

# **ANALYSE BAYESIENNE D'UN MODELE POUR LE PRIX DU BARIL DE PETROLE**

**Mme MOUSSI Oum El Kheir \***

## **Résumé :**

Cet article a pour objet la modélisation du prix du baril de pétrole. Après une analyse de l'historique du prix du baril de pétrole sur la période 1861-2007, nous proposons un modèle, estimons ses paramètres et effectuons des prévisions. Ce dernier est dérivé du modèle autorégressif avec rupture en moyenne (RLAR : Random Level-Shift Autoregressive). Il est utilisé dans un but prévisionnel. La méthode d'estimation utilisée est la méthode bayésienne avec application de l'échantillonnage de GIBBS. L'inférence empirique a été menée à l'aide du logiciel WINBUGS sur une série annuelle de prix déflatés.

## **Mots clés :**

Prix de pétrole, analyse bayésienne, densité à priori, densité à posteriori, échantillonnage de GIBBS, modèle autorégressif, prévisions.

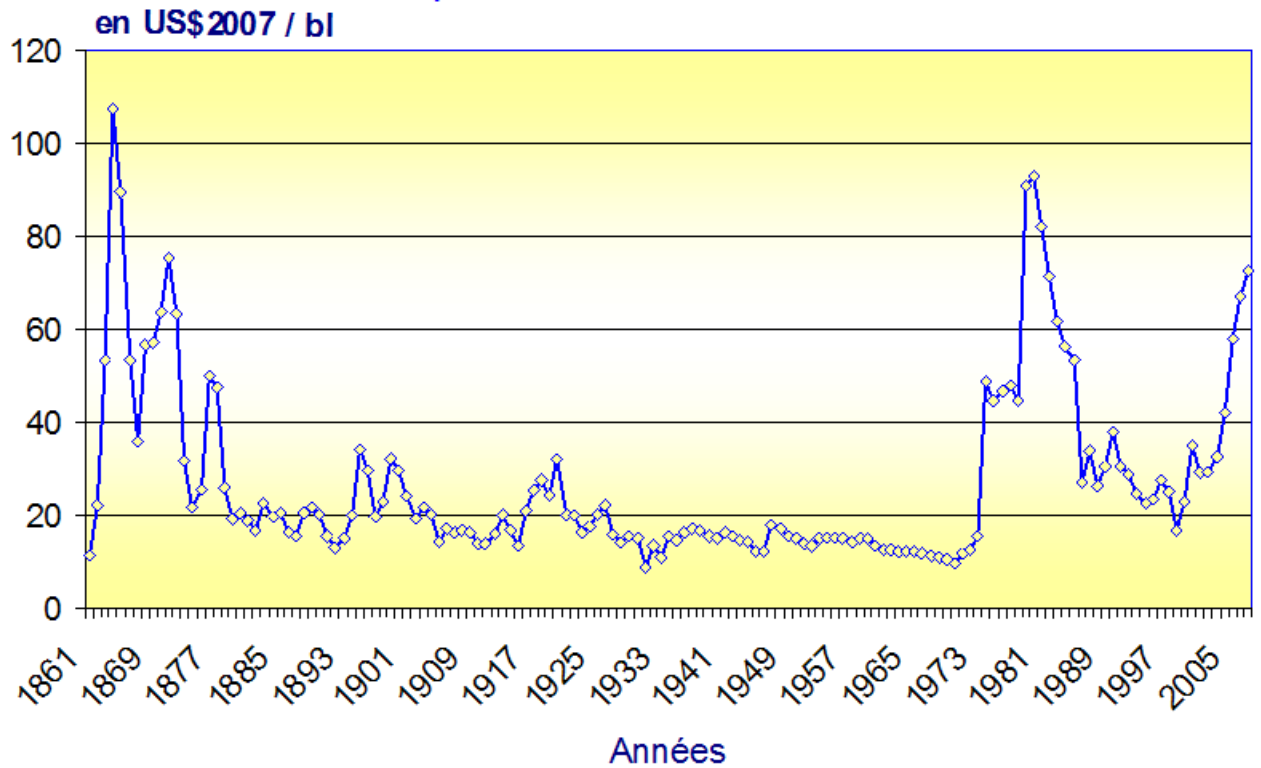
# ANALYSE BAYESIENNE D'UN MODELE POUR LES PRIX DE PETROLE

## 1 INTRODUCTION

S'agissant du prix de pétrole, les prévisionnistes se sont toujours trompés..Les variables à étudier sont trop nombreuses ( consommation,production, coût de production,réserves,...) et les informations sont souvent biaisées. Une situation géopolitique tumultueuse ou une catastrophe naturelle imprévue et les prix s'envolent.

Au cours de son évolution, le prix du baril de pétrole n'a cessé de fluctuer à la hausse ou à la baisse engendrant la volonté de lui substituer d'autres sources d'énergie ou au contraire rendre son exploitation intense.Aujourd'hui, encore,il est toujours la source d'énergie fondamentale et demeure donc un produit stratégique.

## Evolution annuelle du prix du baril de pétrole sur la période 1861-2007



L'histoire du pétrole commence aux Etats Unis avec la découverte du premier réservoir en 1859. La ruée vers l'or noir va engendrer une multitude de forages et comme conséquence un prix de pétrole qui va osciller au "gré des découvertes". De 10\$ (en\$ constants 2007) en 1861, il passe à 50\$ en 1863, 101\$ en 1864, pour retomber à 33\$ en 1867. ([23]).

Par ailleurs d'autres pôles de production pétrolière émergent en dehors des Etats

Unis et des compagnies pétrolières multinationales apparaissent. Ces compagnies pétrolières vont mener une âpre lutte pour conquérir de nouveaux pôles de production ainsi que le marché pétrolier. Comme conséquence le prix du pétrole va connaître des fluctuations intenses jusqu'en 1928. Entre 1873 et 1927 le prix du pétrole va fluctuer autour de 20\$.

A partir de 1928 et pendant trente ans le marché pétrolier va être piloté par le cartel des compagnies internationales réunies autour de l'accord d'Achnacarry. Un des objectifs de cet accord est d'éliminer toute différence de prix sur un même marché, pour un même produit, quelle que soit l'origine du produit.

Défendant les intérêts et politiques pétroliers des pays consommateurs, ces compagnies discutent directement avec les Etats disposant de ressources et obtiennent à des prix très bas des concessions très étendues. Par ailleurs, elles dominent le transport du pétrole, son raffinage et la distribution des produits pétroliers. Durant cette période les prix sont fixés unilatéralement par les majors ( Standard Oil of California, Gulf, Texaco, Mobil, Standard OIL OF New Jersey, la Shell, l'Anglo Persian). Une stabilité des prix caractérisera le marché pétrolier jusque vers 1960. Durant cette période le prix du baril de pétrole fluctue autour d'une moyenne de 13\$.

