

## Effet de l'Evolution de la Fissuration Transversale sur l'Endommagement des Stratifiés Composites Croisés [0/90]s

S. Benbelaid<sup>1,2</sup>, B. Bezzazi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Unité de Recherche Matériaux, Procédés et Environnement, Université M'Hamed Bougara - Boumerdès, Avenue de l'indépendance, 3500 Boumerdès, Algérie.

<sup>2</sup> Faculté de Génie Mécanique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Alger, Algérie

### Abstract

La fissuration transversale joue un rôle important dans l'endommagement des stratifiés composites croisés de types [0/90]s. L'étude de la fissuration transverse est donc importante pour assurer l'intégrité de la structure. Un modèle micromécanique numérique basé sur un critère énergétique sera établi. La méthode des éléments finis est employée dans cette étude, pour compter et suivre l'évolution des fissures transverses. L'endommagement du stratifié se traduit par l'apparition de fissures transverses qui s'explique par une baisse de rigidité du pli fissurée et, par conséquent une baisse de la rigidité globale du matériau. Cependant, cette chute de rigidité représentée par le rapport du module longitudinal apparent réduit et le module longitudinal initial en fonction de la densité des fissures. L'objectif de ce travail est d'étudier l'effet de la vitesse de déformation et de la rigidité des plis à 0° sur l'initiation et la propagation des fissures transverses et leurs densité, ainsi l'effet de la densité des fissures vis à vis de l'endommagement global du stratifié.

**Keywords:** Fissuration transverse, Endommagement, Initiation, Propagation, Densité,

### I. Introduction

L'évolution des dégradations dans les stratifiés composites est un phénomène complexe qui résulte des différents modes d'endommagements souvent couplés, comme la fissuration matricielle, le délaminage entre les couches et la rupture des fibres, etc... Devant la complexité du problème, les chercheurs essaient d'étudier tous les mécanismes physiques de dégradation, d'abord en les dissociant puis en étudiant les interactions possibles, afin de construire des modèles fiables de prévision. Il est donc nécessaire d'avoir une représentation optimale de ces phénomènes, et de la compétition qui existe entre eux. C'est pourquoi, dans ce cas, le point de vue micro est adopté.

Cela implique la représentation exacte des fissures. Dans un stratifié composite croisé [0/90]s, sous l'influence de sollicitations monotones mécaniques en traction, la fissuration transversale dans la matrice est en général le premier mode d'endommagement observé dans la matrice du pli le plus désorienté par rapport à l'axe de sollicitation. Des fissures transverses peuvent apparaître très tôt dans la durée de vie de la structure et elles peuvent devenir les zones d'amorçage pour d'autres mécanismes d'endommagement plus dangereux. L'étude de la fissuration transversale est donc importante pour assurer l'intégrité de la structure.

Les premières études expérimentales sur le mécanisme de fissuration transverse dans des stratifiés [0<sub>m</sub>/90<sub>n</sub>]s, sont celles de Garrett et Bailey [1], Parvizi et Bailey [2], Reifsnider [3] vers 1977. Ces auteurs ont observé et caractérisé le développement de la fissuration transverse au cours d'essais monotones. Ils ont montré que les fissures transverses

---

**Corresponding author:** Benbelaid Samira,

Research field: Materials

Adress: Unité de Recherche- Matériaux, Procédés & Environnement UR- MPE, Université M'Hamed Bougara, Boumerdès Algeria.

E-mail: [aerosamira@yahoo.fr](mailto:aerosamira@yahoo.fr)

s'amorcent sur les bords libres de l'éprouvette et se propagent immédiatement dans la section droite de la couche à 90°. L'augmentation du nombre de fissures commence après un certain délai nécessaire à l'apparition de la première fissure ; le nombre de fissures atteint finalement une valeur stable, dépendant des constituants et de la séquence d'empilement, qui caractérise une saturation de ce type d'endommagement. Plusieurs études expérimentales plus récentes ont confirmé qualitativement ces résultats [4-6].

