تحسين أداء المؤسسات الاقتصادية باستخدام البرمجة الخطية العددية
-دراسة حالة مؤسسة الرّزم المعدنية EMB-

Improving the performance of economic companies using integer linear programming –case study of the EMB-

Améliorer la performance des entreprises économiques à l'aide de la programmation linéaire en nombre entier - étude de cas l'EMB -

الطالبة/ زهيرة أعراب*

تاريخ استلام المقال: 2019-03-11 تاريخ قبول النشر: 2020-06-09

Abstract:

The complexity of the activities of economic companies and their multiplicity requires the use of scientific methods to facilitate the completion of their work and improve their performance. Among the scientific methods there is integer linear programming as a quantitative method. In this study, we have applied the integer linear programming model on the EMB company. Where we have reached the optimal production mix that maximizes its profit. Also it turns out that the results provided by the linear program are more effective than the actual production. In turn, the sensitivity analysis gave the area in which linear program values remain within the optimization.

Key words: **I**nteger linear programming, **S**ensitivity analysis, **O**bjective function, **C**onstraints.

* طالبة دكتوراه ل. م .د. - جامعة الجزائر 3
(المؤلف المرسل) arab.zahira@univ-alger3.dz
zahi_29@yahoo.fr

Abstract:

La complexité des activités des entreprises économiques et leur multiplicité nécessitent l'utilisation de méthodes scientifiques qui facilitent l'achèvement de leurs travaux et améliorent leurs performances. Parmi les méthodes scientifiques, on a la programmation linéaire en nombre entier en tant que méthode quantitative. Dans cette étude, nous avons appliqué le modèle de programmation linéaire en nombre entier à l'entreprise EMB. Nous avons atteint le mix de production optimal qui maximise les bénéfices de l'entreprise, et constaté que les résultats fournis par le programme linéaire son plus efficaces que la production réelle. À son tour, l'analyse de sensibilité a donné la zone dans laquelle les valeurs du programme linéaires restent dans l'optimisation.

Mots clés: **P**rogrammation linéaire en nombre entier, **A**nalyse de sensibilité, **F**onction objectif, **C**ontraintes.

ملخص:

تعقد أنشطة المؤسسات الاقتصادية وتعددها يستدعي استخدام أساليب علمية تسهل إنجاز أعمالها وتحسن أدائها. فمن بين الأساليب العلمية لدينا البرمجة الخطية العددية كأسلوب كمي. قمنا في هذه الدراسة بتطبيق نموذج البرمجة الخطية العددية على مؤسسة الرّزم المعدنية EMB، حيث توصلنا إلى المزيج الإنتاجي الأمثل الذي يعظم ربح المؤسسة، كما تبين كذلك أن النتائج التي قدمها البرنامج الخطي أكثر فعالية من الإنتاج المحقق الفعلي. وبدوره تحليل الحساسية أعطى المجال الذي تبقى فيه قيم البرنامج الخطي ضمن الأمثلية.

الكلمات المفتاحية: البرمجة الخطية العددية، تحليل الحساسية، دالة الهدف، القيود.

مخطط المقال:

مقدمة
1) مدخل للبرمجة الخطية العددية
1-1) تقديم البرمجة الخطية العددية
1-2) حلول البرمجة الخطية العددية
2) تطبيق نموذج البرمجة الخطية العددية على مؤسسة الرزم المعدنية
2-1) النشاط الإنتاجي للمؤسسة والموارد الداخلة في العملية الإنتاجية
2-2) بناء وتحليل نموذج البرمجة الخطية العددية الخاص بالمؤسسة
خاتمة

مقدمة:

أدت الأحداث الأخيرة التى عرفها الاقتصاد الوطنى إلى التفكير فى تنويعه بشكل جدي، لتحقيق ذلك يتم الاعتماد على المؤسسات الاقتصادية التى تعتبر محرك الاقتصاد الوطني بفضل المنتوجات التى توفرها. تتميز وظائف المؤسسات الاقتصادية بالتعقد نظرا لتعدد أنشطتها وتنوع منتوجاتها، هذا ما يستدعى ضرورة وجود أساليب تحسن أداءها كالأساليب الكمية. تعتبر وظيفة الإنتاج أحد أهم الوظائف التى لها علاقة مباشرة بأرباح وتكاليف المؤسسات، لهذا ارتأينا التطرق لدراسة البرمجة الخطية باعتبارها أحد الأساليب الكمية التى تستخدم بشكل كبير فى وظيفة الإنتاج. وقد أثبتت البرمجة الخطية أهميتها وفعاليتها من خلال النتائج التى تسمح للمؤسسات بتحقيقها مع الاستغلال الأمثل لمواردها. لكن باعتبار مجال الاقتصاد والإدارة يعرف تغيرات مستمرة فعلى المؤسسة التعرف كذلك على مدى تأثير تلك التغيرات على النتائج المتوصل إليها، لهذا يعتبر تحليل حساسية نتائج الحل ذو أهمية بالغة فى اتخاذ القرار. نظرا لأهمية الموضوع، قمنا بإجراء دراسة ميدانية بأحد المؤسسات الاقتصادية الوطنية المتخصصة بإنتاج علب التعبئة ما يتطلب الوصول إلى كميات إنتاج بأعداد صحيحة.

وعليه، نسعى للإجابة على الإشكالية: **كيف يمكن تحقيق أقصى ربح لمؤسسة الرّزم المعدنية EMB والاستغلال الأمثل لمواردها باستخدام البرمجة الخطية العددية وتحليل الحساسية؟**

1) مدخل للبرمجة الخطية العددية:

تعد البرمجة الخطية العددية "أحد أساليب البرمجة الرياضية المستخدمة في إدارة الإنتاج تضمن الوصول إلى الحل الأمثل في ظل ندرة الموارد المتاحة كبديل للطرق التقليدية التي كانت تستخدم كطريقة المحاولة والخطأ أو الطريقة البديهية والتي كانت تعد طرق مكلفة بالنسبة للمؤسسة"[1].

1-1) تقديم البرمجة الخطية العددية:

شجع التطور الذي عرفته بحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية على تكوين فرق علمية لتطوير أساليبها، حيث يعود الفضل في تطوير أسلوب البرمجة الخطية وانتشار استخدمها إلى DANTZIG* الذي أحدث طريقة علمية لحل المشكلات المعقدة بفضل طريقة "سمبلكس Simplex"[2]، وهذه الطريقة أصبحت منطلق العديد من الأبحاث لتحسينها من خلال إحداث البرمجة الخطية العددية[3].

تعريف وافتراضات البرمجة الخطية:

تعتبر البرمجة الخطية الأسلوب الأكثر استخداما لحل مجموعة واسعة من المشاكل نظرا لاعتمادها على الرياضيات، لكن هذا ليس السبب الوحيد وانما انتشار استخدامها يعود إلى أهمية مرحلة صياغة المشاكل وتحليلها التي تسبق حلها[4]. وعليه، تُعرف البرمجة الخطية بأشكال مختلفة، تتلاقى كلها تقريبا في نفس المنحنى، ومنها نذكر التعريفين:
تعرف البرمجة الخطية بأشكال مختلفة، تتلاقى كلها تقريبا في نفس المنحنى، ومنها نذكر التعريفين:

- "أسلوب رياضي لحل مشاكل استغلال الموارد والإمكانيات المحدودة بطريقة تحقق للمؤسسة أقصى أرباح ممكنة، أو تحمل أقل تكلفة ممكنة"[5]؛
- "تستخدم نموذج رياضي للشرح إشكالية معينة، فمصطلح الخطية يعني كل الصيغ الرياضية الداخلة في النموذج أي دالة الهدف والقيود يجب أن تكون خطية، مصطلح

---

* George B. DANTZIG عالم رياضيات أمريكي (1914-2005) له إنجازات كثيرة، وأهمها في بحوث العمليات.

البرمجة لا يعني برمجة الكمبيوتر وانما هو مرادف لمصطلح تخطيط، بالتالي فمصطلح البرمجة الخطية يعنى تخطيط الأنشطة للحصول على الحل الأمثل"[6].

