

## Développement d'un Modèle Combiné Cohésif/Pontage pour l'Etude de l'Effet des Déformations de Cisaillement sur les Contraintes d'Interface d'un joint Béton-CFRP

H.R.E. Houachine<sup>1,2</sup>, Z. Sereir<sup>2</sup>, S. Amziane<sup>3</sup>, K. Hadjazi<sup>2</sup>, M. Bouhafs<sup>2</sup>

1. Faculté d'Architecture et de Génie Civil, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, BP 1505 El M'naouer, USTO, Oran, Algérie.
2. Laboratoire de Structures de Composites et Matériaux innovants, Faculté de Génie Mécanique, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, BP 1505 El M'naouer, USTO, Oran, Algérie.
3. Clermont Université, University Blaise Pascal, EA 3867, LaMI, BP 10448, 63000 Clermont-Ferrand, France, E-mail: sofiane.amziane@cust.univ-bpclermont.fr.

**RESUME** — Par le présent travail, un nouveau modèle analytique tenant en compte de l'effet du retardement du cisaillement (Shear lag) a été développé pour simuler le phénomène de décollement au niveau de l'interface Béton-FRP d'un joint composé de deux adhérents (Béton-plaque CFRP) sollicité à un mode de chargement de type Mode II. Le déclenchement et la croissance du décollement à l'interface ont été modélisés par le modèle de la zone cohésive avec la prise en considération de la zone pontage due principalement au frottement des particules; tel que le gravier. La loi de comportement ( $\tau$ - $\delta$ ) est divisée en quatre zones; élastique, adoucissement, pontage et décollement. Par la prise en considération de l'effet de l'épaisseur d'adhésif, les déformations de cisaillement dans les deux adhérents ont été introduites sous forme de fonctions hyperboliques afin d'avoir une variation parabolique de la contrainte de cisaillement le long de l'interface. En premier lieu, une validation de notre modèle analytique a été effectuée avec les résultats issus de la littérature. Par la suite, une étude paramétrique a été faite afin de mettre en valeur l'effet de l'intensité de la charge sur la capacité portante du joint (Pull force) et le processus de décollement le long de l'interface Béton-FRP.

**Mots-clefs:** Joint en composite, Béton, CFRP, Procès de décollement.

### I. Introduction

De nos jours l'utilisation des matériaux composites dans la réparation ou le renforcement de l'ensemble des structures aéronautiques, génie civil ne cesse pas de prendre du terrain vis-à-vis des matériaux traditionnels (Acier – Béton –etc...). Parmi les applications fiables et prometteuses, on trouve le renforcement des structures par des plaques en composite à base de fibres de carbone [1].

Donc d'après nombreux travaux, il a été constaté que lorsque la poutre en béton renforcée est chargée, la majorité des fissures de types flexion ou cisaillement/flexion résultent des concentrations de contraintes qui sont localisées à l'extrémité libre de la plaque FRP. Cependant, dans plusieurs cas, la fissure est souvent provoquée par décollement de la plaque FRP du substrat en béton [2], [3]. Yang et al. [4] ont étudié le processus de propagation de décollement le long de l'interface. Ils ont fourni une base théorique non seulement rigoureuse et complète pour comprendre la loi de comportement déplacements-charges des joints collés Béton-Adhésif-FRP mais également d'une méthode pour l'identification des propriétés de l'interface en utilisant des réponses expérimentales de déplacements-

---

**Corresponding author** H.R.E.Houachine,  
Research field: Structures, Composites, Matériaux.  
Adress. Laboratoire Structures de Composites et  
Matériaux Innovants, B.P. 1505 El M'naouer,  
USTO, Oran, Algérie.  
E-mail:houachine2000@yahoo.fr

charges. Lim et autres [5] ont présenté un modèle numérique non-linéaire pour simuler le comportement de rupture d'interface du béton renforcé par des plaques en composites. Ils ont constaté que les propriétés mécaniques d'interface ont une influence significative sur la distribution et l'évolution des contraintes au niveau de l'interface.

Récemment Wang [6], [7] a développé un modèle analytique pour l'étude du comportement non-linéaire d'une poutre renforcée en béton fissurée puis réparée par une plaque en matériau composite. Le processus de décollement a été exprimé par le modèle de la zone cohésive (CZM). Dans ce modèle, les zones localement endommagées peuvent être modélisées par des ressorts de comportement non-linéaires qui représentent les variables physiques principales. Un peu Plus tard, le même auteur [8], [9] a utilisé le modèle de la zone cohésive en présence d'un pontage pour simuler le décollement au niveau de l'interface. La zone de pontage est causée par l'arrachement des particules du béton pendant l'endommagement de l'interface (Zone adoucissante).

