

**UTILISATION DU MODELE MUSKINGUM POUR
RECONSTRUIRE DES SERIES DE DEBITS JOURNALIERS :
APPLICATION AU FLEUVE SENEGAL.**

**RECONSTRUCTION OF MISSING DAILY FLOWS USING
MUSKINGUM MODEL : APPLICATION TO SENEGAL RIVER.**

Yaya DIEME : *Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des fluides/Département de Physique/FST/Université Cheikh Anta Diop de Dakar/ SENEGAL ; diemeyaya@yahoo.fr*

Soussou SAMBOU : *Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides/Département de Physique/FST/Université Cheikh Anta Diop de Dakar/ SENEGAL*

Mohamed Talla Cisse : *Université de Thiès. Thies SENEGAL*

Séni TAMBA : *Département de Physique / Université de THIES /SENEGAL*

Issa LEYE : *Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides/Département de Physique/FST/Université Cheikh Anta Diop de Dakar/ SENEGAL*

Moussé Landing SANE: *Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides/Département de Physique/FST/Université Cheikh Anta Diop de Dakar/ SENEGAL*

Ibrahima SARR : *Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides/Département de Physique/FST/Université Cheikh Anta Diop de Dakar/ SENEGAL*

RESUME : Les séries chronologiques de variables hydrométriques telles que les débits et les hauteurs à l'échelle sont indispensables pour le suivi hydrologique des cours d'eau, les systèmes d'alerte et de prévision des crues, la gestion des plans d'eau dans les retenues de barrages, et dans les réseaux d'irrigation entre autres. Cependant, l'entretien des réseaux hydrométriques nécessite de gros moyens et il devient de plus en plus difficile de faire face aux coûts qu'il entraîne, en particulier dans les pays en voie de développement. Du coup, les séries de débits comportent souvent des lacunes dont le comblement est nécessaire avant toute utilisation préalable. De nombreuses méthodes existent dans la pratique, dont les plus courantes sont les méthodes statistiques et stochastiques. La station de Bakel contrôle tous les écoulements qui transitent dans la vallée et est de ce fait bien suivie. Par contre celle de Matam, située immédiatement en aval comporte un grand nombre de lacunes qu'il importe de combler en utilisant les observations faites à Bakel.

Dans cet article, la méthode Muskingum, par son caractère conceptuel et la facilité de sa mise en œuvre a été retenue. Le calage a été effectué sur deux périodes différentes d'observations communes : 1981-1988 et 1990-1994. Le critère de Nash moyen a permis de calculer le couple (x, K) pour chaque période. Les paramètres de la méthode Muskingum estimés sur chaque période ont été testés sur l'ensemble des périodes de recouvrement des observations. Nous avons retenu le couple de paramètres correspondant à la valeur la plus élevée du critère de Nash pour reconstituer les lacunes. Les résultats obtenus ont été très concluants. Les séries ainsi reconstituées peuvent être utilisées dans la gestion des ressources en eau dans la vallée du fleuve Sénégal.

Mots clés : Modèle Muskingum, reconstitution, fleuve Sénégal

ABSTRACT: Time series of hydrometric variables such as flow rates and water levels are essential to the hydrological monitoring of rivers, warning systems and flood forecasting, management of water in reservoirs dams and irrigation systems among others. However, the maintenance of hydrometric networks requires substantial resources and it becomes increasingly difficult to meet the costs it entails, especially in developing countries. So, the time series of flow rates often include gaps that need filling before any prior use. Many methods exist in practice, the most common of which are statistical and stochastic methods. The Bakel gauge controls all flow rates that pass in the valley and is therefore well monitored. The Matam gauge station, immediately downstream, has a lot of gaps that it is important to fill using observations made at Bakel. In this article, the Muskingum model has been selected for its conceptual nature and ease of implementation. The calibration has been performed for two different periods of common observations: 1981-1988 and 1990-1994. The Nash criterion was used to select the best couple of coefficients (x, K) for each period. The three parameters of the Muskingum method estimated from each of these coefficients have been applied on the remaining common periods of observations. The couple of parameters corresponding to the best value of the Nash criterion has been considered as representative and used to reconstitute missing discharges at Matam gauge. The results were very conclusive. These completed time series can be used in water resources management in the Senegal River valley.

Keys words : Muskingum method, reconstruction, Senegal River

INTRODUCTION

Le suivi hydrométrique des cours d'eau est une opération très importante. Il permet d'obtenir les données nécessaires à l'hydrologie opérationnelle en quantité et en qualité, que ce soit pour les systèmes d'alerte, le contrôle des plans d'eau, ou plus généralement la planification et la gestion des ressources en eau. Cependant, l'entretien des réseaux hydrométriques demande des moyens très importants. Dans le cas du bassin du fleuve Sénégal, l'organisme en charge du suivi et de l'entretien du réseau, l'OMVS (Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal) met un accent particulier sur la station de Bakel qui contrôle l'ensemble des écoulements dans la vallée, et dans une moindre mesure, sur celle de Matam, située immédiatement en aval de celle de Bakel (Fig. 1). Du coup, pour les autres stations hydrométriques de la vallée, les observations présentent des lacunes plus ou moins longues. Il est important de suivre de façon aussi précise que possible la progression de la crue dans la vallée et de contrôler en particulier les débits entrant dans le barrage de Diama, de sorte que la reconstitution des observations manquantes s'avère indispensable. Ce problème a été traité par de nombreux auteurs avec différentes méthodes : relation pluie-débit (MAHE et al., 1990 ; (Kouamé et Servat, 1996), modèle hydrologique (Lamagat, 1998a et Bader, 1997), hydrogramme amont-aval (Amlan, 2009) ;, méthode de Muskingum (Cunge, 1969 ; et Thirriot et al. ,1991). Dans cet article nous explorons la possibilité d'utiliser la méthode Muskingum pour reconstituer les observations de débits à la station de Matam à partir de celles de la station de Bakel

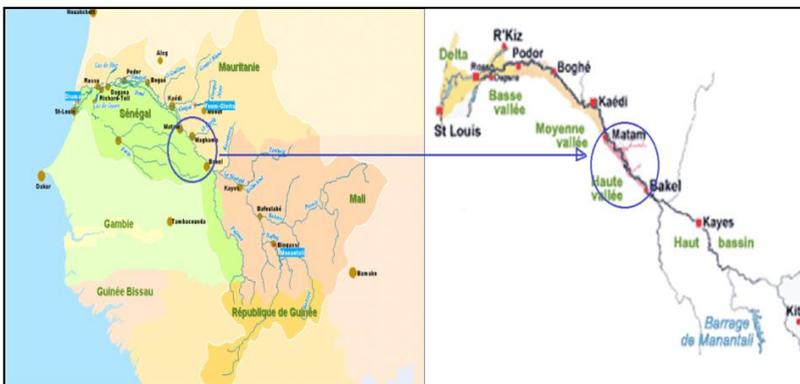


Fig.1. Zone d'étude

MATERIELS ET METHODES

Présentation de la Méthode Muskingum

La méthode Muskingum, appliquée pour la première fois sur la rivière Muskingum par McCarthy, est basée sur l'équation de continuité associée à une loi de stockage linéaire.

