نموذجي بلاك شولزوبنوميال لتسعير الخيارات المالية ودورهما في اتخاذ القرار الاستثماري – دراسة حالة بنك مجموعة أستراليا ونيوزيلندا المصرفية للفترة 2018

Black Scholes and Binomial Model for Pricing Financial Options and Their Role in Investment Decision-making - Australia and New Zealand Banking Group (ANZ) 2018

منال مصطفاي
جامعة أبوبكربلقايد تلمسان، الجزائر *
manal.mostefai@univ-tlemcen.dz

مصطفى كمال طاولي
جامعة أبوبكربلقايد تلمسان، الجزائر
mk_taouli@yahoo.fr

تاريخ الاستلام: 2020/03/20 ؛ تاريخ القبول : 2020/05/09

مستخلص: تستخدم المشتقات بشكل واسع في إدارة المخاطر. إلا أنه هناك مشكلة أساسية تنشأ عندما يتعلق الأمر بالمشتقات وهي تحديد قيمتها، على اعتبار أن التطور المستقبلي لسعر الأصل الأساسي غير مؤكد مما يصعب عملية اتخاذ القرار الاستثماري، الأمر الذي يؤدي إلى حاجة المستثمرين لاستخدام بعض نماذج التنبؤ لتحديده. توفر هذه الورقة باستعمال المنهج الوصفي والتحليلي إطار لتسعير إحدى أشهر الأصول المالية تداولا في البورصة و المتمثل في الخيارات من خلال دراسة تطبيقية باستعمال نموذجين في الزمن المنفصل والزمن المستمر وهما بلاك شولز وبنوميال المستندان إلى نفس الأسس والافتراضات النظرية (مثل نظرية الحركة البروانية الهندسية لسلوك أسعار الأسهم والتقييم المحايد للمخاطر)، ومن بين النتائج التي تم التوصل إليها هي أن نموذج بنوميال أكثر نجاعة في اتخاذ قرارات استثمارية فعالة على اعتبار أنه يسمح بالتحقق من قيمة الأصل في كل مرحلة من مراحل حياة الخيار لإمكانية التنفيذ المبكر لأنه يقسم وقت انتهاء الصلاحية إلى عدد كبير جدا من الفواصل الزمنية أو الخطوات.

الكلمات المفتاحية: عقود الخيارات ؛ نموذج بنوميال ؛ نموذج بلاك سكولز؛ قرار استثماري؛ سوق ASX .

تصنيف JEL: G10؛ G11؛ G13

Abstract a fundamental problem arises when it comes to derivatives which is determining their value, which makes it difficult to make an investment

* المؤلف المراسل.

decision, which leads to the need for investors to use some prediction models to determine it.This paper using descriptive and analytical method provides a framework for pricing financial options using two models in discrete time and continuous time, namely Black scholes and Binomial based on the same theoretical foundations and assumptions (such as the geometric Brownian movement theory of stock price behavior and neutral risk assessment), And among the results reached is that the Binomial model is more effective in making effective investment decisions, as it allows verification of the value of the asset at every stage of the life of the option for the possibility of early exercise because it divides the expiry time Validity to a very large number of intervals or steps

Keywords: options contracts; binomial model; Black-Scholes model; Investment Decision; ASX Market.

Jel Classification Codes : G10**;** G11 **;** G13

مقدمة

يعود بناء نظرية تسعير الخيارات إلى القرن 17 عندما قام الرياضيان الفرنسيان blaise pascal & pierre de fermat، في العام 1654 بصياغة نظرية الاحتمالات والتي كونت أسس الرياضيات المالية الحديثة، وعلى الرغم من أن الرياضيات لا تستطيع التنبؤ بالمستقبل بشكل مضمون إلا أنه يمكنها تحديد فرصة الحصول على نتيجة معينة طبقا للمخرجات المتاحة، إذا فان نظرية الاحتمالات تمكنت من إعداد خلفية الرياضيات المالية الحديثة كما ويوجد هنالك العديد من الباحثين الذين ساهموا في بناء نظرية تسعير الخيارات لوصولها إلى ماهي عليه الآن.

إن تسعير الأصول هو موضوع يشمل الإدارة المالية وإدارة الأصول. ففي الإدارة المالية، تريد الشركة معرفة تكلفة رأس المال والعائد المطلوب قبل الاستثمار في مشروع استثمار طويل الأجل. وفي إدارة المحافظ الاستثمارية، يتمثل أحد المدخلات الرئيسية في إنشاء المحفظة هو العائد المتوقع للأصل. تصف نماذج تسعير الأصول العلاقة بين مخاطر العائد المتوقع. هذا ما ينتج الحاجة إلى تقدير العائد المتوقع الذي يطلبه مقدمو رأس المال على الاستثمارات من أجل تقييم الأصل.

وبالحديث عن الخيارات اليوم، تبلغ قيمة تداول المشتقات 600 تريليون دولار، أي أكثر بست مرات من إجمالي الناتج الاقتصادي للعالم بأسره، يمكن أن تلعب دورًا مهمًا في إستراتيجية الاستثمار. وذلك من خلال الحد من مخاطر الجانب السلبي للمستثمر أو استخدامها كجزء من

استراتيجية التحوط. وفقًا لذلك، يعتبر تسعير الخيارات أمرًا مهمًا لتحقيق الكفاءة الكلية لسوق رأس المال. ففي الأسواق المالية، عادة ما يعدل متداولوا الخيارات محافظهم التحوطية عندما يتحرك سعر السهم الأساسي بنسبة مئوية معينة. تشير قاعدة التداول هذه إلى أن إعادة التوازن تحدث في أوقات عشوائية و من بين النماذج التي تعتمد على افتراض التوازن المستمر نموذج بلاك شولز (1973)، و كتقريب منفصل للنموذج الزمني المستمر لبلاك شولز، يتم استخدام شجرة ذات الحدين من كوكس، روس وروبنشتاين (1979) من قبل الممارسين باعتبارها من أشهر النماذج المستخدمة في الأسواق المالية

مشكلة الدراسة: الخيارات هي أحد أهم الأدوات المشتقة التي نالت ومازالت تنال اهتماما كبيرا، وهذا الاهتمام المتزايد نابع من تميزها ومرونتها العالية عن باقي الأدوات الأخرى، إلا أنه لهذا النوع من الأصول مجموعة من العيوب والمتمثلة أساسا في المخاطرة الناتجة عن حالة عدم التأكد المحيطة بأسعارها كونها تتعامل مع المستقبل. وهذا ما يدفع المستثمرين إلى الاعتماد على نماذج تسعير المشتقات كأداة للتنبؤ بالأسعار في السوق الحاضرة في تواريخ لاحقة. وطبقا لـ ASX هناك نوعان من النماذج التي يتم استعمالها في البورصة الأسترالية لتسعير خيارات الأسهم هما بلاك شولز وبينوميال. وعطفا على ما سبق فان مشكلة الدراسة تتمحور في **ما مدى مساهمة نموذجي بلاك شولزوبينوميال في اتخاذ القرار الاستثماري في السوق الأسترالية؟**

فرضيات الدراسة:

- يساهم نموذج بنوميال في تمثيل سعر الأصل الأساسي
- يستجيب نموذج بلاك شولز لاحتياجات اتخاذ القرارات الخاصة بالمستثمرين
- يساهم نموذج بينوميال وبلاك شولز في اتخاذ القرار الاستثماري من خلال التقارب في ثمن التغطية من المخاطرة.

