

## **PREVISION DES CRUES DANS LE BASSIN AMONT DU FLEUVE SENEGAL A L'AIDE DE PROCEDURES ADAPTATIVES.**

### **ADAPTIVE METHODS FOR SENEGAL RIVER HEADBASIN FLOOD FORECASTING**

**Soussou SAMBOU.** Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides (LHMF), Univ. Cheikh Anta Diop, [sousamb@hotmail.fr](mailto:sousamb@hotmail.fr)

**Séni TAMBA.** Ecole Polytechnique de Thiès (EPT), BP 10 Thiès. Sénégal, [setamba@refer.sn](mailto:setamba@refer.sn)

**Mohamed Talla CISSE.** Univ. de Thiès, Thiès. Sénégal.  
[mohamedtc77@yahoo.fr](mailto:mohamedtc77@yahoo.fr)

**Yaya DIEME:** Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides (LHMF), Univ. Cheikh Anta Diop de Dakar. [diemeyaya@yahoo.fr](mailto:diemeyaya@yahoo.fr).

**RESUME :** La prévision des écoulements dans les cours d'eau et rivières est très importante en matière de gestion des ressources en eau. Dans cet article, un simple modèle de régression multilinéaire a été utilisé dans le bassin amont du fleuve Sénégal. Les débits naturels provenant des affluents non contrôlés de Bakoye, de la Falémé et des lâchers du barrage de Manantali constituent les entrées du modèle, les débits à la station de Bakel en constituent la sortie. En temps réel, trois procédures adaptatives ont été comparées à l'aide du critère de Nash: la méthode récursive des moindres carrés, la procédure de filtrage de Kalman et la méthode du gradient stochastique. Par rapport à la régression multilinéaire, ces procédures apportent une nette amélioration du critère de Nash. Cependant, la méthode du gradient stochastique plus légère, est selon le critère de Nash, plus performante que les deux premières, qui sont plus rigoureuses.

**Mots clés :** prévision des crues, modèle de régression multilinéaire, filtre de Kalman, méthode récursive des moindres carrés, gradient stochastique, bassin amont du fleuve Sénégal.

**ABSTRACT :** Flood forecasting is an important topic in water resources management and control. In this paper a simple multilinear regression model where parameters are estimated using ordinary least square method has been used in the head basin of Senegal river. Flows from uncontrolled tributaries of Bakoye and Faleme and from Manantali Dam are used as inputs to calculate flows at Bakel considered as outlet for the basin. In real time forecasting, new information are available to update model parameters.

Three methods of updating are applied : Kalman filter, recursive least square, and stochastic gradient. Compared with multilinear regression model, all adaptive procedures provide a significant improvement of the Nash criterion. However, the method of stochastic gradient based on a less rigorous theoretical basis compared to the Kalman filter and the recursive least squares method leads to higher values of quality criteria Nash.

**Key words** : flood forecasting, multilinear model, Kalman Filter, recursive least square, stochastic gradient, Senegal river head basin.

## INTRODUCTION

Les activités économiques et agricoles ont généralement été favorisées par la proximité des cours d'eau. Le suivi en temps réel de la propagation des crues des crues d'eau a été, de ce fait, une nécessité pour protéger, prévenir ou atténuer les effets des crues sur les populations, les activités liées à l'eau ou les aménagements hydro agricoles, que de planifier les différentes règles de gestion de ces aménagements (Bader et al, 1999, Ouachani et al, 2007). En matière de prévision des crues, les modèles entrées – sortie, ou modèle de boîte noire, (modèles autorégressifs, modèles de régression multi linéaire, (Sambou, 2005) ont connu un fort développement. Les modèles connexionnistes, qui permettent de prendre en compte les relations non linéaires, sont apparus plus récemment (exemple des réseaux de neurones, Cigizoglu, 2003 ; Dimopoulos et al, 1996). Le changement climatique et l'irrégularité interannuelle des modules ont amené les états riverains du fleuve Sénégal réunis au sein de l'OMVS à construire deux barrages dans le bassin du fleuve Sénégal : le premier, Manantali dans le bassin amont, est un barrage à buts multiples ; le second, Diama dans le Delta, est un barrage anti-sel destiné à relever la côte du plan d'eau dans la vallée pour les applications liées à l'agriculture et à l'irrigation. La gestion de ces barrages et la nécessité de lutter de façon efficace contre les inondations qui s'abattent dans la vallée ont rendu opportune la mise en place d'un outil de prévision des crues. La configuration du réseau hydrographique dans le bassin amont où se forment les crues oriente vers l'identification d'un modèle de régression multilinéaire. Les entrées du modèle ainsi définies sont constituées par les débits moyens journaliers aux stations situées sur les affluents non contrôlés du Bakoye et de la Falémé, et de la sortie du barrage de Manantali. La sortie est constituée par les débits moyens journaliers à Bakel, à l'entrée de la vallée. Les coefficients du modèle, ainsi obtenus, ont été, dans un premier temps, estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires. En temps réel, à l'échéance de la

