CALCUL DU BEST ESTIMATE DES PROVISIONS POUR SINISTRES A PAYER SOUS SOLVABILITE II EN PRESENCE DE L'INFLATION

CALCULATION OF THE BEST ESTIMATE OF PROVISIONS FOR CLAIMS OUTSTANDING UNDER SOLVENCY II IN THE PRESENCE OF INFLATION

ASSAS Hafida **1er auteur** [1], SAIDI Ghania **2ème auteur** [2]

[1] Ecole Nationale Supérieure des Statistiques et d'Economie Appliquée (ESSEA) ; Algérie., hafida.assas@yahoo.fr

[2] Ecole Nationale Supérieure des Statistiques et d'Economie Appliquée (ESSEA) ; Algérie., ghsaidi@yahoo.fr

Received: 15/4/2018 Accepted: 1/1/2019

Résumé: L'estimation des provisions techniques, dans le cadre de la nouvelle réglementation européenne Solvabilité II, a été significativement évoluée. L'approche économique du bilan constitue une vraie nouveauté par rapport aux règles de Solvabilité I, notamment au niveau de calcul des provisions. Par ailleurs, la réglementation Algérienne s'inspirant fortement des normes Françaises en matière d'assurances, Solvabilité II est le régime le plus probable à mettre en place en Algérie. De plus, une forte inflation a été enregistrée suite à l'instabilité des prix. C'est pourquoi, nous avons réalisé ce travail qui consiste à calculer le Best Estimate des provisions pour sinistres à payer sous Solvabilité II, via des méthodes déterministes et stochastiques, en répondant à l'exigence de l'article 77 portant sur l'intégration du phénomène inflationniste.

Mots Clés : Best Estimate, Provisions pour sinistres à payer, Solvabilité II, Inflation, Algérie.

JEL Classification Codes : C13, G22.

ملخص:

تقييم الذخائر التقنية في مجال القانون الأوروبي الجديد بما يعني الملأة 2 كان متطورا وجد فعال. الاقتراب الاقتصادي للميزانية يكون حداثة حقيقية مقارنة مع قواعد الملأة 1 , خاصة على مستوى حساب الذخائر. من جهة أخرى، بما ان القانون الجزائري ملهم جدا بالمعايير الفرنسية المتعلقة بمجال التأمينات، الملأة 2 هي الخطة الأكثر احتمالا بوضعها في الجزائر. زيادة على ذلك، سجل ارتفاعا في التضخم تابعا لعدم استقرار الأسعار. ولهذا أنجزنا هذا العمل الذي يقوم بحساب أفضل تقييم للذخائر التقنية تحت الملأة 2 , عبر وسائل الرجعة والعشوائية، والكافل بمطالبات المادة 77 الراكزة على ادماج الظاهرة التضخمية.

الكلمات المفتاحية: أفضل تقييم، ذخائر العتاد للدفع، الملأة 2,التضخم، الجزائر

JEL **:** C13, G22

Auteur correspondant: ASSAS Hafida, Email: hafida.assas@yahoo.fr

1. Introduction:

La provision pour sinistres à payer est un type de provisions techniques destinée à couvrir des sinistres déjà survenus à la date d'inventaire (Payen, 2009). L'assureur n'effectuant pas la totalité des paiements au cours de l'exercice de survenance, il constitue une provision lui permettant le règlement ultérieur des sinistres.

Afin que l'assureur estime au mieux cette provision, la nouvelle réforme européenne Solvabilité II lui impose de nouvelles contraintes réglementaires. Sous cette directive, la valeur des provisions techniques, pour des risques dits non réplicables (typiquement les risques d'assurance classiques), est égale à la somme de deux composantes à savoir le Best Estimate qui fait l'objet principal de notre étude, et une marge pour risque (ACPR[1], 2011).

Pour évaluer la composante Best Estimate des provisions, un vaste corpus de méthodes actuarielles existe. Les méthodes déterministes, en particulier la méthode de Chain Ladder, restent incontournables grâce à

[1] Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution.

leur simplicité. Cependant, elles présentent l'inconvénient de ne pas mesurer l'incertitude liée au montant estimé des provisions, sur laquelle Solvabilité II met principalement l'accent. C'est pourquoi, l'application des méthodes dites stochastiques est de très grande nécessité.

De plus, l'article 77 de la réforme exige que les entreprises d'assurance et de réassurance tiennent compte de l'inflation dans le calcul des provisions. En effet, avant que l'organisme assureur rembourse sa clientèle, il doit estimer les coûts d'indemnisation tels que les frais médicaux, la réparation…. Or, plusieurs facteurs à savoir le prix de la matière première, la main d'œuvre, les soins médicaux changent d'une année à une autre en engendrant une variation du taux d'inflation (Poujade et Dosso, 2005). De ce fait, il est primordial que l'assureur élimine l'effet de l'inflation avant de procéder à l'évaluation Best Estimate des provisions, via les méthodes de provisionnement qui se basent sur l'hypothèse de stabilité de ce phénomène dans le temps.