خطة البحث: من أجل الإجابة على الإشكالية المطروحة سنقسم بحثنا إلى جانبين، أولا سيتم تقديم لمحة عن النموذجين المعتمدين في دراستنا وهو نموذج Black-Scholes وشجرة بينوميال و الجانب الثاني سنخصصه للدراسة التطبيقية التي سنحاول من خلالها القيام بتسعير الخيارات المالية

أهداف الدراسة: في هذا العمل، نحن مهتمون بشكل رئيسي بتقييم الخيارات المكتوبة على الأسهم. لذلك، يتألف هذا العمل من دراسة تطور سعر سوق الأوراق المالية. نظرًا لوجود عدة

أنواع من الخيارات، تقتصر هذه الدراسة على حالات الخيارات الأوروبية والتي سيتم تحديدها لاحقًا. علاوة على ذلك، فإن الاهتمام الرئيسي لهذا العمل هو دراسة الروابط بين نموذج ذي الحدين ومعادلات بلاك سكولز من حيث التقريب والتقارب.

الدراسات السابقة:

دراسة لـ F.T. Oduro, V.K. Dedu (2012) بعنوان The Binomial and Black-Scholes Option Pricing Models تناولت هذه الدراسة تقييم نماذج تسعير الخيارات وعلى وجه التحديد استخدام نموذج ثنائي الحدين ونموذج بلاك-سكولز وتناولت مفهوم التقارب بين النموذجين في حالة تعدد الفترات بالاعتماد على نظرية السير العشوائي والحركة البروانية واستعانت الدراسة بالرسوم البيانية لتوضيح كيفية تطبيق هذه النماذج وتوصلت بأنها سهلة الاستخدام وبسيطة بالنسبة للجميع.

دراسة لـ Sharma and Arora (2015) بعنوان Study of Relevance of Black-Scholes Model in Indian Stock Option Market قاما باختبار النموذج على مجموعة مختارة من عشرة أسهم من NSE، وخلصا إلى استنتاج مفاده أن نموذج بلاك سكولز ذو صلة جزئية، ويرجع ذلك أساسًا إلى أنه نظري ولا يراعي تصورات السوق.

دراسة لـ جبوري محمد وبوزيان محمد (2017) بعنوان **تسعير الخيارات المالية باستخدام نموذج ثنائي الحدين - دراسة حالة الخيارات في القطاع البنكي الكويتي** قامت بتطبيق النموذج في تسعير خيارات القطاع البنكي في سوق الكويت المالي خلال فترة 2013-2014 واستنادا إلى النتائج المتوصل إليها نجد أن الخاصية الجذابة لنموذج CRR هي أن شجرة ثنائي الحدين للحركة البروانية الهندسية تتوافق مع الصيغة المعيارية من قبل بلاك شولز للخيارات الأوروبية وميزة هذا النموذج هو أنه يمكن للمستخدم تصور التغير في أسعار الأصول من فترة لأخرى وتقييم الخيار على أساس اتخاذ القرارات في نقاط مختلفة في الوقت المناسب.

دراسة لـ Anubha Srivastava,Manjula Shastri (2018) بعنوان A study of relevance of Black-Scholes model on option prices of Indian stock market في هذا البحث، تمت محاولة معرفة مدى ملاءمة قيم طراز Black-Scholes بقيم السوق لخيارات الأسهم. كما تهدف هذه الورقة إلى معرفة العلاقة الكبيرة بين BSOPM وسعر السوق الفعلي. في الختام، توصلت الدراسة إلى أن قيم الخيار لها صلة غير مهمة بقيم السوق.

دراسة لـ Riaman,K Parmikanti, I Irianingsih (2019) بعنوان Convergence of binomial tree methods to Black Scholes model on determining stock option prices تناقش هذه الورقة نداء تسعير الخيارات الأوروبية على أسهم بنك آسيا الوسطى (BCA) مع طريقة شجرة ذات الحدين وطريقة بلاك سكولز. من نتائج البحث، تبين أن طريقة شجرة ذات الحدين سوف تتقارب مع طريقة بلاك سكولز إذا زاد قسم الوقت.

المحور الأول: مقاربة مفاهيمية حول القرار الاستثماري ونماذج تسعير الخيارات المالية

1- ماهية القرار الاستثماري

تمثل عملية اتخاذ القرارات الاستثمارية الاتجاهات الحديثة في الفكر المالي والاستثماري المعاصر، وهي تنطوي على تحديد نوعية الأصول التي ينبغي أن يمتلكها المشروع سواء كانت أصول ثابتة كالأراضي والمباني.... أم أصول متداولة كالنقدية والأوراق المالية...، كما تهتم قرارات الاستثمار بكيفية توظيف هذه الأصول على نحو أمثل لتحقيق أقصى عائد ممكن وأقل مخاطر، ولا يختلف القرار الاستثماري في طبيعته عن أي قرار آخر باعتباره اختيار بين بدائل متاحة. (شموط و كنجو، 2008، صفحة 40)

1-1 أنواع القرارات الاستثمارية

أولا: قرارات الشراء: يتخذها المستثمر عندما يجد أن القيمة الحالية للتدفقات النقدية المتولدة عن الأداة الاستثمارية أكبر من سعرها السائد في السوق.

ثانيا: قرارات عدم التداول: يلجأ إليها المستثمر عندما يتبين من دراسته لمختلف الأدوات الاستثمارية أن التدفقات الناجمة عنها سوف لن تحقق له أية أرباح بالقياس مع المخاطر التي يمكن أن تترافق معها.

