque N augmente.

Pour étudier le transfert de chaleur et de masse, on a calculé le nombre de Nusselt moyen Nu et le nombre de Sherwood moyen Sh au niveau de la paroi vertical du cylindre intérieur. Les résultats obtenus sont présentés dans les figures 5 et 6. Dans la première analyse, nous remarquons que pour les deux valeurs de N (0.8, 1.3), le transfert de chaleur et le transfert de masse augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Pour la deuxième analyse, nous constatons que le transfert de chaleur et de masse sont supérieurs pour $N=0.8$ par rapport au cas où $N=1.3$, car pour $N < 1$ les forces de poussée thermique et solutale sont coopérantes et jouent un rôle important pour augmenter le transfert de chaleur et de masse par contre lorsque $N > 1$ les deux forces de poussées sont opposées.

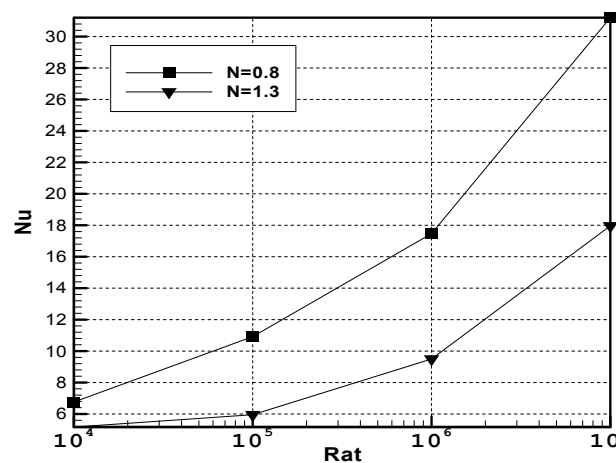
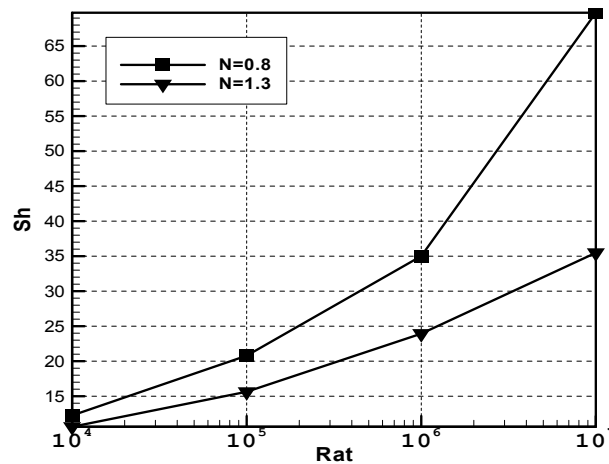


Fig.5 – Effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur pour $X=0.5$, $Pr=1$, $Le=2$ Fig.6 – Effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de masse pour $X=0.5$, $Pr=1$, $Le=2$

Conclusion

Dans ce travail nous avons pu montrer le comportement des structures d'écoulement, et du champ de température entre deux cylindres verticaux coaxiaux. Dans la première partie, nous avons mis en évidence l'effet du nombre de Rayleigh (Ra) sur le transfert de chaleur où on a observé que pour les deux valeurs de N (0.8, 1.3), le transfert de chaleur et le transfert de masse augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Dans la deuxième partie, nous avons étudié l'effet du rapport des nombres de Rayleigh (N) sur la convection double diffusive, on a remarqué que les transferts de chaleur et de masse sont supérieur pour $N=0.8$ par rapport à $N=1.3$, de plus, on a constaté que lorsque $N=1.3$ l'apparition des écoulements multicellulaires suite a des forces de poussé thermiques et massiques opposantes.

