

RÉPONSE EN FRÉQUENCE D'UNE MICROÉLECTRODE CIRCULAIRE VIBRANT PARALLÈLEMENT DANS SON PLAN DANS UN ÉCOULEMENT CÔNE-PLAN

N. Tabti^{1,2,4},
C. Deslouis²,
O. Gil³,
A. Ambari⁴,
B. Tribollet²

¹Université M'hamed Bougara Boumerdès, Faculté des sciences, Département de Physique, Boumerdès 35000, Algérie.

²UPR 15 CNRS « LISE ». Université Pierre et Marie Curie. 4, Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France.

³Equipe de Recherche en Physico-chimie et Biotechnologies ERPCB, EA 3914 – IUT de Caen – Université de Caen Basse Normandie, France.

⁴ENSAM, Laboratoire FISE, 2, Boulevard du Ronceray, B.P. 3525 49035 Angers Cedex, France.

RÉSUMÉ

L'emploi du système cône-plan vibrant, nous a permis d'analyser la réponse en fréquence d'une microélectrode circulaire vibrant dans la direction longitudinale de l'écoulement. Comparée à une étude précédente où la modulation de l'écoulement était effectuée en modulant la vitesse angulaire du cône, la méthode utilisée ici présente l'avantage d'éliminer l'amortissement hydrodynamique, permettant ainsi de faire les mesures à des fréquences réduites plus élevées.

Mots clés : Electrode vibrante, courbe de Levitch, impédance électrochimique, fonction de transfert massique.

SUMMARY

The use of a vibrating cone-plan the system, allowed us to analyze the frequency response of a circular probe in the longitudinal direction to the flow.

Compared to a previous study where the modulation of the flow was done while modulating the angular speed of the cone, the method used here present the advantage to eliminate the streamlined amortization, permitting to make measures to frequencies reduced more elevated thus.

1. INTRODUCTION

L'étude des écoulements non-stationnaires par la méthode électrochimique [1], est fondée sur la relation entre les fluctuations du courant qui traverse une microélectrode et les fluctuations du gradient de vitesse au voisinage de sa surface. Nous présentons ici une étude de la fonction de transfert, flux/gradient de vitesse conduite avec un système cône-plan. Le plan est modulé de façon sinusoïdale avec une faible amplitude, le cône tourne à une vitesse de rotation Ω constante, l'écoulement reste de nature tangentielle. La fonction de transfert hydrodynamique entre le déplacement ; et le gradient pariétal, a été calculée par la résolution des équations de Navier-Stokes.

Ainsi, de la mesure de la réponse en fréquence du courant limite à une perturbation du déplacement du capteur, on a pu déduire la fonction de transfert entre le courant et le gradient de vitesse pariétal.

2. FONCTION DE TRANSFERT MASSIQUE D'UNE MICROÉLECTRODE CIRCULAIRE

On considère une microélectrode circulaire de rayon R. L'expression du flux local [2] vaut :

$$\bar{J}_c = \int_{-R}^R dz \int_{R-\sqrt{R^2-z^2}}^{R+\sqrt{R^2-z^2}} D \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} dx = 0,84130 \frac{3^{1/3} c_\infty D^{3/3} \alpha^{-1/3} d^{5/3}}{\Gamma(4/3)} \quad (1)$$

Le flux massique stationnaire, et par conséquent le courant, est proportionnel au gradient de vitesse à la puissance 1/3, conformément à la relation de Lévêque [3]. La fonction de transfert $H_x(\sigma)$, flux/gradient de vitesse a été calculée [4,5] :

i) En basses fréquences, Pour $\sigma \leq 6$:

$$\frac{H_x(\sigma)}{H_x(0)} = (1 + 0,049\sigma^2 + 0,0006\sigma^4)^{-1/2} \quad (2)$$

$$\arg H_x = -\text{artg}(0,42\sigma(1 + 0,0124\sigma^2 + 0,00015\sigma^4)) \quad (3)$$

ii) En hautes fréquences, Pour $\sigma \geq 6$:

$$\frac{H_x(\sigma)}{H_x(0)} = \frac{4,416}{i\sigma} - \frac{5,3}{(i\sigma)^{3/2}} \quad (4)$$

$$\arg H_x = -\text{artg}(1,16 \sqrt{\sigma} - 1) \quad (5)$$

Où σ est la fréquence adimensionnelle définie ainsi :

$$\sigma = \omega \left(\frac{d^{3/3}}{D \bar{\alpha}^2} \right)^{1/3}$$

L'amplitude de la fonction de transfert à des fréquences élevées est proportionnelle à l'inverse de la fréquence. La Fig. 1 montre la variation de $H_x(\sigma)$ en fonction de la fréquence réduite.