من التعريفين السابقين، يمكن تعريف البرمجة الخطية بأشكال مختلفة، فهى أسلوب يبحث عن إيجاد الحل الأمثل لمجموعة من المتغيرات من أجل تحقيق هدف واحد وتحسين اتخاذ القرار.

ويقوم نموذج البرمجة الخطية على الافتراضات التالية[7]:

- التناسبية: بمعنى كل وحدة إنتاج من نفس المنتوج تستخدم نفس الكمية من الموارد المختلفة حسب احتياجاتها خلال العملية الإنتاجية؛
- الإضافية: تعني إجمالي استخدامات الموارد أو أرباح المنتوجات هو عبارة عن مجموع الكميات المستخدمة أو الإيرادات؛
- قابلية القسمة: معنى ذلك أن الحل ليس بالضرورة أن يكون أعداد صحيحة أي يمكن أن يكون كسرا؛
- عدم السالبية: أي أن قيم جميع المتغيرات في الحل يجب أن تكون موجبة فمن غير المنطقي أن تكون الكميات المُنتجة سالبة؛
- والتأكد التام: يجب أن تكون جميع المعلومات التي تعتمد عليها البرمجة الخطية مؤكدة ولا تتغير خلال فترة الدراسة سواء كان ذلك لدالة الهدف أو القيود.

"كما تشترط كذلك وجود هدف نهائى واحد ويأخذ شكلين إما تعظيم (فى حالة الأرباح) أو تدنئة (فى حالة التكاليف)، وقيود معينة تتضمنها المشكلة تؤثر فى تحقيق الهدف"[8]. وتعطى البرمجة الخطية لنا الحل الأمثل على شكل قيم مستمرة لكن فى بعض الحالات نجد بأن متخذ القرار يحتاج إلى قيم بأعداد صحيحة كلها أو البعض منها مثلا: عدد الآلات التى يجب على المؤسسة تخصيصها عبر مختلف مراحل الإنتاج بهدف تحقيق أقل تكلفة. فالبرمجة الخطية العددية هى امتداد للبرمجة الخطية العادية. "فيمكن أن نميز بين أربعة أنواع للبرمجة الخطية العددية"[9]:

1. نموذج البرمجة العددية التامة*: تكون فيها جميع متغيرات القرار ذات الحلول عددية صحيحة؛
2. نموذج البرمجة العددية المختلطة**: تكون فيها بعض متغيرات القرار ذات قيم عددية صحيحة؛
3. نموذج البرمجة العددية الثنائية***: تكون فيها جميع متغيرات القرار من النوع الثنائى (0−1)؛

* *Pure Integer Programming Model.*
** *Mixed Integer Programming Model.*
*** *Bynary Integer Programming Model.*

4. ونموذج البرمجة العددية الثنائية المختلطة*: تكون فيها بعض متغيرات القرار ثنائية وبقية المتغيرات إما قيم عددية صحيحة أو قيم مستمرة.

نموذج البرمجة الخطية العددية:

تعنى البرمجة "وضع خطوات لحل مسألة أو مشروع لتحقيق هدف معين، ولبرمجة هذه المسألة يجب توفر عاملين مهمين: العامل الأول التعرف على الإمكانيات المتاحة أو القيود، العامل الثانى تحديد الهدف من المشروع إما تعظيم الربح أو تدنية التكاليف"[10]. ويدخل ضمن تحديد الهدف تحديد عدد المتغيرات فى المسألة والبحث عن تأثيرها على دالة الهدف[11]. ويأخذ الشكل القانونى للبرمجة الخطية العددية الشكل التالى:

$$Max \text{ or } \text{Min } Z = \sum_{j=1}^{n} = C_j X_j$$

s/c:

$$\forall i = 1 \dots m : \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ x_j (\leq, = \text{ or } \geq) b_i$$

في حالة البرمجة العددية التامة ← $\forall j = 1 \dots n : X_j \geq 0$ and integer

في حالة البرمجة العددية الثنائية ← $\forall j = 1 \dots n : X_j = 0 \text{ or } 1$

كما يمكن إيجاد القيدين معا فى حالة البرمجة العددية المختلطة.

حيث: Z تعبر عن دالة الهدف max فى حالة تعظيم الربح؛
min فى حالة تدنية التكاليف؛
c_i تمثل معاملات دالة الهدف؛
x_i تمثل متغيرات القرار، تعبر عن حجم النشاط؛
a_{ii} تمثل الكمية المستخدمة من المورد i من أجل القيام بالنشاط j؛
و b_i يمثل كمية الموارد المتاحة.

* *Mixed Binary Integer Programming model.*

1-2) حلول البرمجة الخطية العددية:

البرمجة الخطية العددية هي "حالة خاصة من البرمجة الخطية، حيث تتطلب الحصول على حلول للمتغيرات بأعداد صحيحة، في البداية يتم حل البرنامج الخطي بتجاهل هذا الشرط ثم يتم الاستعانة بإحدى الطرق أدناه لتقريب عناصر الحل إلى أقرب أعداد الصحيحة"[12].

طرق حل البرمجة الخطية العددية:

يتم حل البرمجة الخطية باستخدام طريقة التفريع والتحديد أو طريقة قطع المستوي فهما تحاولان إيجاد الحل الصحيح انطلاقا من الحل الحقيقي بإضافة قيود إلى النموذج الأصلي.

طريقة التفريع والتحديد*:

تم إيجادها وتطويرها منذ الستينات من القرن العشرين من خلال خوارزمية تتبع الخطوات التالية[13]:

- ✓ **الخطوة 1 (حل النموذج):**

نقوم بحل نموذج البرمجة الخطية بطريقة سمبلكس Simplex العادي، فإذا وجدنا الحل أمثل وعددي نثبته (ننفذه) خلاف ذلك ننتقل إلى الخطوة الموالية.

- ✓ **الخطوة 2 (التفريع):**

في حالة وجود عدة متغيرات في الحل الأمثل بقيم حقيقية نختار المتغير الأقرب إلى الواحد الصحيح، ثم نقوم بتجزئته ونتحصل على قيدين:

القيد 1: $X_j \geq [X_j^*] + 1$

تكون له قيمة عددية صحيحة أكبر من القيمة الحقيقية للمتغير

القيد 2: $X_j \leq [X_j^*]$

تكون له قيمة عددية صحيحة أصغر من القيمة الحقيقية للمتغير

* *Branch and Bound.*

يتم إضافة كل قيد على حده إلى قيود النموذج الأصلي ويتم حل النموذج من جديد باستخدام سمبلكس Simplex، فإذا تم الحصول على حلول عددية نحتفظ بها ثم ننتقل إلى الخطوة 3، أما في حالة العكس نقوم بمواصلة التفريع حسب الخطوة 2.

✓ **والخطوة 3 (التحديد):**

نقوم باختيار الحل الأمثل من بين مختلف الحلول المتوصل إليها، نتوقف من التفريع عندما يكون النموذج الفرعي صحيح وقيمة الدالة الاقتصادية أفضل من قيم النماذج الفرعية الأخرى.

وطريقة قطع المستوي:

نشرت هذه الطريقة سنة 1958 من قبل Ralph E. GOMORY* تقوم على فكرة إضافة قيد للمسألة مرة تلو الأخرى إلى حين الوصول للحل الأمثل وفق الخوارزمية التالية[14]:

✓ **الخطوة 1 (حل النموذج):**

نقوم بحل نموذج البرمجة الخطية بطريقة سمبلكس Simplex العادي بدون الأخذ بعين الاعتبار قيد العدد الصحيح. إذا وجد الحل أمثل وعددي نثبته (ننفذه) خلاف ذلك ننتقل إلى الخطوة الموالية.