Par ailleurs, l'évaluation des provisions techniques, sous la réglementation Algérienne, se fait par des méthodes réglementaires, principalement la méthode dossier par dossier (Décret exécutif n°13-114, 2013). La réglementation Algérienne étant largement inspirée de la réglementation Française en matière d'assurances, afin d'être en conformité avec les normes internationales, il est probable que Solvabilité II sera mise en place en Algérie (Abboura, 2011). De plus, l'inflation a connu une forte augmentation selon les données de l'ONS[2] (2013). Pour cela, il est nécessaire d'illustrer aux assureurs non-vie algériens l'intérêt de la correction de l'inflation, avant de procéder au calcul des provisions, pour assurer une estimation reflétant au mieux la réalité. C'est dans ce cadre qu'intervient notre travail, qui a pour objet de répondre aux exigences de Solvabilité II au niveau de l'évaluation des provisions techniques. Plus précisément, il consiste à calculer la

[2]Office National des Statistiques.

meilleure estimation des provisions pour sinistres à payer sous cette nouvelle réforme, moyennant des méthodes déterministes et stochastiques, en illustrant l'impact du phénomène inflationniste sur le montant estimé des provisions ainsi que sur l'incertitude associée. Notre choix d'application s'est porté sur un portefeuille Automobile Responsabilité Civile (Sinistres Matériels) de la Société Nationale d'Assurance (SAA) qui a réalisé un chiffre d'affaire de 20.63 Milliards de DZD en 2015 (SAA, 2015).

Cet article commence par un panorama synthétique des provisions techniques dans le cadre du nouveau référentiel européen Solvabilité II. S'ensuit une partie introduisant la problématique de l'inflation dans le cadre du provisionnement ainsi que les différentes méthodes appliquées dans ce travail. Puis, vient une autre partie et la dernière qui fait l'objet d'une illustration pratique.

1. Provisions techniques Sous Solvabilité II :

1.1 Définition :

Les provisions techniques, figurant au passif du bilan d'une société d'assurance, représentent les engagements de celle-ci envers ses assurés ou les bénéficiaires de contrats (Partrat & Besson, 2005). En fait, ces provisions représentent une dette pour l'assureur en échange des primes reçues.

1.2 Evaluation des provisions techniques dans le cadre de solvabilité II :

L'évaluation des provisions techniques est l'une des trois exigences quantitatives du premier pilier de la Solvabilité II (Kamega, 2015). Dans le cadre de cette directive, l'évaluation doit se faire de manière prudente, fiable, objective et cohérente avec les données de marché (Planchet, 2012). De ce fait, Solvabilité II distingue deux types de risques à savoir les risques réplicables (typiquement les risques financiers) et les risques non réplicables (typiquement les risques d'assurance classiques).

1.2.1 Les risques réplicables :

Pour ce type de risques, qui sont suffisamment liquides pour couvrir l'engagement, la valeur de la provision technique est celle observée sur le marché (Juillard, non.). Elle est construite moyennant des instruments financiers provenus d'un marché liquide et fiable, répliquant les flux futurs d'assurance.

1.2.2 Les risques non réplicables :

Dans ce cas, l'évaluation des provisions techniques s'effectue par la somme de deux composantes le Best Estimate et une marge de risque.

Le Best Estimate

Le Best Estimate des provisions techniques doit couvrir tous les flux de trésoreries liés aux engagements de l'assureur vis-à-vis des assurés.

L'article 77 de la directive Solvabilité II le définit comme suit " la meilleure estimation correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents".

La marge pour risque

C'est une marge de prudence, complémentaire à la meilleure estimation. Elle représente le montant supplémentaire de provisions techniques qu'un organisme assureur exigerait afin de prendre en charge les obligations d'assurance du portefeuille.

Selon l'article 77 de la même directive, les compagnies d'assurance et de réassurance doivent tenir compte des éléments suivants :

a) L'inflation ;
b) Les frais, c'est-à-dire, l'ensemble des dépenses qui seront engagées pour que la société honore ses engagements d'assurance et de réassurance ;
c) L'ensemble des paiements aux assurés et bénéficiaires.

Dans ce qui suit, nous exposerons les différentes méthodes de provisionnement appliquées dans cette étude en se référant à l'ouvrage de Partrat et al. (2007).

2. Méthodes de Provisionnement :

Le calcul des provisions pour sinistres à payer nécessite l'utilisation d'un triangle appelé triangle de liquidation. Ce dernier constitue un historique de la sinistralité passée à savoir les paiements, les primes, …etc. Dans cette étude, le triangle utilisé est celui des paiements qui sont classés par :

- Année de développement notée « j » représentant l'année au cours de laquelle le règlement du sinistre s'effectue par rapport à son année d'origine ;
- Année de survenance notée « i » représentant l'année au cours de laquelle le sinistre survient.

Notons que : « i+ j » : Année calendaire ;

x_{ij} : Le montant de paiements non cumulé (incrément) des sinistres survenus l'année « i » et réglés l'année de compte « i+ j ».

Tableau N°1 : Triangle des incréments

	0	1	…	j	…	n-1	n
0	x_{00}	x_{01}		x_{0j}		x_{0n-1}	x_{0n}
1	x_{10}	x_{11}		x_{1j}		x_{1n-1}	x_{1n}
…							
i	x_{i0}	x_{i1}		x_{ij}		x_{in-1}	x_{in}
…							
n-1	x_{n-10}	x_{n-11}		x_{n-1j}		x_{n-1n-1}	x_{n-1n}
n	x_{n0}	x_{n1}		x_{nj}		x_{nn-1}	x_{nn}

Source : Partrat & Besson (2005).