ثالثا: قرارات البيع: يتخذها المستثمر عندما يجد أن الأسعار التي تدفع في السوق مقابل الأدوات الاستثمارية التي يمتلكها أكبر من تلك الأسعار التي دفعها أو من القيمة الحالية لتلك الأدوات (شموط و كنجو، 2008، صفحة 41)

2- نموذج بلاك شولز

1-2 الإطار النظري للنموذج

تعود جذور صيغة بلاك سكولز ميرتون إلى القرن التاسع عشر. في عشرينيات القرن التاسع عشر، لاحظ عالم اسكتلندي، روبرت براون، حركة حبوب اللقاح المعلقة في الماء ولاحظ أن الحركات لم تتبع أي نمط متميز، تتحرك بشكل عشوائي، مستقلة عن أي تيار في الماء. أصبحت هذه الظاهرة تعرف باسم الحركة البراونية. تم اكتشاف نسخ مماثلة من الحركة البراونية من قبل علماء آخرين يدرسون الظواهر الطبيعية الأخرى. في عام 1900، كتب طالب الدكتوراه الفرنسي، لويس باشيلي، أطروحته عن تسعير الخيارات في سوق باريس وطور نموذجًا شبيهًا تمامًا بنموذج بلاك-سكولز-ميرتون.

في أوائل القرن العشرين، استخدم ألبرت أينشتاين، الذي أسس نظرياته النسبية، مبادئ الحركة البراونية لتفسير حركات الجزيئات. أدى هذا العمل إلى العديد من الأبحاث التي حصلت على جائزة نوبل لأينشتاين وشهرة عالمية. بحلول ذلك الوقت، أثبت فرع الرياضيات المتطور إلى حد ما، والذي يُنسب في كثير من الأحيان إلى عالم الرياضيات الأمريكي نوربرت وينر، أنه مفيد لشرح تحركات الجسيمات العشوائية. وقدمت مساهمات أخرى في الرياضيات من قبل عالم الرياضيات الياباني كيوشي إيتو. في عام 1951، طورت Itô نتيجة مهمة للغاية تسمى Itôs Lemma والتي، بعد 20 عامًا، أتاحت العثور على سعر الخيار. ومع ذلك، ضع في اعتبارك أن هؤلاء الأشخاص كانوا يعملون على حل مشاكل معقدة في الفيزياء والرياضيات، وليس في المالية.

في بداية السبعينات، تم نشر أشهر النماذج وأكثرها استخدامًا لتسعير الخيارات بواسطة فيشر بلاك ومايرون سكولز في بحثهما الصادر عام 1973 بعنوان "تسعير الخيارات والتزامات الشركات"، الذي نشر في مجلة الاقتصاد السياسي. في الورقة، استنتجوا معادلة تفاضلية جزئية، تسمى الآن معادلة Black-Scholes، والتي تقدر سعر الخيار مع مرور الوقت. كانت الفكرة الأساسية وراء هذا النموذج هي أنه يمكنك إتباع إستراتيجية تداول في أداة أساسية من شأنها أن تحوط تعرضك لتقلبات الأسعار في الخيار، وبالتالي، تخلص من المخاطر. يُعرف هذا النوع من التحوط بالتحوط الديناميكي. (Don M & Robert, 2016, p. 143)

كان روبرت سي. ميرتون أول من نشر ورقة توسع الفهم الرياضي لنموذج تسعير الخيارات، وصاغ مصطلح "نموذج تسعير خيارات BlackSchole ". تلقى ميرتون وشولز جائزة نوبل التذكارية في العلوم الاقتصادية لعام 1997 عن عملهما. على الرغم من أنه غير مؤهل للحصول على الجائزة بسبب وفاته في عام 1995، فقد ذكر بلاك كمساهم من قبل الأكاديمية السويدية. (Patrick & Jesse, 2019, p. 85)

2-2 افتراضات النموذج

الفكرة القائلة بأن سعر خيار الشراء يجب أن يكون لدرجة أن معدل العائد على محفظة محمية بالكامل يساوي سعر الفائدة الخالي من المخاطر قد استخدم من قبل بلاك وسكولز لاشتقاق إجراء قابل للتطبيق بشكل عام لتقييم الخيارات. بالإضافة إلى أن الفرضية القائلة بأن سعرين مستقبلين فقط ممكنان يتم إسقاطهما للحصول رؤية أكثر واقعية لتحركات الأسعار المستقبلية. وترد أدناه مجموعة كاملة من الافتراضات التي تستند إليها صيغة بلاك سكولز:

• يتم الاعتماد فقط على الخيارات الأوروبية

• يمكن تداول الخيارات والأسهم بكميات في سوق تتميز بالتنافسية التامة. لا توجد تكاليف المعاملات وجميع المعلومات ذات الصلة متاحة بحرية للمشاركين في السوق.

• من الممكن البيع على المكشوف للأسهم والخيارات في سوق تنافسية تماما

• يعرف سعر الفائدة الخالي من المخاطر ويكون ثابتا حتى تاريخ انتهاء الصلاحية

• المشاركون في السوق قادرون على الاقتراض أو الاقراض بهذا المعدل

• لا يتم دفع أي أرباح dividends على الأسهم

• يتبع سعر السهم مسارا عشوائيا في وقت مستمر بحيث يكون معدل العائد ثابتا بمرور الوقت ومعروف للمشاركين في السوق. يتبع لوغاريتم أسعار الأسهم المستقبلية التوزيع الطبيعي (John, Cheng-Few, & Alice C, 2016, p. 385)

3-2 معادلات النموذج

يفترض نموذج Black-Scholes أنه يمكن وصف حركات أسعار الأسهم من خلال عملية إحصائية تعرف باسم الحركة البراونية الهندسية. يتم تلخيص هذه العملية من خلال عامل التقلب σ. بشكل رسمي، فإن عملية سعر السهم التي يفترضها Black and Scholes هي:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu[\Delta T] + \sigma\varepsilon[\Delta T]^{1/2}$$

بحيث يكون عائد الأصل (S /SΔ) من الحاضر خلال أي فترة مستقبلية T مكونًا متوقعًا ((ΔT)μ) ومكون "ضجيج" $(\sigma\varepsilon[\Delta T]^{1/2})$ ، حيث μ هو متوسط العائد و ε هو المعيار الموزع طبيعيا عادة مصطلح خطأ عشوائي