Notre contribution propose donc de prédire l'évolution de la densité des fissures, en se basant sur un critère énergétique utilisé par Mendels et Nairn [7-8]. La réaction du matériau à travers la baisse de sa rigidité est estimée par le modèle de Shear lag [9-10], en calculant le rapport du module longitudinal apparent réduit et le module longitudinal initial ( $E_x/E_{x0}$ ) en fonction de la densité des fissures. Cependant notre objectif est d'étudier l'effet de la vitesse de déformation et de la rigidité des plis à 0° sur l'évolution des fissures transverses. L'effet de rigidité des plis à 0° a été réalisé en faisant varier l'épaisseur des couches à 0° et à 90° par le rapport  $h_{90}/h_0$ . Finalement, représentant l'effet de la densité des fissures sur l'endommagement global du matériau traduit par la chute de rigidité ( $E_x/E_{x0}$ ).

## II. Modélisation de la fissuration matricielle transversale des composites croisés [0/90]s

L'analyse mécanique de l'évolution de la fissuration matricielle transversale dans le composite consiste en deux étapes principales :

1. La première a pour but de décrire la répartition des contraintes dans le stratifié composite [0/90]s en présence de fissures. Cette étape utilise souvent une description approchée des champs mécaniques.
2. La deuxième étape consiste en l'utilisation d'un critère de rupture afin de prévoir le développement de ce type d'endommagement.

Les deux étapes sont indépendantes. Un bon critère de rupture seul n'est pas suffisant pour développer une bonne analyse de la fissuration. Le critère de rupture doit être utilisé conjointement avec des analyses de contraintes. L'analyse de contraintes doit être suffisamment précise pour assurer une bonne prédiction.

### II.1. Modèles d'analyse des contraintes

Dans la littérature on trouve une quantité considérable de travaux qui ont proposé de différentes méthodes pour représenter le champ des contraintes. Le modèle analytique le plus souvent utilisé est le modèle dit de type « shear-lag ». Le modèle « shear-lag » a été développé entre la fin des années 1970 et le début des années 1980 [1,9]. Han et al. [11], Hahn et Johannesson [12] ont proposé un modèle « shear-lag » simple. Lee et Daniel [13] ont proposé un modèle de type « shear-lag complet » pour prendre en compte la variation de la contrainte normale dans l'épaisseur des couches à 0° des stratifiés  $[0_m/90_n]_s$ . Cette approche est utilisée par Berthelot et al. [14]. Un bon accord avec les calculs par éléments finis est observé par ces auteurs. Nairn et Mendels [7] ont fait assez récemment un classement des modèles de type « shear-lag » en développant un calcul élastique dans un système très général de multicouches ; le problème de la fissuration transverse dans des stratifiés de type  $[0_m/90_n]_s$  est traité comme cas particulier. Les auteurs montrent que, quelles que soient les lois de répartition des contraintes suivant l'épaisseur, toutes les approches de ce type conduisent à des équation fondamentale « shear-lag » de la forme :

$$\frac{d^2}{dx^2}\tau - \beta^2\tau = 0 \quad (1)$$

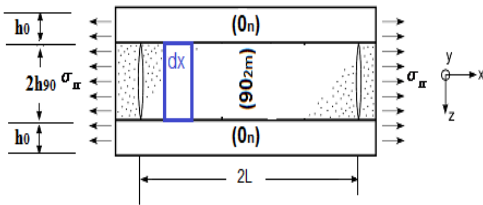
$\beta$  est le paramètre de type « shear-lag » et  $\tau$  présente la contrainte de cisaillement. La principale difficulté est la détermination de paramètre de Shear lag  $\beta$  qui dépend de la zone dans laquelle s'effectue le transfert de la contrainte. Le paramètre de shear-lag a été déterminé comme dans le travail initial de Garrett et Bailey [1] où les auteurs font l'hypothèse que la contrainte de cisaillement se développe dans l'ensemble du pli endommagé :

$$\beta^2 = G_{12} \left[ \frac{1}{E_{22}} + \frac{h_{90}}{E_{11}h_0} \right] \quad (2)$$