RÉFÉRENCES

- [1] Y. Kamotani, L.W.Wang, S.Ostrach, H.D.Jiang "Experimental study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.28, N°1, p.165-173, 1985.
- [2] H.Han, T.H.Kuehn "Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure. I. Experimental study", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.34, N°2, p.449-459, 1991.
- [3] H.Han, T.H.Kuehn "Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure. II. Numerical study", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.34, N°2, p.461-471, 1991.
- [4] J.M.Hyun, J.W.Lee "Double-diffusive convection in a rectangle with cooperating horizontal gradients of temperature and concentration", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.33, N°8, p.1605-1617, 1990.
- [5] J.W.Lee, J.M.Hyun "Double-diffusive convection in a rectangle with opposing horizontal temperature and concentration gradients", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.33, N°8, p.1619-1632, 1990.
- [6] P.W.Shipp, M.Shoukri, M.B.Carver "Double-diffusive natural convection in a closed annulus", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol.24, p.339-356, 1993.
- [7] P.W.Shipp, M.Shoukri, M.B.Carver "Effect of thermal Rayleigh and Lewis numbers on double-diffusive natural convection in a closed annulus", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol.24, p.451-465, 1993.

- [8] Mohamed A. Teamah. Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in a horizontal annulus with hot, solutal and rotating inner cylinder. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 46, Issue 7, p 637-648, July 2007.
- [9] Retiel, N., Bouguerra, E., Aichouni, M, “Effect of curvature ratio on cooperating double-diffusive convection in vertical annular cavities”. *J. Appli. Sci.* 6, p 2541–2548, 2006.
- [10] Bennacer, R et Mohamad, A.A., El Ganaoui, M. “Thermodiffusion in porous media: multi-domain constituant separation”. *Int. J. Heat Mass Transfer* 52, p 1725–1733, 2009.
- [11] Sheng Chen et Jonas Tölke, “Numerical investigation of double-diffusive convection in vertical annuluses with opposing temperature and concentration gradients”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol 31, p 217–226, 2010.
- [12] M. Hasanuzzaman, Hakan F. Oztop, M.M. Rahman, N.A. Rahim, R. Saidur, Y. Varol, “Magnetohydrodynamic natural convection in trapezoidal cavities”, *Int. Commun. Heat Mass Transf*, 39, p 1384–1394, 2012.
- [13] Y. Varol, H.F. Oztop, I. Pop, “Entropy analysis due to conjugate-buoyant flow in a right-angle trapezoidal enclosure filled with a porous medium bounded by a solid vertical wall”, *Int. J. Therm. Sci*, 48, p 1161–1175, 2009.
- [14] M.A. Teamah, “Double-diffusive laminar natural convection in a symmetrical trapezoidal enclosure, *AEJ–Alexand*”. *Eng. J*, 45, p 251–263, 2006.
- [15] M.A. Teamah, S.M. El Sherbiny, R.A. Saleh, “Effect of Grashof number and aspect ratio on double-diffusive laminar natural convection in a symmetrical trapezoidal enclosure”, *AEJ–Alexand. Eng. J*, p 49, 89–100, 2010.
- [16] P.N. Reddy, K MURUGESAN et V KOUSHIK, “Numerical analysis of MHD double diffusive nano-fluid convection in a cavity using FEM”, *Annales de Chimie Science des Matériaux*, vol 42(4), pp 575-598, 2018.
- [17] Sonia Bezi, Basma Souayeh, Nader Ben-Cheikh, Brahim Ben-Beya, “Numerical simulation of entropy generation due to unsteady natural convection in a semi-annular enclosure filled with nanofluid”, *Int Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 124, pp 841–859, 2018.
- [18] Dutta, S., Goswami, N., Biswas, A. K., & Pati, S. (). Numerical investigation of magnetohydrodynamic natural convection heat transfer and entropy generation in a rhombic enclosure filled with Cu-water nanofluid. *Int Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 136, pp 777–798, 2019.
- [19] Patankar (S. V) “Numerical Heat transfer and fluid flow“, Hemisphere, Washington, DC (1980).
- [20] R.Kumar, M.A.Kalam "Laminar thermal convection between vertical coaxial isothermal cylinders", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.34, N°2, p.513-524, 1991.
- [21] G. de Vahl Davis and “ Natural Convection between Concentric Vertical Cylinders“, *High Speed Computing in Fluid Dynamics*, *Phys. Fluids*, suppl. II, pp. 198–207, 1969.