En se basant sur le modèle de Wang [9], une nouvelle approche analytique a été proposée pour la détermination de la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à l'interface ainsi que les efforts nécessaires pour l'ouverture de la fissure en utilisant un modèle combiné de la zone cohésive-adoucissante-pontage. Pour simuler le procédé de décollement de l'interface Béton-FRP, la zone de l'évolution de la fissure au niveau de l'interface a été modélisée par le modèle de la zone cohésive par contre le frottement et l'arrachement des particules ont été modélisés respectivement par le modèle de la zone adoucissante et la zone pontage.

## II. Présentation du modèle analytique

Pour simuler le phénomène de décollement de l'interface FRP-Béton, la zone fissurée à l'interface est modélisée par le modèle de la zone cohésive, avec la prise en considération de la zone pontage (Bridging zone) due au frottement des particules tels que le gravier et les charges (Fig. 1). Le décollement de l'interface FRP-Béton se développe en deux

étapes successives, c.-à-d. l'étape de l'évolution de la fissure (endommagement) due à l'arrachement des particules (pontage), et l'étape où les surfaces de la plaque FRP et de la poutre en béton sont entièrement séparées (décollement). En conséquence quatre zones sont considérées dans notre approche (zone élastique, zone adoucissante (Softening), zone pontage (Bridging) et zone de décollement).

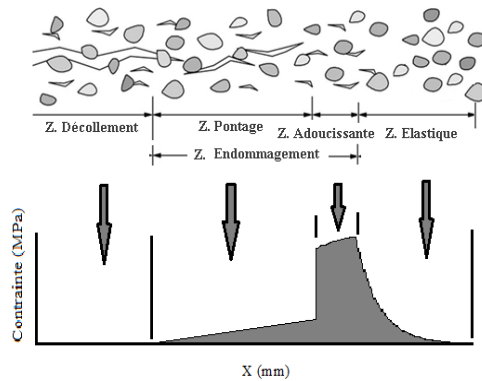


Fig. 1 Mécanisme expérimental de la rupture du béton et analogie avec le modèle de la zone "Cohésive/Pontage" [10].

Un développement analytique de l'ensemble de zones constituant chaque étape est établi en exprimant les contraintes de cisaillement d'interface et les forces d'ouverture (pulls forces) de chaque zone, ainsi que les expressions des charges ultimes de chaque étape. Le joint est sollicité à une force axiale appliquée à l'extrémité à gauche de la plaque FRP. Aussi, la loi de comportement de l'interface suit le Mode II (Fig. 2). Par conséquent, seulement les contraintes de cisaillement de l'interface Béton- Adhésif et la résultante des forces de traction (Pull force) sont considérées dans ce Mode.

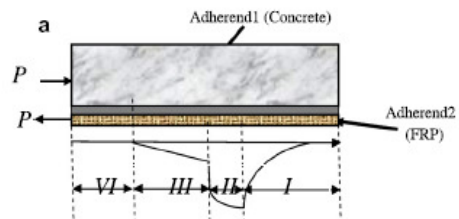


Fig. 2 Modèle glissement d'interface FRP-Béton pour les quatre différentes zones [11].

L'ensemble d'éléments en béton et plaque en CFRP, est modélisé comme éléments poutres, ayants un comportement linéaire élastique. Les indices 1 et 2 correspondent à la poutre en béton et à la plaque en CFRP respectivement. Employant les lois d'élasticité, la force axiale et le moment fléchissant sollicitant les deux poutres (i=1,2) sont :

$$N_i = E_i A_i \frac{du_i}{dx} \quad (1)$$

$$M_i = -E_i I_i \frac{d^2 w_i}{dx^2} \quad (2)$$

D'où  $u_i$  et  $w_i$  sont respectivement le déplacement axial et vertical de la poutre  $i$  (i=1,2).

$E_i$ ,  $A_i = b_i h_i$  et  $I_i$  sont le module de Young, la section transversale et le moment d'inertie de la poutre  $i$  (i= 1, 2), respectivement.

Considérant des éléments isolés typiques infinitésimales de la poutre en béton et de la poutre en CFRP, les équations d'équilibre sont établies.

$$\frac{dN_1}{dx} = b_2 \tau \quad (3)$$

$$\frac{dN_2}{dx} = -b_2 \tau \quad (4)$$

$$M = M_1 + M_2 + N_2(Y_1 + Y_2 + h_a) \quad (5)$$

D'où  $N_i$  et  $M_i$  sont la force horizontale axiale et le moment, respectivement;  $\tau$  est la contrainte de cisaillement d'interface;  $M$  est le moment total résultant et  $Y_1$  et  $Y_2$  sont la distance qui sépare l'axe neutre de l'adhérent 1 de sa surface inférieure et la distance qui sépare l'axe neutre de l'adhérent 2 de sa surface supérieure respectivement. Par hypothèse nous supposons pour l'ensemble des forces résultantes (moments) que leurs points d'application est au niveau de l'axe neutre de chaque adhérent.