La reprise en mains progressive par les pays détenteurs de ressources de leurs richesses entraînera l'émergence des compagnies nationales et mettra progressivement fin au monopole des majors.

En 1960, réagissant au prix bas du pétrole maintenu par les compagnies internationales plusieurs de ces Etats s'associent et créent l'organisation des pays exportateurs de pétrole (OPEP). Dans la décennie qui suit, leur part dans la production mondiale passe de 45 à 60% et de 66 à 84% ([23]) pour les seules exportations.

Au début des années 70([23]), la demande de pétrole s'accroît ;le dollar se dévalue et certains pays exportateurs sont désavantagés vu que leurs exportations sont libellées en dollars et leurs importations dans d'autres devises. La fin de la convertibilité du dollar en or en 1971 déclenche une vague de hausses de prix du pétrole.

En 1973,à la suite du conflit israélo-arabe, les pays arabes membres de l'OPEP , réduisent le volume des exportations, prennent le contrôle d'au moins 51% des concessions non encore nationalisées et augmentent le prix du baril de pétrole. Le prix du Saudi Arab Light (pétrole brut produit en Arabie Séoudite), prix de référence de l'époque passe de 11\$ à 48\$(\$ constants) ([23]). C'est le premier choc pétrolier.

Pendant quatre ans,le prix du baril va s'aligner sur celui pratiqué par l'organisation qui va jouer un rôle de régulateur.Il va osciller autour d'une moyenne de 57\$

La crainte d'une pénurie de pétrole ,conséquence des évènements de l'Iran va provoquer le second choc pétrolier en 1979.Le prix du baril atteint 90\$.

Réagissant aux chocs pétroliers ,les compagnies internationales vont investir dans l'exploitation des gisements moins faciles d'accès que ceux du Moyen Orient.Le niveau élevé du prix du baril de pétrole a amené de nombreuses compagnies pétrolières à in-

vestir dans ces zones où les coûts de production bien qu'importants permettaient de dégager des profits importants. Elles relancent donc l'exploration et en conséquence la production de pétrole en de nombreux points du globe. De nouvelles régions pétrolières apparaissent en Indonésie, Afrique, Mer du Nord, Amérique latine, URSS. Egalement se développe la recherche d'énergies de substitution (nucléaire) énergie renouvelable (solaire, éolien) tandis qu'une baisse de l'intensité pétrolière est amorcée dans les pays de l'Occident.

Toutes ces mesures vont créer un contexte caractérisé par une demande pétrolière inférieure à l'offre ce qui provoque une tendance à la baisse des prix à partir de 1981. Les pays de l'OCDE se fournissant prioritairement dans les pays non membres de l'OPEP, cette dernière ne contrôlera plus que 38% de la production mondiale[23].

La faiblesse de la demande fragilise sa position. Les prix baissent et les parts du marché de l'OPEP sont réduites. Là apparaissent les premières divergences entre les pays membres de l'OPEP.

Il y'a les grands producteurs qui peuvent pallier à un bas prix par l'augmentation des volumes (cas des pays du Moyen Orient) ; et il y'a les petits producteurs qui ne peuvent agir de la même manière sans mettre en péril leurs réserves (cas de l'Algérie). L'attitude des grands producteurs de l'OPEP( Arabie Séoudite, Koweït, Emirats Arabes) aura pour conséquence l'inondation du marché. Les prix chutent. Entre 1985 et 1986 il chute de 50%(de 50\$ il passe à 25\$). C'est le contre choc pétrolier.

Entre 1986 et 2003, les variations sont importantes: 10\$ en 1986, 12\$ en 1998, plus de 30\$ lors de la guerre du Golfe et en 2000, 25\$ en Mars 2003. A partir de 2003, s'amorce une tendance à la hausse qui va se poursuivre jusqu' juillet 2008 où le prix atteint le record historique de 147\$(prix courants).

L'offre et la demande jouent un rôle fondamental, mais l'action de l'OPEP par ses réductions conjoncturelles de production est déterminante. Il faut noter aussi que des évènements géopolitiques (guerre du Golfe, situation interne au Nigéria...) ainsi que des catastrophes naturelles (ouragan Katrina) ont des répercussions directes sur la volatilité des prix.

Les fluctuations de l'année 2008 n'ont trouvé aucune explication rationnelle chez les experts du marché pétrolier. Ceci laisse suggérer qu'en dehors des fondamentaux du marché, le prix du baril de pétrole dépend par le caractère stratégique du produit d'évènements extra marché (problèmes géopolitiques, catastrophes naturelles, actions spéculatives, réunion extraordinaire de l'OPEP..) qu'on appellera évènements aléatoires qui peuvent survenir à tout instant et perturber la tendance des prix..

En conséquence, le prix du baril de pétrole dépend certes des fondamentaux du marché qui sont l'offre et la demande mais il est aussi fortement influencé par des évènements extra marché pouvant survenir à tout instant et perturber l'évolution des prix.

Se basant sur ce constat nous proposons dans la section suivante un modèle qui

puisse s'adapter au prix du baril de pétrole et introduisons la méthode d'estimation utilisée qui est la méthode bayésienne

## 2 Définition dumodèle

Statistiquement les prix du baril de pétrole constituent une série temporelle. Sous l'hypothèse que le prix du pétrole à la date  $t$  ( $p_t$ ) est fonction des prix antérieurs ( $p_{t-1}, p_{t-2}, \dots$ ) et d'un évènement aléatoire  $A$  pouvant survenir à tout instant et entraîner soit une augmentation des prix, soit une diminution, nous proposons le modèle suivant :

**Definition 1** *Le modèle du prix du baril à l'instant  $t$  sera défini par l'équation suivante:*

$$p_t = a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t + D_t S_t Z_t$$

- ( $\epsilon_t, t \in Z$ ) bruit blanc gaussien de paramètres 0 et  $\sigma^2$
- $a_0, a_1, \dots, a_k$ ; réels satisfaisant les conditions de stationnarité d'un processus autorégressif d'ordre  $k$  [8],[35])

$$Z_t = 1_A(t) = \begin{cases} 1 & \text{si l'évènement } A \text{ a lieu} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $P[Z_t = 1] = P[A \text{ ait lieu}] = p$  et  $P[Z_t = 0] = P[A \text{ n'ait pas lieu}] = 1 - p$   
 $p \in ]0, 1[$



(iv)- Si  $Z_t = 1$  alors

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{si l'occurrence de } A \text{ est susceptible de produire une augmentation} \\ -1 & \text{si l'occurrence de } A \text{ est susceptible de produire une diminution} \end{cases}$$

avec  $P[D_t = 1/Z_t = 1] = \Psi$  et  $P[D_t = -1/Z_t = 1] = 1 - \Psi$

(v)  $(S_t)_{t=1, \dots, N}$  coefficients réels positifs réalisations d'une distribution aléatoire connue.