Cependant, les méthodes actuarielles permettant d'estimer les provisions techniques requièrent un triangle de paiements cumulés. Ce dernier est composé de différents règlements cumulés des sinistres survenus l'année d'origine « i » et réglés l'année comptable « i+j », notés $C_{ij\{i=0\ldots n,j=0\ldots n\}}$tels que $C_{ij} = \sum_{k=0}^{j} x_{ik}$.

2.1 Méthodes déterministes :

Dans cette partie, nous présentons deux méthodes déterministes, très utilisées par les assureurs, à savoir la méthode de Chain Ladder et la méthode de London Chain.

2.1.1 Méthode de Chain Ladder :

Le principe de base de cette méthode de référence est qu'il existe des facteurs appelés ''facteurs de développement'' permettant de passer d'une année de développement à une autre. Mathématiquement, cela s'écrit :

$C_{i,j+1} = f_j C_{i,j}$, Pour $j = 0 \dots n-1;$

Avec f_j : le facteur de développement de l'année « j » à « j+1 ».

Elle repose sur les deux hypothèses suivantes :

(H_1) : les paiements cumulés $C_{i,j}$ des années de survenance « i » sont indépendants.

Cette hypothèse est vérifiée soit en utilisant un test de non effet calendaire, ou en utilisant le triangle des facteurs de développement individuels appelé ''d-triangle''. Concernant ce dernier, si les facteurs de développement individuels sont approximativement constants, pour une année de développement, les paiements cumulés des années de survenance sont indépendants.

En cas de changements importants dans le taux d'inflation spécifique de la branche, elle ne serait pas vérifiée. Afin d'en atténuer l'impact, il convient de corriger préalablement le triangle de données de l'inflation.

(H_2) : il existe des facteurs de développement $f_0, f_1, \dots, f_{n-1} > 0$ tels que $\forall\, i = 0 \dots n$ et $\forall\, j = 0, \dots, n-1,$ on a :

$E[C_{i,j+1}/C_{i,0}, \dots, C_{i,j}] = E[C_{i,j+1}/C_{i,j}] = f_j C_{i,j}.$

Pour que cette hypothèse soit respectée, il faut que les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ soient alignés sur une droite passant par l'origine.

Sous ces hypothèses, les facteurs de développement sont estimés par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}, \forall\, j = 0, \dots, n-1.$$

Delà, on estime :

$\hat{C}_{i,j+1} = \hat{f}_j C_{i,j}$, Pour $i + j > n$.

Ce qui équivaut à :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i} \prod_{k=n-i}^{j} \hat{f}_k.$$

La provision de l'année de survenance « i » est estimée par :

$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}, \forall i = 0, \dots, n;$

Tel que le montant total de la provision $\hat{R} = \sum_{i=0}^{n} \hat{R}_i$.

2.1.2 Méthode London Chain :

Cette méthode fait partie des méthodes autorégressives. Elle s'appuie sur l'hypothèse sous-jacente suivante :

$C_{i,j+1} = f_j C_{i,j} + a_j, \forall\, i = 0, \dots, n-j-1.$

L'estimation des paramètres f_j et a_j se fait par la méthode des moindres carrées ordinaires. Cette dernière se base sur l'hypothèse que la somme des carrées résiduelles est minimale (Bourbonnais, 2005).

$$f_j^{LC} = \frac{\frac{1}{n-j}\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} C_{i,j+1} - \overline{C_j}\,\overline{C_{j+1}}}{\frac{1}{n-j}\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - \overline{C_j}^2} ;$$

$$a_j^{LC} = \overline{C_{j+1}} - f_j^{LC}\,\overline{C_j} ;$$

Avec

$\overline{C_j}$ et $\overline{C_{j+1}}$ sont les moyennes en colonnes « j » et « j+1 » définies par :

$$\overline{C_j} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}.$$

2.2 Méthodes stochastiques :

Un des buts ultimes du provisionnement est de mesurer l'incertitude liée au montant estimé des réserves. Comme les méthodes déterministes ne permettent pas d'atteindre cet objectif, des méthodes dites stochastiques ont été développées pour remédier à ce problème.

2.2.1 Modèle de Mack :

Ce modèle est la version stochastique de la méthode Chain Ladder. Il s'appuie, en plus des deux hypothèses citées précédemment, sur l'hypothèse des moments d'ordre 2 suivante :

(H_3): il existe des paramètres de variance $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_{n-1}^2$ tels que:

$Var[C_{i,j+1}/C_{i,0}, \dots, C_{i,j}] = Var[C_{i,j+1}/C_{i,j}] = \sigma_j^2 C_{i,j},\ \forall\, i = 0 \dots n$ et $\forall\, j = 0, \dots, n-1;$

Avec : σ_j^2 est la volatilité par période de développement.

L'estimateur sans biais de σ_j^2 est donné par :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j}\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}\left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j\right)^2, \forall j = 0, \dots, n-2.$$

Cette hypothèse est considérée valide si le graphique des résidus $C_{i,j+1} = C_{i,j}/\sqrt{C_{i,j}}$ en fonction des années de survenance ne présente pas de tendance notoire. Dans le cas contraire, la variance des résidus n'est pas constante, ce qui introduit un biais dans l'estimation de la variance des réserves.