A partir de la loi de comportement contraintes de cisaillement – glissement (Fig.3), les quatre zones peuvent être décrites par l'équation suivante :

$$\tau = \begin{cases} \frac{\tau_{f1}}{\delta_1} \delta & \delta \leq \delta_1 & (a) \\ \tau_{f1} - \frac{\tau_{f1} - \tau_{f2}}{\delta_2 - \delta_1} (\delta - \delta_1) & \delta_1 \leq \delta \leq \delta_2 & (b) \\ \tau_{f3} - \frac{\tau_{f3}}{\delta_f - \delta_2} (\delta - \delta_2) & \delta_2 \leq \delta \leq \delta_f & (c) \\ 0 & \delta > \delta_f & (d) \end{cases} \quad (6)$$

a) zone élastique - (b) zone adoucissante  
(c) zone pontage - (d) zone de décollement

Le glissement au niveau de l'interface Béton-Adhésif-CFRP peut être décrit sous la forme suivante :

$$\delta = u_1 - Y_1 w_1' - u_2 - Y_2 w_2' \quad (7)$$

Où  $u_1$  et  $u_2$  sont les déplacements longitudinaux à la base de l'adhérent 1 et la partie supérieure de l'adhérent 2, respectivement.

Selon la figure 2 et l'équation (6), le développement mathématique relatif aux quatre zones, est donné aux paragraphes suivants:

### II. 1. Etape Elastique linéaire.

Initialement, la charge appliquée est petite, par conséquent la contrainte maximale d'interface  $\tau$  est inférieure à  $\tau_{f1}$ . Le comportement le long de l'interface est élastique (zone élastique). Dans cette zone la relation du collage/glissement est donnée par la première expression de l'équation (6). La substitution de l'équation (7) dans cette équation donne:

$$\tau = \frac{\tau_{f1}}{\delta_1} \left( u_1 - Y_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} - u_2 - Y_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \quad (8)$$

La dérivée par rapport à  $x$  de cette équation donne

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{\tau_{f1}}{\delta_1} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} - Y_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} - \frac{\partial u_2}{\partial x} - Y_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right) \quad (9)$$

Pour déterminer les inconnus des déformations longitudinaux, les déformations de cisaillement des deux adhérents sont incluses

dans cette analyse. Il est possible de supposer que les contraintes de cisaillement qui se développent au niveau d'adhésif sont continues à travers l'interface adhésive-adhérent. En outre, l'équilibre exige que la contrainte de cisaillement doive être nulle (zéro) à la surface libre. Utilisant la même méthodologie de développement établie par Tsai et al. [12] et Tounsi [13], cet effet est aussi pris en considération. Pour satisfaire cette hypothèse, une variation cubique des déplacements longitudinaux  $U_1$  et  $U_2$  dans les deux adhérents est supposée:

$$U_1 = A_1 y_B^3 + B_1 y_B + C_1 \quad (10)$$

$$U_2 = A_2 y_C^3 + B_2 y_C + C_2 \quad (11)$$

D'où  $y_B$  et  $y_C$  représentent les coordonnées dans le système local, ayant comme origine la face supérieure de chaque adhérent. Les contraintes de cisaillement  $\tau_{xy}$  dans les deux adhérents sont données comme suit :

$$\tau_{xy_B(1)} = G_1 \gamma_{xy_B(1)} \quad (12)$$

$$\tau_{xy_C(2)} = G_2 \gamma_{xy_C(2)} \quad (13)$$

La déformation de cisaillement  $\gamma_{xy}$  dans les deux adhérents est

$$\gamma_{xy_B(1)} = \frac{\partial U_1}{\partial y_B} + \frac{\partial W_1}{\partial x} \quad (14)$$

$$\gamma_{xy_C(2)} = \frac{\partial U_2}{\partial y_C} + \frac{\partial W_2}{\partial x} \quad (15)$$

$G_1$ ,  $G_2$  représentent les modules de cisaillement transversaux des adhérents 1 et 2 respectivement. Négligeant les variations du déplacement transversal  $W_i$  (induites par les forces longitudinales) avec la coordonnée longitudinale  $x$ , les équations (12) et (13) peuvent être écrites sous la forme suivante:

$$\tau_{xy_B(1)} = G_1 (3A_1 y_B^2 + B_1) \quad (16)$$

$$\tau_{xy_C(2)} = G_2 (3A_2 y_C^2 + B_2) \quad (17)$$

La contrainte de cisaillement doit satisfaire les conditions aux limites suivantes :