Equation de continuité

Cette équation traduit la conservation du volume. Elle est mise sous la forme :

$$\frac{dS(t)}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \quad (1)$$

Loi de stockage

Dans un bief de cours d'eau, la surface du plan d'eau n'est pas toujours parallèle au fond à cause du frottement dû à la rugosité. La pente moyenne du plan d'eau est plus élevée que celle du fond pendant la période d'augmentation du débit, l'inverse se produit pendant la phase de la récession de l'hydrogramme (**Fig.2**).

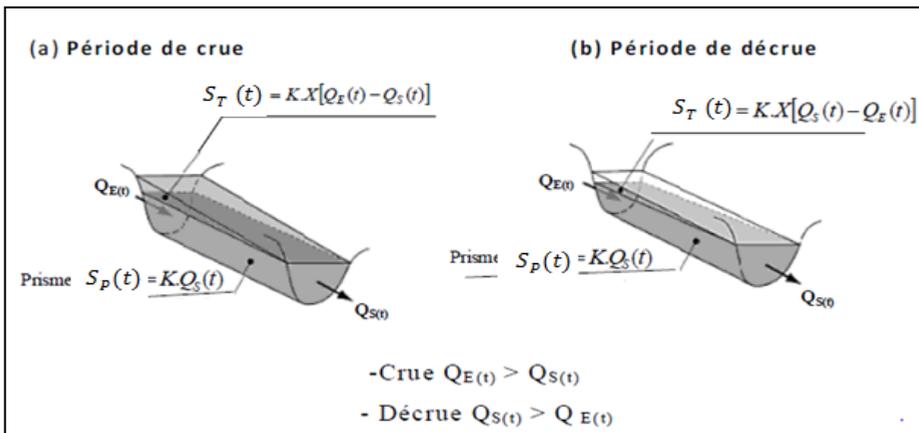


Fig.2. Principe du Modèle de Muskingum : Volume stocké au sein d'un bief de longueur fini

La **figure 2** montre que le stockage dans le bief du cours d'eau comprend 2 parties :

- le stockage prismatique $S_p(t)$ qui correspond au volume d'eau pour un écoulement uniforme dans un cours prismatique. Ce stockage s'exprime par :

$$S_p(t) = K \cdot Q_s(t) \quad (2)$$

- le stockage triangulaire $S_T(t)$ est le volume d'eau compris entre le plan d'eau du stockage prismatique et le plan d'eau actuel. Ce stockage augmente pendant la montée de l'hydrogramme et diminue pendant la décrue. Il est représenté par :

$$S_T(t) = K \cdot x [Q_e(t) - Q_s(t)] \quad (3)$$

On peut en déduire le volume total stocké dans le bien par

$$S(t) = S_p(t) + S_T(t) \quad (4)$$

Soit :

$$S(t) = k [xQ_e(t) + (1 - x) Q_s(t)] \quad (5)$$

Où :

k a la dimension d'un temps. Selon Oki et al. (1999), il égal au rapport de la longueur du bief sur la vitesse moyenne de l'onde.

x est un facteur de pondération sans dimension compris entre 0 et 1.

Dans le cas de la plupart des rivières x est compris entre 0,1 et 0,3 (Maidment, 1993 ; Bellier, 2008). x est un facteur de pondération sans dimension compris entre 0 et 1. Si x est égal a zéro alors le volume d'eau stocké ne dépend que des conditions aval mais si x est égal à 0,5 alors le stockage est fonction du taux de flux car le débit entrant à le même « poids » que le débit sortant.

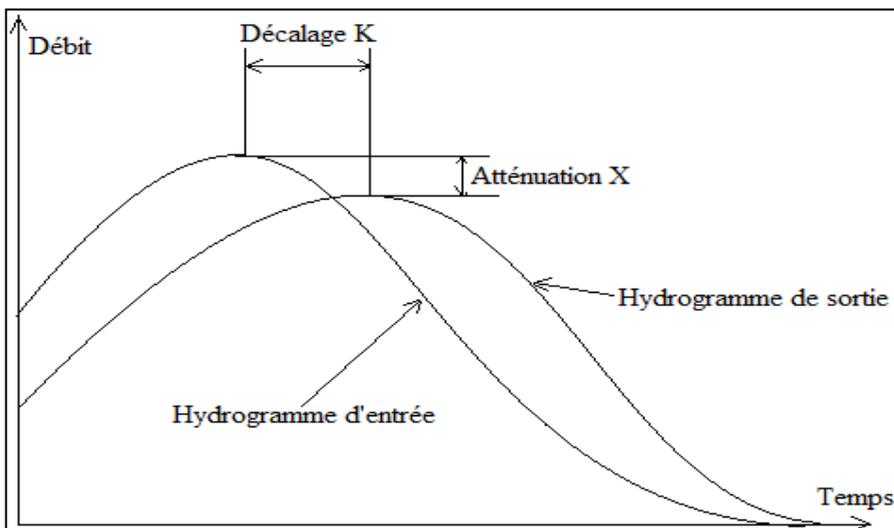


Fig.3. Hydrogramme d'entrée, hydrogramme de sortie**Equation de la méthode Muskingum**

L'équation(5) dérivée par rapport au temps est combinée à l'équation 1 pour donner :

$$Kx \frac{dQ_e(t)}{dt} + k(1-x) \frac{dQ_s(t)}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \quad (6)$$

Après arrangement, on obtient l'équation :

$$KxdQ_e(t) + k(1-x)dQ_s(t) = [Q_e(t) - Q_s(t)]dt \quad (7)$$

En intégrant entre t et t+Δt, le premier membre par la méthode des différences finies et le second membre par la méthode des trapèzes, l'équation devient :

$$Q_s(t+\Delta t) = C_1 Q_e(t) + C_2 Q_e(t+\Delta t) + C_3 Q_s(t) \quad (8)$$

Où :

$$C_1 = \frac{2Kx + \Delta t}{2k(1-x) + \Delta t}; \quad C_2 = \frac{\Delta t - 2Kx}{2k(1-x) + \Delta t} \quad \text{et} \quad C_3 = \frac{2k(1-x) - \Delta t}{2k(1-x) + \Delta t} \quad (9)$$