بافتراض أن معدل المركب المستمر بدون مخاطر وتباين الأسهم (أي (σ2)) يظل ثابتًا حتى تاريخ انتهاء الصلاحية T، استخدم كل من Black و Scholes الحدس التحوطي بدون مخاطرة لاشتقاق الصيغة التالية لتقييم خيار الشراء على أسهم غير الموزع الدفع: (Frank K & Keith C, 2012, p. 839)

$$V = C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

الفصل الأول من المعادلة هي قيمة حق المستثمر في ذلك الجزء من توزيع الاحتمالات لسعر السهم الذي يقع فوق سعر التنفيذ. الجزء الثاني من المعادلة يمثل القيمة الحالية لسعر التنفيذ ضرب احتمال أن يتم دفع سعر التنفيذ (ممارسة الخيار عند الاستحقاق). بشكل عام، يتضمن نموذج بلاك-سكولز القيمة الحالية للتدفقات النقدية المستقبلية الذي يشكل مصدر قلق مشترك في المالية. إذ يساوي نموذج Black-Scholes قيمة الخيار إلى القيمة المتوقعة الحالية لسعر السهم مطروحا منها القيمة الحالية لتكلفة ممارسة الخيار. (John, Cheng-Few, & Alice C, 2016, p. 385)

يشير C إلى سعر خيار الشراء. يتم إعطاء المعلمات d1 و d2 بواسطة الصيغ:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

سيغما هو تقلب الأسهم، و r هو معدل الفائدة الخالي من المخاطر. الدالة (N x) هي دالة التوزيع الطبيعي التراكمي. يتم تعريف هذه الوظيفة من خلال جزء لا يتجزأ من التوزيع الطبيعي:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} d\chi$$

بدمج التوزيع الطبيعي من ناقص اللانهاية إلى x، تحسب المعادلة احتمال أن يكون المتغير أقل من x. (Steve, 2016, p. 200)

3- نموذج بينوميال

3-1 الأساس النظري للنموذج

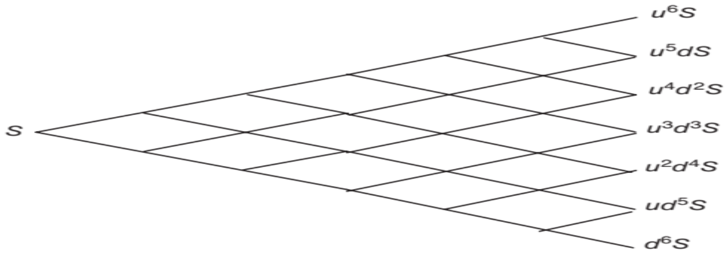
في العام 1978 قام William Sharp بابتكار نموذج يعرف بنموذج ثنائي الحدين والذي قام بنشره في الطبعة الأولى من كتابه المعروف بـ investment، لقد قام الباحث بتسمية النموذج بهذا الاسم نتيجة لافتراضه بأنه من الممكن لسعر السهم أن يأخذ قيمة واحدة من بين قيمتين محتملتين في نهاية الفترة، ولكن بعد اكتشاف القصور في نموذج بلاك شولز وتحديد نقاط الضعف الموجودة فيه، فقد عمد كل من Cox, Ross, Rubinstein إلى تطوير هذا النموذج، هذا الأخير بحلته الجديدة أصبح يعتمد على بعض المبادئ التي يرتكز عليها نموذج بلاك شولز، كما وأن الهدف الأساس وراء تطوير النموذج هو تطويره بحيث يتشابه مع النموذج السابق من حيث السرعة والدقة ولكن تم إجراء تعديل بسيط لمعالجة إمكانية التنفيذ المبكر ومقارنته بالنموذج السابق. إذ أصبح مستخدما من قبل العديد من المستثمرين وقد يختلف هذا النموذج المطور عن نموذج بلاك شولز بكونه يعد نموذجا بالزمن المنقطع وليس المستمر، أي أن عدد المدد الزمنية حتى تاريخ الاستحقاق معلومة، كما وأن التداول يتم في أوقات زمنية معينة، ونتيجة لوجود عدد كبير من المدد الزمنية فان النموذج يقترب كثيرا ليكون بديلا عن النموذج بالزمن المستمر ولذلك من الممكن اعتبار نموذج بلاك شولز حالة خاصة من نموذج ثنائي الحدين (الظهراوي، 2020، صفحة 330)

3-2 معادلات النموذج

في النماذج ذات الحدين البسيطة (بنوميال لفترة واحدة أو فترتين)، يتحرك سعر الأصل الأساسي للأعلى أو للأسفل. تعتمد قيمة الخيار المرتبط على المدى الذي يمكن أن يتحرك به سعر الأصل وليس على احتمال ارتفاع سعر الأصل لأعلى أو لأسفل. هذا هو المفتاح. إذ إذا فكرنا في تحركات السعر من حيث state prices، فسوف يتحرك سعر الأصل بمقدار معين من عقدة إلى أخرى. إذا كان سعر الأصل يبدأ عند قيمة S في عقدة معينة، فيمكن أن يكون إما US أو dS بعد الخطوة التالية. بالامتداد، بعد الخطوة التالية، يمكن لسعر الأصل أن يأخذ القيم u2S، إذا كان هناك حركتان صعوديتان متتاليتان، أو d2S، أو إذا كان هناك حركتان نزوليتان متتاليتان، أو udS إذا كان هناك تحرك صعودي متبوعًا بحركة هبوطية أو والعكس صحيح. بالطبع، إذا

افترضنا أن u = 1 / d، فإن شجرة ذات الحدين تكون قادرة على إعادة الجمع، أي udS تساوي S. بمعنى آخر، إذا ارتفع سعر الأصل ثم انخفض، فسيعود إلى قيمته الأصلية. هذا ليس افتراضا غير واقعي إذا افترضنا خطوات زمنية قصيرة جدًا. كما يمكن تمديد الخطوات الزمنية إلى أبعد من ذلك، كما يظهر في الشكل رقم 1 كشجرة ذات الحدين شجرة بنوميال

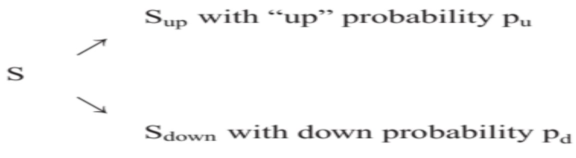
الشكل رقم (1): شجرة بينوميال



المصدر: (Leonardo & Irene, 2014, p. 90)