$$\tau_{xy_B(1)}(x, 2Y_1) = \tau_{xy_C(2)}(x, 0) = -\tau \quad (18)$$

$$\tau_{xy_B(1)}(x, 0) = 0, \quad \tau_{xy_C(2)}(x, 2Y_2) = 0 \quad (19)$$

On aura, donc:

$$\tau_{xy_B(1)} = \frac{-\tau}{4Y_1^2} y_B^2 \quad (20)$$

$$\tau_{xy_C(2)} = \left(\frac{y_C^2}{4Y_2^2} - 1\right)\tau \quad (21)$$

Substituant les équations (20) et (21) dans les équations (12) et (13) respectivement, on obtient:

$$\gamma_{xy_B(1)} = \gamma_1 = \frac{-\tau}{4G_1 Y_1^2} y_B^2 \quad (22)$$

$$\gamma_{xy_C(2)} = \gamma_2 = \frac{\tau}{G_2} \left(\frac{y_C^2}{4Y_2^2} - 1\right) \quad (23)$$

Les fonctions des déplacements longitudinaux  $U_1$  et  $U_2$  pour les adhérents 1 et 2 respectivement, dues aux forces longitudinales, sont données par :

$$\begin{aligned} U_1(y_B) &= U_1(0) + \int_0^{y_B} \gamma_1 dy_B \\ &= U_1(0) - \frac{\tau}{12G_1 Y_1^2} y_B^3 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} U(y) &= u + \gamma dy \\ &= u + \frac{\tau}{G} \left(\frac{y}{12Y} - y\right) \end{aligned} \quad (25)$$

D'où  $U_1(0)$  représente le déplacement à la surface supérieure de l'adhérent 1 (dû à la force longitudinale) et  $u_2$  est le déplacement longitudinal dû à la force induite par l'adhésif au niveau de l'interface entre l'adhésif et l'adhérent 2.

Notant qu'en présence d'un collage parfait du joint (adhérent 1-adhésif-adhérent 2), les déplacements sont continus au niveau de l'interface entre l'adhésif et les adhérents. En conséquence,  $u_2$  doit être équivalente au déplacement de l'adhérent 2 à l'interface et  $u_1$  (le déplacement de l'adhésif au niveau de l'interface entre l'adhésif et l'adhérent 1) doit

être le même que le déplacement au niveau de l'interface de l'adhérent 1. A partir de l'équation (24),  $u_1$  est exprimé comme suit [12],[13]:

$$u_1 = U_1 (y_B = 2Y_1) = U_1 (0) - \frac{2\tau Y_1}{3G_1} \quad (26)$$

En utilisant l'équation (26), l'équation (24) devient:

$$U_1 (y_B) = u_1 - \frac{\tau}{12G_1 Y_1^2} y_B^3 + \frac{2\tau Y_1}{3G_1} \quad (27)$$

Les forces longitudinales  $N_1$  et  $N_2$ , pour l'adhérent supérieur (adhérent 1) et l'adhérent inférieur (adhérent 2) respectivement sont:

$$N_1 = E_1 b_2 \int_0^{2Y_1} \frac{dU_1}{dx} dy_B = E_1 A_1 \left( \frac{du_1}{dx} + \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} \right) \quad (28)$$

$$N_2 = E_2 b_2 \int_0^{2Y_2} \frac{dU_2}{dx} dy_C = E_2 A_2 \left( \frac{du_2}{dx} - \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} \right) \quad (29)$$

En utilisant les équations (28) et (29), les déformations longitudinales induites par les forces longitudinales peuvent être exprimées sous la forme suivante:

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} \quad (30)$$

$$\frac{du_2}{dx} = \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} \quad (31)$$

Substituant l'équation (30), (31) dans l'équation (9), on obtient:

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\tau_{f1}}{\delta_1} \left( \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} - \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} - Y_1 \frac{d^2 w_1}{dx^2} - Y_2 \frac{d^2 w_2}{dx^2} \right) \quad (32)$$

D'après la littérature (Smith et Teng, [14]; Rasheed et Pervaiz, [15]), et par supposition

que la plaque CFRP et la poutre en béton ont la même courbure c.-à-d.