(vi)  $p_t$  représente le prix du pétrole à la date  $t$

**Remark 2** Si  $Z_t = 0$  alors

$$p_t = a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t \quad (p_t \rightarrow AR(k))$$

(cela signifie qu'il n'y a pas d'évènement majeur qui vienne perturber l'évolution du processus: le prix à l'instant  $t$  dépend des prix antérieurs)

Si  $Z_t = 1$  et  $D_t = 1$  alors  $p_t = a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t + S_t$  ( l'occurrence de  $A$  est susceptible de produire une augmentation, il y'a donc une rupture à la hausse dans la tendance des prix)

Si  $Z_t = 1$  et  $D_t = -1$  alors  $p_t = a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t - S_t$  ( l'occurrence de  $A$  est susceptible de produire une diminution, il y'a donc une rupture à la baisse dans la tendance des prix)  $\Rightarrow$

$$p_t = \begin{pmatrix} a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t & \text{avec la probabilité } 1 - p \\ a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t + S_t & \text{avec la probabilité } p\Psi \\ a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i p_{t-i} + \epsilon_t - S_t & \text{avec la probabilité } p(1-\Psi) \end{pmatrix}$$

**Remark 3** *Donc les paramètres du modèle que nous devons estimer sont:*

$$a = (a_0, a_1, \dots, a_p)'; \sigma^2; p; \Psi; S = (S)_t'$$

## 2.1 Présentation de la méthode d'estimation

Pour l'estimation du modèle, nous utilisons une approche bayésienne, particulièrement bien adaptée à la prise en compte des incertitudes dans les diagnostics et les décisions. Le cadre statistique bayésien est fondée sur une représentation de l'incertitude autour de l'estimation des inconnues d'un modèle par des distributions de probabilité. L'analyse requiert de fixer une distribution à priori, qui représente l'information dont on dispose pour chaque inconnue avant l'analyse des données en cours ([17]). L'analyse bayésienne permet de passer de l'à priori au postérieur (loi à postérieur) grâce à une information supplémentaire apportée par les données via le modèle. Contrairement aux méthodes classiques du maximum de vraisemblance ou des moindres carrés ordinaires, la méthode bayésienne considère les paramètres du modèle comme étant aléatoires. Dans ce contexte on utilise une distribution de probabilité des paramètres pour tenir compte de l'incertitude (loi à priori). L'approche consiste à combiner une distribution à priori selon un ensemble d'informations avec les données pour obtenir

une distribution à postériori sur laquelle on pratique l'inférence statistique.

En posant  $\theta$  un vecteur de  $k$  paramètres inconnus, l'approche se résume par le théorème de Bayes :

$$p(\theta/y) = \frac{p(y/\theta)p(\theta)}{p(y)} = \frac{p(y/\theta)p(\theta)}{\int p(y/\theta)p(\theta)d\theta}$$

avec

$p(\theta/y)$  = distribution à postériori du paramètre  $\theta$

$p(y/\theta)$  fonction de vraisemblance (loi du vecteur des observations)

$p(\theta)$  distribution à priori de  $\theta$

$p(y)$  vraisemblance marginale.

L'estimateur de  $\theta$  sera calculé à partir de de la densité à postériori  $p(\theta/y)$ .

La mise en pratique de l'inférence bayésienne est problématique car il est souvent impossible de trouver une expression analytique directement exploitable de la distribution à postériori. Grâce au développement de la puissance des moyens de calcul cet obstacle a été surmonté et de nouvelles techniques de simulation ont été mises en pratique à partir des années 90 alors qu'elles avaient été énoncées la première fois en 1974. Parmi ces techniques nous citons les méthodes de simulation de Monte carlo par les chaînes de Markov (MCMC).

Le principe de base des méthodes MCMC est le suivant: Partant d'une valeur arbitraire  $\theta_0$  on génère une chaîne de Markov  $(\theta^t)_t$  qui va converger en loi vers la dis-

tribution à postériori  $p(\theta/\underline{y})$ . L'utilisation d'une chaîne de Markov produite par un algorithme MCMC est semblable à l'utilisation d'un échantillon indépendant identiquement distribué selon  $p(\theta/\underline{y})$ . L'échantillonnage de GIBBS est une méthode MCMC. Nous allons expliciter l'échantillonnage de GIBBS dans le cas d'un modèle d'échantillonnage avec un paramètre à trois dimensions  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)'$ .

Supposons que l'on dispose de logiciels permettant la génération des distributions à postériori suivantes:  $f_1(\theta_1/\theta_2, \theta_3, \underline{y}); f_2(\theta_2/\theta_1, \theta_3, \underline{y}); f_3(\theta_3/\theta_1, \theta_2, \underline{y})$  où  $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$  est le vecteur de  $n$  observations.

La première étape de l'algorithme consiste à choisir un vecteur de valeurs initiales pour le paramètre  $\theta$  ou le générer de manière aléatoire:  $(\theta_{10}, \theta_{20}, \theta_{30})'$ .

La seconde étape consiste à :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - \text{générer } \theta_{11} \text{ à partir de } f_1(\theta_1/\theta_{20}, \theta_{30}, \underline{y}) \\ 2 - \text{générer } \theta_{21} \text{ à partir de } f_2(\theta_2/\theta_{11}, \theta_{30}, \underline{y}) \\ 3 - \text{générer } \theta_{31} \text{ à partir de } f_3(\theta_3/\theta_{11}, \theta_{21}, \underline{y}) \end{array} \right.$$

Considérer le vecteur  $(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31})'$  comme vecteur de valeurs initiales et retourner à l'étape 2.

Générer ainsi  $(M+N)$  vecteurs:  $(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31})', (\theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{32})', \dots, (\theta_{1M+N}, \theta_{2M+N}, \theta_{3M+N})'$

Ignorer les  $M$  premiers vecteurs générés et pratiquer l'inférence statistique avec les  $N$  derniers vecteurs obtenus c'est à dire:

$(\theta_{1N+1}, \theta_{2N+1}, \theta_{3N+1})', (\theta_{1N+2}, \theta_{2N+2}, \theta_{3N+2})', \dots, (\theta_{1M+N}, \theta_{2M+N}, \theta_{3M+N})'$ .