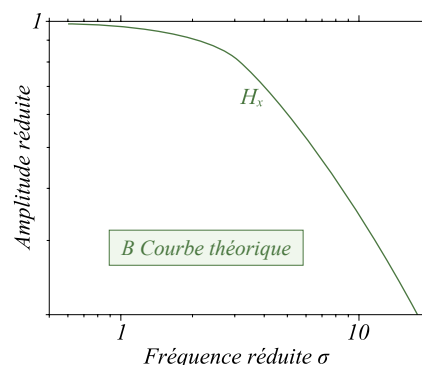


Figure 1. Fonction de transfert massique pour une microélectrode circulaire



3. VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE LA FONCTION DE TRANSFERT MASSIQUE

La vérification expérimentale de la fonction de transfert nécessite l'utilisation d'un écoulement modulé parfaitement bien défini. Deux écoulements répondant à cette exigence sont faciles à mettre en œuvre : le disque tournant [5] et le système cône-plan [6]. Pour le système utilisé ici : « cône-plan vibrant », la vitesse de rotation Ω du cône est maintenue constante, le plan oscille avec une amplitude faible ; on mesure la fonction de transfert entre les grandeurs observables c'est-à-dire entre le courant \tilde{I} et le déplacement du plan $\Delta\tilde{L}$;

En effet on peut écrire :

$$\frac{\tilde{I}}{\Delta\tilde{L}} = \frac{\tilde{I}}{\tilde{\alpha}} \frac{\tilde{\alpha}}{\Delta\tilde{L}} \quad (6)$$

$\frac{\tilde{\alpha}}{\Delta\tilde{L}}$ est la fonction de transfert hydrodynamique notée Z_{hd} .

La fonction Z_{hd} a été calculée à partir de l'intégration des équations de Navier-Stokes.

4. LA FONCTION DE TRANSFERT HYDRODYNAMIQUE POUR LE SYSTÈME CÔNE-PLAN VIBRANT

Les équations du mouvement de l'écoulement crée par un cône qui tourne à une vitesse constante Ω , sur un plan où est placée la microélectrode, peuvent être définies comme suit : L'équation de Navier-Stokes se réduit à :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (7)$$

ρ désigne la densité et v_x la vitesse d'écoulement dans la direction x .

i) Solution stationnaire :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

En régime inertiel, la solution a été donnée dans [6], avec les conditions aux limites :

$$V_x(y) = R\Omega \text{ quand } y = h \quad (9)$$

$$V_x(y) = 0 \text{ quand } y = 0 \quad (10)$$

$$V_x = \frac{R\Omega}{h} \cos\lambda y = \Omega \cot\lambda^* \cos\lambda y \quad (11)$$

Le gradient de vitesse sera donné par :

$$\alpha_x = \frac{\partial v_x}{\partial y} = \Omega \cot\lambda^* \cos\lambda \quad (12)$$

A la paroi $\lambda = 0$; $\cos\lambda = 1$; donc, on a :

$$\alpha_x = \Omega \cot\lambda^* \quad (13)$$

On peut voir à travers les expressions (12) et (13) que pour l'écoulement cône-plan, le gradient de vitesse est indépendant de la distance R de l'électrode au centre de l'axe de rotation. En particulier à la paroi, le gradient ne dépend que de la vitesse de rotation Ω et de l'angle λ^* , que fait le cône avec le plan.

ii) Solution non-stationnaire :

$$V_x = \bar{V}_x + \operatorname{Re}\{\tilde{V}_x(y)\exp(i\omega t)\} \quad (14)$$

Avec les conditions aux limites :

$$\hat{V}_x(y) = 0 \text{ quand } y = h \quad (15)$$

$$\hat{V}_x(y) = i\omega\Delta\tilde{L} \text{ quand } y = 0 \quad (16)$$

Ainsi, en retirant la solution stationnaire, l'équation s'écrit sous la forme suivante :

$$\hat{V}_x''(y) - f^* \hat{V}_x(y) = 0 \quad (17)$$

Qui a pour solution :

$$\hat{V}_x = K_1 \exp(\sqrt{f^*}y) + K_2 \exp(-\sqrt{f^*}y) \quad (18)$$

Où $f^* = \frac{i\omega}{\nu}$, le gradient de vitesse à la paroi sera égal :

$$\tilde{\alpha}(y) = \frac{\partial \tilde{v}_x(y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\frac{i\omega\Delta L\sqrt{f^*}}{th\sqrt{f^*}h} \quad (19)$$

