

ANALYSE STATISTIQUE DES ETIAGES. CAS DU BASSIN VERSANT DE L'OUED MEKERRA W. SIDI-BEL-ABBES

Yahiaoui A ., Aissaoui A

Institut d'Hydraulique. Centre Universitaire de Bechar. B.P. 417 Bechar.
Algérie. Email: yahiaoui_halim@yahoo.com

RESUME

L'étude de la sécheresse en hydrologie est souvent faite, soit à partir d'étude des étiages à l'exutoire d'un bassin versant ou, à partir de l'étude sur le niveau piézométrique dans une nappe phréatique. L'analyse statistique des étiages a pour but de connaître le régime d'écoulement dans un bassin versant en vue de prendre les mesures préventives nécessaires, pour cela, plusieurs méthodes ont été utilisées pour l'estimation des étiages pour telle ou telle période de retour, mais l'utilisation de ces méthodes est souvent confrontée avec le choix des données représentatives des étiages, car celles – ci sont voisines de l'unité ($\approx 1 \text{ m}^3/\text{s}$). Un autre choix a été fait en tenant compte des occurrences, qui consiste à prendre les données qui sont inférieures à un certain seuil fixe, ainsi le choix définitif sera fait après le levé de la dépendance. La série obtenue est étudiée avec la loi des occurrences combinée avec à la loi de distribution de probabilité choisie parmi trois lois principales, Weibull (deux et trois paramètres), Log – Normale et Pareto Généralisée. L'estimation des étiages par cette méthode a permis de trouver des résultats acceptables pour différentes périodes de retour dans le cas de l'Oued Mekerra dans la Wilaya de Sidi – Bel – Abbés qui se situe au Nord West algérien.

Mots Clés : Etiage. Oued Mekerra. Lois statistiques

INTRODUCTION

La sécheresse hydrologique (hydrological drought) est un phénomène hydrologique extrême qui est caractérisé généralement soit par la diminution du niveau piézométrique dans la nappe souterraine (souvent une nappe libre) ou par les débits d'étiages à l'exutoire d'un bassin versant. Les étiages traduisent un régime d'écoulement extrême du bassin versant, donc il considéré comme une composante hydrologique principale du bassin.

L'analyse statistique des étiages est plus souvent réalisée à partir du calage des paramètres d'une loi de probabilité sur l'échantillon formé de valeurs minimales de chaque année. Une alternative consiste à retenir tous les événements d'une chronique, définis par l'existence d'un débit local inférieur ou égal à un seuil critique (Threshold Level ou Partial Duration Series PDS). L'étude probabiliste est alors menée par calage de deux lois de probabilité, une sur le processus d'occurrence de ces événements (date des événements), une autre sur la marque des événements (débits inférieurs), puis par recombinaison de ces deux lois pour obtenir la loi de probabilité associée.

La mise en œuvre de cette technique nécessite un échantillonnage bien spécifique dans la détermination du seuil ainsi que les séries partielles correspondantes dans un but d'étude le régime des étiages d'un bassin versant méditerranéen tel que le bassin versant de Oued Mekerra dans la Wilaya de Sidi – Bel – Abbès.

ACQUISITION DES DONNEES

Chaque analyse statistique nécessite un ensemble de données appropriées dans un but de comprendre le comportement ou le régime à une certaine probabilité. L'étude statistique des étiages nécessite désormais une banque de donnée sous forme de débits moyens journaliers qui peuvent être choisis de sorte qu'elle représente le régime d'étiage du bassin versant. Si en se basant seulement sur la série des débits moyens journaliers minima dans l'année, ceci ne permet pas de traduire d'une façon correcte le régime d'étiage d'un bassin, en plus et vu la disponibilité des données, une série chronologique très courte ne peut pas être représentative du régime d'écoulement dans un bassin versant.

Les chroniques de débits existants au niveau de l'exutoire du bassin versant de l'Oued Mekerra (Figure 1) à la station hydrométrique de Sidi - Bel - Abbès (CODE 110301), allant du 1951 jusqu'à l'an 2000.

Pour obtenir les données représentatives du régime d'étiage, un traitement préliminaire de la chronique de débits doit être fait en basant sur la construction de la Courbe de la Durée d'Écoulement (CDE) (Allaksen et als, 2004) qui permet de connaître s'il y a une tendance de sécheresse. La construction de cette courbe se fait simplement par le tracé de l'allure qui existe entre le débit moyen journalier de la chronique considérée en fonction de la fréquence expérimentale au dépassement correspondant (Figure 2).