Sans perte de généralités la théorie assure que la chaîne de Markov produite est

irréductible et converge donc en loi vers la distribution à postérieure  $f((\theta_1, \theta_2, \theta_3/\underline{y})$  quand  $N \rightarrow \infty$ .

C'est cette méthode que nous avons retenue pour l'estimation des paramètres du modèle. Pour cela nous devons calculer les distributions à postérieure pour chacun des paramètres. Ce sera l'objet de la prochaine section.

**Remark 4** *Pour la détermination des lois conditionnelles nous nous sommes inspirés de la démarche menée par McCulloch et Tsay dans leur article intitulé "Bayesian inference and prediction for mean and variance shifts in autoregressive time series" ([33],[49]).*

### 3 Détermination des lois à postérieure

Les lois à postérieure à déterminer sont les suivantes:

$$f(a/\sigma^2, p, \Psi, S, Y, Z, D) , f(\sigma^2/a, p, \Psi, S, Z, D, Y) , , \\ f(S/a, \sigma^2, Y, p, \Psi, Z, D), f(p/Y, D, Z, \sigma^2, \Psi, S, a) \text{ et } .f(\Psi/Y, D, Z, \sigma^2, p, S, a)$$

Les distributions à priori suivantes ont été utilisées:

$a \rightarrow N(\mu_0, \Sigma_0)$ (loi normale multidimensionnelle de vecteur moyenne  $\mu_0$  et de matrice de variance covariance  $\Sigma_0$  ).

$S_t \rightarrow N(s, \xi^2)$ (loi normale univariée tronquée positive de moyenne  $s$  et de variance  $\xi^2$ ).

$$\frac{v\lambda}{\sigma^2} \rightarrow \chi_v^2$$

$$p \rightarrow \beta(\nu_1, \nu_2) \text{ et } \Psi \rightarrow \beta(\gamma_1, \gamma_2)$$

où les hyperparamètres  $\mu_0, \sum_0, s, \xi^2, v, \lambda, \nu_1, \nu_2, \gamma_1, \gamma_2$  sont supposés connus.

En utilisant les outils techniques bayésiens (voir thèse de doctorat ) nous avons obtenu les les résultats suivants:

### 3.1 Détermination de $f(a/\sigma^2, p, \Psi, S, Y) = f(a/)$

$$a \rightarrow N(a_*, \sum_*)$$

avec

$$a_* = \sum_*^{-1} \left( \frac{(U'U)^{-1}}{\sigma^2} \hat{a} + \sum_0^{-1} \mu_0 \right)$$

et

$$\sum_*^{-1} = \frac{(U'U)^{-1}}{\sigma^2} + \sum_0^{-1}$$

$X = (p_{k+1}, \dots, p_N)'$ ,  $a = (a_0, a_1, \dots, a_k)'$ ,  $\varepsilon = (\varepsilon_{k+1}, \varepsilon_{k+2}, \dots, \varepsilon_N)$  et

$$U = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & p_k & \cdot & \cdot & p_1 \\ \hline 1 & p_{k+1} & \cdot & \cdot & p_2 \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 1. & p_{N-1} & \cdot & \cdot & p_{N-k} \\ \hline \end{array}$$

### 3.2 Détermination de $f(\sigma^2/a, p, \Psi, S, Y) = f(\sigma^2/a, X)$ :

$f(\sigma^2/a, X) = A.B$  avec

$$A = \frac{\left[ \left( \sum_{t=k+1}^{t=N} (X_t - a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i X_{t-i})^2 + v\lambda \right) / 2 \right]^{\frac{N-k+v}{2}}}{\Gamma\left(\frac{N-k+v}{2}\right)} \text{ et}$$

$$B = (\sigma^2)^{-\left(\frac{N-k+v}{2}\right)-1} \exp\left(-\frac{\left( \sum_{t=k+1}^{t=N} (X_t - a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i X_{t-i})^2 + v\lambda \right)}{2\sigma^2}\right)$$

qui est la densité d'une inverse gamma de paramètres

$$\alpha = \frac{N-k+v}{2}, \text{ et } \beta = \left( \sum_{t=k+1}^{t=N} (X_t - a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i X_{t-i})^2 + v\lambda \right) / 2$$

$$\left( (\sigma^2/a, p, \Psi, S, Y) \rightarrow I\Gamma(\alpha, \beta) \right) \iff \frac{\sum_{t=k+1}^{t=N} (X_t - a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i X_{t-i})^2 + v\lambda}{\sigma^2} \rightarrow \chi_{v+N-k}^2$$

### 4 Détermination de $f_{S_h}/(\varphi, p, \psi, y, \sigma^2)$

$f_{S_h}/(a, p, \psi, y, \sigma^2, (Z, D)) = A_1 + A_2 + A_3$  avec

$$A_1 = \frac{1-p}{\xi\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{S_h^2}{2\xi^2}\right)$$

$$A_2 = \frac{p\psi}{\sqrt{2\pi \frac{\sigma^2\xi^2}{\sigma^2 + \left(\sum_{i=h}^{i=m} w_i^2\right)\xi^2}}} \exp\left(-\frac{\left( S_h - \frac{\left(\sum_{i=h}^{i=m} a_{i-h} w_i\right)\xi^2 + s\sigma^2}{\sigma^2 + \left(\sum_{i=h}^{i=m} w_i^2\right)\xi^2} \right)^2}{2\left(\frac{\sigma^2\xi^2}{\sigma^2 + \left(\sum_{i=h}^{i=m} w_i^2\right)\xi^2}\right)}\right)$$

$$A_3 = \frac{p(1-\psi)}{\sqrt{2\pi \frac{\sigma^2 \xi^2}{\sigma^2 + \left(\sum_{i=h}^{i=m} w_i^2\right) \xi^2}}} \exp \left( - \frac{\left( S_h - \frac{\left( - \sum_{i=h}^{i=m} a_{i-h} w_i \right) \xi^2 + s \sigma^2}{\sigma^2 + \left(\sum_{i=h}^{i=m} w_i^2\right) \xi^2} \right)^2}{2 \left( \frac{\sigma^2 \xi^2}{\sigma^2 + \left(\sum_{i=h}^{i=m} w_i^2\right) \xi^2} \right)} \right)$$

avec dans  $A_2 : w_i = -\varphi_{i-h} + \varepsilon_i$  et dans  $A_3 : w_i = -\varphi_{i-h} + \varepsilon_i$ .