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (33)$$

Substituant l'équation (33) et remplaçant l'équation (1) et (2) dans l'équation (5), on obtient:

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = -\frac{M_T}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} N_2 \quad (34)$$

L'équation (32) sera:

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\tau_{f1}}{\delta_1} \left( \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{Y_1}{2G_1} \frac{d\tau}{dx} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{5Y_2}{6G_2} \frac{d\tau}{dx} - (Y_1 + Y_2) \left( \frac{-M}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \left( \frac{Y_1 + Y_2 + h_a}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) N_2 \right) \right) \quad (35)$$

La dérivée des deux côtés de l'équation (35) par rapport à  $x$  avec la prise en considération des équations d'équilibre (3), (4) et (5); l'équation différentielle de la contrainte de cisaillement le long de l'interface entre FRP et béton s'écrit sous la forme suivante:

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} = K_1 \left( \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)(Y_1 + Y_2 + h_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) b_2 \tau + K_1 \left( \frac{Y_1 + Y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) M' \quad (36)$$

$$\text{Avec } N_1 = -N_2 \text{ et } K_1 = \left( \frac{\delta_1}{\tau_{f1}} + \frac{5Y_2}{6G_2} + \frac{Y_1}{2G_1} \right)^{-1}$$

Considérant que notre cellule élémentaire (Fig. 2) est sollicitée à un moment total constant c.-à-d.  $M' = 0$ , la solution de l'équation différentielle (36) prend la forme:

$$\tau = Ae^x + Be \quad (37)$$

D'où :

$$\lambda_1^2 = K_1 C_\lambda^2 \quad (38)$$

avec:

$$C_\lambda = \sqrt{b_2 \left( \frac{\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + (Y_1 + Y_2 + h_a)(Y_1 + Y_2)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right)}$$

Dans le cas des poutres longues, la longueur de l'interface de la plaque FRP est considérée elle même longue. Notant que lorsque  $x$  est suffisamment important, la contrainte de cisaillement atteint sa valeur limite et converge à sa solution particulière, donc  $B = 0$  (Wang [16]). Le coefficient  $A$  est définie par la condition suivante:

$$\tau|_{x=0} = \tau_{f1} \quad ; \quad A = \tau_{f1} \quad (39)$$

A partir de l'équation (4), la force axiale au niveau de la plaque en FRP est :

$$N_2 = N_{20} - \int_0^x b_2 \tau dx \quad (40)$$

La force axiale de la plaque en CFRP dans cette région est alors calculée sous la forme suivante:

$$N_2 = N_{20} + \frac{b_2 (\tau_{f1} e^{-\lambda_1 x})}{\lambda_1} \quad (41)$$

D'où  $N_{20}$  est la force axiale de la plaque en CFRP induite par le moment fléchissant appliqué  $M$ . Cette force peut être déterminée en appliquant la théorie des poutres composées comme (QIA [17]):

$$N_{20} = -b_2 C_\tau M|_{x=0} \quad (42)$$

$$C_\tau = \frac{(Y_1 + Y_2) / (E_1 I_1 + E_2 I_2)}{C_\lambda^2} \quad (43)$$

La force de traction  $P$  est donc obtenue comme suit :

$$P = N_2|_{x=0} = N_{20} + \frac{b_2 \tau_{f1}}{\lambda_1} \quad (44)$$

La contrainte de cisaillement de l'interface présentée par l'équation (37), augmente linéairement avec la charge appliquée jusqu'à ce qu'elle atteigne la limite de cisaillement  $\tau_{f1}$ , c'est-à-dire:

$$\tau|_{x=0} = \tau_{f1} \quad (45)$$

Cette contrainte de cisaillement maximale correspond à une force de traction maximale qui représente la limite d'élasticité  $P_e$ . Donc la force maximale pour laquelle l'interface est à l'étape élastique est exprimée par:

$$P_e = N_{20} + \frac{b_2 \tau_{f1}}{\lambda_1} = N_{20} + \frac{b_2}{C_\lambda} \sqrt{2G_e + \frac{Y_1}{2G_1} + \frac{5Y_2}{6G_2}} \quad (46)$$

D'où  $G_e = 1/2 \tau_{f1} \delta_1$  est l'énergie de rupture élastique.

## II. 2 Etape Elastique-Adoucissante.

Si la charge continue d'augmenter et après avoir atteint la limite d'élasticité, une partie de l'interface commence à s'endommager localement en présence d'un glissement (cisaillement au niveau de l'interface), et deux régions le long de l'interface sont formées (Etape II). Cette étape est composée en deux régions (zone élastique et zone adoucissante (cohésive)). Après un développement analytique, la solution de la contrainte de cisaillement de la zone adoucissante aura la forme différentielle suivante :

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} = -K_{II} \left( \frac{\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{(Y_1 + Y_2 + h_a)}}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) b_2 \tau - K_{II} \left( \frac{Y_1 + Y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) M' \quad (47)$$

Avec;

$$K_{II} = \left( \frac{\delta_2 - \delta_1}{\tau_{f1} - \tau_{f2}} + \frac{Y_1}{2G_1} + \frac{5Y_2}{6G_2} \right)^{-1} \quad (48)$$

Cette équation différentielle du second ordre (47) admet la solution suivante:

$$\tau = C \cos(\lambda_2(x - a_1)) + D \sin(\lambda_2(x - a_1)) \quad (49)$$

Avec:

$$\lambda_2^2 = K_{II} C_\lambda^2$$

$C$  et  $D$  sont deux coefficients à déterminer par les conditions de continuité à  $x = a_1$