✓ **والخطوة 2 (تكوين قيد جديد):**

نقوم بإضافة قيد يسمى GOMORY -نسبة لصاحبه يعتمد- في تكوينه على جزء كسري للمتغير الأساسي الحقيقي. نقوم بإضافة القيد إلى جدول الحل النهائي ثم نعيد الحل بطريقة سمبلكس Simplex، إذا كان الحل النهائي للنموذج الجديد مستوف لشرط القيم العددية نعتبره حل أمثل غير ذلك نقوم بإعادة بناء قيد آخر جديد ونستمر في العملية إلى أن نحصل على الحل الأمثل.

تحليل الحساسية:

يصاغ نموذج البرمجة الخطية تحت فرضية التأكد التام لكن في الحياة العملية قد يصادف متخذ القرار ظروف وعوامل تؤدي إلى حدوث تغيرات على البرنامج الخطي. التغيرات التي تظهر من خارج النموذج تؤدي إلى فقدان الحل المقترح من قبل البرنامج أمثليته.

---

* *عالم امريكي في مجال الرياضيات، ولد في 07 ماي 1929، اهتم كثيرا ببحوث حول الحل الأمثل Optimal solution.*

ولهذا، يتيح تحليل الحساسية* - أو يسمى كذلك ما بعد الأمثلية**- سوف لمتخذ القرار الإجابة على التساؤل: ماذا لو تغيرت قيمة أحد عناصر النموذج؟

من التغيرات التي يمكن أن يعالجها تحليل الحساسية نجد[15]:

- التغير في معاملات دالة الهدف (سواء كانت هامش ربح أو تكلفة)؛
- التغير في ثوابت القيود أو قيم الجانب الأيمن من القيود
- إضافة أو حذف قيود، أي ظهور مورد جديد أو زوال مورد سابق؛
- واضافة أو حذف متغيرات قرارية جديدة، أي إنتاج منتوج جديد أو إلغاء منتوج سابق.

ومن التغيرات التي يمكن أن تحدث على الحل الأمثل، يمكن أن تحدث ضمن ثلاث حالات[16]:

- الحالة 1: الحل الأمثل لا يتغير، بمعنى متغيرات قاعدة الحل وقيمها لا تتغير أساسا؛
- الحالة 2: متغيرات قاعدة الحل تبقى نفسها لكن قيمها تتغير؛
- والحالة 3: قاعدة الحل تتغير كلية.

* Sensitivity Analysis.
** *Post Optimum.*

2) تطبيق نموذج البرمجة الخطية العددية على مؤسسة الرزم المعدنية EMB:

مؤسسة الرّزم المعدنية EMB مؤسسة وطنية مقرها الرئيسي جسر قسنطينة بالجزائر العاصمة، لها أربعة وحدات صناعية: (أرزيو، سكيكدة، عزابة، القبة)، وتقوم بإنتاج صنفين من المنتوجات: علب التعبئة للمصبرات من المواد الغذائية وعلب التعبئة للمواد غير الغذائية. وقد يتيح خلال سنة 2017 بإنتاج 5 أنواع من علب المصبرات، ونوعين من العلب غير الغذائية. بحيث كل نوع له حجم وشكل معين. وتقوم المؤسسة ببيع منتوجاتها إلى مؤسسات تقوم بالإنتاج الغذائي (طماطم، الهريسة، المربى...) وكذا مؤسسات تستخدم العلب لمنتوجات غير غذائية كالبخاخات (مبيد الحشرات) أو الصباغة كلها مؤسسات جزائرية من مختلف الولايات. تقوم المؤسسة بإنتاج العلب مع الأغطية العلوية الخاصة بها حسب قطر كل علبة ترسل معها إلى الزبون، أما الغطاء القاعدي فهو مستورد بالنسبة لأغلب العلب تقوم بلصقه مع العلبة خلال المرحلة الإنتاجية.

2-1) النشاط الإنتاجي للمؤسسة والموارد الداخلة في العملية الإنتاجية:

تستخدم في صنع العلب صفائح حديدية يرمز لها بـ CPS، أما الأغطية المصنعة فتنتج باستخدام صفائح حديدية يرمز لها بـ FDS. الأغطية القاعدية المستوردة يرمز لها بـ CVS. كل الصفائح تمر على المطبعة من أجل وضع مختلف أنواع الطلاء حسب نوع المنتوج، فمثلا العلب الخاصة بالمواد الغذائية يتم وضع طلاء خاص بها يرمز له بـ VBI* بحيث يحمي العلبة من الصدأ. وسنقوم بتطبيق نموذج البرمجة الخطية العددية على النشاط الإنتاجي لمؤسسة الرّزم المعدنية وهذا من خلال بناء النموذج الخطي انطلاقا من قيود المواد الأولية، الوقت المتاح، والطلب.

* *Vernis Blanc Intérieur.*

الجدول 01 - خصائص المنتوجات

رمز المنتوج	4 oz VBI,CB	1/2H VBI,CB	4/4 M VBI,CB	1/4 M VBI,CB	5/1 on VBI,CB	16 oz CB	Pails 3,5L CB
الرمز في البرنامج الخطي	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
العلبة CPS	CPS52,6 DIM	CPS 73 DIM	CPS 99 DIM	CPS 73 DIM	CPS 153 DIM	CPS 16 oz DIM	CPS 180 DIM
الغطاء القاعدى CVS	يستورد CVS52,6 DIM	يستورد CVS 73 DIM	يستورد CVS 99 DIM	يستورد CVS 73 DIM	ينتج FDS153 DIM	يستورد chapitea u 16 oz	ينتج bouchon 180 DIM
الغطاء العلوي FDS	ينتج FDS52,6 DIM	ينتج FDS 73 DIM	ينتج FDS 99 DIM	ينتج FDS 73 DIM	ينتج FDS153 DIM	يستورد FDS 16 oz	ينتج FDS 169 DIM
السعة	100 gr	500 gr	1000 gr	200 gr	4L	400 ml	3,5L

المصدر: مصلحة الإنتاج للمؤسسة.

تفترض العملية الإنتاجية فى مؤسسة الرّزم المعدنية وجود مجموعة من المواد الأولية بمقاييس وكميات خاصة حسب نوع المنتوج، إضافة إلى قيود متعلقة بالوقت والطلب.

⌖ كميات المواد الأولية الداخلة في الإنتاج:

قمنا بحساب استخدامات كل وحدة مُنتجة من كل مادة أولية وهذا انطلاقا من المعلومات المقدمة من طرف المؤسسة. فمثلا كل صفيحة حديدية من نوع CPS 4 oz تعطى لنا 55 وحدة من المنتوج X_1 فباستخدام القاعدة الثلاثية نجد أن كل علبة من X_1 تحتاج إلى 0,018 من المادة الأولية CPS 4 oz بنفس الطريقة بتم حساب الاحتياج من باقى المواد.

الجدول 02 - كميات المواد الأولية الداخلة في الإنتاج

المتاحات	X7	X6	X5	X4	X3	X2	X1	المنتجات / المواد	
114.604 وحدة							0,018	CPS 4 oz	b_1
2.128.547وحدة						0,031		CPS 1/2H	b_2
952.518 وحدة					0,047			CPS 4/4M	b_3
353.997 وحدة				0,017				CPS 1/4M	b_4
495.511 وحدة			0,166					CPS 5/1	b_5
960.559 وحدة		0,05						CPS16 oz	b_6
363.300 وحدة	0,125							CPS 3,5L	b_7
186.410 وحدة							0,008	FDS 52,6	b_8
262.933 وحدة				0,0125		0,0125		FDS 73	b_9
345.621 وحدة					0,02			FDS 99	b_{10}
347.192 وحدة			0,1					FDS 153	b_{11}
132.433 وحدة	0,062							FDS 169	b_{12}
277.375 وحدة	0,111							Bouchons	b_{13}
132.000.000غ			2,6	0,267	0,714	0,468	0,272	VBI	b_{14}
87.050.000 غ	1,625	0,65	2,166	0,232	0,619	0,406	0,236	CB	b_{15}
2.700.000 غ			1,166	0,125	0,333	0,218	0,127	VO	b_{16}
24.482.880وحدة							1	CVS 52,6	b_{17}
51.479.421وحدة				1		1		CVS 73	b_{18}
13.021.528وحدة					1			CVS 99	b_{19}
19.486.850وحدة		1						FDS16 oz	b_{20}
17.387.590وحدة		1						Chapiteau	b_{21}

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على معطيات مصلحة الإنتاج للمؤسسة.