#### 4.1 Détermination de la loi à postérieure de $p$ : $f(p/)$

La loi à postérieure de  $p = P[Z_t = 1] = P[A \text{ ait lieu}]$ ,  $t$  variant de  $k+1$  à  $N$ , va dépendre uniquement de  $Z_t$

et plus particulièrement du nombre de réalisations de l'évènement  $A$  au cours des  $N-k$  observations.  $\Rightarrow$

$$f(p/a, S, y, \sigma^2, Z) = f(p/Z_{k+1}, Z_{k+2}, \dots, Z_N) = f(p/U) \text{ avec } U = Z_{k+1} + Z_{k+2} + \dots + Z_N$$

$$Z_t \rightarrow B(1, p) \Rightarrow U \rightarrow B(N-k, p) \Rightarrow$$

$$f(p/U) = \frac{f(U/p)f(p)}{\int f(U/p)f(p)dp} = \frac{C_{N-k}^x p^x (1-p)^{N-k-x} p^{\nu_1-1} (1-p)^{\nu_2-1}}{\beta(\nu_1, \nu_2) \int f(U/p)f(p)dp}$$

$\Rightarrow$

$$f(p/U) \propto p^{x+\nu_1-1} (1-p)^{N+\nu_2-x-1}$$

Vu que  $f(p/U)$  est une densité de probabilité on obtient:



$$f(p/U) = \frac{p^{x+\nu_1-1}(1-p)^{N+\nu_2-x-1}}{\beta(\nu_1+x, N+\nu_2-k-x)}$$

qui est la densité d'une loi bêta de paramètres  $\alpha = \nu_1 + x$ , et,  $\beta = N + \nu_2 - k - x$

## 4.2 Détermination de la loi à postérieure de $\psi$ : $f(\psi/)$

La loi à postérieure de  $\Psi$  va dépendre uniquement des variables  $Z$  et  $D$  et plus particulièrement des évènements  $[Z = 1], [D = 1]$ , et  $[D = -1]$ .  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} f(\psi/a, S, y, \sigma^2, Z, D) &= f(\psi/(Z_{k+1}, D_{k+1}), (Z_{k+2}, D_{k+2}), \dots, (Z_N, D_N)) \\ &= f(\psi/U, D_{k+1}, D_{k+2}, \dots, D_N) \text{ avec } U = Z_{k+1} + Z_{k+2} + \dots + Z_N \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$f(\psi/U, D_{k+1}, D_{k+2}, \dots, D_N) = \frac{f(D_{k+1}, D_{k+2}, \dots, D_N/U) \cdot f(\psi)}{\int f(D_{k+1}, D_{k+2}, \dots, D_N/U) \cdot f(\psi) d\psi}$$

$\Rightarrow$

$$f(\psi/U, D_{k+1}, D_{k+2}, \dots, D_N) \propto \psi^{x_1} (1-\psi)^{x-x_1} \psi^{\gamma_1} (1-\psi)^{\gamma_2} = \psi^{x_1+\gamma_1} (1-\psi)^{x-x_1+\gamma_2}$$

$\Rightarrow$

$$f(\psi/U, D_{k+1}, D_{k+2}, \dots, D_N) = \frac{\psi^{x_1+\gamma_1} (1-\psi)^{x-x_1+\gamma_2}}{\beta(x_1+\gamma_1+1, x-x_1+\gamma_2+1)}$$

qui est la densité d'une beta de paramètres  $(x_1 + \gamma_1 + 1)$  et  $(x - x_1 + \gamma_2 + 1)$

avec  $x$  = nombre de réalisations de l'évènement  $[Z = 1]$  ,  $x_1$  = nombre de réalisations de l'évènement  $[D = 1]$ ,et  $x - x_1$  = nombre de réalisations de l'évènement  $[D = -1]$ .

**Conclusion 5** *Se basant sur les distributions conditionnelles déterminées précédemment , et si on dispose d'un logiciel adéquat on peut implémenter l'algorithme de Gibbs, en précisant, les paramètres des distributions à priori utilisées suivant la démarche suivante: 1- Donner des valeurs initiales aux paramètres ou les générer 2- (i) Générer le paramètre  $a$  à partir de  $f(a/$  les valeurs initiales) (ii) Générer le paramètre  $\sigma^2$  à partir de  $f(\sigma^2/$  les valeurs initiales , la valeur de  $a$  étant celle simulée en 1) (iii) Générer le paramètre  $p$  à partir de  $f(p/$  les valeurs initiales , les valeurs de  $a$  ,  $\sigma^2$  , étant celles simulées en (i), et (ii), respectivement) (iv) Générer le paramètre  $\psi$  à partir de  $f(\psi/$  les valeurs de  $a$  ,  $\sigma^2$  ,  $p$  , simulées en (i), (ii), et (iii) respectivement 3- Prendre le paramètre obtenu en 2 comme valeur initiale et retourner en 1. Répéter cette boucle pendant  $(M+N)$  fois ( de l'ordre de milliers de fois); et utiliser les  $N$  dernières itérations pour former l'échantillon empirique issu de la distribution à postériori du modèle et procéder à l'inférence.*

## 5 Estimation empirique

Pour l'application de ce modèle, nous avons utilisé une série de prix annuels de pétrole déflatés en dollars 2007 allant de 1861 à 2007. L'estimation empirique a été menée à

l'aide du logiciel WINBUGS.

L'utilisation du logiciel requiert la donnée de la vrassemblance du modèle ainsi que la spécification des lois à priori pour chaque paramètre dont la loi à postériori a été déterminée précédamment. Les valeurs des hyperparamètres ont été fixées en fonction des scénarios retenus pour l'inférene et de la convergence des chaînes de markov produites par l'algorithme.

Des analyses préliminaires( voir thèse de doctorat) ont montré qu'en période de stabilité, la série des prix de pétrole peut être ajustée par un processus autorégressif d'ordre 1. D'où, l'estimation du modèle suivant:

$$p_t = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 p_{t-1} + \epsilon_t & \text{avec la probabilité } 1 - p \\ a_0 + a_1 p_{t-1} + \epsilon_t + S_t & \text{avec la probabilité } p\Psi \\ a_0 + a_1 p_{t-1} + \epsilon_t - S_t & \text{avec la probabilité } p(1-\Psi) \end{pmatrix}$$

Les paramètres à estimer seront donc:  $a_0, a_1, p, \psi, S_t$ , et  $\sigma_\epsilon$ .

Pour cela nous avons adopté trois scénarios:

Dans le premier scénario la conjoncture du marché pétrolier se caractérise par une tendance à la stabilité des prix, dans le second scénario la conjoncture se caractérise par une tendance à la hausse des prix et enfin un troisième scénario où la situation du marché se caractérise par une tendance à la baisse des prix.