Reifsnider et al. [9] supposent que le transfert intervient dans une zone de faible épaisseur, riche en résine, située à l'interface entre les plis. L'épaisseur de cette zone est alors évaluée en réalisant le moulage de la surface de la tranche de l'éprouvette. Ce moulage restitue le détail de la surface et permet donc de détecter la zone riche en résine. Le plus souvent, l'épaisseur de la zone de transfert est considérée comme un paramètre ajustable qu'il faut estimer à partir de données expérimentales [15] :

$$\beta^2 = \frac{(\alpha+1)G_{23}(E_{11}h_0 + E_{22}h_{90})}{E_{11}E_{22}h_0^2} \quad (3)$$

$\alpha$ - paramètre qui varie entre 0 et 2, peut être caractérisé comme un paramètre global de l'effet de la fissuration de la matrice.  $\alpha=1.1$  donne de bonnes prédictions sur le champ de contraintes.  $E_{11}$ ,  $E_{22}$  sont les modules élastiques suivant les directions principales des plis et  $G_{23}$  est un module de cisaillement inter laminaire.  $h_{90}$ ,  $h_0$  représentent l'épaisseur des plis à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  (Fig.1)



**Fig. 1.** Schéma et repère associé à un stratifié  $[0_n/90_m]_s$  soumis à une sollicitation de traction suivant  $x$

L'équation différentielle vérifiée par  $\sigma_x^{90}$  en exprimant l'équilibre mécanique d'un élément de longueur infinitésimal  $dx$  pris dans le pli endommagé (Fig. 1) [16, 17] :

$$\frac{d^2 \sigma_x^{90}}{dx^2} - \frac{\beta^2}{h_{90}^2} \sigma_x^{90} = - \frac{\beta^2}{h_{90}^2} \frac{E_{22}}{E_x^0} \sigma_x \quad (4)$$

En tenant compte de la condition limite du bord libre en surface de fissure:  $\sigma_x^{90}(L) = \sigma_x^{90}(-L) = 0$ , on peut facilement écrire la solution de l'équation (4) :

$$\sigma_x^{90} = \frac{E_{22}}{E_x^0} \left( 1 + \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \right) \sigma_x \quad (5)$$

avec :

$$E_x^0 = \frac{t_{90}E_{22}^0 + t_0E_{11}^0}{t_{90} + t_0}$$

D'après l'équation d'équilibre de la structure stratifié entière, on peut obtenir le champ de contrainte dans les couches à  $0^\circ$  :

$$\sigma_x^0 = \frac{1}{h_0} [(h_0 + h_{90})\sigma_x - h_{90}\sigma_x^{90}] \quad (6)$$

Cette approche de Shear lag, nous permet également d'évaluer le rapport entre le module longitudinal apparent  $E_x$  d'un stratifié endommagé et le module de Young initial  $E_{x0}$  [9,10,18]

$$\frac{E_x}{E_x^0} = \left( 1 + \frac{t_{90}E_{22}^0 2D}{t_0E_{11}^0 \beta} \tanh\left(\beta \frac{1}{2D}\right) \right)^{-1} \quad (7)$$

Avec  $d$  est la densité de fissures par unité de longueur :  $d=1/2L$

## II.2. Prédiction de l'évolution des fissures transverses

Pour étudier l'évolution de la densité de fissures, nous avons établi une formule générale pour le taux de restitution d'énergie d'un système quelconque à partir de l'étude de Nairn [7,8]. Puis en appliquant ce résultat à la cellule élémentaire du stratifié fissuré étudié  $dx$  (Fig.1), nous avons obtenu l'expression du taux de restitution d'énergie associé à l'apparition d'une nouvelle fissure entre deux fissures préexistantes.