في الشجرة، يجب أن يكون واضحًا أنه لا يمكن الوصول إلى العقد الموجودة في أقصى اليمين (على سبيل المثال، عند انتهاء الصلاحية) وأسفل اليمين جدًا إلا من خلال مسار واحد، في حين يمكن الوصول إلى العقد الأخرى بطرق مختلفة. من المرجح أن يتم الوصول إلى هذه العقد الأخرى نظرًا لوجود مسارات أكثر للوصول إليها. لذلك تتضمن شجرة ذات الحدين دالة كثافة الاحتمال للنتائج المحتملة لسعر الأصل. إذا فكرنا في u و d كـ (state prices)، أي معدلات العائد، فسيكون توزيع أسعار الأصول (بافتراض عدد كبير من الخطوات الزمنية) توزيعا طبيعيا تقريبًا. (Leonardo & Irene, 2014, p. 90)

جوهر هذه المنهجية هو استخدام التوزيع ذي الحدين، كخطوة أولى تغطي فترة فرعية أولى Δt:



مع

$$p_u + p_d = 1$$

إذا كررنا هذه الخطوة الأولى إلى n فترة، لـ $n \to \infty$، المتطابقة مع لامحدودية الفترات الفرعية dt، سينتج عنه تكرار لتوزيع غاوس (Gaussian distribution)، كما هو مستخدم في عملية وينر (Wiener process) لبلاك سكولز على سبيل المثال. بالتالي نموذج CRR مبني على مجموعة من الفترات الفرعية المحددة Δt. ومن هنا خوارزمية CRR التالية لتسعير خيارات (أوروبية) عند سعر تنفيذ K و مدة صلاحية T، على الأسهم بقيمة S

$$f_{i,j} = e^{-r\Delta t}\left(pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}\right)$$

(JUSTIN, 2005, p. 124)

تقدم الورقة الموثقة CRR الحساب التفصيلي الذي يؤدي إلى المعلمات التالية للخوارزمية:

- تحرك للأعلى u على Δt (حيث σ هو التقلب):

$$u = e^{\sigma\sqrt{T/n}}$$

- التحرك لأسفل d على Δt:

$$d = {}^{1}/_{u}$$

- p_u احتمال التحرك التصاعدي:

$$p_u = \frac{e^{r\frac{T}{n}} - d}{u - d}$$

- p_d احتمالية الحركة الهبوطية:

$$p_d = 1 - p_u$$

- عامل القيمة الحالية على فترة Δt واحدة، r (معدل خالي من المخاطر على T):

$$PV\ of\ 1 = e^{-r\frac{T}{n}}$$

(Alain, 2013, p. 187)

المحور الثاني: الدراسة التطبيقية

1- الأصل الضمني

من أجل تحديد علاوة خيار أوروبي مبني على أصل ضمني باستعمال نموذجي بلاك شولز وبنوميال تم الاعتماد على أسعار الإغلاق اليومية (من 1 يناير 2018 إلى 31 ديسمبر 2018 لتقدير المعلمات) لسهم بنك مجموعة أستراليا ونيوزيلندا المصرفية ((ANZ) Australia & New Zealand Banking Group)، هذا الأخير لديه تاريخ لأكثر من 180 سنة، وذلك عندما شرع جورج كينير، رجل الأعمال الاسكتلندي الشاب، في رحلة مدتها ستة أشهر من لندن إلى أستراليا لإنشاء أول فرع لبنك أستراليا في عام 1835. لم يكن ليتخيل أبدًا أنه كان من المقرر أن يصبح واحدًا من أكثر البنوك نجاحًا وثباتًا في العالم .فهو يعمل في 33 سوقًا عالميًا مع تمثيل في أستراليا ونيوزيلندا وآسيا والمحيط الهادئ وأوروبا وأمريكا والشرق الأوسط. كما أن ANZ هو أحد البنوك الأربعة الكبرى في أستراليا من حيث القيمة السوقية والأرباح والعملاء، أكبر مجموعة مصرفية في نيوزيلندا والمحيط الهادئ، ومن بين أكبر 50 مصرفاً في العالم. تم إدراج أسهم ANZ لأول مرة في عام 1969 ويجلس البنك الآن كواحدة من أكبر الشركات المدرجة في بورصة ASX. وهذا ما دعم اختيارنا لسهم بنك مجموعة أستراليا ونيوزيلندا المصرفية. (anz, 2019)

بورصة الأوراق المالية الأسترالية (ASX) هي سوق الأوراق المالية الرئيسية في أستراليا. تعود أصولها كبورصة وطنية في بداية عام 1987. بعد أن صاغ البرلمان الأسترالي تشريعًا أتاح دمج ست بورصات مستقلة قائمة على الدولة. جلبت كل من هذه البورصات معها تاريخًا طويلا لتداول الأسهم يعود إلى القرن التاسع عشر. ASX اليوم هي ضمن أكبر 10 أسواق للأوراق المالية العالمية من حيث القيمة وأكبر سوق لمشتقات أسعار الفائدة في آسيا. كما أنها رائدة عالميًا في زيادة رأس المال باحتلال المراتب الأولى بين أكبر خمس بورصات على مستوى العالم. يبلغ إجمالي القيمة السوقية حوالي 2 تريليون دولار، ASX هي موطن لبعض شركات الموارد، المالية والتكنولوجيا الرائدة في العالم. (ASX, 2020)

2- تسعير الخيار الأوروبي

2-1 نموذج بلاك شولز

اعتمدنا في دراستنا هذه على الفرضيات التالية:

1 . يكون سعر التنفيذ % 95 من سعر الأصل الضمني

2 . معدل تقلب الأسهم ثابت خلال فترة سنة واحدة

3 . عدم وجود توزيعات الأرباح

4 . خيارات شراء اوروبية

5 . معدل العائد الخالي من المخاطرة المعلن في أستراليا هو 2.31%

6. تفترض هذه النظرية بأن سعر الأصل يتبع قانون السير العشوائي.

على اعتبار أن معادلة بلاك شولز لخيار الشراء الأوروبي تتمثل في

$$V = C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

التقلب أو الانحراف المعياري

يتم ملاحظة سعر الأصل الأساسي S_t فقط على فترات زمنية محددة. عندما نتحدث عن التقلب التاريخي لسعر الأصول الأساسي، فهذا يعني أننا نعني في الواقع التقلبات التاريخية في العائد. فهو مقياس لاختلاف سعر الأصل الأساسي خلال فترة زمنية. التذبذب التاريخي رياضيا هو نفس التقريب مثل الانحراف المعياري للعائد.