On vérifie aisément que :

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1 \quad (10)$$

Conditions de stabilité des modèles issus du modèle Muskingum

Pour que les coefficients soient simultanément positifs (BERTRAND-KRAJEWSKI, 2006), il faut donc donner à Δt une valeur telle que le triplet (K, x, Δt) vérifie les conditions suivantes:

$$2Kx \leq \Delta t \quad \text{et} \quad \Delta t \leq 2K(1-x) \Rightarrow 2Kx \leq \Delta t \leq 2K(1-x) \quad (11)$$

Estimation des paramètres K et x

Il existe plusieurs approches pour estimer les paramètres (x, K) de Muskingum (Amlan, 2009, Vazquez et al. 1999). La méthode graphique consiste à représenter la variation du stockage en fonction du débit pondéré pour différentes valeurs de x. On retient la valeur de x pour laquelle la courbe obtenue est aussi proche que possible d'une droite, dont la pente

correspond à K (Barchane, 2009 ; Moramarco et al., 2006 ; Perumal, 1994). Dans la méthode fondée sur les moindres carrés on cherche à minimiser une fonction objectif en faisant varier x . Dans ce présent article, c'est cette méthode que nous avons utilisée. Sur la période de calage, pour x fixé, on écrit l'équation de stockage sous la forme :

$$\Delta S_i = K D_i(x) \Delta t + \epsilon_i \quad (12)$$

Où ϵ_i représente l'erreur, ΔS_i la variation de stockage, $D_i(x)$ le débit pondéré. La fonction objectif à minimiser est la somme des carrés des écarts :

$$S = \sum_{i=1}^N (\Delta S_i - K D_i(x) \Delta t)^2 \quad (13)$$

En annulant la dérivée par rapport à K , on obtient le paramètre K sous la forme :

$$K(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta S_i D_i(x)}{\sum_{i=1}^N D_i^2(x)} \quad (14)$$

La procédure de calcul est indiquée ci-dessous :

On dispose d'un échantillon de calage d'effectif N .

Pour $i=1, N$

- calculer la variation du de stockage :

$$\Delta S_i = [(Q_{e(i+1)} + Q_{e(i)}) + (Q_{s(i+1)} + Q_{s(i)})] * \frac{\Delta t}{2} \quad (15)$$

Pour x variant entre 0,1 et 1 et par pas de 0,1.

- calculer $D_i(x)$ pour $i=1, N$ avec

$$D_i(x) = [x(Q_{e(i+1)} - Q_{e(i)}) + (1 - x)(Q_{s(i+1)} - Q_{s(i)})] \quad (16)$$
- calculer le paramètre k (équation 14)
- vérifier le critère de stabilité (équation 11)
- calculer les coefficients C_i (équation 9)
- comparer les valeurs calculées par l'équation avec les valeurs observées par le critère de Nash
- retenir K et x correspondant à la valeur de Nash la plus élevée,
- déduire le débit de sortie Q_s (équation 8)

Equation de reconstitution

Le débit reconstitué à Matam $Q_{Ssim}(t + \Delta t)$ est calculé avec l'équation (17) si le débit observé à Matam à l'instant t $Q_{Sobs}(t)$ existe et le cas échéant avec l'équation (18).

$$Q_{Ssim}(t + \Delta t) = C_1 Q_e(t) + C_2 Q_e(t + \Delta t) + C_3 Q_{Sobs}(t) \quad \text{si } Q_{Sobs}(t) \neq 0 \quad (17)$$

$$Q_{Ssim}(t + \Delta t) = C_1 Q_e(t) + C_2 Q_e(t + \Delta t) + C_3 Q_{Ssim}(t) \quad \text{si } Q_{Sobs}(t) = 0 \quad (18)$$

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Données disponibles

Les stations hydrométriques de Bakel et Matam du fleuve Sénégal ont été retenues (Fig.1). Les données utilisées proviennent de la base de l'OMVS. Il s'agit des débits moyens journaliers aux stations de Bakel et Matam. La station de Bakel à l'exutoire du Haut-bassin est exploitée sans interruption depuis 1901. Ses relevés sont utilisables depuis 1903 mais ne sont complets pour les basses eaux que depuis 1950. Pour la station de Matam, les périodes 1957- 1963 ; 1964-1970 ; 1973- 1979 ; 1988-1990 et 2007-2010 comportent des lacunes. Le suivi de ces deux stations sur la période 1950-2010 est représenté dans le tableau 1. Dans ce tableau, la couleur noire symbolise l'existence de données et la couleur blanche symbolise l'absence de données.

Tableau 1. Suivi de Bakel et Matam sur la période 1950-2010

Période	Bakel	Matam
1950-1957		
1957-1963		
1963-1964		
1964-1970		
1970-1973		
1973-1979		
1979-1988		
1988-1990		
1990-2007		
2007-2010		

Calage du modèle Muskingum

Les périodes 1981-1988 et 1990-1994 sur les quelles les deux stations ont été suivies simultanément ont été retenues. Les paramètres K et x correspondant à chacune de ces périodes ont été estimés par la méthode des moindres carrés, de même que les paramètres C_1 , C_2 et C_3 (équation 2). Ces coefficients ont été utilisés pour calculer les débits à Matam sur les deux périodes de calage et les critères de Nash associés. Les valeurs de x et k ainsi que celles des critères de Nash sont reportées dans le tableau 2. Les hydrogrammes calculés et observés à Matam sur les deux périodes de calage sont représentés sur les figures.

Il ressort de ce tableau que pour les deux périodes, le critère de Nash est maximal pour $x=0.1$, pour $k=148562s$ sur la période 1981-1988 et $k=131940s$ pour la période 1990-1994. Les figures indiquent une bonne concordance entre débits calculés et débits observés pour ces valeurs.