La mesure de l'incertitude, présentant dans la prédiction de la charge ultime $C_{i,n}$ par $\widehat{C}_{i,n}$, se fait classiquement par l'erreur quadratique moyenne (MSEP) permettant de mesurer la dispersion de la valeur estimée autour de la valeur attendue, définie par la formule suivante :

$MSEP\ (\hat{C}_{i,n}) = E[(C_{i,n} - \hat{C}_{i,n})^2/D]$, tel que $D = \{c_{i,j}; i + j \leq n,\ 0 \leq j \leq n-1\}$

Comme $R_i - \hat{R}_i = C_{i,n} - \hat{C}_{i,n}$, alors :

$MSEP\ (\hat{R}_i) = MSEP\ (\hat{C}_{i,n}).$

MSEP de la provision totale est donnée par :

$$\widehat{MSEP}\left(\hat{R}\right) = \sum_{i=2}^{n}\left\{\widehat{MSEP}(\hat{R}_i) + \widehat{C_{i,n}}\left(\sum_{k=i+1}^{n}\widehat{C_{k,n}}\right)\sum_{j=n-i+1}^{n-1}\frac{2\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2\sum_{h=1}^{n-j}C_{hj}}\right\}$$

L'erreur standard (sep), qui est prise comme mesure alternative d'incertitude, est donnée par : $\widehat{sep}\left(\hat{R}\right) = \sqrt{\widehat{MSEP}\left(\hat{R}\right)}$

Quant à l'intervalle de prédiction, Mack a construit des intervalles pour le montant estimé des réserves sous les hypothèses suivantes :

- ✓ Si la distribution choisie des provisions est Normale $N(\mu,\sigma^2)$ avec $\mu = \hat{R}$ et $\sigma = \widehat{sep}\left(\hat{R}\right)$, l'intervalle de prédiction conditionnel pour R à 95% est donné par :

$$\left[\hat{R} - 1.96\ \widehat{sep}\left(\hat{R}\right);\ \hat{R} + 1.96\ \widehat{sep}\left(\hat{R}\right)\right]$$

- ✓ Si la distribution choisie des provisions est Log-Normale pour laquelle LnR suit la loi Normale $N(\mu,\sigma^2)$, alors l'intervalle de prédiction pour R à 95% est donné par :

$$\left[e^{\mu-1.96\sigma};\ e^{u+1.96\sigma}\right]$$

Avec $\sigma^2 = ln\left\{1 + \frac{[\widehat{sep}\ (\hat{R})]^2}{\hat{R}^2}\right\}$ et $\mu = ln\hat{R} - \frac{\sigma^2}{2}$

2.2.2 <u>Modèle Log-Normal :</u>

Le modèle Log-Normal, introduit par Kremer en 1982, fait partie des modèles factoriels stochastiques. Il repose sur deux hypothèses :

(H_1) : les incréments $(X_{i,j})$ sont indépendants pour i, j allant de 0 à n.

Afin d'expliquer les paiements observés $(X_{i,j})$ d'un triangle de liquidation, trois variables explicatives sont prises en compte :

- La variable années de survenance (d'origine) notée α_i pour $i = 0, \dots, n$ et $\alpha_0 = 0$;
- La variable années de développement notée B_j pour $j = 0, \dots, n$ et $B_0 = 0$;

- La variable années calendaires notée u_{i+j}. Lorsque le triangle de liquidation est déflaté, cette variable sera représentée par un unique paramètre μ.

(H$_2$) : $X_{i,j} \backsim Log\ Normale(m_{i,j};\sigma^2)$ où $m_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j$.

Soit la variable $Y_{i,j} = ln(X_{i,j})$ appelée log-incrément.

Donc : $Y_{i,j} = ln(X_{i,j}) \backsim N(m_{i,j},\sigma^2)$

La régression Log-Normale, étant un modèle linéaire normal appliqué aux log-incréments de la partie supérieure du triangle de liquidation, peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$Y = ln(X) = M\zeta + \varepsilon$

Avec :

- Y : est le vecteur des log-incréments du triangle pris ligne par ligne défini par :

$Y' = \ln(X) = (lnX_{00}, lnX_{01}, \dots, lnX_{0n}, lnX_{10}, \dots, lnX_{n0});$

- M : est la matrice des variables explicatives correspondant à la matrice Jacobienne de transformation $m : \zeta \to m(\zeta) = m_{i,j}$ définie par (Compain, 2009-2010) :

$$\frac{\partial m_{i,j}}{\partial \mu} = 1,$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial m_{i,j}}{\partial \alpha_k} = 1 & \text{Si } k = i,\ 0\ sinon, \\ \dfrac{\partial m_{i,j}}{\partial \alpha_k} = 1 & \text{Si } l = j,\ 0\ sinon. \end{cases}$$

Cette matrice M doit être de plein rang afin que $M^T M$ soit inversible.

- ζ : est le vecteur des paramètres de régression de taille $N = (2n + 1)$ tels que :

$\zeta' = (\mu, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_n).$

- ε : est le vecteur des erreurs distribué selon la loi $N(0,\sigma^2)$. Il est défini par :

$\varepsilon' = (\varepsilon_{00,} \varepsilon_{01}, \dots, \varepsilon_{0n}$

Afin d'estimer les incréments futurs $\hat{X}_{i,j}$, il suffit de déterminer $E(X_{i,j})$ telle que :

$E(X_{i,j}) = e^{m_{i,j}+\frac{\sigma^2}{2}}$

Avec :

$m_{i,j}\ et\ \sigma^2$ sont respectivement la moyenne et la variance des log-incréments $Y_{i,j}$.