prévision, l'information disponible peut être utilisée pour réactualiser les paramètres et ainsi améliorer la prévision. Nous avons comparé trois procédures de correction des paramètres : la méthode réursive des moindres carrés (Borne et al, 1990 ; Nalbantis, 2000 ; Sambou et al, 1993 ; Sambou, 2005), la méthode du filtre de Kalman (Wang, 1987 ; Dimopoulos et al, 1996), la méthode du gradient stochastique (Le Roux, 2000 ; Sambou, 2005). Les deux premières sont très répandues en hydrologie, la dernière l'est beaucoup moins.

## MATERIAUX ET METHODES

### Cadre Physique

Le bassin amont du fleuve Sénégal draine une superficie 218000km<sup>2</sup>. Le climat est de type plutôt guinéen, au Sud, en République de Guinée. Il devient progressivement soudanien, puis sahélien à partir de Bakel. Dans le bassin amont, le Bafing (branche maîtresse, 40 à 60% des apports, 760 km de long) et le Bakoye (640 km) se réunissent à Bafoulabé pour former le fleuve Sénégal (Figure 1). Le réseau hydrographique est complété par quelques affluents en rive droite et ensuite par la Falémé, le plus important affluent en rive gauche. Le régime hydrologique est tropical assez pur, avec une crue annuelle unimodale, variable d'une année à une autre. La période de hautes eaux s'étale de Juillet à Novembre ; elle est suivie par un tarissement qui va de Décembre à Juin, avec parfois un arrêt des écoulements. L'aménagement hydraulique est constitué par les deux barrages déjà cités, Diama (barrage anti sel), Manantali, (barrage à buts multiples).



**Fig. 1.** Réseau hydrographique du bassin versant du Fleuve Sénégal (OMVS)

## Réseau de prévision

Le réseau de prévision utilise comme stations explicatives celles de Oualia sur le Bakoye, Gourbassy sur la Falémé, et Manantali sur le Bafing, à la sortie du barrage de Manantali, et comme station expliquée celle de Bakel au niveau de laquelle se fait la prévision (figure 2). Ce réseau est le même que celui utilisé par Bader (1997).

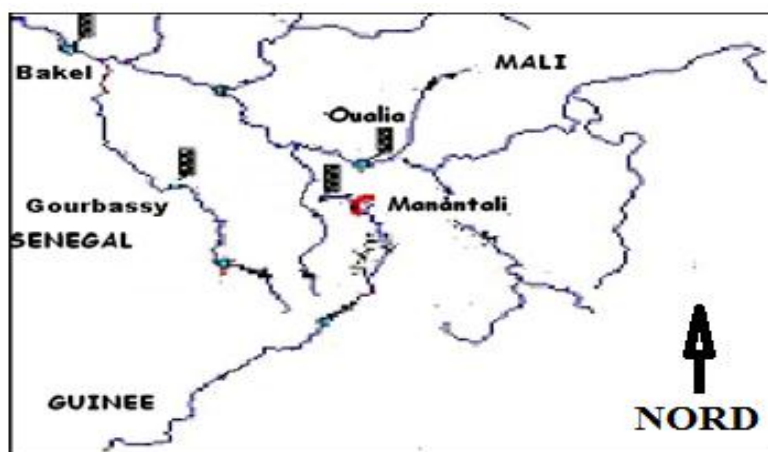


Fig. 2. Réseau hydrographique du bassin amont du fleuve Sénégal

## Données de base

Les séries de débits moyens journaliers observées aux stations du réseau de prévision sur la période allant de 1987, année de mise en service du barrage, à l'année 2007, ont été utilisées pour cet article. Ces données proviennent des bases de l'ORSTOM et de l'OMVS. Durant cette période, le régime du cours d'eau est influencé par les barrages.