Considérons la cellule élémentaire de longueur  $2L$  du stratifié fissuré, limitée par deux fissures préexistantes, en  $x = -L$  et en  $x = +L$  (Fig.1), l'expression du taux de restitution d'énergie associé à l'apparition d'une

nouvelle fissure au milieu de deux fissures préexistantes peut se mettre sous la forme suivante sans tenir compte de l'effet thermique [ 19] :

$$G(\sigma_x, d) = G_{\max}(\sigma_x) \times f_d(d) \quad (8)$$

avec:

$$G_{\max}(\sigma_x) = \frac{1}{\beta} \frac{E_{22}}{E_x} \frac{1}{E_{11}} \left(1 + \frac{h_{90}}{h_0}\right) (\sigma_x)^2 \quad (9)$$

$$f_d(d) = 2 \tanh\left(\frac{\beta}{4d}\right) - \tanh\left(\frac{\beta}{2d}\right) \quad (10)$$

Le taux de restitution d'énergie G est une fonction de la contrainte appliquée  $\sigma_x$ , de la demi distance L entre deux fissures telle que  $d= L/2L$ )

Nous supposons que le taux de restitution d'énergie à atteint une valeur critique, soit :

$$G(\sigma_x, d) = G_c \quad (11)$$

Reportons (8), (9), (10) dans (11) : on obtient l'équation suivante

$$2 \tanh\left(\frac{\beta}{4d}\right) - \tanh\left(\frac{\beta}{2d}\right) = \frac{G_c}{C(\sigma_x)^2} \quad (12)$$

avec

$$C = \frac{1}{\beta} \frac{E_{22}}{E_x} \frac{1}{E_{11}} \left(1 + \frac{h_{90}}{h_0}\right)$$

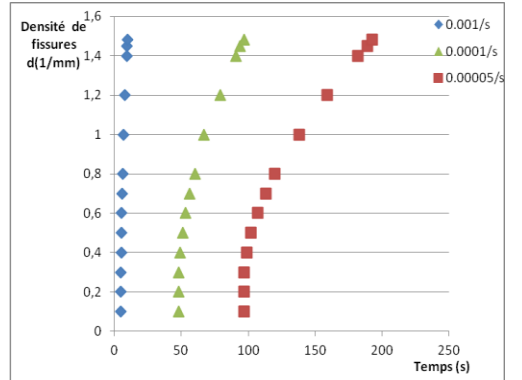
### III. Application et Interprétation

Dans notre application, nous nous intéressons principalement au comportement des stratifiés croisés  $[0_m/90_n]_s$  de nature IM7/977-2 avec des fibres longues en carbone de module intermédiaire de référence IM7 et à matrice époxyde/amine de référence 977-2 [20].

Notre but est d'étudier l'effet de la vitesse de déformation et l'effet de la rigidité des plis à  $0^\circ$  sur l'initiation et la propagation des fissures transverses, et l'effet de la densité des fissures sur l'endommagement global du stratifié.

Fig.2 montre la courbe de la variation de la densité de fissures en fonction de temps pour un stratifié  $[0_3/90_3]_s$  chargé avec différentes vitesse de déformation ( $10^{-3}/s, 10^{-4}/s, 5.10^{-4}/s$ ). La figure

nous montre que la vitesse de déformation à un effet sur le temps de l'initiation des fissures. Cependant, une même vitesse de propagation pour tous les cas comme les courbes sont superposées avec une translation latérale. Le temps demeuré à l'initiation et à la propagation des fissures est plus important pour un stratifié soumis à une vitesse de déformation minimale.



**Fig.2.** Effet de la vitesse de déformation sur l'initiation et la propagation des fissures transverses pour un stratifié  $[0_3/90_3]_s$

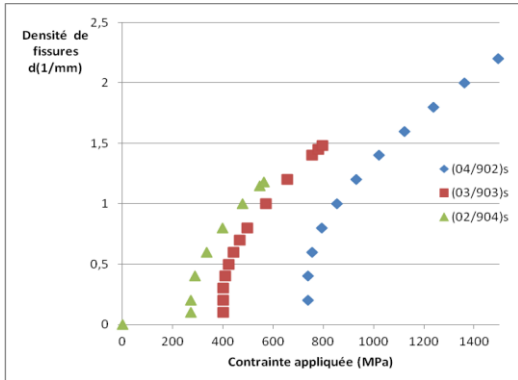
Effet de la rigidité des plis à  $0^\circ$  sur l'initiation et la propagation des fissures transverses est étudié, en faisant varier le rapport de la rigidité entre les deux plis à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ . Ceci peut être réalisé par une variation des épaisseurs des couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  par le rapport  $h_{90}/h_0$ . Dans la présente recherche, nous allons analysée trois configuration des stratifiés à une vitesse de déformation de  $10^{-4}/s$ :  $[0_2/90_4]_s, [0_3/90_3]_s, [0_4/90_2]_s$ .