L'estimateur de ξ et l'estimateur sans biais de σ^2, moyennant la méthode de vraisemblance, sont définis comme suit :

$$\hat{\xi} = (M'M)^{-1}M'Y \text{ et } \hat{\sigma}_{SB}^2 = \frac{1}{n-p}\sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

2.3 L'inflation dans le cadre du provisionnement :

Afin d'assurer une meilleure évaluation des provisions techniques, les taux d'inflation doivent être stables dans le temps, ce qui n'est pas vérifié en réalité. De ce fait, il est nécessaire d'actualiser les montants observés en montants « *as if* » à cette date qui représentent les coûts des sinistres s'ils survenaient avec les mêmes caractéristiques mais dans l'environnement présent à la date de l'étude (Partrat & Besson, 2005). Cette opération consiste à multiplier chaque valeur du triangle par le facteur d'inflation de l'année de compte défini par (Savarre & Payre, non.) :

$$I_k = \frac{TI_n}{TI_{(i+j)}};$$

Avec : TI_n est le taux d'inflation de la dernière année de développement ;

$TI_{(i+j)}$ est le taux d'inflation de l'année de compte « i+j ».

3. Illustration Pratique :

L'objectif de la présente partie est de fournir une meilleure estimation possible de la provision technique d'un portefeuille d'assurance relatif à la branche Automobile Responsabilité Civile de la SAA. Les règlements des sinistres (principales + frais), bruts de recours, survenus de 2006 à 2011 ont généré le triangle de liquidation au 31/12/2011 présenté en annexe dans le tableau N°1.

Par hypothèse, les sinistres survenus en 2006 sont totalement réglés au bout de six ans, un exercice qui est considéré clos.

Afin de corriger le triangle des paiements de l'inflation, nous avons utilisé les taux d'inflation nationaux de 2006 à 2011 présentés dans le tableau suivant :

Tableau N°2 : Les taux d'inflation nationaux

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011
TI	1.8	4.3	5.1	6.5	4.1	5.8

Source : Office National des Statistiques (2013).

Ces indices ont été publiés par ONS (2013), et correspondent aux indices des prix à la consommation. En fait, chaque catégorie et sous-catégorie d'assurance requièrent une actualisation spécifique. Donc, il serait plus judicieux d'utiliser dans notre cas l'indice des coûts de réparation automobile (Partrat & Besson, 2005). Cependant, vu l'indisponibilité des données sur ces indices, nous avons utilisé ceux de l'inflation générale.

Le triangle des règlements déflaté obtenu après avoir effectué l'opération *« mis as if »* est présenté en annexe dans le tableau N°2.

3.1 <u>Application des méthodes déterministes :</u>

Avant de procéder au calcul du Best Estimate des provisions, nous avons déterminé le triangle cumulé des règlements actualisés à partir du tableau N°2 présenté en annexe. Ensuite, nous avons appliqué la méthode de Chain Ladder et celle de London Chain. Les différents résultats obtenus sont récapitulés dans le tableau N°3.

Tableau N°3 : Les montants du Best Estimate des Provisions pour Sinistres à Payer par les méthodes déterministes (DZD)

Exercice	Chain Ladder	London Chain
2006	0	0
2007	155 232 326	155 232 326
2008	1 486 398 399	1 695 246 928
2009	2 002 101 422	2 080 551 377
2010	2 554 047 075	2 478 489 873
2011	2 928 488 905	2 519 164 684
Total	9 126 268 127	8 928 685 189

Source : Etabli à partir des données de la SAA.

Le montant du Best Estimate des Provisions pour Sinistres à Payer estimé moyennant la méthode Chain-Ladder est de 9 126 268 127 DZD. Cependant, celui obtenu par la méthode London Chain est de 8 928 685 189 DZD, un montant un peu inférieur à celui obtenu par Chain Ladder, soit un écart relatif de + 2.16%.

L'inconvénient majeur de ces méthodes déterministes est qu'elles ne permettent pas de quantifier l'erreur de prédiction liée au montant estimé des réserves. Ceci étant un point essentiel dans le nouveau régime prudentiel Solvabilité II, nous avons fait appel à d'autres méthodes dites stochastiques.

3.2 Application des méthodes stochastiques :

3.2.1 Modèle de Mack :

Le modèle de Mack procure un montant de réserves identique à celui de la méthode Chain Ladder (Denuit M., 2005). Les résultats du calcul de l'erreur de prédiction basé sur les mesures *MSEP* et *sep* sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau N°4 : Estimation de l'erreur de prédiction des réserves par le modèle de Mack

Exercice	$MSEP(\hat{R}_i)$	$sep(\hat{R}_i)$	$sep(\hat{R}_i)/\hat{R}_I$
2006	/	/	/
2007	64 035 683 198	25 3052,7281	0,16%
2008	1,29572E+18	1 138 297 276	76,58%
2009	1,7914E+18	1 338 433 629	66,85%
2010	2,44188E+18	1 562 650 754	61,18%
2011	3,57475E+18	1 890 700 685	64,56%
Total	1,40025E+19	3 741 988 123	41,002%

Source : Etabli par des données de la SAA.

Nous constatons que les erreurs standards relatives varient fortement selon les années de survenance. Quant à l'erreur standard liée au montant total du Best Estimate des provisions pour sinistres à payer s'élève à 3 741 988 123 DZD, soit une erreur relative assez importante de 41% de la provision totale.