## Formulation générale du modèle

Le modèle de prévision appliqué au réseau est mis sous la forme générale d'un système entrées-sorties :

$$x_{t+\delta} = z_t \alpha_t + v_t \quad (1)$$

Où :  $x_{t+\delta}$  est un scalaire qui représente le débit à l'exutoire,  $z_t$  vecteur des débits aux stations explicatives à l'instant  $t$ ,  $\alpha_t$  vecteur des paramètres du modèle,  $v_t$  un scalaire correspondant à l'erreur du modèle,  $\delta$  le délai de prévision.

$x_{t+\delta}$  : prévision du débit à l'exutoire à l'instant  $t$  ;

$Z_t = \left[ Q_t^{Bakoye}, Q_t^{Manantali}, Q_t^{Oualia} \right]$  : vecteur des entrées à l'instant  $t$  ;

$\alpha_t = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$ : vecteur des paramètres du modèle à l'instant  $t$  ;

$\delta$ : délai de prévision

### Méthode ordinaire des moindres carrés

L'estimation de la prévision du débit à l'exutoire de Bakel par le modèle est écrite sous la forme :

$$\hat{x}_{t+\delta} = z_t \hat{\alpha}_t \quad (2)$$

Le vecteur  $\hat{\alpha}_t$  des paramètres est supposé constant et égal à  $\hat{\alpha}$ . Il est estimé par la Méthode Ordinaire des Moindres Carrés, MOMC en minimisant la fonction  $J(\hat{\alpha})$  définie par ;

$$J(\hat{\alpha}) = E_t^T E_t \quad (3)$$

où  $E_t$  est le vecteur représentant l'écart entre le vecteur des observations

$X_{t+\delta}$  et le vecteur  $\hat{X}_{t+\delta}$  des estimations des prévisions faites par le modèle sur la période retenue pour le calage.

$$E_t = X_{t+\delta} - z_t \hat{\alpha} \quad (4)$$

On obtient ainsi :

$$\hat{\alpha} = (P_t Z_t^T) \hat{X}_{t+\delta} \quad (5)$$

Où

$$P_t^{-1} = [Z_t^T Z_t] \quad (6)$$

### Procédures adaptatives

Le principe commun aux procédures adaptatives consiste à faire à l'instant  $t$  une prédiction des paramètres qui seront utilisés pour faire la prévision à l'instant  $t+\delta$ . A l'échéance de l'instant  $t+\delta$ , l'information disponible sur l'ensemble des stations est utilisée pour mettre à jour les paramètres du modèle. Parmi les procédures adaptatives qui existent, nous avons choisi les plus courantes, à savoir le filtre de Kalman et la méthode récursive des moindres carrés, auxquelles nous avons ajouté la méthode du gradient stochastique. Pour comparer les différentes méthodes entre elles, nous avons utilisé le critère de Nash encore appelé critère d'efficacité (Nash et Suttcliffe, 1970). La période 1989-2007 a été retenue pour les simulations. Le délai de prévision de 3 jours correspondant à la valeur maximale du critère de Nash a été retenu. La méthode de régression multiple à coefficients constants estimés sur la crue précédente a été utilisée dans un

premier temps. Les trois procédures adaptatives identifiées précédemment ont été appliquées. Les coefficients du modèle et la statistique des erreurs ont été estimés sur la crue précédente. Les critères de Nash ont été calculés après chaque simulation. Nous présentons dans ce qui suit les éléments de base de chacune de ces méthodes adaptatives

### Filtre de Kalman

Le bassin versant est consacré comme un système à une sortie et plusieurs entrées. Il est décrit par une équation d'état (équation 7) qui décrit le processus de génération des états, ici les paramètres du modèle, et une équation de mesures (équation 8) qui relie les états du modèle aux mesures.

$$\alpha_{t+\delta} = A_t \alpha_t + w_t \quad (7)$$

$$X_{t+\delta} = C_t \alpha_t + v_t \quad (8)$$

$A_t$ ,  $C_t$  sont des matrices de passage,  $w_t$  et  $v_t$  les bruits supposés blancs .