Si l'allure obtenue constitue une branche type exponentielle descendante Figure n° 3), on dit qu'il y a une tendance de sécheresse hydrologique dans le bassin (Tallaksen et als, 2004), ce qui est le cas dans le bassin versant de l'Oued Mekerra (Figures 2 et 3).

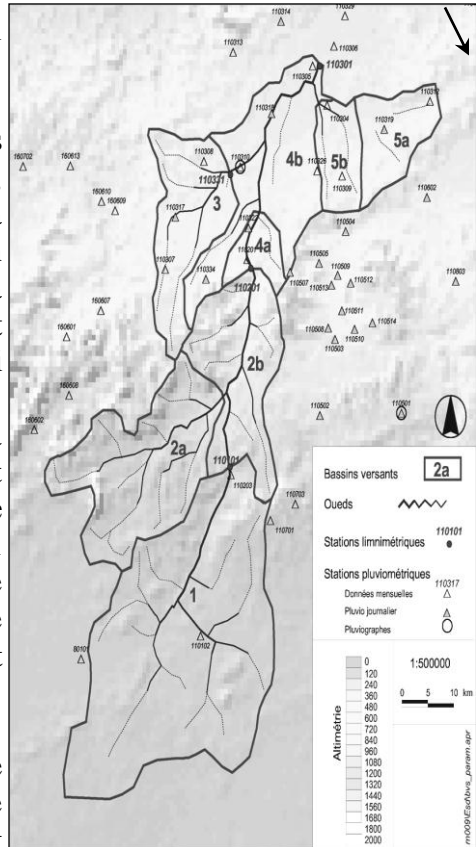


Figure 1 : Bassin versant de l'Oued Mekerra.

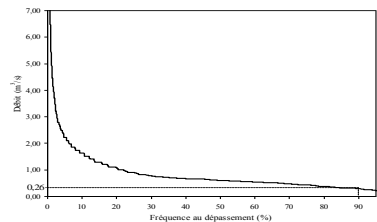
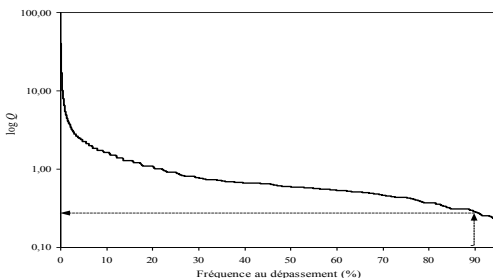


Figure 3. Courbe de la Durée d'Écoulement

Figure 2 . Courbe de la Durée d'Écoulement (CDE) $Q = f(F_{exp})$.
 (CDE) $\log Q = f(F_{exp})$.

Pour formuler les séries qui seront mises en traitement, un seuil peut être fixé (Vogel et als, 1994) comme un indice d'étiage $Q_{90\%} = 0.26 \text{ m}^3/\text{s}$ dans laquelle tous les débits qui sont inférieurs ou égales à ce seuil peuvent être considérés comme des débits d'étiages du bassin. Mais, vu le régime d'écoulement du bassin versant, des débits successifs peuvent être inférieurs à ce seuil, ce qui conduit à obtenir des individus qui ne sont pas indépendants de point de vue statistique. Pour cela et pour lever les lacunes de la dépendance entre les événements et la singularité, une élimination des débits égaux est nécessaire, la suite des données obtenue constitue une série statistique simple représentative $\{Q_i \mid Q_i \leq Q_{90\%}\}$ des étiages du bassin versant.

Pour appliquer la loi de Weibull à trois paramètres, une autre série peut être constituée directement à partir de la précédente dont les individus sont supérieurs à sa moyenne arithmétique qui est en même temps le paramètre de position de la distribution elle-même, cette série est notée par : $\{Q_i \mid Q_{moy} \leq Q_i \leq Q_{90\%}\}$ (Aissaoui, 2004). Les caractéristiques empiriques des deux séries sont représentées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Caractéristiques empiriques des séries.

Caractéristique	$\{Q_i \mid Q_i \leq Q_{90\%}\}$	$\{Q_i \mid Q_{moy} \leq Q_i \leq Q_{90\%}\}$
Taille n	77	40
Moyenne \bar{Q}	0.191	0.229
Ecart – type S	0.048	0.018
Coefficient de variation C_v	0.249	0.080
Coefficient d'asymétrie C_s	-0.516	-0.198
Coefficient d'aplatissement C_a	-0.643	-1.074

TRAITEMENT DES DONNEES

Le processus d'échantillonnage par débits inférieurs à $Q_{90\%}$ constitue un événement important qui combine deux aléas :

- L'occurrence dans le temps des événements inférieurs à $Q_{90\%}$.
- L'amplitude des événements qui sont inférieurs à $Q_{90\%}$.