De ce fait, le modèle de Mack nous révèle que le montant des réserves évalué par la méthode Chain-Ladder est soumis à une incertitude importante.

Quant à la mesure de la dispersion du montant réel des provisions autour de la valeur prédite qui est égale à 9 126 268 127 DZD, le modèle de Mack permet de construire des intervalles de prédiction. Par hypothèse, le choix de la distribution des provisions prédites porte sur la loi Normale ou la loi Log-Normale. Les deux paramètres retenus sont la moyenne et l'écart-type qui sont respectivement $\hat{R}$ et $\widehat{sep}(\hat{R})$. En ce qui concerne les quantiles, celui d'ordre 95% (et 5%) seront calculés. Le récapitulatif des résultats est présenté dans le tableau suivant :

Tableau N°5 : Les intervalles de prédiction des provisions

Exercice	Loi Normale		Loi Log-Normale	
	Borne inférieure/B supérieure		Borne inférieure/Borne supérieure	
2006	/	/	/	/

2007	154736342,7	155728309,3	154736928,9	155728895,3
2008	-744664262,3	3717461060	311638804,3	4468778852
2009	-621228491,5	4625431335	505694197,1	5478254563
2010	-508748403,2	5616842553	721419346,6	6579242178
2011	-777284436,6	6634262247	773632526,4	7824108587
Total	1791971406	16460564848	3899401747	18285260558

Source : Etabli à partir des données de la SAA

D'après les résultats obtenus, la provision technique à constituer est comprise entre 1 791 971 406 DZD et 16 460 564 848 DZD lorsque la distribution est Normale, et elle est entre 3 899 401 747 DZD et 18 285 260 558 DZD lorsque la distribution est Log-Normale dans 95% des cas.

Il est constaté que les intervalles de prédiction construits avec les deux lois sont grands, soit une longueur de 14 668 593 441 DZD avec la loi Normale et une longueur de 14 385 858 812 DZD avec la loi Log-Normale.

Par ailleurs, certaines bornes sont négatives. Contrairement aux normes de solvabilité I, il est possible d'observer des montants négatifs des réserves sous la nouvelle réforme Solvabilité II, c'est généralement le cas des garanties sur-tarifiées.

Vu l'importance de l'incertitude liée au montant estimé de la provision et les longueurs assez importantes des intervalles de prédiction, le modèle de Mack ne semble pas bien adapté à notre triangle de données. Donc, afin d'améliorer notre estimation, il faudrait utiliser un triangle de données avec un historique mensuel contenant plus d'informations au lieu d'un historique annuel.

Dans l'application de ce modèle, on aborde l'estimation de la *« Value at Risk »*. Cette dernière est la mesure de risque privilégiée par Solvabilité II (Thérond & Planchet, 2006).

Dans notre étude, on l'utilise comme un paramètre de provisionnement lié à la loi de probabilité de la provision, comme la moyenne et la variance. Il correspond au quantile d'ordre $1-\eta$ de R, défini par (Partrat & Besson, 2005):

$$VaR_\eta(R) = q_{1-\eta}(R)$$

Tels que : $\eta = P(R > VaR)$.

Pour une distribution Normale $N(\mu;\sigma^2)$, le quantile d'ordre η de R est estimé par :

$$q_\eta\widehat{(R)} = \hat{R} + \widehat{sep}\left(\hat{R}\right)q_\eta = Va\widehat{R_\eta}(R)$$

Avec q_η est le quantile de la loi Normale standard.

D'où, pour $\eta = 5\%$

$$Va\widehat{R_{0.05}}(R) = q_{0.05}\widehat{(R)} = 9\ 126\ 268\ 127 + 3\ 741\ 988\ 123 * (1.96)$$
$$= 16\ 460\ 564\ 848\ \text{DZD}$$

La perte maximale à laquelle la Société Nationale d'Assurance est soumise est de $16\ 460\ 564\ 848\ \text{DZD}$ dans 95 % des cas. En d'autre terme, le montant du Best Estimate des provisions pour sinistres à payer ne dépassera pas $16\ 460\ 564\ 848\ \text{DZD}$ dans 95% des cas. Cette perte est assez importante, soit un écart relatif de 80.36% par rapport au montant du Best Estimate des provisions. Ceci s'explique par l'importance du montant d'erreur standard obtenu par le modèle de Mack.

3.2.2 <u>Modèle Log Normal :</u>

Le modèle Log-Normal, contrairement aux autres modèles présentés précédemment, s'applique sur un triangle des incréments. Le tableau ci-après récapitule les estimations des différents paramètres ainsi que les P-values associées, obtenus après avoir effectué cette régression sur le triangle présenté dans le tableau N°2 en annexe :

Tableau N°6 : Estimation des paramètres de la régression Log-Normale

Les paramètres	Valeurs estimées	P-values
μ	21.35395	0.0000
α_0	0	/

α_1	-0.700409	0.2481
α_2	-0.328458	0.6091
α_3	-0.275013	0.6991
α_4	-0.298475	0.7185
α_5	-0.474614	0.6657
B_0	0	/
B_1	-0.298643	0.6124
B_2	-0.945061	0.1598
B_3	-0.579500	0.0454
B_4	-0.363716	0.6610
B_5	-1.478726	0.1956

Source : Etabli à partir des données de la SAA.

Selon les résultats obtenus, au seuil de 5%, seuls la constante et le paramètre B_3 qui sont significatifs avec des P-values respectives à 0,0000 et 0,0454.