Dans la première, on prédit l'état du système à l'instant  $t + \delta$  à partir de l'état l'instant  $t$  (équation 9), la matrice de covariance de l'erreur associée (équation 10) et on estime le débit à l'exutoire à partir des observations (équation 11)

$$\hat{\alpha}_{t+\delta/t} = \hat{\alpha}_{t/t} \quad (9)$$

$$P_{t+\delta/t} = P_{t/t} + Q_{t/t} \quad (10)$$

$$\hat{x}_{t+\delta/t} = z_t \hat{\alpha}_{t+\delta/t} \quad (11)$$

Dans la seconde, on utilise les mesures  $z_{t+\delta}$  et  $x_{t+\delta}$  disponibles sur l'ensemble du réseau de prévision à l'échéance de l'instant  $t + \delta$  pour calculer l'erreur de prévision (équation 12), le paramètre réactualisé (équation 13), à partir du gain ou innovation (équation 14), la matrice de covariance de l'erreur sur la correction (équation 15).

$$e_{t+\delta} = x_{t+\delta} - \hat{x}_{t+\delta} \quad (12)$$

$$KF_{t+\delta} = \frac{P_{t+\delta/t} z_{t+\delta}^T}{z_{t+\delta} P_{t+\delta/t} z_{t+\delta}^T + R_{t+\delta/t}} \quad (13)$$

$$\hat{\alpha}_{t+\delta/t+\delta} = \hat{\alpha}_{t+\delta/t} + KF_{t+\delta} e_{t+\delta} \quad (14)$$

$$P_{t+\delta/t+\delta} = (I - KF_{t+\delta} z_{t+\delta}^T) P_{t+\delta/t} \quad (15)$$

### Méthode récursive des moindres carrés

A l'instant  $t$ , les vecteur  $z_t$ , et  $\hat{\alpha}_t$  sont connus. La prévision à l'instant  $t + \delta$  du débit à l'exutoire est faite à l'aide de l'équation (2)

A l'échéance de l'instant  $t + \delta$ , l'information sur l'ensemble du bassin amont  $z_{t+\delta}$  et à l'exutoire  $x_{t+\delta}$  est disponible. Cette information est utilisée pour calculer l'erreur de prévision (équation 16), calculer le gain (équation 17), corriger le vecteur des paramètres (équation 18) et la matrice de covariance de l'erreur (équation 19)

$$e_{t+\delta} = x_{t+\delta} - z_t \hat{\alpha}_t \quad (16)$$

$$KR_{t+\delta} = \frac{P_t z_{t+\delta}^T}{1 + z_{t+\delta} P_t z_{t+\delta}^T} \quad (17)$$

$$\hat{\alpha}_{t+\delta} = \hat{\alpha}_t + KR_{t+\delta} e_{t+\delta} \quad (18)$$

$$P_{t+\delta} = (I - KR_{t+\delta}) P_t \quad (19)$$

Le calcul se déroule ensuite comme pour le filtre de Kalman.

### Méthode du gradient stochastique

Le principe de base est identique à la méthode récursive des moindres carrés. La prévision  $\hat{x}_{t+\delta}$  à l'instant  $t + \delta$  est faite à partir de l'information disponible l'instant  $t$ ,  $z_t$  et  $\hat{\alpha}_t$  par l'équation 2.