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^{n} \frac{(v_t - \overline{v_t})^2}{t-1}}$$

أين

$$v_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

St هو سعر السهم $\mathrm{S_t}$ هو متوسط سعر السهم و t هو عدد من الملاحظات. بعد الحساب لدينا

σ = 0.17651

الجدول رقم (1): معلمات الإدخال

الأصل الضمني	P	E	R	t	S/E	ln S/E
(ANZ)	27.566	26.188	2.31	1	1.0526	0.05126

المصدر: من إعداد الباحثين

الجدول رقم (2): علاوة الخيار

الأصل الضمني	d1	d2	d) N1(	d) N2(	C
Australia & New Zealand Banking Group (ANZ)	0.50931	0.3328	0.69475	0.6304	3.020

المصدر: من إعداد الباحثين

2-2 تسعير خيار الشراء الأوروبي باستعمال نموذج بينوميال لـ N فترة:

نظرا لأنه من غير المحتمل أن تكون شجرة واحدة ذات فترة أو فترتين نموذجا دقيقا لحركات أسعار الأسهم، فمن غير المحتمل أن تكون أسعار الخيارات بناء على نموذج ذات الحدين مع فترة أو فترتين دقيقتين. من الضروري عندئذ استخدام فترات أكثر في شجرة بينوميال، أي تقسيم الوقت إلى انتهاء الصلاحية على فترات أكثر لإنشاء نموذج أكثر واقعية لحركات أسعار الأسهم.

1- تحديد معلمات الإدخال:

S = 27.566 السعر السوقي

X = 26.188 سعر التنفيذ

T = 1 = 12 شهر الفترة حتى تاريخ الاستحقاق

σ = 0.17651 معدل التقلب

r = 2.31% معدل الفائدة الخالي من المخاطر

$\Delta t = \quad t \;= 1/12\ 0.083$

2- معلمات الخيار، والتي هي العوامل الأعلى (u) و (d) الأسفل والاحتمال المحايد للمخاطر :(p)

$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$

$= e^{0.17651\sqrt{0.083}}$

$= 1.0522$

$d = 1/u$

$= 1.0522/1$

$= 0.950$

$$p = \frac{e^{r\sqrt{\Delta t}} - d}{u-d}$$

$= \exp(0.0231 * 0.083) - 0.950]/(1.0522-0.950)$

$= 0.5073$

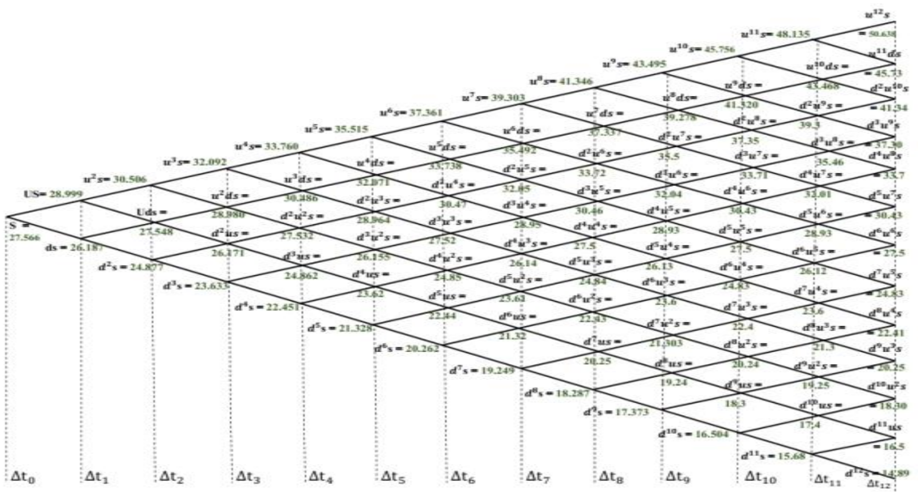
$e^{r} = 0.9771647$

وفقا للنهج العام، يحدث استخدام النموذج ذو الحدين في سياق عدم وجود مراجحة وفي سوق كامل، بناءا على ذلك يمكننا استخدام المعلومات أعلاه للتحقق من افتراضنا، أي عدم وجود فرصة تحكيم في السوق أم لا. من أجل تجنب التحكيم يجب أن يكون لدينا $d < e^{r} < u$

المعلومات الواردة أعلاه ترضي عدم المساواة لدينا $d < e^{r} < u$. وبالتالي لا توجد فرصة التحكيم في السوق

3- بناء شجرة ذات الحدين وحساب قيم الأصول في كل عقدة من الشجرة. كما هو مبين في الشكل 2، وذلك باستخدام سنة واحدة

الشكل رقم (2): اشتقاق سعر سهم (ANZ)



المصدر: من إعداد الباحثين

على اعتبار أن سعر الخيار الأوروبي يعطى بالصيغة التالية:

$$f_{i,j} = e^{-r\Delta t}\left(pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}\right)$$

فإن

$$C_{1.1} = e^{-r\Delta t}[PC_{2.2} + (1-P)C_{2.1}]$$

$$\mathrm{C}_{1.1} = 0.9981\,[0.5073\,(5.12) + (0.4927)2.81\,]$$

$$C_{1.1} = 3.973$$

$$C_{1.0} = \mathrm{e}^{-r\Delta t}\,[PC_{2.1} + (1-P)C_{2.0}\,]$$

$$\mathrm{C}_{1.1} = 0.9981\,[0.5073\,(2.81) + (0.4927)1.26\,]$$

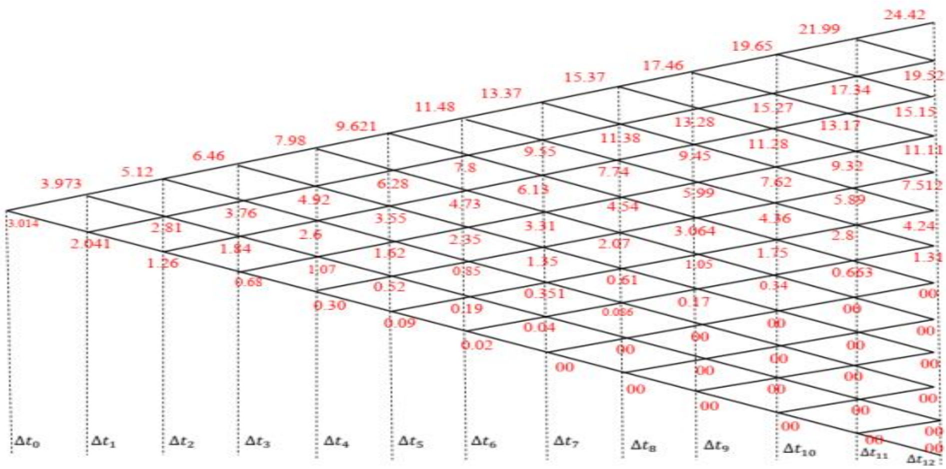
$$\mathrm{C}_{1.1} = 2.041$$

$$C_{0.0} = \mathrm{e}^{-r\Delta t}\,[PC_{1.1} + (1-P)C_{1.0}\,]$$

$$\mathrm{C}_{0.0} = 0.9981\,[0.5073\,(3.973) + (0.4927)2.041\,]$$

$$\mathrm{C}_{0.0} = 3.014$$

الشكل رقم (3): القيمة النظرية العادلة للخيار الأوروبي على سهم (ANZ)