Quand $\omega \rightarrow 0$, on trouve le gradient de vitesse à la paroi qui s'écrit sous la forme simplifiée, sachant que $h \approx R\lambda^*$, pour les valeurs très faibles de λ ($\lambda^* = 3^\circ$) :

$$\tilde{\alpha}(y) = -\frac{i\omega\Delta L}{R\lambda^*} \quad (20)$$

La fonction de transfert hydrodynamique sera donnée par l'expression :

$$Z_{hd} = \frac{\tilde{\alpha}}{\Delta\tilde{L}} = -\frac{i\omega\sqrt{f^*}}{th\sqrt{f^*}h} \quad (21)$$

Où f^* est la fréquence réduite définie ainsi :

$$f^* = \frac{i\omega}{\nu}.$$

Dans cette partie, on présentera les résultats expérimentaux de la vérification de la fonction de transfert massique de la microélectrode circulaire placée sur le plan vibrant du système cône-plan.

5. CONDITIONS EXPÉRIMENTALES

Une microélectrode circulaire de diamètre d égal à 500 μm a été placée sur un plan, à une distance R égale à 17mm de l'axe de rotation du cône ($d \ll R$) ; le plan vibrant est un plateau circulaire de diamètre D égale à 80 mm, assujetti à vibrer de façon sinusoïdale avec amplitude de $\pm 1\text{mm}$, grâce un mini vibreur. Un oscillateur démodulateur (OD4) et un capteur type miniature permettent d'avoir la position instantanée du plan. Le cône est en nickel, sert de contre-électrode (montage à deux électrodes), tourne avec une vitesse angulaire constante ; ici comme les courants sont faibles l'électrode de référence n'est pas indispensable, car le potentiel de la contre électrode est stable et par conséquent le potentiel de l'électrode de travail est fixé par rapport à la contre électrode. L'angle λ^* que fait le plan avec le cône est de 3° ; la solution utilisée est un couple redox rapide Ferri/ferrocyanure 0.01M en milieu NaOH (2N), le volume de la solution utilisé est environ égale à 1cm³, qu'il faut renouveler souvent du fait de l'évaporation.

6. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Le montage expérimental est présenté sur la Fig. 2 ; la contre-électrode est entraînée par un moteur à courant continu de faible inertie, sa vitesse de rotation est contrôlée par un asservissement électronique de façon à assurer une bonne précision de la vitesse de rotation qui est maintenue constante durant l'expérience. Un capteur de position inductif lié au plan délivre un signal de tension sinusoïdale proportionnel à $\operatorname{Re}\{\Delta\tilde{L} \exp(j\omega t)\}$, que l'on envoie sur l'entrée X de l'analyseur de réponse en fréquence (FRA). La réponse

instantanée du courant de diffusion $I(t)$ est reçue par un contacteur tournant à mercure, qui est en contact électrique avec l'électrode. La composante fluctuante du courant \tilde{I} est envoyée sur l'entrée Y du (FRA). Les signaux sont filtrés en passe-bas, avant l'entrée dans le FRA. La fonction de transfert mesurée correspond au rapport de l'entrée Y/X , c'est-à-dire au rapport $\tilde{I}/\Delta\tilde{L}$.

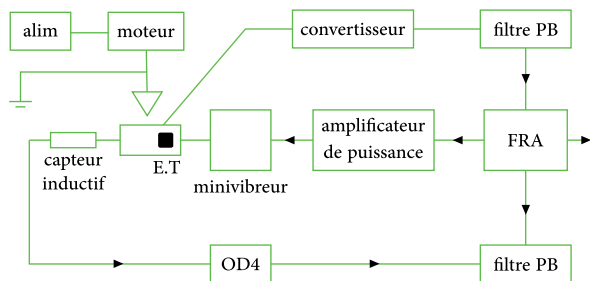


Fig. 2. Schéma du montage expérimental.

7. RÉSULTATS ET DISCUSSION

i) Mesures stationnaires

La Fig. 3 montre les courbes courant-tension stationnaires, tracées à deux vitesses de rotation. On observe un domaine allant de $-600\text{mV} < E < -200\text{mV}$ qui correspond à un palier stable de courant dû à une limitation totale par la diffusion convective.