A l'échéance de l'instant  $t + \delta$ , l'observation à l'exutoire du bassin versant,  $x_{t+\delta}$  et sur l'ensemble des stations explicatives  $z_{t+\delta}$  est disponible. On peut donc écrire la relation (20) où  $\hat{\alpha}_{t+\delta}$  représente le paramètre actualisé

$$x_{t+\delta} = z_{t+\delta} \hat{\alpha}_{t+\delta} \quad (20)$$

La relation entre  $\hat{\alpha}_t$  et  $\hat{\alpha}_{t+\delta}$  est obtenue par minimisation de la somme des carrés des écarts entre  $\hat{\alpha}_t$  et  $\hat{\alpha}_{t+\delta}$  avec la contrainte d'égalité entre  $\hat{x}_{t+\delta}$  et  $x_{t+\delta}$  en utilisant le multiplicateur de Lagrange  $\lambda$  (équation 21).

$$\varphi(\hat{\alpha}_{t+\delta}, \hat{\alpha}_t, \lambda) = \sum_{i=1}^3 (\hat{\alpha}_{t+\delta}^i - \hat{\alpha}_t^i)^2 + \lambda (z_{t+\delta} \hat{\alpha}_{t+\delta} - \hat{x}_{t+\delta}) \quad (21)$$

On obtient ainsi, en annulant la dérivation de l'équation (21) par rapport aux paramètres :

$$\hat{\alpha}_{t+\delta} = \hat{\alpha}_t + KG_{t+\delta} e_{t+\delta} \quad (22)$$

où  $e_{t+\delta}$  est donné par l'équation (16)

$$KG_{t+\delta} = \frac{z_{t+\delta}^T}{z_{t+\delta}^T z_{t+\delta}^T} \quad (23)$$

Pour éviter d'avoir un dénominateur égal à zéro, ce qui peut se produire en période de basses eaux, nous avons introduit un terme correctif  $QG$  (équation 24)

$$KG_{t+\delta} = \frac{z_{t+\delta}^T}{z_{t+\delta}^T z_{t+\delta}^T + QG} \quad (24)$$

### Critères de qualité

Pour juger de la qualité des prévisions et comparer les modèles entre eux, le critère de Nash ci-dessous (équation 25) a été appliqué.

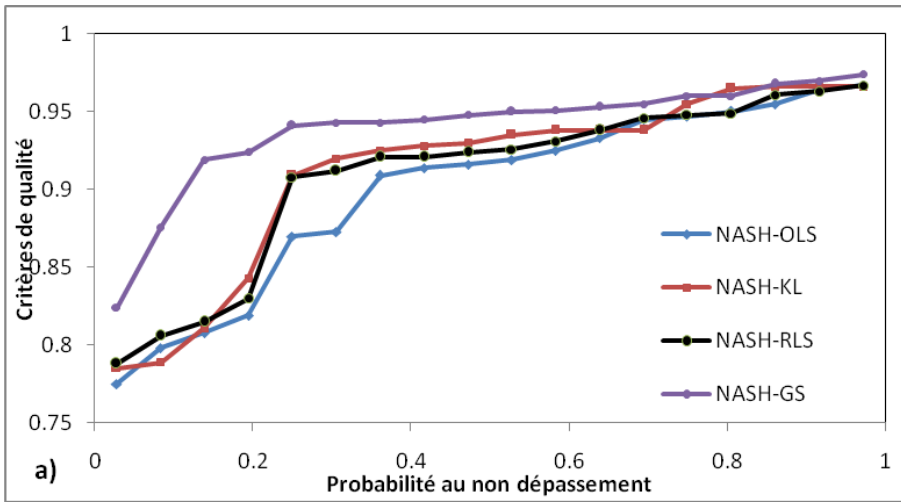
$$Nash = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2} \quad (25)$$

Où :  $x_i$  est le débit observé,  $\hat{x}_i$  le débit estimé par le modèle,  $\bar{x}_i$  la moyenne des débits observés sur la période d'étude, N le nombre de débits observés