Tableau 2. Comparaison des paramètres du modèle sur les deux périodes selon Nash

Valeurs de x	Valeurs de K Période 1981-1988	Valeurs de K Période 1990-1994	Valeurs Nash (1981-1988)	Valeurs Nash (1990-1994)
0.1	148562	131940.1	0.992	0.991
0.2	143593.8	129632.4	0.991	0.989
0.3	134167.9	124182.5	0.991	0.985

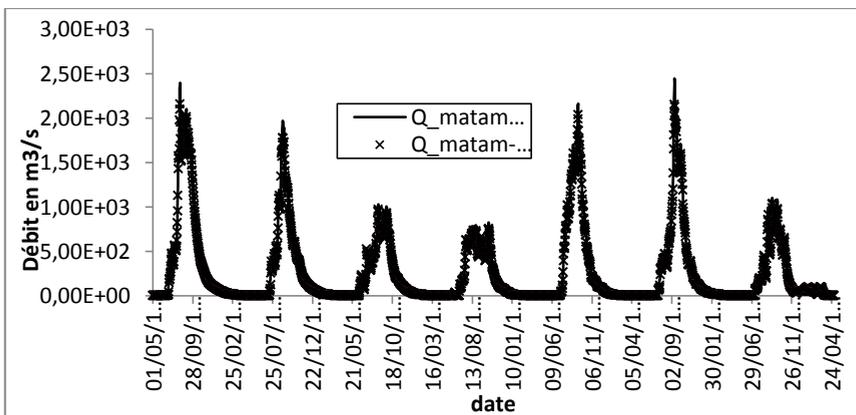


Fig.4. Comparaison des débits calculés et simulés de la station de Matam sur la période 1981-1988

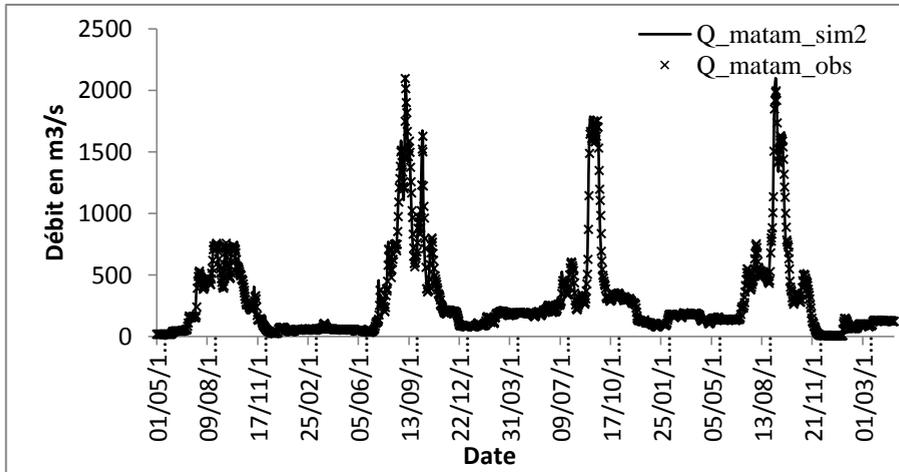


Fig.5. Comparaison des débits calculés et simulés de la station de Matam sur la période 1990-1994

Validation des modèles

Les deux jeux de paramètres calculés sur les périodes de calage 1981-1988 et 1990-1994 ont été utilisés sur les autres périodes de suivi communs : 1972-73 ; 1979-80, 1976-78 ; 1996-1999, 2004-2007. Les critères de Nash sont reportés sur le tableau 3, et les hydrogrammes calculés et observés comparés dans les figures 8 à 12. L'analyse du tableau 3 montre que les critères de Nash sont meilleurs pour le jeu de paramètres calculés sur la période 1981-1988.

Il est cependant plus difficile de se prononcer sur les graphiques qui montrent une bonne restitution des débits de Matam. D'après ces résultats le modèle Muskingum calé sur les deux périodes semble bien être adapté on note dès fois une surestimation ou une sous-estimation des débits.

La surestimation peut s'expliquer par l'évaporation et l'infiltration ou même par prélèvements des riverains qui peuvent jouer un rôle magistral dans les diminutions des débits vers l'aval et l'augmentation des débits simulés par rapport à ceux réellement observés d'une bonne partie des eaux entre l'aval et l'amont, le taux de ces dernières peut varier d'une saison à une autre.

Par contre la sous-estimation des débits obtenue peut être expliquée par l'intervention des affluents du bassin intermédiaire entre l'amont

(Bakel) et l'aval (Matam) suite à des précipitations intenses localisées entre l'amont et l'aval.

Pour l'ensemble des graphes, on constate que le modèle Muskingum calé sur les deux périodes (1981-1988 et 1990-1994) a presque simulé de manière fidèle les débits. Cette performance du modèle de type Muskingum s'explique encore par des fortes valeurs de Nash allant de 0,991 à 0,995 (Tableau 3).

Il est difficile de comparer graphiquement les performances du modèle sur les deux périodes de calage. C'est pourquoi nous avons utilisé le critère de Nash. Le tableau 3 permet de constater que le modèle Muskingum semble plus performant sur période de calage 1981-1988 avec des Nash allant de 0,992 à 0,995 que sur celle 1990-1994 avec des Nash allant de 0,991 à 0,994. Ces résultats confirment encore une fois que les paramètres du modèle Muskingum calé sur la période 1981-1988 sont les plus adaptés. Cette adaptation peut être expliquée par le fait que sur cette période (1981-1988) le modèle Muskingum a été calé avec un nombre beaucoup plus important de débits par rapport à l'autre période (1990-1994).

Tableau 3. Nash de validation des deux modèles de Muskingum

Années hydrologiques	Critères de Nash du Modèle de Muskingum sur la période 1981-1988	Critères de Nash du Modèle de Muskingum sur la période 1990-1994
1972-73	0.995	0.994
1979-80	0.994	0.992
1976-78	0.995	0.993
1996-98	0.993	0.992
2004-07	0.995	0.994