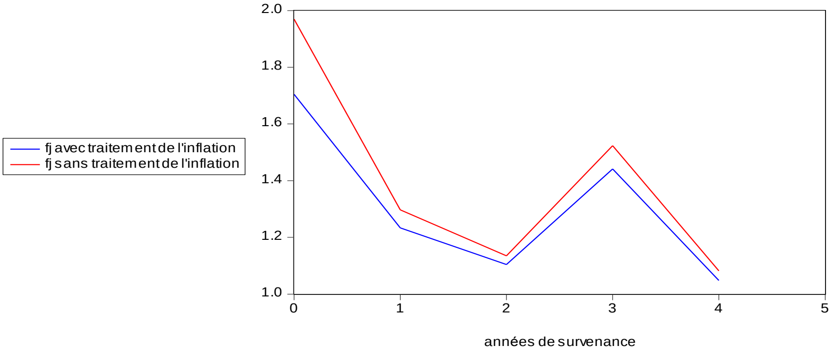
Le coefficient de détermination ajusté étant négatif $R^2_{ajusté} = -0.03606$ et la P-value du test de Fisher est égale à $0.54 > 0.05$, le modèle est globalement non significatif. Ceci peut être expliqué par le petit nombre d'observations utilisé. On conclut que le modèle Log-Normal n'est pas adéquat pour le triangle de données utilisé dans cette étude.

3.3 Intérêt de la correction de l'inflation :

Afin de mettre en exergue l'impact de l'inflation sur le calcul des provisions, nous avons appliqué la méthode Chain Ladder sur le triangle des règlements cumulés non traité de l'inflation et ensuite nous avons comparé les résultats avec ceux obtenus avec traitement de l'inflation.

Les différents facteurs de développement estimés avec et sans traitement de l'inflation sont présentés dans la figure N°1 :

Figure N°1 : Les estimateurs des facteurs de développement (avec et sans inflation).

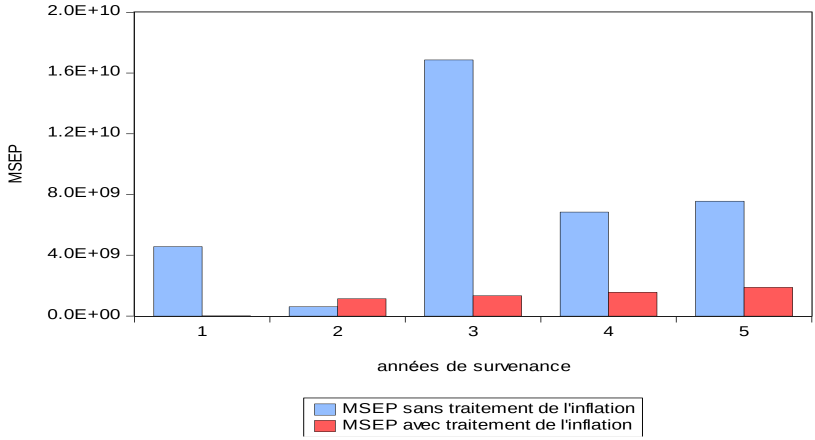


Source : Etablie à partir des données de la SAA.

La figure ci-dessus montre bien que les estimateurs des facteurs de développement obtenus avec traitement de l'inflation sont inférieurs à ceux obtenus sans traitement de l'inflation. Donc, le phénomène inflationniste conduit, dans notre cas, à une situation de sur-provisionnement. Le montant du Best Estimate des réserves techniques par la méthode Chain-Ladder s'élève à 11 501 358 808 DZD, soit un écart relatif de 26.024 % par rapport au montant obtenu avec traitement de l'inflation.

On présente dans la figure N°2 les différentes valeurs de MSEP obtenues avec et sans traitement de l'inflation. Il paraît clairement que, pour chaque année de survenance, les valeurs de MSEP obtenues sans traitement de l'inflation sont largement supérieures à celles obtenues avec traitement de l'inflation. La valeur de MSEP liée à la provision totale calculée par le modèle de Mack est de 8E+20 DZD sans correction de l'inflation, tandis qu'elle est de 1,4E+19 DZD avec des cadences libres d'inflation, soit un écart de 98.3%.

Figure N°2 : Les MSEP sans et avec traitement de l'inflation par année de survenance



Source : Etablie à partir des données de la SAA.

A travers notre cas pratique, nous avons essayé de répondre à l'exigence de l'article 77 de la directive Solvabilité II et montrer aux assureurs l'intérêt de la correction de l'inflation avant le calcul des provisions.

Dans notre cas, l'intégration de l'effet calendaire inflationniste a conduit à réduire le montant de la meilleure estimation des provisions pour sinistres à payer ainsi qu'à réduire l'incertitude associée, avec des écarts relatifs respectivement de 26.024% et 98.3%. En d'autre terme, l'inflation a conduit à une situation de sur-provisionnement au niveau de la division Automobile (Sinistres Matériels) de la Société Nationale d'Assurance.

Conclusion :

La réforme européenne Solvabilité II, actuellement en vigueur, impose aux assureurs de nouvelles exigences en matière du provisionnement. L'une de ces exigences est le traitement de l'inflation.

L'objet de ce travail était double. D'une part, nous avons abordé la problématique de l'inflation, son impact sur le montant des provisions et l'incertitude associée. D'autre part, nous avons tenté d'appliquer les différentes méthodes de provisionnement les plus rencontrées en pratique.