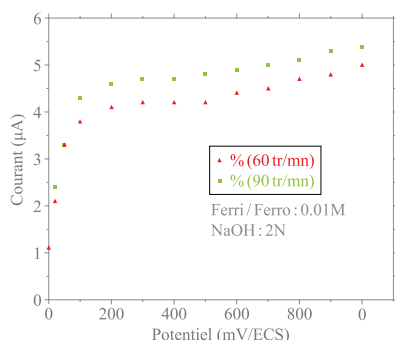


Fig. 3. Courbes courant-tension stationnaires.

A partir de ce tracé, nous nous sommes fixés un potentiel d'environ $E = -350\text{mV/ECS}$, ce potentiel qui assure le contrôle total par le transport de matière, et en faisant varier la vitesse de rotation du cône, nous déduisons la variation du courant limite de diffusion en fonction de la vitesse de rotation Ω . On constate que la relation de Levêque est bien assurée, la Fig. 4, présente la variation du courant limite au plateau de réduction du ferricyanure de potassium en fonction de $\Omega^{1/3}$.

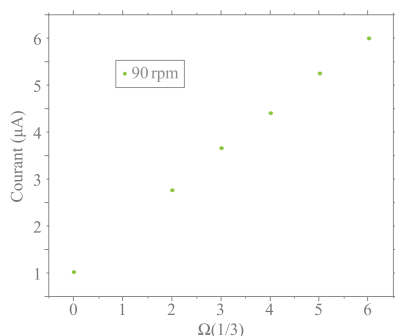


Fig. 4. Tracé du courant limite de diffusion

Les résultats expérimentaux sont présentés dans la Fig. 5. On peut voir dans cette figure que les points mesurés corrigés par la fonction de transfert Z_{hd} , sont très proches des valeurs théoriques de H_x données plus haut. En particulier nous vérifions que la pente est égale à -1 sur plus d'une décade, pour deux vitesses de rotation différentes.

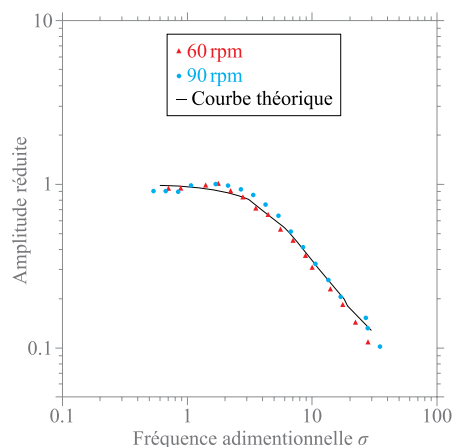


Fig. 5. Fonction de transfert H_x par la fonction de transfert hydrodynamique Z_{hd}

8. CONCLUSION

On a pu mesurer grâce à un système cône-plan, constitué d'un cône ; tournant à une vitesse de rotation Ω constante, et d'un plan vibrant parallèlement à la vitesse circonférentielle du fluide, la réponse en fréquence du transfert massique sur une électrode circulaire. Les résultats obtenus expérimentalement sont en parfait accord avec ceux prévus par la théorie. Cette autre technique mise en œuvre [7], complète et confirme les résultats obtenus en modulant la vitesse du cône [6]. L'intérêt ici est que la fonction de transfert hydrodynamique atténuée beaucoup moins le signal, ce qui nous permis de faire nos mesures à des fréquences réduite f^* plus élevées, sans être obligé d'augmenter la viscosité ν de la solution.

RÉFÉRENCES

- [1] A. J. Bard, L.R.Faulkner-Electrochimical Methods, John Wiley and Sons (1980).
- [2] O. Gil - Thèse de Doctorat de l'université de Paris VI (1990).
- [3] Levêque M. A.-»Transmission de chaleur par convection»- Ann. Mines, 13, 283 (1928).
- [4] V. E. Nakoryakov, A. W. Kashinsky, P. I. Geshev;- «Electrodifusion Method of Investigation into local structure of turbulent flows Hydrodynamics» - (ed. V. G. Gasenko) Novosibirsk (1986).
- [5] C. Deslouis, O. Gil, B.Tribollet - «Frequency Response of Electrochemical Sensors to hydrodynamic fluctuations»- J. Fluid Mech, 215, 851990) 100-).
- [6] C. Deslouis, O. Gil, B. Tribollet - «Frequency Response of Electrochemical Sensors in cone and plate Modulated Flow»- Int. J. Heat Mass Transfers, 33, 25251990) 2532-).
- [7] N. Tabti - Thèse de Doctorat de l'université Paris VII (1994).