## RESULTATS

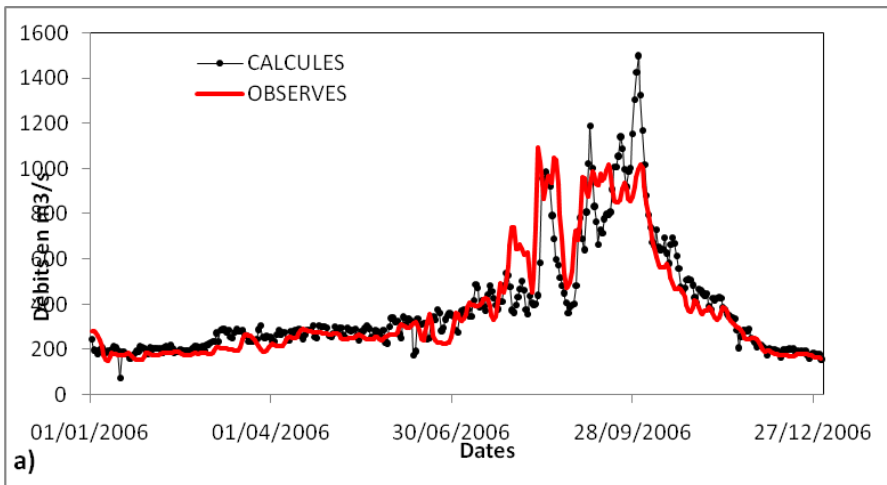
La fonction de répartition des valeurs du critère de Nash obtenus sur l'ensemble des crues de la période retenue a été représentée (Fig. 3). Alors que l'on attendait la méthode du filtre de KALMAN qui repose sur une base théorique plus rigoureuse, c'est la méthode du gradient stochastique plus rudimentaire, qui finalement s'adapte le mieux au modèle de régression multiple. La comparaison des différents gains (équations 13, 17, 23) montre que ceci peut être expliqué par les difficultés de l'évaluation de la statistique des erreurs.





**Fig. 3.** Comparaison des critères de qualité de Nash : OLS Méthode ordinaire des moindres carrés ; KL Filtre de Kalman ; RLS méthode réursive des moindres carrés ; GS : Méthode du gradiet stochastique

Pour illustrer ce résultat, nous avons représenté les hydrogrammes calculés et observés obtenus à partir des procédures adaptatives pour l'année 2006. L'amélioration apportée par la méthode du gradient stochastique est manifeste (Fig. 4, 5 et 6).



**Fig. 4.** Filtre de Kalman : Comparaison des débits calculés et observés

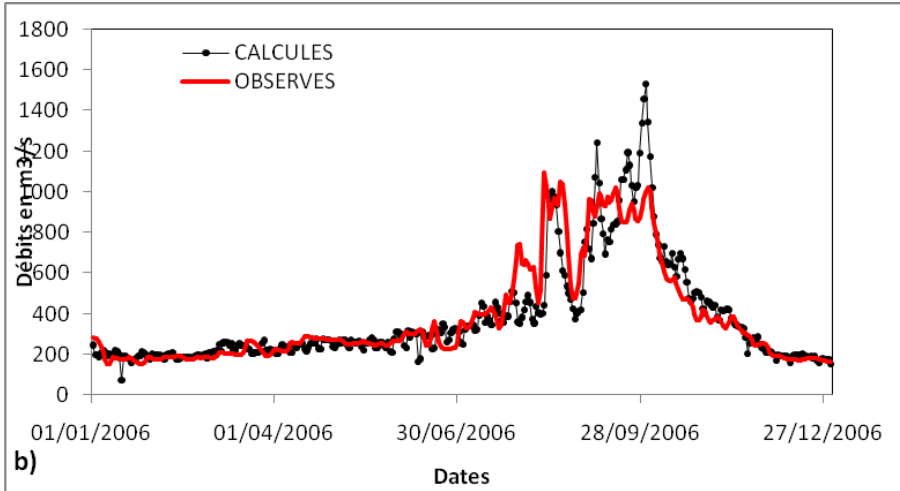


Fig. 5. Méthode récursive des moindres carrés : Comparaison des débits calculés et observés