المصدر: من إعداد الباحثين

3- تحليل النتائج

في الممارسة العملية، غالبًا ما يتم تحديد العرض والطلب على أي مستوى يتم تسعير أحد الخيارات في السوق. يمكن للمتداولين حساب القيمة العادلة على خيار ما للحصول على إشارة إلى ما إذا كان سعر السوق الحالي أعلى أو أقل من القيمة العادلة، كجزء من عملية إصدار حكم بشأن القيمة السوقية للخيار. ووفقا لـ ASX هناك نوعان من النماذج الرئيسية المستخدمة في السوق الأسترالية لتسعير خيارات الأسهم: نموذج ذو الحدين ونموذج Black Scholes. بالنسبة لمعظم المتداولين، من أجل الحصول على نتائج دقيقة كافية يمكن من خلالها العمل. ومن خلال دراستنا التطبيقية أظهر نموذج Black Scholes، أنه يمكن للمستثمرين استخدام حقوقهم وسيستفيدون بقدر الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ، إذا قاموا ببيع خيار الشراء البالغ 3.020 دولار أسترالي، ومن خلال طريقة شجرة ذات الحدين، يمكن للمستثمرين ممارسة حقوقهم وسيحصلون على ربح مساوٍ للفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ عند بيع خيار الشراء البالغ 3.014 دولار أسترالي. فان عقد شراء سهم بالمواصفات التي يتضمنها الأصل الضمني يتوجب أن تكون متساوية لقيمة المكافأة، فإذا ما كان سعر العقد في السوق أكبر من ذلك فانه يعد سعرا مغالا فيه (Overvalued) أما إذا كان أقل من ذلك فيكون سعرا أقل مما ينبغي (Undervalued)، بالإضافة إلى ذلك يمكن ملاحظة التقارب بين النموذجين في قيمة العلاوة وذلك بسبب أنه عندما يكون عدد الفترات (n) كبيرا جدا، فان التوزيع ثنائي الحد يصبح توزيعا طبيعيا، لذلك فان قيم كبيرة جدا لـ (n) تكون مساوية تماما للأسعار المحسوبة باستخدام نموذج بلاك شولز. أما بالنسبة لتطور سعر الأصل الضمني فقد توقع نموذج بينوميال بأنه أعلى وأدنى سعر يمكن أن يعرفه السهم خلال 12 فترة جزئية هو 50.638 و 14.89 دولار أسترالي على التوالي، في حين أن الأسعار الفعلية لـ (ANZ) لسنة 2019 كانت 28.6 و 24.59 كما هو موضح في الشكل رقم 4 ضمن الملاحق، بالتالي يمكن اعتبار أن نموذج ثنائي الحدين هو أكثر مرونة لعدة اعتبارات أولا بسبب أن الأسعار الفعلية كانت ضمن سلسلة الاحتمالات التي وفرها النموذج بالإضافة إلى أنه نجح هذا النموذج في نمذجة الظواهر المعقدة والحساسة للغاية في مجال حيث توجد العديد من المتغيرات التي تحتوي على جوانب ضمنية ويصعب السيطرة عليها. يعطي النموذج ذو الحدين إمكانية دفع حدود تطبيقه من خلال جانبه البسيط والموسع. لقد أظهرت أن بساطته تمنحها أهمية أكبر، حيث إنها تظهر مرونة أكبر وتوسعية غير متنافية على عكس الموديلات الأخرى التي تقدم مساحة صغيرة للتعديل. مع جانبه القابل للامتداد، من المحتمل جدًا أن يكون هذا النموذج هو المحفز لتحقيق انتعاش جديد في المالية إذا تمكنا من إعطاء جانب عشوائي (stochastic) لمؤشراته. مما يدعم الحصول على رؤية شاملة لأداء الأصل من أجل اتخاذ قرار استثماري سليم.

الخلاصة

قرار الاستثمار له أهمية كبيرة من حيث أنه عملية تنطوي على تحمل مخاطر العائد المتوقع. باعتبار أن السوق المالية تشتهر بتقلبها وعدم القدرة على التنبؤ بسبب تأثير عوامل مختلفة على آفاق السوق. وبالتالي يجب على المستثمرين توخي الحذر في تحليل اتجاه السوق قبل توظيف أموالهم. ومن خلال ما تم عرضه في هذه الدراسة يمكن القول أن الشيء الجديد بالملاحظة هو أهمية تطبيق تحليل شجرة القرار على تسعير الخيارات والمتمثل في استخدام نموذج بينوميال لاحتمالات منفصلة لتحديد قيمة الخيار عند انتهاء الصلاحية مع افتراض أن قيمة الأصل الأساسي سترتفع أو تنخفض بناءً على الاحتمالات المحسوبة في تاريخ استحقاق الخيار الأوروبي. وبالتالي شجرة القرار توضح المسارات المتعددة التي يمكن أن يأخذها الأصل بمرور الوقت. مع زيادة عدد العقد في شجرة القرار ذات الحدين، يتلاقى النموذج في النهاية مع صيغة بلاك سكولز من حيث ثمن التغطية من المخاطر. على الرغم من أن صيغة Black-Scholes توفر بديلاً أسهل لتسعير الخيارات على أشجار القرار، إلا أنه يمكن لبرامج الكمبيوتر إنشاء نماذج بنوميال تسعير الخيارات مع العقد "اللانهائية". غالبًا ما يوفر هذا النوع من الحسابات معلومات تسعير أكثر دقة، خاصة لخيارات برمودا والأسهم التي تدفع عليها الأرباح.

النتائج:

- يعتبر تقلب أسعار الأسهم أحد المحددات المهمة في تقدير نموذج بلاك وسكولز، كون أن أي تغير في سعر الأصل الضمني يؤدي إلى تقلب في قيمة الخيار.

- إذا كان المستثمر يرغب في تغطية مركزه الاستثماري، يتوجب عليه أن يشتري سهم بمقدار معدل ((N(1d) في مقابل كل سهم في عقد خيار الشراء وبخلاف ذلك فإن الخسائر التي تلحق التغطية به في أحد الأصول المالية (السهم أو عقد الخيار) تقابلها أرباح بنفس النسبة يحققها الأصل المالي الآخر.