الوقت المتاح:

تعمل المؤسسة وفق نظام الدوريات 7,5 ساعة في اليوم لكل دورية حيث يوجد دوريتين في اليوم، كما أنها تعمل كل أيام الأسبوع ما عدا الأعياد. كل مراحل الإنتاج لها نفس الوقت الإجمالي المتاح معناه: 7,5 نظريا، غير أنه لا يستغل بالكامل.

الجدول 03 - وقت العمل المتاح للوحدات المُنتجة

الوحدة: الدقائق

الورشة	الآلات	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	نسبة الاستغلال	الوقت المتاح الفعلي
المطبعة القديمة	Vernis1	0,0002	0,0003	0,0005	0,0003	0,0012		0,0041	%60	139.080
	Off set 1	0,0005	0,0003	0,0006	0,0003	0,0015		0,0051	%70	162.260
المطبعة الجديدة	Vernis2	0,0001	0,0003	0,0005	0,0001	0,0018		0,0013	%70	228.060
	Off set 2	0,0001	0,0003	0,0005	0,0001	0,0018		0,0013	%65	211.770
التحويل	Train 2			0,0045					%80	260.640
	Train 3	0,0037							%67	218.286
	Train 4		0,0037		0,0037				%59	192.222
	Train 5		0,0037						%20	65.160
	Train 7					0,0225			%75	244.350
	Chaîne aerosol						0,0056		%99	322.542
	Chaîne pails							0,0321	%72	234.576
طبع الأغطية	Presse	0,0039	0,0039	0,005	0,0039	0,0204		0,0672	%99	322.542

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على معطيات مصلحة الإنتاج للمؤسسة.

بالنسبة للمطبعة المؤسسة لديها مطبعتين: المطبعة القديمة تعمل كل أيام الأسبوع ما عدا الخميس والجمعة، فهي تحتوي على آلتين قديمتين وبقدرة إنتاجية ضعيفة إضافة إلى التعطلات. لهذا قامت المؤسسة في أفريل 2017 بحيازة آلتين جديدتين تعملان في المطبعة الجديدة فهما تحتويان على تكنولوجيا عالية ولهما قدرة إنتاجية كبيرة تصل إلى ضعفي الورشة القديمة.

خصصت المطبعة القديمة لتحضير الصفائح الحديدية المستخدمة لإنتاج الأغطية، أما المطبعة الجديدة خصصت لتحضير الصفائح الحديدية المستخدمة لإنتاج العلب. فرغم أن المطبعة الجديدة تحتوي على آلات جديدة وبتكنولوجيا عالية غير أن وقتها المتاح لا يستغل بالكامل وهذا نظرا لعدم تمكن العمال التقنيين من هذه التكنولوجيا. حتى الورشات الأخرى آلاتها لا تستغل بالكامل بسبب قدمها لهذا الغرض قمنا بحساب وقت الاستغلال الفعلي بالنسبة لكل الآلات.

- **من أجل حساب الزمن المستغرق لإنتاج وحدة واحدة من أي منتوج في المطبعة**:

تقوم آلة 1 vernis بوضع الطلاء على الصفائح المستخدمة لإنتاج الأغطية (FDS) حيث تنتج 2500 صفيحة في الساعة (60 دقيقة) باستخدام القاعدة الثلاثية نجد أنه لإنتاج صفيحة واحدة تحتاج إلى 0,024 دقيقة.
بناءا على المعلومات المقدمة من مصلحة الإنتاج كل صفيحة تنتج 120 غطاء للمنتوج X_1 باستخدام القاعدة الثلاثية نجد أن كل وحدة من المنتوج X_1 تحتاج إلى 0,0002 دقيقة في الآلة 1 vernis. نفس الشيء بالنسبة لآلة 1 off set.
بنفس الطريقة يتم حساب الوقت المستغرق في المطبعة الجديدة لوضع الطلاء على الصفائح المستخدمة لإنتاج العلب (CPS).
في ورشة التحويل وعند كل خط إنتاجي train تخضع الوحدات المُنتجة لعدة تحويلات لتأخذ شكلها النهائي. قمنا باحتساب كل تلك التحويلات في زمن واحد بالنسبة لكل منتوج نظرا لكون عملية التحويل في كل سلسلة مستمرة وبدون توقفات.

- **من أجل حساب زمن كل منتوج في ورشة التحويل**:

يقوم الخط الإنتاجي train2 بإنتاج 200000 وحدة في اليوم (7,5*60*2=900 دقيقة) من المنتوج X_5 باستخدام القاعدة الثلاثية نجد بأن كل وحدة من المنتوج X_5 تحتاج إلى 0,0045 دقيقة في سلسلة train2. ونفس الخطوة بالنسبة لخطوط الإنتاج الباقية.
في ورشة الطبع آلة la presse تقوم باستقبال الصفائح الحديدية (FDS) المُنتجة في المطبعة من أجل إعطاء الشكل النهائي للأغطية الخاصة بكل نوع من المنتوجات.

- **ومن أجل حساب زمن كل منتوج في ورشة الطبع**:

تقوم الورشة بإنتاج 225680 غطاء للمنتوج X_1 في اليوم (7,5*60*2=900 دقيقة)، منه باستخدام القاعدة الثلاثية نجد أن كل وحدة من المنتوج X_1 تحتاج إلى 0,0039 دقيقة في ورشة طبع الأغطية. بنفس الطريقة يتم حساب زمن المنتوجات الباقية.

- **الطلب على المنتوجات:**

تقوم عملية الإنتاج على أساس الطلب، فكميات الطلب كانت خلال سنة 2017 مبينة أدناه:

الجدول 04 - الكمية المطلوبة من المنتوجات خلال سنة 2017

الوحدة: علبة

المنتوج	الكمية المطلوبة
X_1	1.000.000
X_2	8.000.000
X_3	3.850.000
X_4	5.550.000
X_5	2.500.000
X_6	16.000.000
X_7	1.945.800

المصدر: المصلحة التجارية للمؤسسة.

تعبر الكميات على الحد الأقصى لطلب السوق الداخلي خلال الذي تسعى المؤسسة إلى تحقيقه لمؤسسات اقتصادية تعمل في إنتاج مختلف المواد الاستهلاكية: المنتوجات X_1،X_2،X_3،X_4،X_5 موجهة لتعبئة المواد الغذائية والمنتوجات X_6،X_7 موجهة لتعبئة المواد غير الغذائية.

2-2) بناء وتحليل نموذج البرمجة الخطية العددية الخاص بالمؤسسة:

بطبيعة الحال، هدف المؤسسة، مثل أي مؤسسة اقتصادية، هو تعظيم الربح فانطلاقا من المعطيات المتعلقة بسعر البيع وتكلفة المنتوجات تم تحديد هامش الربح لكل منتوج والذي سيكون معاملات دالة الهدف.

الجدول 05 - هامش الربح لكل منتوج

الوحدة: دينار

المنتوج	تكلفة الوحدة	سعر بيع الوحدة	هامش ربح الوحدة
X_1	8,25	11	2,75
X_2	13,74	16,5	2,76
X_3	21	25,8	4,8
X_4	10,13	13,5	3,37
X_5	57,4	75	17,6
X_6	19,07	24,5	5,43
X_7	60	78	18

المصدر: المصلحة التجارية للمؤسسة.

يتم تحديد تكلفة وسعر بيع المنتوجات من قبل المديرية العامة للمؤسسة انطلاقا من المعطيات التي تتحصل عليها من المصنع. تتحدد تكلفة كل منتوج عبر كل ورشات الإنتاج، حيث يعتبر منتوج نصف مصنع عند انتقاله من ورشة إلى أخرى إلى غاية تعبئته كمنتوج نهائي. هامش ربح الوحدة الواحدة من كل منتوج هو الفرق بين سعر بيعه وتكلفته.