L'expression de la charge de traction ultime en cette zone  $P_s$  prend la forme:

$$P_s = N_{20} + \frac{b_2}{\lambda_2} \left[ \frac{z_{f1} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{k_2 \lambda_1}{k_1 \lambda_2} \right)}{\sqrt{\left( k_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \delta_1 \right)^2 + z_{f1}^2 - z_{f2}^2}} \right] \quad (50)$$

### II.3 Etape Elastique-Adoucissante-Pontage.

Dans cette étape, trois différentes zones existent au niveau de l'interface CFRP-Béton. Identiquement à la zone adoucissante, la solution de la contrainte de cisaillement de la zone adoucissante aura la forme différentielle suivante :

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} = -K_{III} \left( \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) b_2 \tau - K_{III} \left( \frac{Y_1 + Y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) M' \quad (51)$$

Avec:

$$K_{III} = \left( \frac{\delta_f - \delta_2}{\tau_3} + \frac{Y_1}{2G_1} + \frac{5Y_2}{6G_2} \right)^{-1}$$

L'équation différentielle du second ordre (51), admet la solution :

$$\tau = C \cos(\lambda_3(x - a_2)) + D \sin(\lambda_3(x - a_2)) \quad (52)$$

Avec:

$$\lambda_3^2 = K_{III} C_\lambda^2$$

$C$  et  $D$  sont deux coefficients à déterminer par les conditions de continuité à  $x = a_2$

La charge ultime que l'interface de CFRP-Béton peut transférer ( $P_{max}$ ) est obtenue comme suit:

$$P_{max} = N_{20} + \frac{b_2}{\lambda_3} \left[ \frac{C + \sqrt{(z_{f3}^2 + D^2) - \left( k_3 (\delta_f - \delta_2) - z_{f3} \right)^2}}{\sqrt{(z_{f3}^2 + D^2) - \left( k_3 (\delta_f - \delta_2) - z_{f3} \right)^2}} \right] \quad (53)$$

### II.3 Etape Elastique-Adoucissante-Pontage-Décollement

Si la charge continue encore d'augmenter la limite de décollement est atteinte, par conséquent un décollement total se produit le long de l'interface. La distance  $d$  (figure 3a) montre la taille de la propagation du décollement lorsque la force de traction limite  $P_{max}$  est atteinte. La contrainte de cisaillement et la force axiale dans la zone de décollement s'écrivent:

$$\tau = 0 \quad (54)$$

$$N_2 = P_{max} = N_{20} + \frac{b_2}{\lambda_3} \left[ \begin{aligned} & \tau_{f3} \sin(\lambda_3(a_{2u})) + \\ & \frac{k_3}{k_2} \tau_{f1} \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \left( \frac{\sin(\lambda_2 a_{1u}) + \frac{k_2 \lambda_1}{k_1 \lambda_2} \cos(\lambda_2 a_{1u})}{\cos(\lambda_3(a_{2u}))} \right) \\ & + \tau_{f1} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \left[ \frac{\sin(\lambda_2 a_{1u})}{\lambda_2} + \frac{k_2 \lambda_1}{k_1 \lambda_2} (\cos(\lambda_2 a_{1u}) - 1) + \frac{\lambda_2}{\lambda_4} \right] - \\ & \frac{k_3}{k_2} \tau_{f1} \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \left( \frac{\sin(\lambda_2 a_{1u}) + \frac{k_2 \lambda_1}{k_1 \lambda_2} \cos(\lambda_2 a_{1u})}{\cos(\lambda_3(a_{2u}))} \right) \end{aligned} \right] \quad (55)$$

## III. Analyse des résultats

### III.1 Validation des Résultats

Pour nos applications, les caractéristiques mécaniques et géométriques sont données dans les tableaux 1 et 2

Table 1. Propriétés mécaniques de la plaque Béton-CFRP-Adhésif

$E_1$ GPa	$E_2$ GPa	$E_a$ GPa	$G_1$ GPa	$G_2$ GPa
30	235	0,992	12.5	5
$\tau_{f1}$ MPa	$\tau_{f2}$ MPa	$\tau_{f3}$ MPa	$K_1$ MPa/mm	$K_2$ MPa/mm
5.2	4.62	1.25	153	4
$K_3$ MPa/mm	$\delta_1$ mm	$\delta_2$ mm	$\delta_f$ mm	$G_f$ N/mm
0.56	0.034	0.179	2.415	2.2

Table 2: Propriétés géométriques de la plaque Béton-CFRP-Adhésif

$L$	$h_1$	$b_1$	$b_2$	$h_2$	$h_a$	$b_a$
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1100	220	200	50	0.22	2.5	50