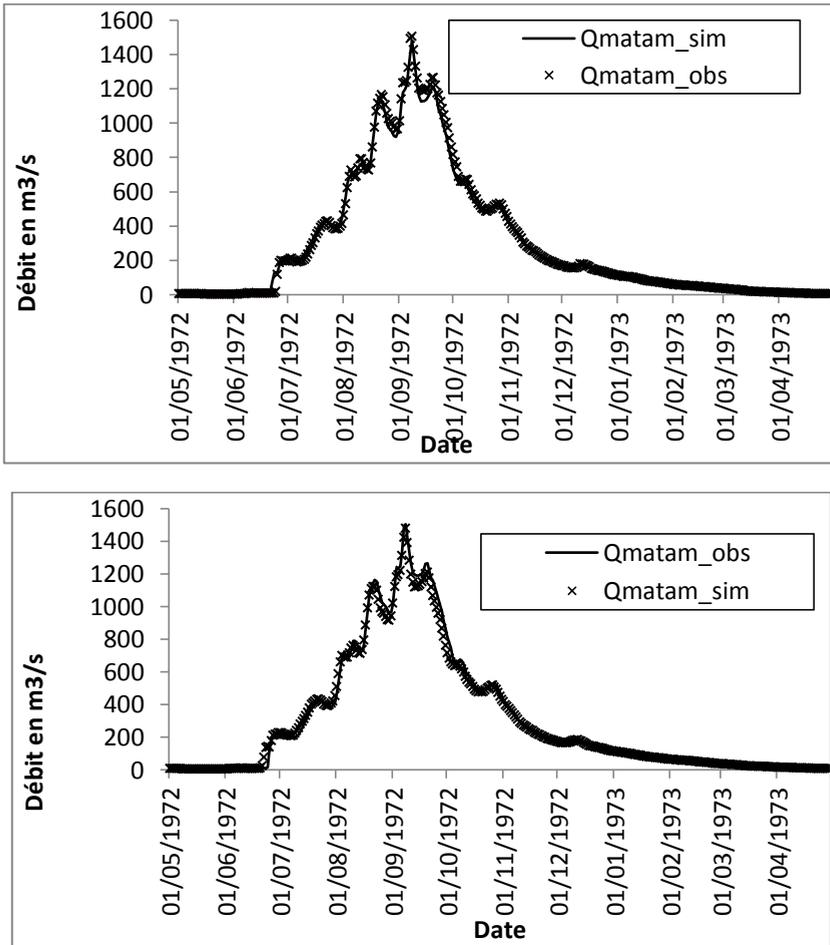


Fig.2. Validation du modèle Muskingum sur la période 1981-1988 (gauche) et sur la période 1990-1994 (droite) entre 1972-73

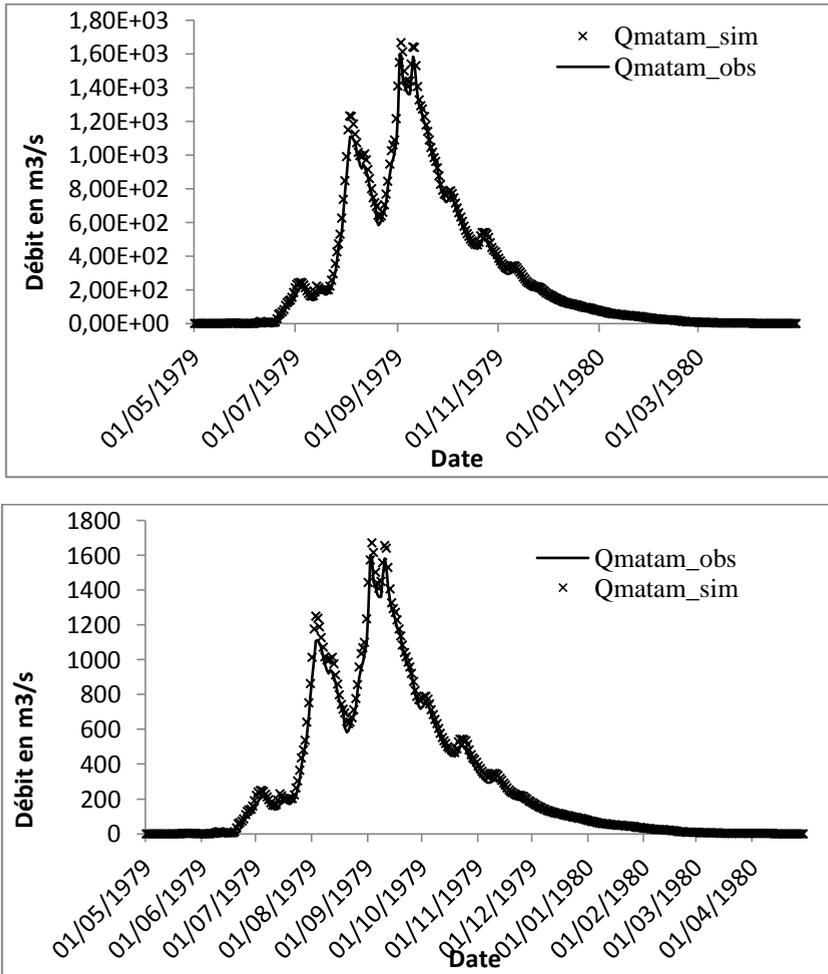


Fig.7. Validation du modèle Muskingum sur la période 1981-1988 (gauche) et sur la période 1990-1994 (droite) entre 1979-80

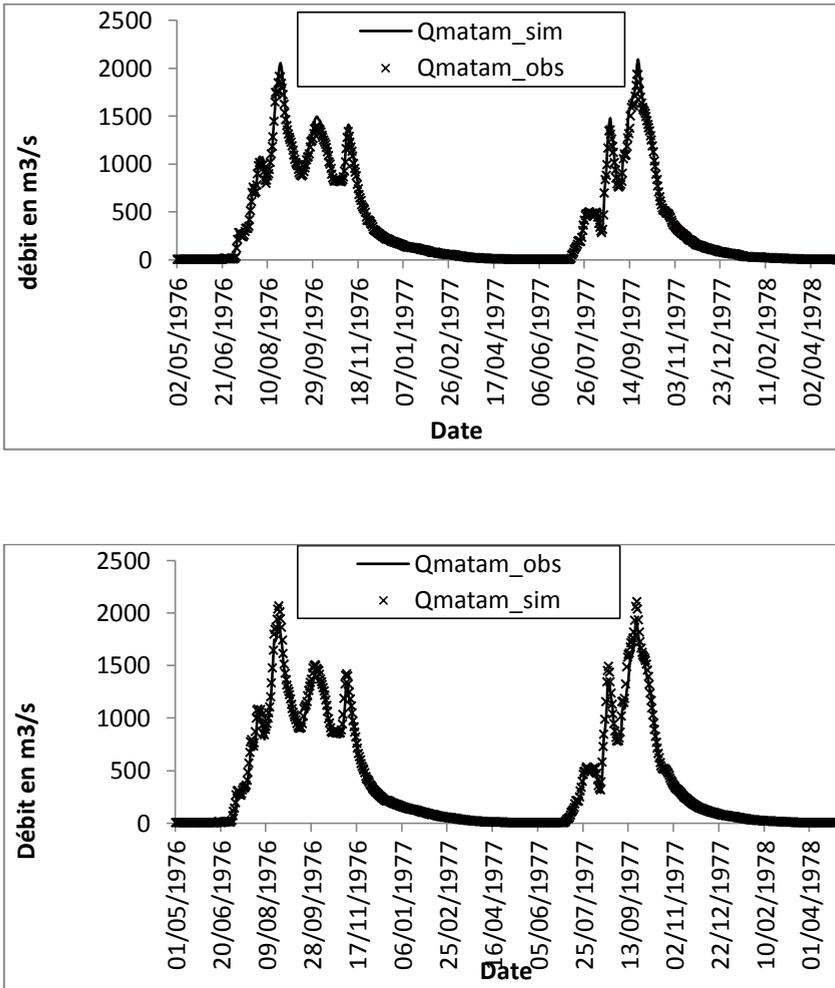


Fig.8. Validation du modèle Muskingum sur la période 1981-1988 (gauche) et sur la période 1990-1994 (droite) entre 1976-78