La courbe densité de fissures/ contrainte appliquée, est une courbe sigmoïde présentant un seuil de l'initiation différent pour les trois cas (Fig.3), dont le seuil de l'initiation augmente si  $h_{90}/h_0$  diminue.

Une augmentation continue de la densité de fissures au cours de l'augmentation du niveau de chargement, et enfin un état de saturation où la distance interfissures est constante. Cet état signifie que la densité de fissures reste constante malgré une augmentation du niveau de contrainte.

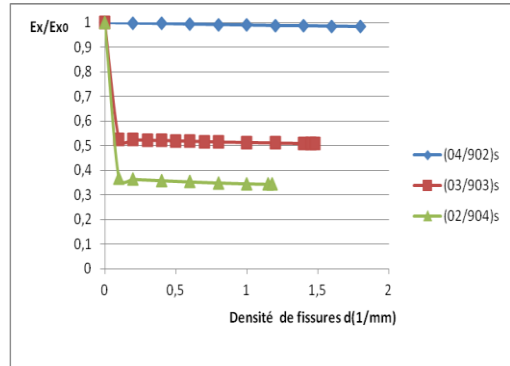
Cependant, dans de nombreux cas, la rupture a lieu avant que l'état de fissuration soit stable et il est difficile d'évaluer

la valeur de la densité à saturation. La définition d'un tel état est d'ailleurs un sujet critique, il semble que la fissuration ne soit jamais complètement atteinte et que une phase d'endommagement brutal des plis à 0° succède une production lente mais continue de fissures. Le nombre des fissures pendant cette phase de saturation augmente si le rapport  $h_{90}/h_0$  diminue.



**Fig.3.** Effet de la rigidité des plis à 0° sur l'initiation et la propagation des fissures transverses dans les plis à 90° à une vitesse de déformation  $10^{-4}/s$

Finalement, nous représentant l'effet de l'évolution de la densité de fissures sur l'endommagement global du stratifié, traduit par le rapport de module longitudinal apparent réduit et le module longitudinale initial ( $E_x/E_{x0}$ ) pour les trois cas des stratifiés précédents. Fig.4 montre que si  $h_{90}/h_0 > 1$ , la chute de rigidité est importante, donc la rupture finale est principalement due par la fissuration transversale. Cependant, si  $h_{90}/h_0 < 1$ , on remarque une très faible baisse de rigidité (Fig.4), ce qui explique que la rupture finale est brutale provoqué par les fibres à 0° avant que les fissures transverses développent entièrement. Si  $h_{90}/h_0 = 1$ , on observe une chute de rigidité presque de moitié (Fig.4), dans ce cas le rupture finale est due par deux principaux de modes d'endommagement (50% de la fissuration transversale et 50% de la rupture des fibres).



**Fig.4.** Effet de la densité de fissures sur l'endommagement global des stratifiés

#### IV. Conclusion

Une approche micromécanique, en utilisant la méthode des éléments finis a été employée pour suivre l'évolution de la densité des fissures transverses et l'endommagement des stratifiés croisés  $[0_n/90_m]_s$ . Dans cette étude, les effets de la vitesse de déformation et la rigidité des plis à 0° sur la fissuration matricielle transversale ont été étudiés. Les résultats montrent que la vitesse de déformation à un effet significatif sur l'initiation des fissures, par ailleurs, on aperçoit que le temps requiert pour la propagation des fissures augmente quand la vitesse de déformation diminue. Cependant l'effet de la rigidité des plis à 0° est effectué par une variation des épaisseurs des couches à 0° et 90° par le rapport  $h_{90}/h_0$ . Si le rapport  $h_{90}/h_0$  diminue, la contrainte qui correspond au seuil de l'initiation augmente, et le nombre de fissure augmente et la rupture finale est principalement due par la rupture des fibres. Tandis que si le rapport augmente, la contrainte qui correspond au seuil de l'initiation diminue, et le nombre de fissure diminue et la rupture finale est provoquée principalement par la fissuration transversale.