De nombreuses simulations effectuées ont montré que les valeurs générées de  $S_t$  étaient égales presque partout d'où la conclusion que la suite des variables  $S_t$  converge

vers une variable constante  $S$ . D'où la reformulation du modèle sous la forme suivante:

$$p_t = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 p_{t-1} + \epsilon_t & \text{avec la probabilité } 1 - p \\ a_0 + a_1 p_{t-1} + \epsilon_t + S & \text{avec la probabilité } p\Psi \\ a_0 + a_1 p_{t-1} + \epsilon_t - S & \text{avec la probabilité } p(1-\Psi) \end{pmatrix}$$

Scénario 1:

Nous avons retenu les lois à priori suivantes:

$$a_0 \rightarrow N(28, 100) \text{ avec } \sigma^{-2} = 100$$

$$a_1 \rightarrow N(0.65, 1.E + 8)$$

$$p \rightarrow \beta(4, 0.5)$$

$$\psi \rightarrow \beta(5, 1)$$

$$\sigma^{-2} \rightarrow \gamma(10, 60)$$

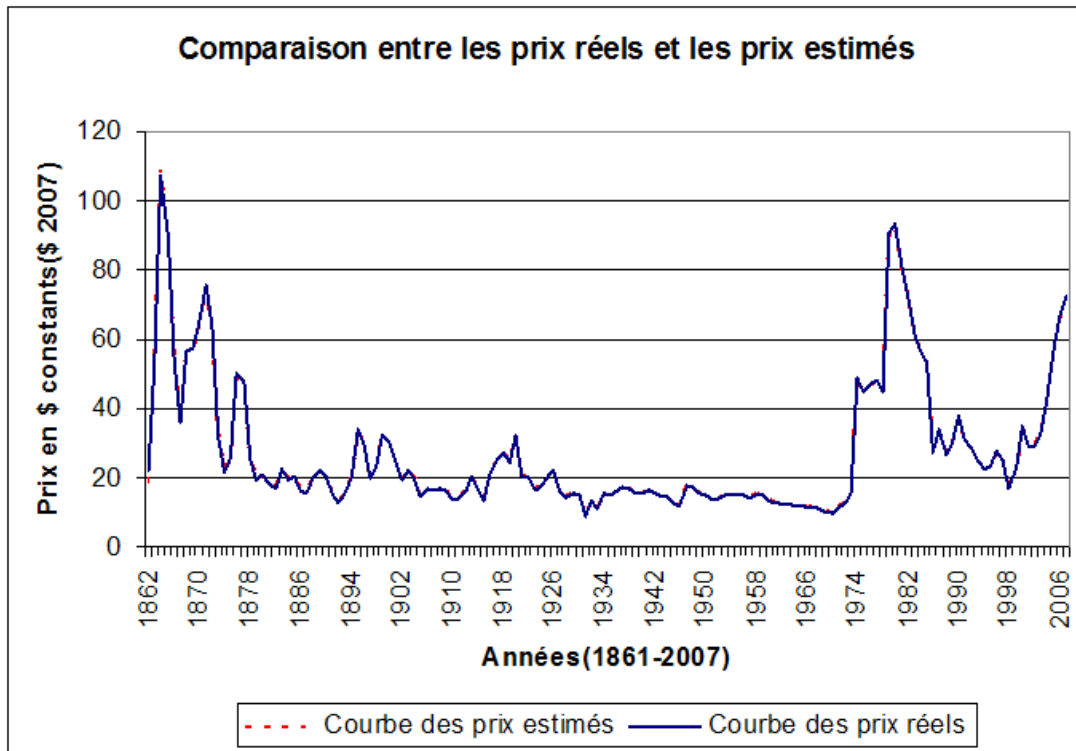
Remarque:

Les hyperparamètres de  $a_1$  ont été obtenu par tâtonnement jusqu'à obtention de la convergence de la chaîne de markov.

$a_0 = 28$  et  $a_1 = 0.65 \Rightarrow E(p_t) = 80\$$  (ceci traduit une conjoncture caractérisée par une moyenne des prix fluctuant autour de 80\$).

$p \rightarrow \beta(4, 0.5)$  et  $\psi \rightarrow \beta(5, 1)$  ont été choisi sous l'hypothèse que la conjoncture des marchés pétroliers se caractérise par une tendance à la hausse.

le reste des hyperparamètres a été obtenu par tâtonnement jusqu'à obtention de la convergence des chaînes de markov.