La comparaison des résultats obtenus, par le biais de notre application pratique sur un portefeuille d'assurance RC (Sinistres matériels) de la

Société Nationale d'Assurance, nous a permet d'illustrer l'importance qui doit être accordée au phénomène inflationniste lors du calcul de la meilleure estimation des provisions techniques. Dans notre étude, l'écart relatif en matière des provisions est de 26.024%. En d'autre terme, un montant de provisions moins de 26.024% à celui obtenu sans tenir compte de l'inflation suffit l'assureur à couvrir son engagement vis-à-vis ses assurés. Quant à l'incertitude associée, elle est réduite de 98.3% après le traitement de l'inflation.

Par ailleurs, vu le petit nombre d'observations, le modèle de Mack a conduit à une incertitude importante et à des intervalles de prédiction assez longs. Quant au modèle Log-Normal, il est globalement non significatif. De ce fait, l'assureur devrait constituer une base de données mensuelle lui permettant d'appliquer les méthodes de provisionnement les plus avancées.

L'étude des différentes méthodes nous a montré la difficulté quant au choix d'une méthode ou d'une autre. En effet, de nombreux paramètres doivent être tenus compte par l'actuaire à savoir : les contraintes réglementaires, la politique de gestion de la compagnie, la branche d'assurance étudiée, …

La correction de l'inflation est un point essentiel dans le cadre du nouveau régime européen Solvabilité II au niveau de l'évaluation des provisions techniques. Cependant, elle n'est pas suffisante pour aboutir à une estimation qui reflète au mieux la réalité. L'escompte des flux à l'aide d'une courbe des taux sans risque vue à la date de l'analyse est aussi d'une très grande importance (Dubois, 2011). C'est une autre problématique qui pourrait faire l'objet d'une étude ultérieure.

<u>Appendices :</u>

Tableau N°1 : Triangle des règlements incrémentaux (10^3DZD)

	0	1	2	3	4	5

2006	1023326	998426	632137	97467	246226	428253
2007	877069	958907	186845	394040	243072	
2008	953403	505920	671601	427987		
2009	927146	1056312	677923			
2010	952858	1069529				
2011	1168909					

Source : Société National d'Assurance.

Tableau N°2 : Triangle des règlements déflatés (DZD)

	0	1	2	3	4	5
2006	3297361037	1346676989	718929410	86969804	3483112996	428253000
2007	1182990667	1090564931	166721794	557408984	243072000	
2008	1084305232	451432416	950046775	427987000		
2009	827292376	1494258955	677923000			
2010	1347912927	1069529000				
2011	1168909000					

Source : Etabli à partir du tableau N°1.

Bibliographie :

<u>Ouvrages :</u>

1. Bourbonnais R, « Econométrie : manuel et exercices corrigés ». 6ème Edition Dunod, Paris, 2005, P18-24.
2. Denuit M & Charpentier A, « Mathématique de l'assurance non-vie ». Edition Economica, 2005.
3. Dreyfuss M.L, « Les grands principes de Solvabilité 2 ». 2ème Edition, L'ARGUS de l'assurance, France, 2013.
4. Partrat C & Besson J.L, « Assurance Non-Vie, Modélisation, Simulation ». Edition Economica, Paris, 2005.

5. Partrat C, Nessi J.M, Lecoeur E, Nisipasu E & Reiz O, « Provisionnement Technique en Assurance Non-Vie Perspectives Actuarielles Modernes ». Edition Economica, Paris, 2007.

Articles :

1. Abboura K, « Le contrôle de la solvabilité des compagnies d'assurance algériennes », Recueil de communications du Colloque International, Université Sétif, Algérie, 2011, P 39-40.
2. Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR), « Analyse et Synthèse, Solvabilité 2 : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS 5). N°1. Banque de France, mars 2011, P14-17, P19-20.
3. Décret exécutif n°13-114, Engagements réglementés des sociétés d'assurance et/ou de réassurance. Journal officiel de la république algérienne N°18, 2013, P5-8
4. Dubois D, Journées d'études IA & SACEI. Dépendance et Solvabilité 2. RGA & Institut Des Actuaires, 2011.
5. Juillard M., « Mesure de risque ». Cours EURIA.
6. Kamega A, « Introduction à Solvabilité 2 : application de mesure des risques », EURIA, Décembre 2015, P 3-7.
7. Le Parlement Européen et du Conseil de l'Union Européenne, Journal officiel de l'Union européenne, Directives 2009/138/CE du 25 novembre 2009 sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice. Solvabilité II, 2009.
8. Office National des Statistiques, Indice des prix à la consommation : évolution 2003-2012. Collection Statistique N° 178/2013, Série E : Statistique Economique N°72. Alger, 2013.
9. Payen J, « Affiner les modèles économétriques en provisionnement ». Sia-conseil, 2009.
10. Planchet F, « Assurance de Biens et de Responsabilité, Enjeux actuariels ». ISFA, 2012.
11. Poujade J & Dosso K, « Méthode de calcul des engagements techniques : détail des principales méthodes à destination des

actuaires des compagnies algériennes. » Programme d'Appui à la Modernisation du Secteur Financier Algérien mission d'assistance technique (Lot 2), 2005.

12. Société National d'Assurance, Rapport annuel 2015, 2015.

13. Thérond P & Planchet F, « Introduction à Solvabilité II ». ISFA -3A, 2006, P30-38