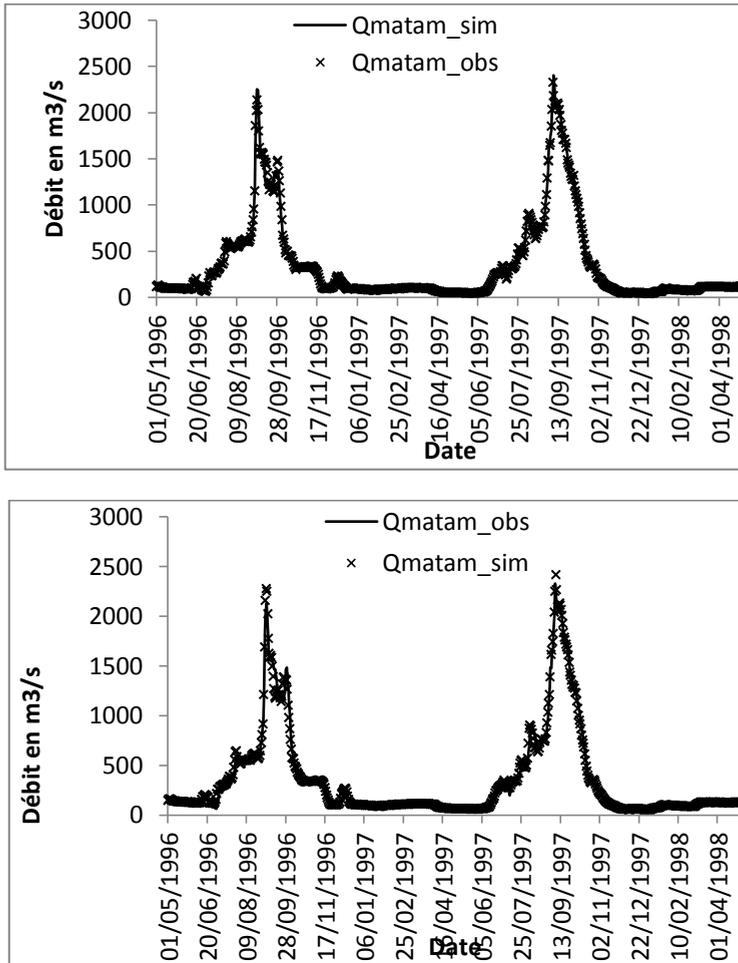


Fig.9. Validation du modèle Muskingum sur la période 1981-1988 (gauche) et sur la période 1990-1994 (droite) entre 1996-98

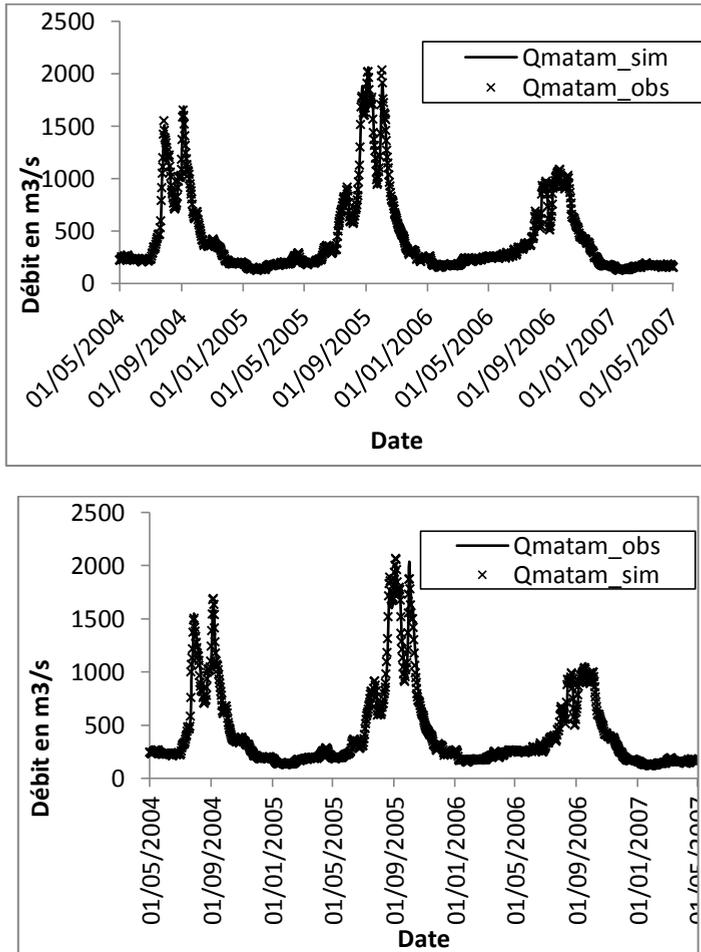


Fig.10. Validation du modèle Muskingum sur la période 1981-1988 (gauche) et sur la période 1990-1994 (droite) entre 2004-07

Reconstitution des débits manquants

Les paramètres obtenus sur la période de calage 1988-1988 ont été retenus comme paramètres représentatifs de la méthode Muskingum pour le bief Bakel Matam. Les équations (17) et (18) ont été utilisées pour la reconstitution. Nous avons utilisé pour $Q_s(t)$ le débit observé à Matam à l'instant t quand il existe ; dans le cas contraire, nous avons utilisé le débit calculé à cet instant. Q_e représentent les débits observés de la station amont (Bakel). Les résultats de reconstitution sont représentés dans les figures 13 à 18).