- يعتبر النموذج ذو الحدين أكثر قدرة على التعامل مع التنفيذ المبكر لأنه يعتبر التدفق النقدي في كل فترة زمنية بدلاً من مجرد التدفقات النقدية عند انتهاء الصلاحية.

- يعتبر النموذج ذو الحدين أكثر ملائمة للخيارات المعتمدة على المسار path dependent options.

- هناك قيود رئيسية على نموذج تسعير الخيارات ذات الحدين هي سرعته البطيئة.

التوصيات:

- ضرورة الاهتمام بهذا النوع من الطرق الرياضية في تقييم الأصول المالية وتقديمها للمستثمرين في الأسواق المالية العربية

- التوسع في دراسة مالية الزمن المستمر continuous time finance لما لها من أهمية في تسعير الأصول بالإضافة إلى تناسبها مع حركة أسعار الأسهم مما يجعلها أكثر واقعية.

قائمة المصادروالمراجع

أولا: باللغة العربية

- الظهراوي محمد سامي على، (2020)، **اليات التداول وإدارة مخاطر الاستثمار في الأسواق المالية**، دار الأيام للنشر والتوزيع، عمان.

- شموط مروان، كنجو عبود كنجو، (2008)، **أسس الاستثمار**، الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات، القاهرة.

ثانيا: باللغة اللاتينية

-Alain, R. (2013). **Mathematics of Financial Markets Financial Instruments and Derivatives Modeling, Valuation and Risk Issues**. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

-Don M, C., & Robert, B. (2016). **An Introduction to Derivatives and Risk Management** . Ottawa: Cengage Learning.

-Frank K, R., & Keith C, B. (2012**). Investment Analysis & Portfolio Management** . usa: Cengage Learning.

-John, l., Cheng-Few, l., & Alice C, l. (2016). **Financial Analysis, Planning and Forecasting: Theory and Application**. london: John Wiley & Sons.

-JUSTIN, L. (2005). **Modeling Derivatives in C++** . London: John Wiley & Sons, Inc.

-Leonardo, M., & Irene, P. (2014). **Pricing and Hedging Financial Derivatives - A Guide for Practitioners** . Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.

-Patrick, B. & Jesse, M. (2019). **Trading and Pricing Financial Derivatives-A Guide to Futures, Options, and Swaps** . Berlin: De|G PRESS

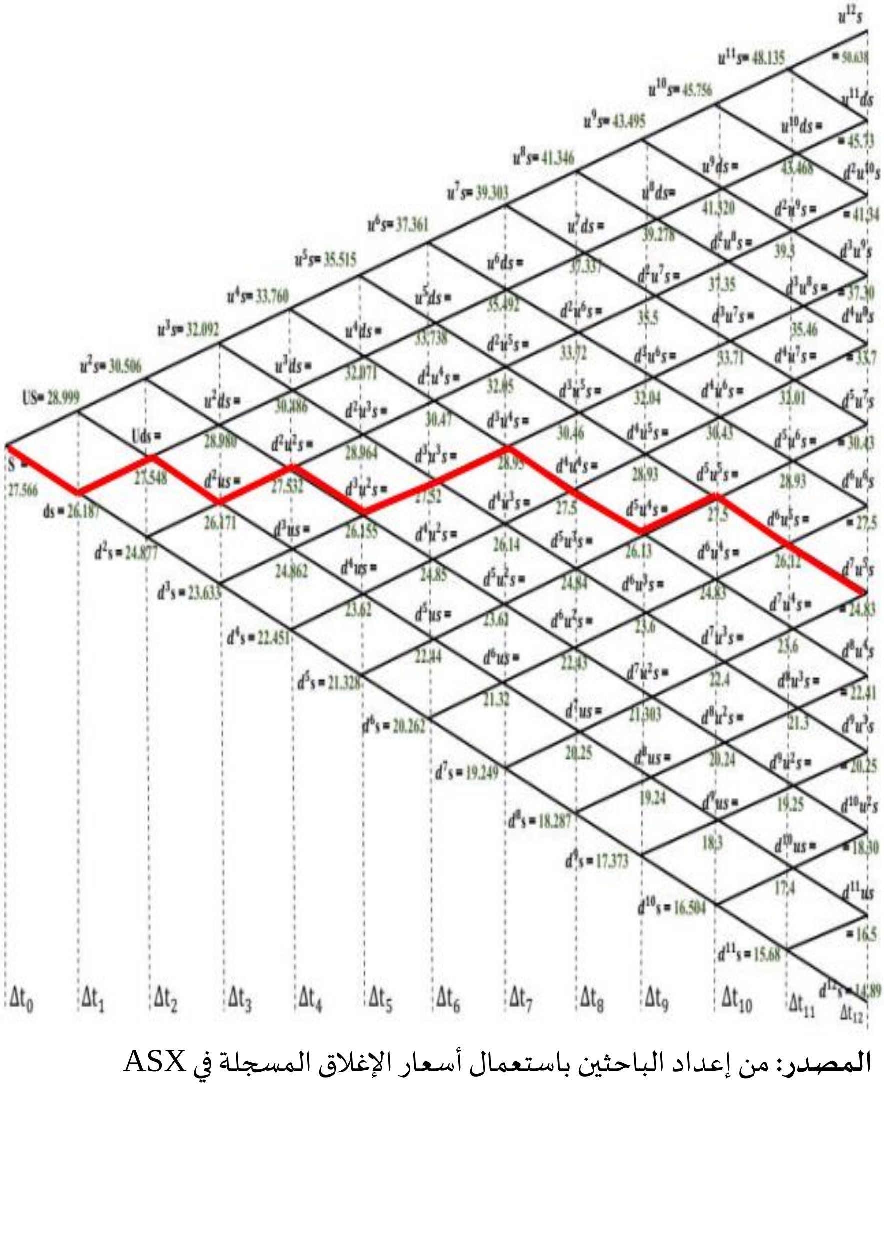
-Steve, B. (2016). **Quantitative Finance For Dummies** . Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.

- Corporate overview, (2020), https://www.asx.com.au/about/corporate-overview.htm

- History, (2019), https://www.anz.com/shareholder/centre/about/history

الملاحق

الشكل رقم (4): مسار الأسعار الفعلية لسهم (ANZ) لسنة 2019



المصدر: من إعداد الباحثين باستعمال أسعار الإغلاق المسجلة في ASX