دالة الهدف:

$$MaxZ = 2,75\ X_1 + 2,76\ X_2 + 4,8\ X_3 + 3,37\ X_4 + 17,6\ X_5 + 5,43\ X_6 + 18\ X_7$$

قيود المواد الأولية:

$$0{,}18\,X_1 \leq 114\,604$$

$$0{,}031\,X_2 \leq 2\,128\,547$$

$$0{,}047\,X_3 \leq 952\,518$$

$$0{,}017\,X_4 \leq 353\,997$$

$$0{,}166\,X_5 \leq 495\,511$$

$$0{,}05\,X_6 \leq 960\,559$$

$$0{,}125\,X_7 \leq 363\,300$$

$$0{,}008\,X_1 \leq 186\,410$$

$$0{,}0125\,X_2 + 0{,}0125\,X_4 \leq 262\,933$$

$$0{,}02\,X_3 \leq 345\,621$$

$$0{,}1\,X_5 \leq 347\,192$$

$$0{,}062\,X_7 \leq 132\,433$$

$$0{,}111\,X_7 \leq 277\,375$$

$$0{,}272\,X_1 + 0{,}468\,X_2 + 0{,}714\,X_3 + 0{,}267\,X_4 + 2{,}6\,X_5 \leq 132\,000\,000$$

$$0{,}236\,X_1 + 0{,}406\,X_2 + 0{,}619\,X_3 + 0{,}232\,X_4 + 2{,}166\,X_5 + 0{,}65\,X_6 + 1{,}625\,X_7 \leq 87\,050\,000$$

$$0{,}127\,X_1 + 0{,}218\,X_2 + 0{,}333\,X_3 + 0{,}125\,X_4 + 1{,}166\,X_5 \leq 2\,700\,000$$

$$X_1 \leq 24\,482\,880$$

$$X_2 + X_4 \leq 51\,479\,421$$

$$X_3 \leq 13\,021\,528$$

$$X_6 \leq 19\,486\,850$$

$$X_6 \leq 17\,387\,590$$

قيود الوقت المتاح:

$$0{,}0002\ X_1 + 0{,}0003\ X_2 + 0{,}0005\ X_3 + 0{,}0003\ X_4 + 0{,}0012\ X_5 + 0{,}0041\ X_7 \leq 139\ 080$$

$$0{,}0005\ X_1 + 0{,}0003\ X_2 + 0{,}0006\ X_3 + 0{,}0003\ X_4 + 0{,}0015\ X_5 + 0{,}0015\ X_7 \leq 162\ 260$$

$$0{,}0001\ X_1 + 0{,}0003\ X_2 + 0{,}0005\ X_3 + 0{,}0001\ X_4 + 0{,}0018\ X_5 + 0{,}0013\ X_7 \leq 228\ 060$$

$$0{,}0001\ X_1 + 0{,}0003\ X_2 + 0{,}0005\ X_3 + 0{,}0001\ X_4 + 0{,}0018\ X_5 + 0{,}0013\ X_7 \leq 211\ 770$$

$$0{,}0045\ X_3 \leq 260\ 640$$

$$0{,}0037\ X_1 \leq 218\ 286$$

$$0{,}0037\ X_2 + 0{,}0037\ X_4 \leq 192\ 222$$

$$0{,}0037\ X_2 \leq 65\ 160$$

$$0{,}0225\ X_5 \leq 244\ 350$$

$$0{,}0056\ X_6 \leq 322\ 542$$

$$0{,}0321\ X_7 \leq 234\ 576$$

$$0{,}0039\ X_1 + 0{,}0039\ X_2 + 0{,}005\ X_3 + 0{,}0039\ X_4 + 0{,}0204\ X_5 + 0{,}0672\ X_7 \leq 322\ 542$$

قيود الطلب:

$$X_1 \leq 1\ 000\ 000$$

$$X_2 \leq 8\ 000\ 000$$

$$X_3 \leq 3\ 850\ 000$$

$$X_4 \leq 5\ 500\ 000$$

$$X_5 \leq 2\ 500\ 000$$

$$X_6 \leq 16\ 000\ 000$$

$$X_7 \leq 1\ 945\ 800$$

قيد عدم السالبية و القيم العددية:

$$X_j \geq 0 \quad j:1,\ldots,7 \quad \text{et} \quad X_j \ \text{entier}$$

- **تحليل نتائج البرنامج الخطي:**

بعد حل البرنامج الخطي باستخدام برنامج Lindo انطلاقا من هذه الحالة التطبيقية، توصلنا للنتائج التالية:

- **دالة الهدف:**

تحليل نتائج دالة الهدف يقوم على أساس المقارنة بين كميات الإنتاج المثلى التي يقترحها البرنامج الخطي والكميات الفعلية المُنتجة من قبل المؤسسة.

الجدول 06 - تحليل دالة الهدف

الوحدة: دينار

المنتوج	الكمية المقترحة	الأرباح	الكمية الفعلية	الأرباح
X_1	1.000.000	2.750.000	1.000.000	2.750.000
X_2	0	0	5.966.614	16.467.854,64
X_3	0	0	3.000.000	14.400.000
X_4	5.500.000	18.535.000	1.208.953	4.074.171,61
X_5	1.617.067	28.460.380	816.703	14.373.972,8
X_6	16.000.000	86.880.000	9.051.300	49.148.559
X_7	1.945.800	35.024.400	1.548.223	27.868.014
مقدار دالة الهدف		**171.649.780**		**129.082.572,05**

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على نتائج الملحق 01 ومعطيات المؤسسة

بعد حل البرنامج الخطي، تحصلنا على الوضع الأمثل للمؤسسة من خلال الكميات المثلى التي تسمح بتعظيم دالة الهدف إلى 171.649.780 دينار وهذا تحت ظل القيود المفروضة على المؤسسة والمبينة سابقا.

وتحصلنا على قيمة دالة الهدف من خلال مجموع ضرب هامش الربح لكل منتوج فى الكمية المثلى التى تقابله. بمقارنة دالة الهدف المتحصل عليها بدالة الهدف الفعلية نلاحظ أنها تفوقها بفارق 42.567.227,95 دينار أي بـ 32,97%، هذا يعنى أن الربح السنوي للمؤسسة سيرتفع بـ 32,97% بإنتاج الكميات المقترحة.
وعليه، تقترح نتائج البرنامج الخطى عدم إنتاج المنتوجين X_2 وX_3 لكن إذا كان من المهم إنتاجهما فى هذه الحالة يجب إضافة قيد جديد يشترط إنتاج كل المنتوجات واعادة حل برنامج خطي من جديد.

⇦ المواد الأولية غير المستغلة*:

يسمح تحليل نتائج كميات المواد الأولية بمعرفة نسبة استغلال كل مادة والتعرف على المواد غير المستغلة سواء جزئيا أو بالكامل واتخاذ القرار فيما يخص طريقة استغلالها مستقبلا.
يبين الجدول التالى وجود طاقات فائضة فى كل الموارد ما يفسره وجود أسعار ظل معدومة** والتى تظهر فى الملحق 01. ما عدا المورد b_{16} استغل بالكامل حيث سعر ظله يساوي 15,09 فهو مورد نادر وهذا يعنى أنه كلما توفرت وحدة إضافية (غرام واحد) من مادة (V0) سوف تسمح بزيادة دالة الهدف بـ 15,09 دينار.
كما نلاحظ أن البرنامج المقترح يستغل معظم الموارد بنسب بين 50 و100%. بالنسبة للموارد المستغلة بنسب ضعيفة بين 4 و30%، فهذا يرجع لكون تلك الموارد تدخل فى إنتاج كل المنتوجات بما فى ذلك المنتوجين X_2 وX_3 وبما أن البرنامج الخطى يقترح عدم إنتاجهما لهذا لم تستغل بنسب كبيرة.
هناك موارد لم تستغل إطلاقا وهو ما تبينه القيم الصفرية فى نسب الاستغلال يرجع ذلك إلى كونها تدخل فى إنتاج المنتوجين X_2 وX_3 فقط المستبعدَين من قبل البرنامج الإنتاجى المقترح. فعلى المؤسسة التفكير فى كيفية استغلال كل المواد غير المستغلة إما بتخزينها للدورات الإنتاجية اللاحقة، أو بتحويلها إلى سيولة عن طريق بيعها.