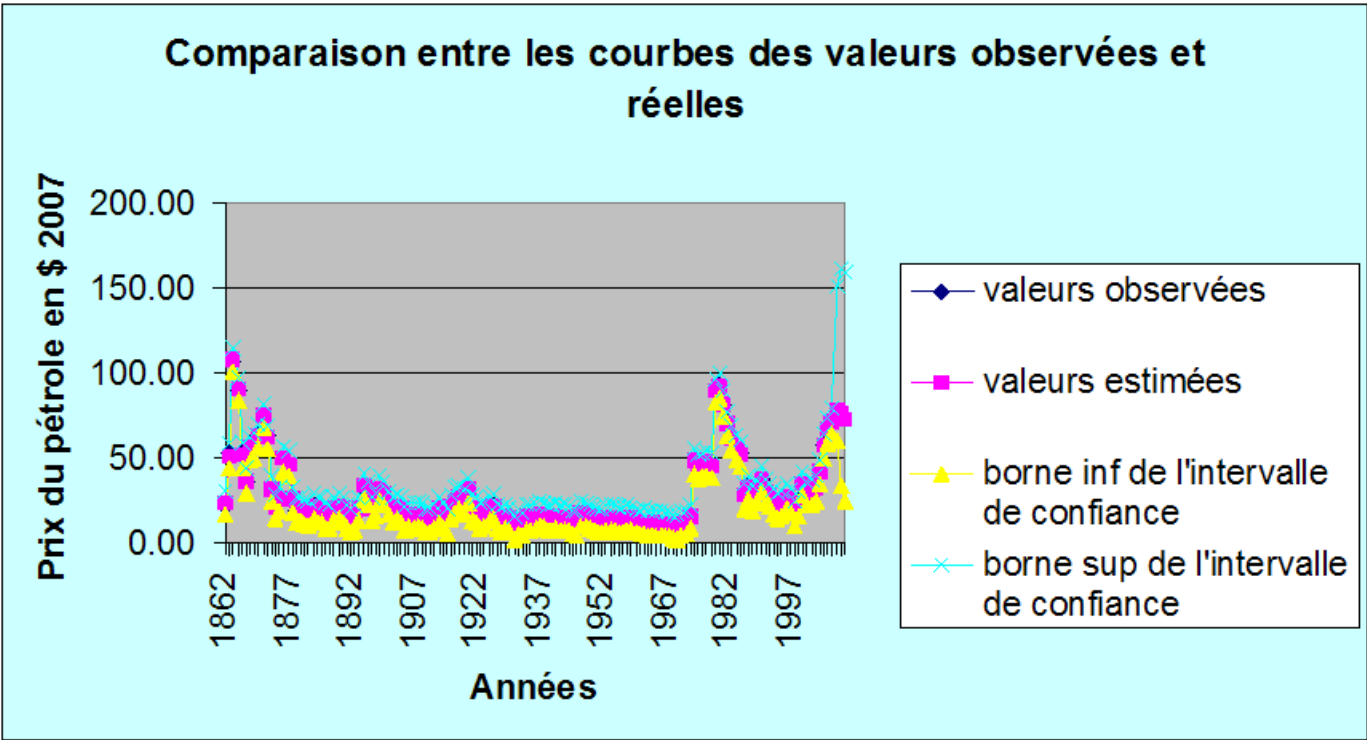


Les résultats suivants ont été obtenus:

Nous constatons que le modèle estime correctement la suite des observations dans la mesure où la courbe des valeurs estimées se confond avec celles des données réelles comme le montre le graphe ci-dessus.

Le graphe ci-dessus représente la courbe de prédiction estimée à l'intérieure de l'intervalle de confiance dans une conjoncture caractérisée par une tendance à la hausse( prix du baril de pétrole fluctuant autour de 100\$ ce qui correspond à  $a_0 = 35$ ).Nous constatons comme précédamment que l'erreur d'horizon  $h$  augmente avec  $h$

### Comparaison entre les courbes des valeurs observées et réelles



Nous avons obtenu les intervalles de confiance(niveau de confiance 95%) suivants pour les années 2008,2009,2010.

Années	Moyenne(\$)	médiane(\$)	Intervalle de confiance(\$)
2008	80.61	82.11	[60.7,150.8]
2009	76.57	68.82	[34.09,161.3]
2010	73.28	67.23	[25.17,158.7]

Sous les hypothèses du scénario 3,nous avons obtenu les résultats suivants:

Années	Moyenne(\$)	médiane(\$)	Intervalle de confiance(\$)
2008	78.55	68.55	[43.39,89.09]
2009	62.38	63.26	[23.53,87.04]
2010	51.2	52	[12.72,80.51]

Statistiquement nous pouvons conclure que le modèle construit représente assez fidèlement les observations dans la mesure où les courbes des données réelles et des données estimées se confondent.

Quant à l'importance de l'amplitude de l'intervalle de prévision,elle reflète la grande volatilité des prix sur la période observée (prix variant entre 8 et 100\$).

## 5.1 Conclusion

Le modèle a été construit sous l'hypothèse suivante:Le prix de pétrole à l'instant  $t$  dépend des prix antérieurs et d'évènements aléatoires pouvant survenir à tout moment,engendrant une rupture dans la tendance des prix.

Nous avons constaté que le modèle représente assez fidèlement les observations dans la mesure où la courbe des valeurs estimées se confond avec celle des valeurs réelles.Par ailleurs l'amplitude importante des intervalles de crédibilité confirme notre hypothèse puisqu'elle reflète une forte volatilité dans les prix.

La hausse des prix de pétrole a surpris par son ampleur (une augmentation des prix courants de plus de 100\$ entre janvier 2002 et Juillet 2008), et par sa persistance (tendance à la hausse depuis 2003).Pendant que les experts du marché pétrolier dissertaient sur cette hausse et l'attribuaient au développement intensif des marchés pétroliers ayant engendré une spéculation; à la faiblesse du dollar; à une psychose permanente d'une rupture dans les approvisionnements à cause de tensions géopolitiques dans les régions pétrolières, au spectre du peak oil dans un avenir immédiat;les cours du pétrole surprennent une autre fois en s'effondrant brusquement dès Septembre 2008.

Ce comportement est en parfaite adéquation avec les prévisions faites à partir du modèle que nous avons construit.En effet ,à travers les différents scénarios simulés ,nous avons montré que les prix pouvaient atteindre les 160\$ comme ils pouvaient



redescendre jusqu'à 25\$( voir les intervalles de confiance).

Ceci est confirmé par la situation actuelle du marché pétrolier où on observe d'importantes fluctuations dans les prix. Ces fluctuations ont surpris tous les acteurs du marché qui ne leur trouve aucune explication rationnelle. Ce comportement des prix, nous l'interprétons comme étant la conséquence d'évènements aléatoires qui échappent à la maîtrise des acteurs du marché comme par exemple une situation géopolitique tendue, une catastrophe naturelle ou des actions spéculatives.

Toutefois nous faisons remarquer que l'application aux séries non déflatées de prix ne donne pas les mêmes résultats. Il semble que la déflation des prix a éliminé les fluctuations dues à la monnaie du dollar et donc un mélange de trois lois normales semble bien représenter la série. Pour la série des prix en monnaie courante il faudrait prendre en considération les fluctuations induites par la monnaie dollars.

## References

ABRAMSON, B ; FINIZZA, A Probabilistic forecasts from probabilistic models:  
a case study in the oil market; International journal of forecasting 11 - 1995

ADJEMIAN Stephane: Un regard Bayésien sur les modèles dynamiques de la  
Macro économie ,Université du Maine Florian Pelgrin 8 Avril 2007

ALBERT, J.H et CHIB, S. (1993a): Bayes Inference via Gibbs sampling of autoregressive times series subject to Markov mean and variance shifts. Journal of Business Economic Statistics 11, 1-15

ANDRIEU C., A; DOUCET and C.P. Robert: Computational Advances for and from Analysis. CREST, INSEE

BENASSY-QUERE Agnes, MIGNON Valérie, PENOT Alexis: China and the relationship between the oil price and the dollar, CEPII, Working Paper N°2005-16 perspectives

BIJAK Jakub: Bayesian Model Averaging in Forecasting International Migration Population . Européen population Conférence 2006, Liverpool 21-24 June 2006

BOURDAIRE, J.M: Le pétrole , hier et demain - Revue Medenergie n°18 janv 2006

BROCKWELL, Peter J. et DAVIS Richard A.: Times Series : Theory and Methods. Ed. Springer

CASELLA, G., and E.I GEORGE. 1992: Explaining the Gibbs sampler. The American Statistician, Vol.46, N°3 ( August 1992)

CLÔ Albert:La nouvelle crise pétrolière : Quelle clé de lecture - Revue Meden-  
ergie n°14 janv 2005