Selon la figure 3, l'évolution de la contrainte de cisaillement le long de l'interface Béton-Adhésif à partir du bord de joint Béton-adhésif-CFRP établie par notre modèle a été comparée aux résultats donnés par le modèle de trois-paramètres de Leung et Tung [18] et le modèle de Wang [9]. De cette figure, on observe que dans le modèle de trois paramètres, la contrainte de cisaillement maximale de l'interface atteint 12.5 MPa, ce qui est largement supérieure à la résistance au cisaillement du béton. Par contre dans le modèle de Wang, la contrainte de cisaillement maximale est seulement de 5.2 MPa. Nos résultats se rapprochent du modèle de Wang (même allure), mais les tailles des quatre zones (zone élastique, zone adoucissante, zone pontage et de séparation) sont plus importantes dans notre modèle.

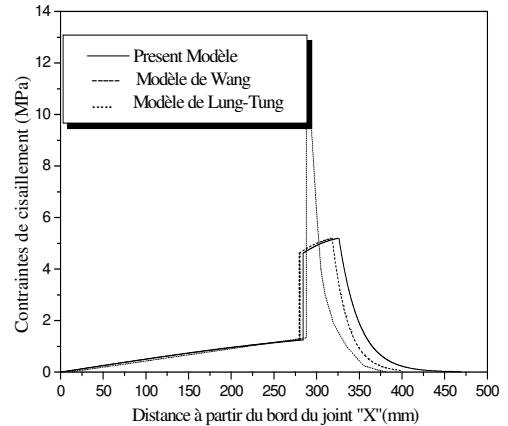


Fig.3 Comparaison de la contrainte de cisaillement au niveau de l'interface.

Pour observer clairement cette différence d'un point de vue résistance entre notre modèle et celui du Wang, la figure (4) a été présentée. Dans cette figure, l'évolution de la force de traction dans la plaque CFRP (pulling force) a été établie en fonction du déplacement au niveau de l'interface «  $\delta$  » (déplacement axial entre la surface inférieure de la poutre en béton et la surface supérieure de la plaque en CFRP) jusqu'à le décollement. Pour un chargement monotone croissant, quatre segments ont été distingués c.-à-d., OA, AB, BC et CD. Le segment OA correspond à l'étape élastique avec un comportement linéaire. Le segment AB correspond à l'étape élastique-adoucissante avec un comportement non linéaire. Le segment BC correspond à l'étape élastique-adoucissante-pontage avec un comportement non linéaire également. Enfin le segment final CD correspond à l'étape élastique-adoucissante-pontage-décollement avec une valeur asymptotique. Dans ce dernier stade, la force de traction dans la plaque CFRP qui est constante représente la charge ultime de décollement.



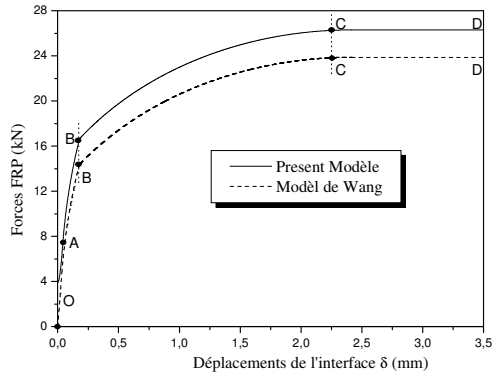


Figure 4 Courbes forces-déplacements au niveau de l'interface

A partir de cette figure, on remarque que les deux courbes données par le modèle de Wang [9] et le présent modèle sont similaires de par l'allure, mais une différence importante est distinguée au niveau de la charge externe ultime à appliquer pour chaque étape.

### III.2 Variation de la charge

Afin de montrer le processus de formation des quatre zones développées précédemment (zone élastique, zone adoucissante, zone pontage et zone de décollement), quatre valeurs de la charge externe ont été soigneusement choisies pour illustrer la distribution des contraintes de cisaillement le long de l'interface CFRP-Béton (Fig. 5). Pour une faible charge  $P=5.02$  kN, l'interface Béton-Adhésif est dans l'étape élastique et la contrainte de cisaillement le long de l'interface atteint  $\tau=4.2$  MPa. Si cette charge passe à  $P=16.65$  kN, la zone adoucissante est atteinte et un endommagement commence à apparaître. La taille de la zone adoucissante est estimée à  $a_1=41.86$  mm. Pour une charge assez importante  $P=23.7$  kN, l'interface rejoint la zone pontage (Bridging) et la taille correspondante à cette zone est de  $a_2=142$  mm. La force ultime de cette zone est de  $P=26.3$  kN avec une longueur  $a_2=284.3$  mm. Si la force appliquée est supérieure à  $P=26.3$  kN le décollement de l'interface se développe jusqu'au décollement total.