* *Slack Variable.*
** *Shadow Price.*

الجدول 07 - قيم الطاقات العاطلة من المواد الأولية

	المادة الأولية	الكمية المتاحة	الطاقة العاطلة	نسبة الاستغلال %
b_1	CPS 4 oz	604.114	96.604,02	15,70
b_2	CPS 1/2H	2.128.547	2.128.547	0,00
b_3	CPS 4/4M	952.518	952.518	0,00
b_4	CPS 1/4M	353.997	260.497	26,41
b_5	CPS 5/1	495.511	227.077,9	54,17
b_6	CPS 16oz	960.559	160.559	83,28
b_7	CPS 3,5L	363.300	119.775	67,00
b_8	FDS 52,6	186.410	178.410	4,29
b_9	FDS 73	262.933	194.183	26,14
b_{10}	FDS 99	345.621	345.621	0,00
b_{11}	FDS 153	347.192	185.485,3	50,00
b_{12}	FDS 169	132.433	11.793,4	91,09
b_{13}	Bouchons	277.375	61.391,2	78,00
b_{14}	VBI	132.000.000	126.055.128	4,50
b_{15}	CB	87.050.000	68.473.512	21,34
b_{16}	VO	2.700.000	0	100,00
b_{17}	CVS 52,6	24.482.880	23.482.880	4,08
b_{18}	CVS 73	51.479.421	45.979.420	10,70
b_{19}	CVS 99	13.021.528	13.021.528	0,00
b_{20}	FDS 16 oz	19.486.850	3.486.850	82,10
b_{21}	Chapiteau	17.387.590	1.387.590	92,01

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على نتائج الملحق 01.

الوقت المتاح غير المستغل:

يسمح تحليل الوقت المتاح بمعرفة الطاقات العاطلة أو الوقت غير المستغل وهو الذي يعبر عن زمن تشغيل الآلات والتفكير فى كيفية استغلاله مستقبلا.

الجدول 08 - قيم الطاقات العاطلة من الوقت المتاح

الوحدة: الدقائق

المراحل الإنتاجية		الوقت المتاح	الطاقة العاطلة	نسبة الاستغلال %
المطبعة القديمة	Vernis 1	139080	127311	8,46
	Off set 1	162260	147760	9,00
المطبعة الجديدة	Vernis 2	228060	221969	2,67
	Off set 2	211770	205679,7	3,00
التحويل	Train 2	260640	260640	0,00
	Train 3	218286	214586	1,69
	Train 4	192222	171872	10,58
	Train 5	65160	65160	0,00
	Train 7	244350	207966	14,89
	Chaîne aerosol	322542	232942	28,00
	Chaîne pails	234576	172115,8	26,62
طبع الأغطية	Presse	322542	133446,1	60,00

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على نتائج الملحق 01.

نلاحظ أن أكبر استغلال للوقت كان فى مرحلة طبع الأغطية حيث يستغل بنسبة 60% وهذا راجع لكون كل المنتوجات تمر من هذه الآلة. أما بالنسبة لاستغلال الخطوط الإنتاجية train2 و train5، فهي معدومة. وهذا راجع لكونها خاصة بإنتاج المنتوجين X_2 و X_3 المستبعدين من قبل البرنامج المقترح فيستحسن للمؤسسة توجيههما لإنتاج المنتوجات الأكثر طلبا.

كما نلاحظ وجود طاقة عاطلة على مستوى كل مراحل الإنتاج كان بالإمكان استغلالها، ويرجع هذا إلى محدودية المواد الأولية المستعملة فى العملية الإنتاجية مقارنة بالوقت المتاح فى كل مرحلة. محدودية الموارد ترجع إلى طول فترة انتظار وصول المواد خاصة المواد المستوردة إضافة إلى المشاكل الإدارية والجمركية.

- **تحقيق الطلبيات:**

يقوم تحليل نتائج تحقيق الطلبيات على أساس المقارنة ما بين الكمية المُنتجة من قبل المؤسسة لتلبية الطلب والكميات المقترحة من قبل البرنامج الخطى لتلبية الطلبيات المربحة.

الجدول 09 - النسب المحققة من الطلبيات

الوحدة: علبة

المنتوج	الكمية المطلوبة	الكمية المنتجة	النسبة المحققة %	الكمية المقترحة	النسبة المحققة %
X_1	1.000.000	1.000.000	100,00	1.000.000	100,00
X_2	8.000.000	5.966.614	74,58	0	0,00
X_3	3.850.000	3.000.000	77,92	0	0,00
X_4	5.500.000	1.208.953	22,00	5.500.000	100,00
X_5	2.500.000	816.703	32,66	1.617.067	64,70
X_6	16.000.000	9.051.300	56,00	16.000.000	100,00
X_7	1.945.800	1.548.223	79,56	1.945.800	100,00

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على نتائج الملحق 01.

نلاحظ أن المؤسسة قامت بتلبية الطلب على المنتوجين X_2 وX_3 بنسبة 74,58% و77,92% على التوالى أما البرنامج المقترح فلا يفى بهاتين الطلبيتين بحيث يقترح التوقف عن إنتاجهما باعتبارهما غير مربحين. أما بالنسبة لباقى المنتوجات فهو يلبى الطلب عليها بنسب كبيرة، حتى أنه يقوم بتلبية المنتوجات X_1،X_4،X_6،X_7 بالكامل. وبالنظر إلى الملحق 01، يظهر كذلك أن سعر ظل الطلبيات المتعلقة بالمنتوجات X_1،X_4،X_6،X_7 موجب ما يعنى أنها موارد نادرة. كلما وافقت المؤسسة على طلبية وحدة واحدة من المنتوج X_7 فسوف ترتفع دالة الهدف بمقدار 18 دينار، وكلما وافقت المؤسسة على طلبية وحدة واحدة من المنتوجات X_1،X_4،X_6 فسوف ترتفع دالة الهدف بمقدار 0,83 دينار، 1,48 دينار و5,43 دينار عن كل منتوج على التوالي.

تحليل حساسية النتائج:

لا تعطى نتائج حل البرنامج الخطى فقط الكميات المثلى للإنتاج والطاقات العاطلة وانما تسمح كذلك بمعرفة مجالات تغير كل من معاملات دالة الهدف والجانب الأيمن من القيود دون أن يتغير الحل الأمثل.

التغير في معاملات دالة الهدف:

بالنظر إلى مجال تغير دالة الهدف في الملحق 02، يتضح لنا حالتين من التغيرات:

المنتوجات X_1،X_4،X_6،X_7:

يمكن أن تتغير ضمن المجال $]-\infty ,\ c_j+\Delta c_j]$ دون أن يتغير الحل الأمثل، حيث قيم مقدار التغير المعبر عنها بقيم Δc_j مبينة فى العمود allowable decrease.

وبالتالى، الحد الأدنى الذي يمكن أن يصله معامل كل متغير هو قيمته فى دالة الهدف ناقصا منه مقدار التغير، أما الحد الأعلى الذي يمكن أن يصله معامل كل متغير هو $+\infty$.

المنتوجات X_2،X_3:

يمكن أن تتغير ضمن المجال $[c_j-\Delta c_j ,\ +\infty[$ دون أن يتغير الحل الأمثل، حيث قيم مقدار التغير المعبر عنها بقيم Δc_j مبينة فى العمود allowable increase.

وبالتالى، الحد الأعلى الذي يمكن أن يصله معامل كل متغير هو قيمته فى دالة الهدف مضافا إليه مقدار التغير، أما الحد الأدنى الذي يمكن أن يصله معامل كل متغير هو $-\infty$.