Le calcul de la probabilité $P(X \leq Q)$ pour qu'un débit X la plus faible de l'année ne dépasse pas une valeur Q s'effectue par l'application des règles de

composition des probabilités d'événements MIQUEL,(1983) & MIQUEL (1984) :

$$P(X \leq Q) = \sum_{m \geq 0} P(\text{Au cours de l'année, } \exists m \text{ débits inférieurs à } Q_{90\%}) \quad (1)$$

Si ,

$$P(m) = P(\exists m \text{ débits inférieurs à } Q_{90\%} \text{ au cours de l'année}) \quad (2)$$

Et ,

$$G(Q) = P(X \leq Q / X < Q_{90\%}) \quad (3)$$

Alors, la probabilité $P(X \leq Q)$ peut être exprimée par MIQUEL,(1983) & MIQUEL (1984) :

$$P(X \leq Q) = \sum_{m \geq 0} P(m)[G(Q)]^m \quad (4)$$

Où : $P(m)$ est la probabilité d'occurrence des événements, généralement elle est exprimé par la loi de Poisson de paramètre μ :

$$P(m) = \frac{\mu^m}{m!} e^{-\mu} \quad (5)$$

Le paramètre μ traduit le taux moyen d'apparition des événements $\{X \leq Q_{90\%}\}$ par année. Pour le cas du bassin versant de l'Oued Mekerra le paramètre μ a été estimé à 119 (Aissaoui, 2004).

La fonction de densité de probabilité $G(Q)$ peut être une loi du Weibull à deux ou trois paramètres, loi Log – Normale et Pareto Généralisée.

Si,

$G(Q) \rightarrow 1$, l'expression (4) peut être approchée par la formule suivante (Miquel, 1983) :

$$P(X \leq Q) \approx 1 - \mu(1 - G(Q)) \quad (6)$$

Par la méthode à échantillonnage fixe la série $\{Q_i \mid Q_i \leq Q_{90\%}\}$ est à ajustée à la loi du Weibull deux paramètres, Log – Normale et Pareto Généralisée, tan disque la série $\{Q_i \mid Q_{moy} \leq Q_i \leq Q_{90\%}\}$ est à ajustée seulement à la loi du Weibull trois paramètres.

Cas de la loi du Weibull

Les fonctions de densité de probabilité de la loi du Weibull à deux et à trois paramètres sont respectivement exprimées par :

$$G(Q) = 1 - e^{-\left(\frac{Q}{\alpha}\right)^\gamma} \tag{7}$$

$$G(Q) = 1 - e^{-\left(\frac{Q-m}{\alpha}\right)^\gamma} \tag{8}$$

Où : α est le paramètre d'échelle, γ le paramètre de forme et m le paramètre de position qui égale à la moyenne de la série $\{Q_i \mid Q_i \leq Q_{90\%}\}$. L'estimation de ces paramètres par la méthode des moindres carrés (figures 4 & 5) est :

- $\alpha = 0.527, \gamma = 6.785$ pour Weibull à deux paramètres,
- $\alpha = 0.044, \gamma = 0.172$ et $m = 0.191$ pour Weibull à deux paramètres

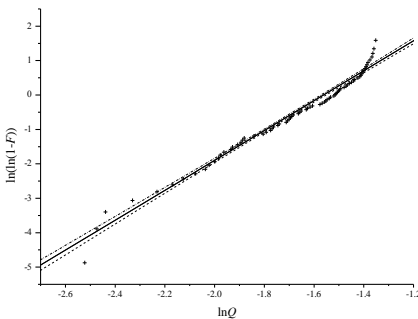


Figure 4. Ajustement et intervalles de confiance à 95% à la loi de Weibull deux paramètres.

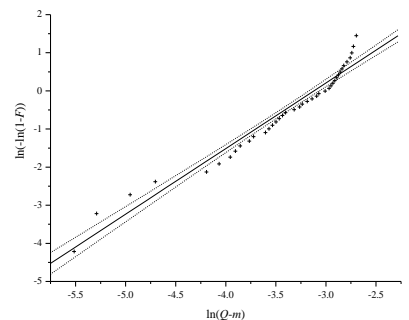


Figure 5. Ajustement et intervalles de confiance à 95% à la loi de Weibull trois paramètres.