Il est en général difficile de suivre par des moyens classiques (Microscope, Rayon X, techniques ultrasonores...) des mécanismes de dégradation au sein des composites. Cependant ce modèle pourra tenir en compte ces phénomènes de dégradation vis-à-vis le mode de propagation des fissures transverses.

## References

- [1] K. Garrett and J. Bailey, Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester, *Journal of Materials Sciences* 12(1977). 157-168.
- [2] A. Parvizi and J. Bailey, On multiple transverse cracking in glass fibre epoxy cross-ply laminates, *Journal of Material Science* 13. (1978) 195-201.
- [3] K. Reifsnider, Fatigue behavior of composite materials, *International Journal of Fracture* 16(1979)
- [4] N. Takeda. and S. Ogihara, In situ observation and probabilistic prediction of microscopic failure processes in CFRP cross-ply laminates, *Composites Science and Technology* 52 (1994)
- [5] N.Takeda. and S. Ogihara, Initiation and growth of delamination from the tips of transverse cracks in CFRP cross-ply laminates, *Composites Science and Technology* 52 (1994) 309–318
- [6] S. Ogihara, N. Takeda, and A. Kobayashi, Experimental characterization of microscopic failure process under quasi-static tension in interleaved and toughness-improved CFRP cross-ply laminates, *Composites Science and Technology* 57 (1997)
- [7] J.A .Nairn, D.A. Mendels, On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites, *Mechanics of Materials* 33 (2001) 335-362
- [8] J. A. Nairn, The strain energy release rate of composite microcracking : a variational approach, *Journal of Composite Materials* 23(1989)1106–1129
- [9] A.L. Highsmith, K.L.Reifsnider, Stiffness-Reduction Mechanisms in composite laminates, *Damage in Composite Materials*, ASTM, STP 775, Philadelphia (PA), In K.L. Reifsnider, Editor, American Society for Testing Materials, p 103-117 (1982)
- [10] Y. Xu and C.H. Kou, Effect of the Interfacial Interleaf to the Interlaminar Fracture and Intralaminar Fracture of a New BMI Matrix Composites System, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 13(1994) 509-540
- [11] Y. Han, H. Hahn, and R. Croman, A simplified analysis of transverse ply cracking in cross-ply laminates, *Composites Science and Technology* 31( 1988)165-177
- [12] H. Hahn and T. Johannesson, Fracture of unidirectional composites: theory and applications. *Mechanics of Composite Materials*, AMD, New York, 1983.
- [13] J. Lee and I. Daniel, Progressive transverse cracking of cross-ply composite laminates, *Composites Science and Technology* 24(1990)
- [14] J.M. Berthelot et al., Transverse cracking of cross-ply laminates, Part 1. Analysis. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 27A(1996) 335-362.
- [15] N. LAWS N, G.J. DVORAK, Progressive transverse cracking in composite laminates, *Journal of Composite Materials* 22(1988) 900-916.
- [16] J.A . Nairn., S.Hu, Matrix microcracking, In R. Talreja, Editor, *Damage Mechanics of Composite Materials*, Elsevier, Amsterdam (1994).
- [17] J.-M. Berthelot, Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbon-fiber reinforced plastic laminates : static and fatigue loading, *Applied Mechanics Review* 56(2003). 111-147
- [18] L.Y. Xu, C. H. Kou and B. X. Yang, An Analogous Investigation on Transverse Cracking in Composite Laminate and Concrete Pavement, *Proc. of ICCM 8, Honolulu, SAMPE*, 1991
- [19] J.A .Nairn, Fracture mechanics of composites with residual thermal stresses. *Journal of Applied Mechanics* 64 (1997). 804-810.
- [20] VU Anh Thang. Ph.D. dissertation, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique (ENSMA), France, 2009.