أما المنتوج X_5 فهو يتغير ضمن المجال $[c_j-\Delta c_j ,\ c_j+\Delta c_j`]$ حيث $\Delta c_j$ يعبر على الحد الأدنى لمقدار التغير أما $\Delta c_j`$ يعبر على الحد الأعلى.

التغير في الطرف الأيمن:

بالنظر إلى مجال تغير الطرف الأيمن في الملحق 03، تتضح لنا التغيرات:

بالنسبة للمواد الأولية:

يمكنها التغير ضمن المجال $]-\infty ,\ b_i+\Delta b_i]$ دون أن يتغير الحل الأمثل، حيث قيم مقدار التغير المعبر عنها بقيم Δb_i مبينة في العمود allowable decrease

وبالتالي، الحد الأدنى الذي يمكن أن تصله قيمة كل مادة هي القيمة المتاحة منها في القيود ناقصا منها مقدار التغير، أما الحد الأعلى الذي يمكن أن يصله كل متغير هو $+\infty$. ما عدا المادة b_{16}، حيث مقدار التغير يقع ضمن المجال $[b_i-\Delta b_i ,\ b_i+\Delta b_i`]$.

بالنسبة للوقت المتاح:

يمكنه التغير ضمن المجال $]-\infty ,\ b_i+\Delta b_i]$ دون أن يتغير الحل الأمثل.

وبالتالي، الحد الأدنى الذي يمكن أن يصل إليه الوقت المتاح في كل مرحلة إنتاجية هو القيمة المتاحة منه في القيود ناقصا منه مقدار التغير، أما الحد الأعلى الذي يمكن أن يصله هو $+\infty$.

أما **التغير في الطلب على المنتوجات**، فيكون كالتالي:

مجال تغير المنتوجات X_1،X_4،X_6،X_7 الذي يُبقي على أمثلية الحل من نوع $[b_i - \Delta b_i \; ، b_i + \Delta b_i`]$ وهو ما تظهره القيود رقم 35، 38، 40، 41.

مجال تغير المنتوجات X_2،X_3،X_5 الذي يُبقي على أمثلية الحل هو من نوع $[\; b_i - \Delta b_i ، +\infty \;]$ وهو ما تظهره القيود رقم 36،37،39. الجدول أدناه يعبر على مجال تغير الطلب بعد الأخذ بعين الاعتبار مقدار التغير في قيمه.

الجدول 10 - مجال تغير الطلب على المنتوجات دون تغير الحل الأمثل

الوحدة: علبة

المنتوج	الحد الأعلى $b_i + \Delta b_i$	الحد الأدنى $b_i - \Delta b_i$	المنتوج	الحد الأعلى $b_i + \Delta b_i$	الحد الأدنى $b_i - \Delta b_i$
X_1	6.366.889	0	X_2	$+\infty$	0
X_4	20.584.000	0	X_3	$+\infty$	0
X_6	17.387.590	0	X_5	$+\infty$	1.617.067
X_7	2.136.016	0	–	–	–

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على نتائج الملحق 03.

وبالنسبة للطلب على المنتوجات X_1،X_4،X_6،X_7:

يمكنه الانخفاض إلى غاية الانعدام دون أن يتغير الحل الأمثل، والارتفاع إلى غاية القيم المبينة في الجدول دون أن يؤثر هذا على الحل الأمثل. وبالنسبة للطلب على المنتوجات X_2،X_3 يمكنه الانخفاض إلى غاية الانعدام دون أن يتغير الحل الأمثل، والارتفاع إلى ما لانهاية دون أن يؤثر هذا على الحل الأمثل والسبب في هذا يرجع إلى أن البرنامج الخطي يقترح عدم إنتاج المنتوجين. انخفاض الطلب على المنتوج X_5 بأقل من الحد الأدنى المبين أعلاه سوف يؤثر على الحل الأمثل أما ارتفاعه فلا يؤثر.

التغير في الطلب يعود إلى سلوك زبائن المؤسسة، فإذا كان الطلب خارج مجالات التغير أعلاه فإن ذلك سوف يؤثر على الحل الأمثل المتوصل إليه.

كل تغير في أحد القيم المتاحة سواء للمواد الأولية، الوقت المتاح أو الطلب على المنتوجات خارج المجال المحدد للحساسية سيؤدي إلى فقدان أمثلية الحل ونقول بأن هناك إمكانية لتحسين الحل، نعالج ذلك بإدخال القيم الجديدة ونعاود حل النموذج.

خاتمة:

قمنا في هذه الدراسة بمحاولة تطبيق نموذج البرمجة الخطية العددية في مؤسسة الرّزم المعدنية EMB انطلاقا من الكميات المتاحة من مواردها وهدف تعظيم أرباحها، تم حل النموذج باستخدام برنامج LINDO، حيث تحصلنا على الكميات المثلى التي يقترحها البرنامج الخطي تحت ظل قيود المؤسسة.

انطلاقا من الحل المقترح، توصلنا **للنتائج** التالية:

- تبين لنا أن البرنامج الإنتاجي المقترح يحقق أرباحا للمؤسسة تفوق أرباحها الفعلية فهذا ما يبين ويؤكد أهمية البرمجة الخطية في تحسين أداء المؤسسات، وفعاليتها في اتخاذ القرار سواء من أجل تعظيم أرباحها أو تدنية تكاليفها؛
- الكميات المقترحة من قبل البرنامج الخطي تفوق الكميات المُنتجة فعلا من قبل المؤسسة ما يعني أنه يسمح بتحقيق كفاءة استخدام الموارد؛
- أظهر البرنامج الخطي الفوائض أو الطاقات العاطلة من المواد الأولية وكذا الوقت المتاح في مختلف مراحل الإنتاج ما سيسمح للمؤسسة بإعادة النظر في كيفية استغلال تلك الموارد؛
- وتحليل الحساسية لمعاملات دالة الهدف والجانب الأيمن للقيود بين الحدود التي يبقى ضمنها الحل أمثل فأي تغير سواء بالزيادة أو بالنقصان سوف يؤدي إلى فقدان الحل أمثليته ما يؤدي إلى البحث عن الحل الأمثل من جديد.

إن الهدف من استخدام أسلوب البرمجة الخطية العددية هو محاولة تحسين أداء المؤسسة محل الدراسة والمؤسسات الاقتصادية بصفة عامة، لكن هذا لا يمكن أن يتحقق إلا بمساهمة بعض **التوصيات**:

- الاهتمام بالاستغلال الأمثل للوقت المتاح في كل الورشات باستخدام الأساليب العلمية المتخصصة في ذلك كشبكات الأعمال من أجل ضمان تلبية الطلبيات في مواعيدها؛
- ضرورة الاهتمام بإدارة مخزون المؤسسة من المواد الأولية من أجل تفادي الوقوع في مشكلة نفاذ المخزون خاصة في حالة المواد المستوردة وهذا باستخدام الأساليب العلمية المتخصصة في هذا الموضوع؛
- الحرص على صيانة الآلات بسبب قدمها وهذا لتفادي التعطلات التي تؤدي إلى الانحراف عن الكميات المثلى التي تعظم الأرباح؛
- والاهتمام بتكوين العمال خاصة على الآلات الجديدة في ورشة المطبعة بهدف الاستغلال الأمثل لتلك التكنولوجيا وأيضا التكوين فيما يخص عمليات الصيانة.