Cas de la loi de Pareto Généralisée

La fonction de densité de probabilité de la loi de Pareto Généralisée est exprimée par (Pickands, 1975) ; (Embrechts et als, 1997)] :

$$G(Q) = 1 - \left(1 - \kappa \frac{(Q - \xi)}{\alpha}\right)^{1/\kappa} \tag{9}$$

Où :

ξ le paramètre de position, α le paramètre d'échelle et κ le paramètre de forme. L'estimation des paramètres par la méthode des moments par rapport à

la série $\{Q_i \mid Q_i \leq Q_{90\%}\}$ est fait par la résolution du système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \xi + \frac{\alpha}{1 + \kappa} = \bar{Q}, \\ \frac{\alpha^2}{(1 + \kappa)^2(1 + 2\kappa)} = S^2, \\ \frac{2(1 - \kappa)\sqrt{1 + 2\kappa}}{1 + 3\kappa} = C_s. \end{cases} \quad (10)$$

A partir de la troisième équation du système, le processus itératif suivant est formé :

$$\kappa_{i+1} = 1 - \frac{C_s}{2} \frac{(1 + 3\kappa_i)}{\sqrt{1 + 2\kappa_i}} \quad (11)$$

qui converge rapidement vers $\kappa = 1.763$. Les paramètres α et ξ seront facilement déterminés à partir de la second équation puis de la première équation :

$$\kappa = 1.763, \alpha = 0.282 \text{ et } \xi = 0.089$$

Cas de la loi Log Normale

La fonction de densité de probabilité de la loi de loi log Normale est exprimée par :

$$G(Q) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_1^Q \frac{1}{q} \exp\left(-\frac{(\ln q - m)^2}{2\sigma^2}\right) dq \quad (12)$$

Où : m le paramètre de position et σ le paramètre d'échelle. L'estimation des paramètres par la méthode des moments par rapport à la série $\{Q_i \mid Q_i \leq Q_{90\%}\}$ est :

$$m = -1.693 \text{ et } \sigma = 0.286$$

Tests d'adéquation et calcul des quantiles

Une fois l'ajustement des lois aux séries est réalisé, des tests d'adéquations sont appliqués pour l'acceptation ou le rejet de la loi pour un risque de première espèce (en %). Trois tests sont utilisés à savoir :

- Test de Kolmogorov – Smirnov (KS) (Bimbaum, 1952).
- Test de Coefficient de Corrélation (PPC) (Figures 6 et 7) (Vogel, 1986, 1987)
- Test de la racine de la moyenne des carrés des écarts (RMSD) (Nerc, 1975)

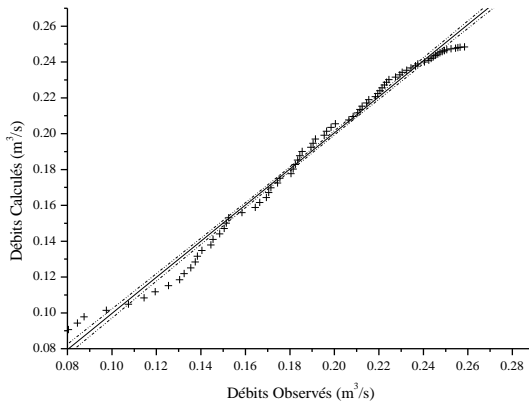


Figure 6 : Test de PPC. Cas de la loi Pareto Généralisée.

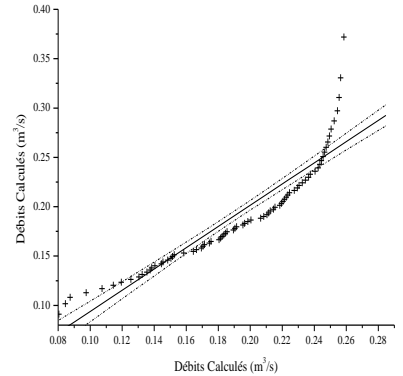


Figure 7 : Test de PPC. Cas de la loi Log – Normale.

Les résultats d'application de ces tests sont donnés dans le tableau 2

Tableau 2 : Tests d'adéquations.

Type de loi	PPC	RMSD	KS
Weibull 2 paramètres	0.99	1.68 ^(*)	0.985 ^(*)
Weibull 3 paramètres	0.33 ^(*)	1.68 ^(*)	0.047
Pareto Généralisée	0.99	0.04	0.085
Log Normale	0.92	0.10	0.114

(*) Test rejeté.

Le quantile théorique de Kolmogorov – Smirnov est exprimée par la relation empirique :

$$D_{th} = D_{n,0.05} \approx \frac{1.36}{n^{0.5}} \tag{13}$$

Le tableau 2 montre que la loi du Weibull n'est pas adéquate donc est à rejeter contrairement aux deux autres lois Pareto Généralisée et Log – Normale.