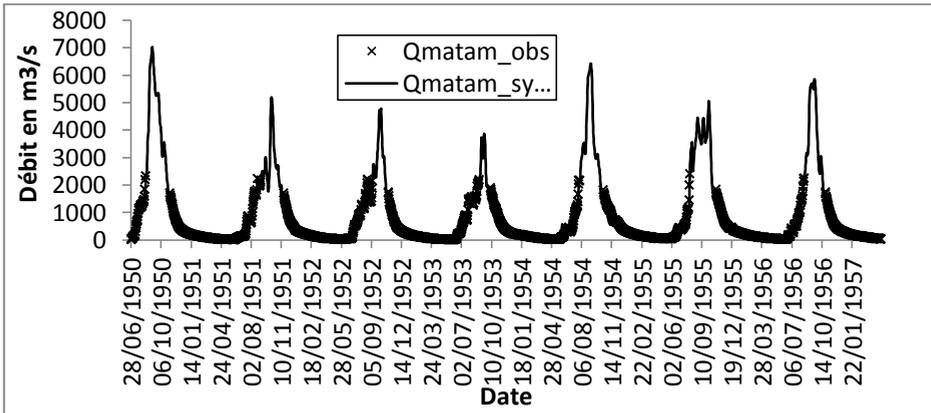


Figure 11. Débits synthétisés entre 1950-57 avec le modèle de Muskingum (1981-88)

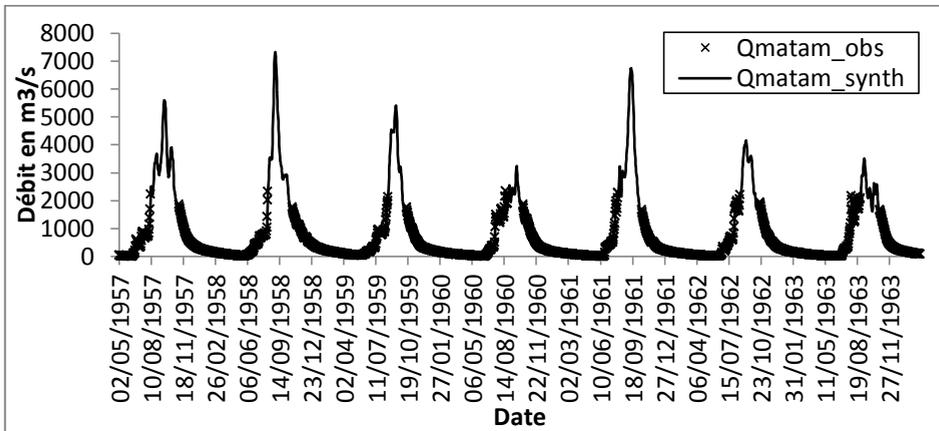


Fig.12. Débits synthétisés entre 1957-64 avec le modèle de Muskingum (1981-88)

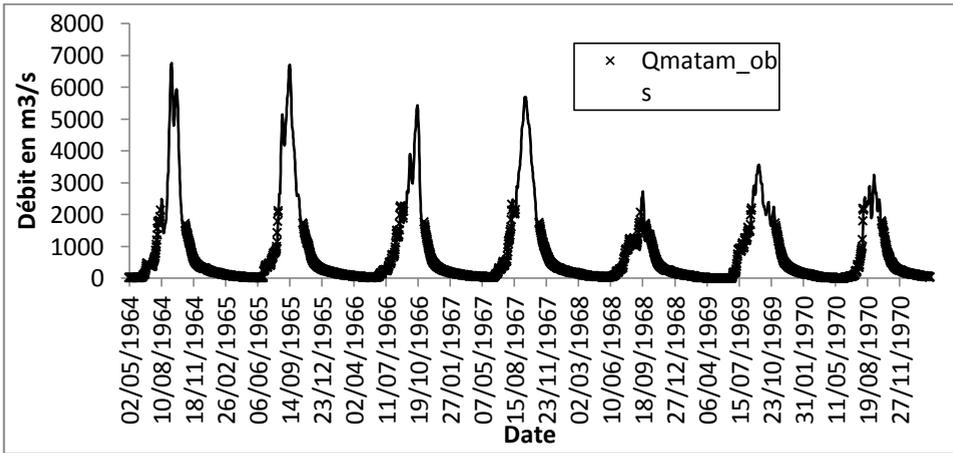


Figure 13. Débit synthétisés entre 1964-72 avec le modèle de Muskingum (1981-88)

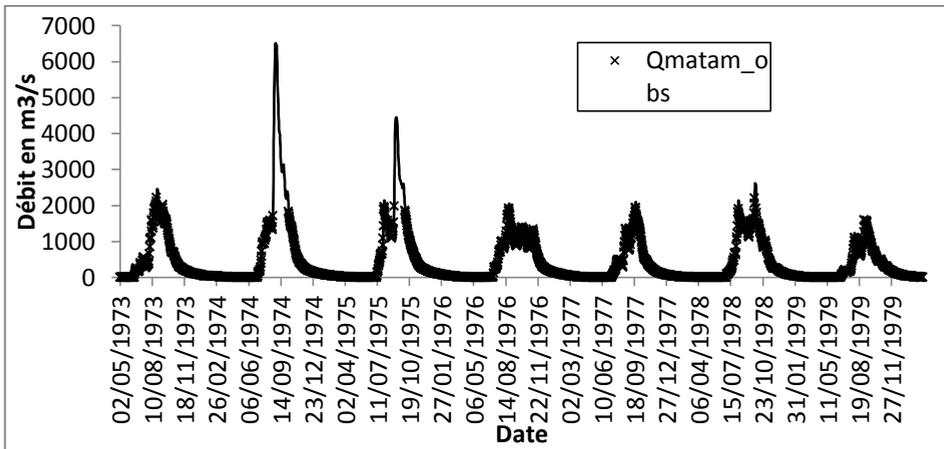


Fig.14. Débit synthétisés entre 1973-80 avec le modèle de Muskingum (1981-88)

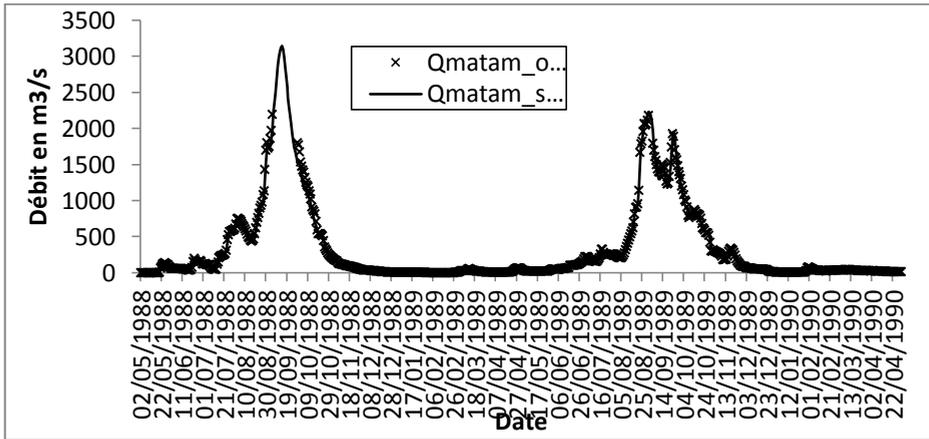


Fig.15. Débit synthésisés entre 1988_90 avec le modèle de Muskingum (1981-88)