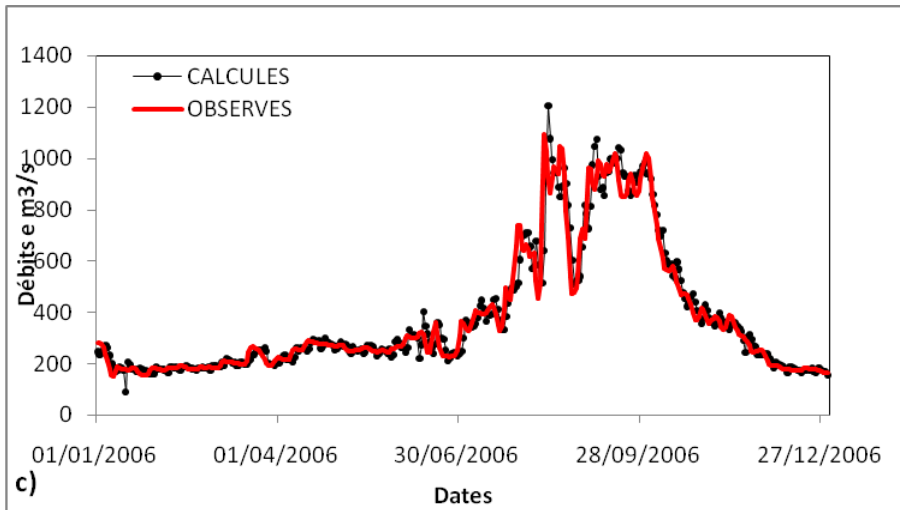


Fig. 6. Gradient stochastique: Comparaison des débits calculés et observés

### CONCLUSION

L'utilisation d'une procédure adaptative pour mettre à jour les paramètres a permis d'améliorer aussi bien les critères locaux que les critères globaux par rapport à la méthode ordinaire des moindres carrés. La comparaison de procédures adaptatives de complexité croissante montre qu'une méthode de prévision simpliste, voire naïve, la méthode régression multiple, couplée à une méthode d'adaptation des paramètres rudimentaire,

le gradient stochastique, s'adapte bien à la prévision à court terme des crues à la station de Bakel à partir des données provenant des stations prévisionnelles situées en amont de cette station.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bader J.C. (1997) *Le soutien de la crue mobile dans le fleuve Sénégal à partir du barrage de Manantali*. Hydr Sci. J 43(5) 741-758
- Borne P., Dauphin-Tanguy G., Richard J.P & Zambettakis I. (1990) *Commande et optimisation des processus*. Edition Technip. Paris. 300 pages
- Cigizoglu H.K. (2003) *Estimation, forecasting and extrapolation of river flows by artificial neural network*. Hydrol . Sci. J. 48(3)349-362
- Dimopoulos I., Lek S & Lauga J. (1996) *Modélisation de la relation pluie débit par les réseaux connexionnistes et le filtre de Kalman*. Hydr. Sci. J. 41(2) 179-193.
- Le Roux J. (2000) *Estimation récursive des paramètres d'un modèle*. Cours DEA ESSII
- Nash J.E. & Suttcliffe J.V. (1970) *River flow forecasting through conceptual models. Part I : a discussion of principles*. J. of Hydrol. 10, 282-290
- Nalbantis I. (2000) *Real time flood forecasting using inadequate data*. Hydrol. Sci. J. 45(2)269-284
- Ouachani R., Bargaoui Z & Ouardaha, T. (2007) *Intégration d'un filtre de Kalman dans le modèle hydrologique HBV pour la prévision des crues*. Hydr. Sci. J. 52(2) 318-337
- Sambou S. (2005) *Modélisation des processus hydrologiques sur l'exemple du bassin amont du fleuve Sénégal*. Thèse de Doctorat ès Sciences. Univ. Cheikh Anta Diop Dakar 414 p
- Sambou S & Thirriot C. (1993) *Algorithmes non récursifs et récursifs : application à la prévision des crues du Haut-Bassin du fleuve Sénégal en amont de Bakel*. In Hydrology of warm humid regions. Ed. Stuart Gladwell. IAHS Publ. N°216. 139-148.
- Wang G.T., Yu Y.S & Wu K. (1987) *Improved flood routing by ARMA modelling and the Kalman Filter technique*. J. of Hydrol. 93, 175-190

&&&&&