Alors le calcul des quantiles (Figure 8) en utilisant les deux lois Pareto Généralisée et Log – Normale dans l'expression (6) pour déterminer les quantiles de débits Q_T pour une probabilité $P(X \leq Q_T) = 1 - 1/T$ sont données dans le tableau n° 3 :

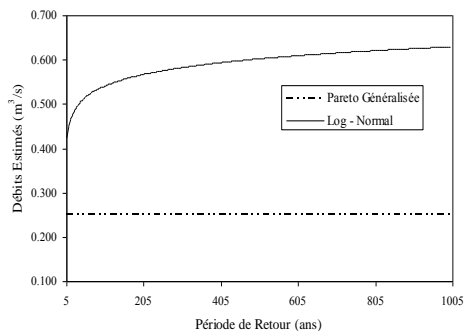


Figure 8. Evolution des Quantiles d'étiages en fonction de la période de retour.

Tableau 3 : Quantiles de débits d'étiages (m³/s).

Période de Retour (an)	Pareto Généralisée $Q_T = \xi + \frac{\alpha}{\kappa} \left(1 - \frac{1}{(\mu T)^\kappa} \right)$	Log – Normale $Q_T = G_{LN}^{-1} \left(1 - \frac{1}{\mu T} \right)$
10	0.249	0.452
20	0.249	0.478
50	0.249	0.513
100	0.249	0.540
1000	0.249	0.630

CONCLUSION

L'analyse statistique des étiages du bassin versant de l'Oued Mekerra est une approche approximative dans l'étude du régime d'écoulement en étiage. Celle-ci est souvent confrontée au choix des données. Dans cette étude, ce dernier est fait par la détermination des événements indépendants inférieurs à un certain seuil $Q_{90\%}$ choisi dès qu'il y a une tendance de sécheresse dans le bassin versant.

Trois lois statistiques sont souvent utilisées dans l'estimation des phénomènes hydrologiques extrêmes, ont été appliquées pour l'ajustement des séries statistiques qui répondent aux critères d'indépendance, d'homogénéité et de stationnarité ainsi que l'absence des valeurs singulières (Outliers) dans un but de connaître les débits d'étiages pour telle ou telle période de retour. D'après les tests d'adéquations de chaque loi (tableau n° 2),

l'adéquation de la loi Pareto Généralisée est meilleure même par rapport à la loi Log – Normale ou l'adéquation est acceptée (Figures 6 et 7) ce qui permet de point de vue statistique d'accepter cette loi et rejeter les autres.

Les quantiles de débits calculés par l'expression (6) ou la loi de Pareto Généralisée est combinée avec la loi des occurrences des événements sont constants et proches du $Q_{90\%}$ traduit de point de vue hydrologique le régime d'écoulement en étiage dans le bassin versant indépendamment de la période de retour.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Aissaoui, A. 2004, Hydrologie de la sécheresse. Etude d'Analyse et d'Estimation des Etiages. Cas du Bassin versant de l'Oued Mekerra. Sidi Bellabès. PFE. Centre Universitaire de Bechar. 50 p.
- Bimbaum, Z.W. 1952, Numerical tabulation of distribution of Kolmogorov-Smirnov's statistic for finite sample size. Journal Ameri. Statistic Associat. 47, p. 425 – 441.
- Embrechts P., Kluppelleberg C., Mikasch, T. 1997, Modelling extremal events for insurance and finance. Springer – Verlag Berlin. Germany.
- Miquel, J. 1983, CRUE : Un modèle d'estimation des probabilités de crue. Houille Blanche n° 2, p. 95 – 101.
- Miquel J., 1984 Guide pratique d'estimation des probabilités de crues. Collection de la Direction des Etudes d'Electricité de France n° 53. Ed. Eyrolles. 160 p.
- Nerc, 1975 Flood Studies Report. National Environment Research Council, London, Vols. 1-5. United Kingdom.
- Pickands J., 1975, Statistical influence using extreme order statistics. Ann. Statistics
- Tallaksen, L. M., Henney A. J., Van Lanem. 2004 Hydrological Drought, Process and Estimation Methods for Streamflow and Groundwater. Elsevier Ed., FRIEND.
- Vogel R.M., 1986, The Probability Plot Correlation coefficient test for the Normal Lognormal and Gumbel distributional hypothesis. Water Resource Research. 22(4) pp. 587 – 590.
- Vogel R.M., 1987 Correlation to the Probability Plot Correlation test for the Normal Lognorma and Gumbel distributional hypothesis. Water Resource Research. 23 (10).
- Vogel R. M., Fennessey, N. M. 1994, Flow Duration Curves. I: New Interpretation and Confidence Intervals. Journal of Water Resources Planing and Management Vol. 120(4) pp. 485 – 504.