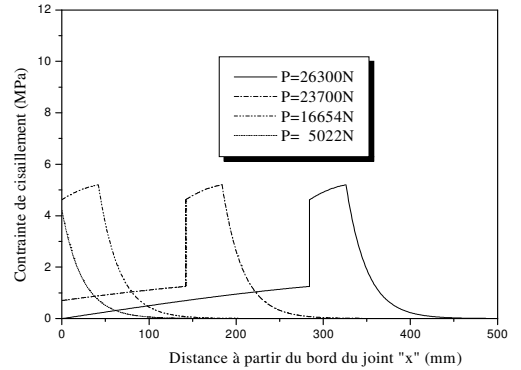


Figure 5. Comparaison de la contrainte de cisaillement de l'interface CFRP.

## IV. Conclusion

A travers cette étude, nous avons constaté que le nouveau modèle non linéaire cohésive/pontage proposé, nous a permis de prédire le développement et l'évolution du décollement le long de l'interface FRP-Béton. Les contraintes d'interface de cisaillement, les contraintes d'interface normales et les charges ultimes pour chaque zone ont été déterminées et vérifiées avec d'autres modèles cités dans la littérature.

Par l'utilisation de la déformation de cisaillement avec ordre supérieur, les forces de traction (pull force) dans chaque zone deviennent plus importantes, donc ce qui nous a permis de mieux évaluer la rigidité du joint étudié, et fait que notre poutre en béton devient plus rigide.

## REFERENCES

- [1] A. Merdas1- N. Chikh2 Renforcement des poutres en B.A. par des matériaux composites utilisant la technique NSM Colloque National : Pathologie des Constructions : Du Diagnostic à la Réparation Département de Génie Civil Université Mentouri Constantine -Novembre 2008
- [2] H. Niu, V. Karbhari and Z. Wu, Diagonal macro-crack induced debonding mechanisms in FRP rehabilitated concrete. Composites Part B: Engineering, 2006, 37: 627-641.
- [3] Z.S.Wu, H. Yuan and H.D. Niu, Stress transfer and fracture propagation in different kinds of adhesive joints. Journal of Engineering Mechanics (ASCE), 2002, 128(5): 562-573.
- [4] Z.I. Yang, J.F. Chen, D. Proverbs, 2003. Finite element modelling of concrete cover separation failure

- in FRP plated RC beams. *Construction and Building Materials* 17 (1), 3–13.
- [5] Y. Lim, S. Shin and M. Kim, A study on the effect of externally bonded composite plate-concrete interface. *Composite Structures*. 2008, 82:403-412.
- [6] J. Wang, Debonding of FRP-plated reinforced concrete beam, a bond-slip analysis. I. Theoretical formulation. *International Journal of Solids and Structures* 2006;43:6649–64.
- [7] J. Wang, Cohesive zone model of intermediate crack-induced debonding of FRP-plated concrete beam. *International Journal of Solids and Structures* 2006;43:6630–48.
- [8] J. Wang, Cohesive-bridging zone model of FRP-concrete interface Debonding, *Engineering Fracture Mechanics* 74 (2007) 2643–2658
- [9] J. Wang, Cohesive zone model of FRP-concrete interface debonding under mixed-mode loading, *International Journal of Solids and Structures* 44 (2007) 6551–6568.
- [10] P. Kyoungsoo, H. Glaucio Paulino, Jeffery Roesler, Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete, *Cement and Concrete Research*, 40 (2010) 956–965.
- [11] G.I. Barenblatt, 1962, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture *Advances in Applied Mechanics*. Vol. 7, PP. 55-129 c.
- [12] M.Y. Tsai, D.W. Oplinger, J. Morton, 1998, Improved theoretical solutions for adhesive lap joints. *International Journal of Solids and Structures* 35 (12), 1163–1185, 1998.
- [13] A. Tounsi, Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate, *International Journal of Solids and Structures*, 43 (2006) 4154–4174.
- [14] S.T. Smith, J.G. Teng, Interfacial stresses in planted beam, *Engineering structures*, 2001, 23: 857-871.
- [15] H.A. Rasheed, S. Pervaiz, (2002), Bond slip analysis of fiber-reinforced polymer-strengthened beams, *Journal of Engineering Mechanics* Vol. 128, PP. 78-86.
- [16] J. Wang J, P. Qiao, Interface crack between two shear deformable elastic layers. *J Mech Phys Solids* 2004;52:891–905.
- [17] P. Qiao, J. Wang., Novel joint deformation models and their application to delamination fracture analysis, *Compos Sci Technol* 2005;65(11–12):1826–39.
- [18] CKY. Leung, WK. Tung, Three-parameter model for debonding of FRP plate from concrete substrate, *J Eng Mech* 2006, 132:509–18.