الملاحق:

الملحق 01 - نتائج حل البرنامج الخطي للمؤسسة

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 171649780

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1000000.000000	0.000000
X2	0.000000	0.530566
X3	0.000000	0.226415
X4	5500000.000000	0.000000
X5	1617067.000000	0.000000
X6	16000000.000000	0.000000
X7	1945800.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	96604.000000	0.000000
3)	2128547.000000	0.000000
4)	952518.000000	0.000000
5)	260497.000000	0.000000
6)	227077.906250	0.000000
7)	160559.000000	0.000000
8)	119775.000000	0.000000
9)	178410.000000	0.000000
10)	194183.000000	0.000000
11)	345621.000000	0.000000
12)	185485.312500	0.000000
13)	11793.402344	0.000000
14)	61391.195312	0.000000
15)	126055128.000000	0.000000
16)	68473512.000000	0.000000
17)	0.000000	15.094339
18)	23482880.000000	0.000000
19)	45979420.000000	0.000000
20)	13021528.000000	0.000000
21)	3486850.000000	0.000000
22)	1387590.000000	0.000000
23)	127311.742188	0.000000
24)	147760.812500	0.000000
25)	221969.734375	0.000000
26)	205679.734375	0.000000
27)	260640.000000	0.000000
28)	214586.000000	0.000000
29)	171872.000000	0.000000
30)	65160.000000	0.000000
31)	207966.000000	0.000000
32)	232942.000000	0.000000
33)	172115.828125	0.000000
34)	133446.078125	0.000000
35)	0.000000	0.833019
36)	8000000.000000	0.000000
37)	3850000.000000	0.000000
38)	0.000000	1.483208
39)	882933.125000	0.000000
40)	0.000000	5.430000
41)	0.000000	18.000000

المصدر: مستخرج برنامج LINDO

الملحق 02 - التغير في معاملات دالة الهدف

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	2.750000	INFINITY	0.833019
X2	2.760000	0.530566	INFINITY
X3	4.800000	0.226415	INFINITY
X4	3.370000	INFINITY	1.483208
X5	17.600000	7.648031	0.792792
X6	5.430000	INFINITY	5.430000
X7	18.000000	INFINITY	18.000000

المصدر: مستخرج برنامج LINDO

الملحق 03 - التغير في الطرف الأيمن للقيود

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	114604.000000	INFINITY	96604.000000
3	2128547.000000	INFINITY	2128547.000000
4	952518.000000	INFINITY	952518.000000
5	353997.000000	INFINITY	260497.000000
6	495511.000000	INFINITY	227077.906250
7	960559.000000	INFINITY	160559.000000
8	363000.000000	INFINITY	119775.000000
9	186410.000000	INFINITY	178410.000000
10	262933.000000	INFINITY	194183.000000
11	345621.000000	INFINITY	345621.000000
12	347192.000000	INFINITY	185485.312500
13	132433.000000	INFINITY	11793.402344
14	277375.000000	INFINITY	61391.195312
15	1320000000.000000	INFINITY	1260055128.000000
16	87050000.000000	INFINITY	68473512.000000
17	2700000.000000	1029500.000000	1885500.000000
18	24482880.000000	INFINITY	23482880.000000
19	51479420.000000	INFINITY	45979420.000000
20	13021528.000000	INFINITY	13021528.000000
21	19486850.000000	INFINITY	3486850.000000
22	17387590.000000	INFINITY	1387590.000000
23	139080.000000	INFINITY	127311.742188
24	162260.000000	INFINITY	147760.812500
25	228060.000000	INFINITY	221969.734375
26	211770.000000	INFINITY	205679.734375
27	260640.000000	INFINITY	260640.000000
28	218286.000000	INFINITY	214586.000000
29	192222.000000	INFINITY	171872.000000
30	65160.000000	INFINITY	65160.000000
31	244350.000000	INFINITY	207966.000000
32	322542.000000	INFINITY	232942.000000
33	234576.000000	INFINITY	172115.828125
34	322542.000000	INFINITY	133446.078125
35	10000000.000000	5366889.000000	10000000.000000
36	8000000.000000	INFINITY	8000000.000000
37	3850000.000000	INFINITY	3850000.000000
38	5500000.000000	15084000.000000	5500000.000000
39	2500000.000000	INFINITY	882933.125000
40	160000000.000000	1387590.000000	160000000.000000
41	1945800.000000	190216.171875	1945800.000000

المصدر: مستخرج برنامج LINDO

الهوامش والمراجع:

1 نجية زياني، نعيمة بارودي & سمية مكيوي، «استخدام نموذج البرمجة الخطية في اتخاذ قرارات الإنتاج دراسة حالة تافنة TAFNA لصناعة الملابس بمغنية»، مجلة "Les cahiers du MECAS"، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، جامعة تلمسان، المجلد 13، العدد 14، 2017، ص ص 168-184.

2 رابح بوقرة، «البرمجة الخطية ودورها في إعداد خطة الإنتاج المثلى في المؤسسة الاقتصادية -دراسة حالة مؤسسة البثق، التغطية وتذويب الألمنيوم ALGAL»، مجلة العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير، جامعة سطيف 1، المجلد 05، العدد 05، 2005، ص ص 112-131.

3 لإيضاح خوارزمية الطريقة ارجع إلى:
George DANTZIG & Mukund THAPA, «Linear programming 1: Introduction», Springer, New York, 1997, pp. 64-82,
https://www.academia.edu/19935874/George_B._Dantzig_Mukund_N._Thapa-Linear_Programming_1_Introduction

4 David G. LUENBERGER & Yinyu YE, «Linear and nonlinear programming», Springer (3rd edition), New York, 2008, p. 2,
https://www.academia.edu/43090484/Linear_and_Nonlinear_Programming_International_Series_in_Operations_Research_and_Management_Science_by_David_G._Luenberger_Yinyu_Ye

5 زين الدين فريد عبد الفتاح، «بحوث العمليات وتطبيقاتها في حل المشكلات واتخاذ القرارات»، الجزء الأول: «البرامج الخطية»، جامعة الزقازيق، الزقازيق (مصر)، 1997، ص 28.

6 Frederick HILLIER & Gerald LIBERMAN, «Introduction to operations research», Mc Graw Hill Higher Education (7th edition), New york, 2001, p. 24.

7 الجنابي حسين محمود، «الأحدث في بحوث العمليات»، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، 2010، ص ص 46-47.

8 المنصور كاسر نصر، «إدارة العمليات الإنتاجية: الأسس النظرية والطرائق الكمية»، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، 2009، ص 119.

9 حسين مشتاق طالب، «صياغة وحل نماذج البرمجة العددية باستخدام برنامج اكسل»، مجلة "جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية والإدارية"، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة الأنبار، الكاظمية (العراق)، المجلد 04، العدد 08، 2012، ص ص 347-370.

10 كريم خميس، «استعمال البرمجة الخطية في تعظيم الربح في المؤسسة الصناعية -دراسة حالة وحدة بوفاريك للعصير والمصبرات المجمع الصناعي ENAJUC فرع JUCOB-»، رسالة ماجستير في العلوم الاقتصادية، تخصص اقتصاد كمي، كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير، جامعة الجزائر 3، 2008، ص 60.

11 مرجان سليمان محمد، «بحوث العمليات»، دار الكتب الوطنية، بنغازي، 2002، ص ص 62-63.

12 برونسون ريتشارد Richard BRONSON، «نظريات ومسائل في بحوث العمليات»، سلسلة ملخصات شوم، ترجمة الغباري حسن حسني، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية (الطبعة الثانية)، القاهرة، 2002، ص 85.

13 ارجع إلى:

- محمد مزيد درياتي، «خوارزمية القطع والتفريع الجديدة لحل مسائل البرمجة الخطية الصحيحة»، مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية، جامعة تشرين، اللاذقية، المجلد 36، العدد 03، 2014، ص ص 9-22؛
- Hamdy A. TAHA, «Operations Research An Introduction», Pearson Precintle hall (8th edition), New Jersey, 2007, p. 376;
- Wayn L. WINSTON & Jeffrey B.GOLDBERG, «Operations Research: Applications and Algorithms», Thomson (4th édition), Belmont, 2004, pp. 512-523.

14 ارجع إلى:

- محمد مزيد درياتي، مرجع سبق ذكره؛
- برونسون ريتشاردRichard BRONSON، مرجع سبق ذكره، ص ص 95-96.

15 زين الدين فريد عبد الفتاح، مرجع سبق ذكره، ص 188.

16 Rama P. MURTHY, «Operations Research», New Age International (2nd edition), New Delhi, 2007, p. 118.