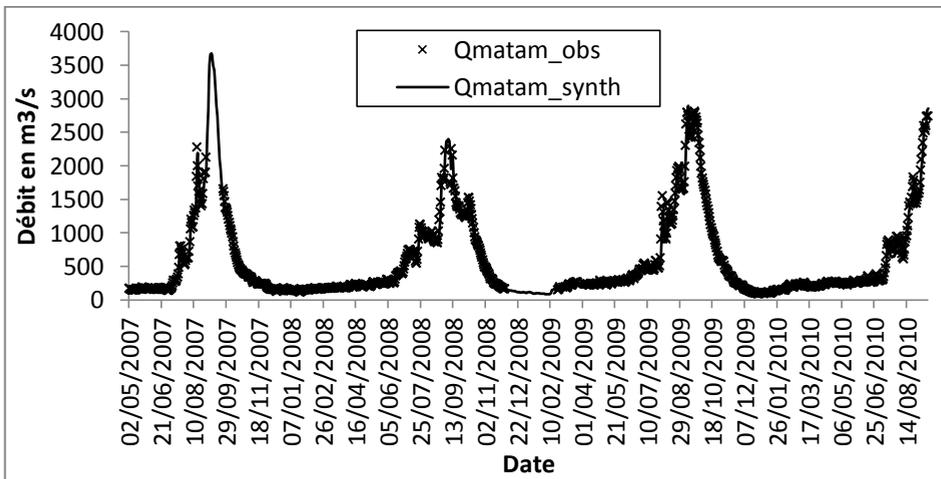


Fig.16. Débits synthésisés entre 2007_10 avec le modèle de Muskingum (1981-88)

La comparaison graphique entre les débits observés et synthétiques montre la reconstitution qui tient des valeurs manquantes est de qualité. Car permet de réduire les écarts entre les valeurs observées et simulées. Ces résultats prouvent encore que le modèle de type Muskingum peut être bien adapté et utilisé pour la reconstitution des lacunes dans des séries de débits.

CONCLUSION

Le suivi hydrométrique est très important pour l'étude de la dynamique des écoulements dans les cours d'eau. L'objectif de notre étude est d'adapter le modèle de type Muskingum sur le bief Bakel-Matam. L'optimisation du jeu de paramètres x et K du modèle Muskingum avec le critère de Nash a été programmée sur la base Fortran tout en respectant les conditions de stabilité du modèle.

Les valeurs optimales de ce jeu de paramètres (x , k) sont $x=0.1$ pour chacun des deux modèles et de $k=148562$ et $k=131940.1$ respectivement pour le modèle de Muskingum sur les périodes 1981-1988 et 1990-1994.

Les bonnes corrélations graphiques entre les débits observés aux débits simulés par ces modèles ont impliqué de bonnes valeurs de Nash.

La comparaison des valeurs de Nash du calage entre ces deux modèles a permis de constater que les paramètres du modèle de Muskingum sur la période 1981-1988 sont plus adaptés que ceux sur la période 1990-1994 et cette hypothèse a été confirmée en validation. C'est pourquoi les paramètres du modèle Muskingum sur la période 1981-1988 ont été utilisés pour la reconstitution des données manquantes.

Les résultats obtenus ont suggéré que le modèle Muskingum peut être bien adapté et utilisé pour la reconstitution et la prévision des débits sur le fleuve Sénégal.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Amlan Das., 2009. *Reverse stream flow routing by using Muskingum models*, Sadhana, Vol. 34, Part 3, p 483–499.
- Bader J. C., 1997., *Le soutien de crue mobile dans le Fleuve Sénégal, à partir du barrage de Manantali* ; Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques, 42(6) p 815-831
- Barchane F. (2009) : *Modélisation des crues en milieu semi-aride par la méthode de Muskingum. Cas du bassin versant de l'Oued Ksob (Haut atlas occidental, Maroc)* ; Mémoire de fin d'études, Université Cadi-Ayyad, Faculté des Sciences et Techniques /Agence Du Bassin Hydraulique de Tensift, 44p.
- Bellier S., 2008. *Calibration d'un modèle de routage hydrologique dans le bassin de la Seine*, Mémoire des stages de master 1 de l'UPMC, 34 p.
- Bertrand-Krajewski J.-L., 2006. *Modélisation des écoulements en réseau d'assainissement*, Cours d'hydrologie urbaine URGC, INSA de Lyon, (2006) 46 p.

- Cunge J. A., 1969. *On the subject of the flood propagation computation method (Muskingum method)*, J. Hydr. Res, International Association for Hydraulic research, vol. 7, n° 2, p 205-230.
- Kouame B., Servat E., 1996. Modélisation de la relation pluie-débit et estimation des apports en eau en Côte d'Ivoire, IAHS Publ. no. 238, p 343-354
- Lamagat J. P., 1982a. Prédiction des débits des gestions des ouvrages communs de l'OMVS : Modèle de transformation des hauteurs en débits, OMVS, ORSTOM, ()
- Mahé G., Lérique J&OlivryjC., 1990. Le fleuve Ogooué au Gabon : Reconstitution des débits manquants et mise en évidence de variations climatiques à l'équateur, Hydrol. Continent, vol. 5, n°2,) p 105-124.
- Maidment D. R., (2006). *Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, New York (1993) ISBN 0070397325.
- Moramarco T. ; Barbetta, S., Melone F& Singh V. P. (2006): *A real-time stage Muskingum forecasting model for a site without rating curve = Un modèle de prévision du niveau de type Muskingum en temps réel pour un site sans courbe de tarage*, H SJ, vol. 51, n°1, p 66-82
- Perumal M., 1994. *Hydrodynamic derivation of a variable parameter Muskingum method: 2. Verification*, HSJ Vol39 (5), p 443-458.
- Thirriot C., Sambou S & Lamagat J. P., 1991. *Comparaison d'algorithme de prévision des crues sur le fleuve Sénégal. In Actualités Sciences. Utilisation rationnelle de l'eau des petits bassins versants en zone aride*, Edition AUPELF, John LibbeyEurotext, p 237-253.
- Vazquez J., Zug M., Bellefleur D., Grandjean B & Scrivener O. 1999. *Utilisation d'un réseau de neurone pour appliquer le modèle Muskingum aux réseaux d'assainissement ; revue des sciences de l'eau*, rev. sci. eau p 577-595

&&&&&