CHITOUR Chems Eddine:Les stratégies énergétiques des Etats, 1er Symposium  
du Comité Algérien de l'Energie, Nov.1996

CHEVALIER Agnès:Le pétrole Editions La Découverte Paris 1986

CHEVALIER,Jean Marie: Le pétrole dans l'économie mondiale, RevueQues-  
tions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation  
Française,pp19-27

CHEVALIER, Jean Marie: Energie et pétrole ,tensions et turbulences. Revue  
,Liason Energie Francophonie N)70,1er Trim 2006

COPINSCHI, Philippe: Rente pétrolière,géopolitique et conflits. Revue Ques-  
tions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation  
Française,pp39-45

DARRAT A, F.,OTTIS W.G:US oil prices and the macro economy a reply.  
Empiricals Economics(1997)22,157-159

DEGROOT, M.(1970): Optimal Statistical Decisions ,New York, McGraw

DGEMP: L'industrie pétrolière en 2006 - Direction Générale de l'Energie et des  
Matières Premières , <http://www.industrie.gouv.fr>

ENCEL,Frédéric: De la Caspienne au Golfe:une nouvelle pétrostratégie russo-américaine. Revue Questions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation Française,pp59-67

FAVENNEC J.,S.RAKI -RECHIGNAC: Des coûts d'approvisionnements raisonnables, des prix fluctuants.Revue Questions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation Française,pp48-56.

GELLEUX Gilles; Christian ROBERT: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions,Journal of American Statistical Association ;Sep.2000, Vol.95, n°451

GIMENEZ, O ; BONNER, Simon: WinBugs for population ecologists : Bayesian modeling using Markov Chain Monte-Carlo methods - CEFE/CNRS; UMR 5175 Montpellier- Dpt of Statistics and Actuarial science.

GIRAUD André,Xavier BOY DE LA TOUR: Géopolitique du pétrole et du gaz,Ed.Technip,1987

GIRAUD Pierre Noël: La plage d'équilibre des prix du pétrole,traduction de l'article paru dans la revue Energy Policy,Vol.23,N°1, pp 35-49,1995

GONGDON Peter: Applied Bayesian Modelling.Wiley Series in probability and statistics

Amor Khelif: L'équilibre du marché pétrolier entre le court et le long terme -  
In Dynamique des marchés, Valorisation des hydrocarbures, Ouvrage collectif  
sous la direction de Amor Khelif ,CREAD -Octobre 2005

HAMILTON,James D.:Time Séries Analysis,pp 200-232, Princeton University  
Press,1994

Hervé l'HUILIER: Pétrole et relations internationales depuis 1945.Revue Ques-  
tions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation  
Française,pp6-16

KERGUERIS, J ; SAUNIER, C: Les perspectives d'évolution du prix des hy-  
drocarbures à moyen et long terme; Rapport d'information au Sénat - France

KHELIF, Amor: La réforme du secteur des hydrocarbures en Algérie Cahier du  
CREAD n°50 4ième trim 1999 p71-83

KHELIF,Amor: L'innovation technologique : un atout majeur dans la stratégie  
de retour des compagnies pétrolières dans les pays producteurs. In Dynamique  
des marchés, Valorisation des hydrocarbures, Ouvrage collectif sous la direction  
de Amor Khelif ,CREAD -Octobre 2005

MAURICE, J: Prix du Pétrole , Conseil d'analyse économique, Paris 2001

MCCULLOCH R.E and RUEY S. TSAY: Bayesian Inférence and Prédiction for Mean and Variance Shifts in autoregressive time Séries

MEKIDECHE Mustapha: Le secteur des hydrocarbures,OPU Alger,1983

MOUSSI O:Estimation de l'ordre d'un processus autorégressif,convergence du critère  $FPE^\alpha(k)$ ,Thèse de doctorat de troisième cycle (1985)

MOUSSI O.: Prix du Pétrole et taux de change en Algérie : Relation de cointégration - Colloque international Adrar 2003

NOËL Pierre:Les Etats Unis et le pétrole:de Rockefeller à la guerre du Golfe.Revue Questions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation Française,pp30-37

OCDE: Evolution des prix du pétrole : Moteurs, conséquences économiques et ajustements des politiques ; Perspectives économiques de l'OCDE n°76

OTRANTO E.,GALLO G.M.: Anon parametric Bayesian approach to detect the number of regimes in Markov Switching models,Universita degli Studi di Firenze

PERCEBOIS Jacques: Le transport international du pétrole et du Gaz naturel.Revue Questions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation Française,pp68-72

PESARAN M.Hashem, TIMMERMANN Allan: Small Sample Properties of forecasts from Autoregressive Models under Structural Breaks. Fev 2004

PESARAN M.Hashem,PETTENUZZO David,TIMMERMANN Allan: Forecasting time series to multiple structural breaks,Seminar at Cirano,Newton Institute of Mathematical Sciences at Cambridge University,Nov.2005

PESARAN M.Hashem,Pettenuzzo David,Timmermann Allan: Learning,Structural instabilityand Present Value Calculations,Janv.2006 , Newton Institute of Mathematical Sciences at Cambridge University.

ROBERT Christian : Bayesian Computationnel methods, CEREMADE Paris Dauphine

ROBERT Christian: Méthodes de Monte Carlo par Chaines de Markov .Ed.Economica

ROBERT Christian,Jean Michel MARIN,Kerrie MENGERSEN: Bayesian Modelling and Inférence on Mixtures distributions,CEREMADE Paris Dauphine

ROBERT Christian,Jean Michel MARIN,:Bayesian Core :A practical approach to computational bayesian statistics,Unversité de Paris Dauphine,2006/2007

ROUCHKA Eric C.: A Brief Overview of Gibbs Sampling,IBC Statistics Study Group,May20,1997

RUEY S.Tsay: Analysis of FINANCIAL Time Series.John Wiley and Sons.

Revue: Liaison Energie et Francophonie n° 70 : Le pétrole : vit-on un troisième choc?

Revue: BP Statistical Review of World Energy - 2007

Revue: Medenergie n° 18 ( janvier) et 19 (avril) 2006

Revue: Questions internationales N°2 Juillet Aout 2003 - Le Pétrole - La documentation Française

Revue: Pétrole et Gaz Arabe

Revue: Energie : Les défis à venir - Sciences et Vie Hors Série mars 2001

SCOLLNIK David P.M : Actuarial Modeling with MCMC and BUGS, North American Actuarial Journal, Vol.5, N°2.

SPIEGELHALTER David, ANDREW Thomas, Nicky BEST et Wally GILKS: BUGS 0.5 Bayesian Inference Using Gibbs Sampler

SENECAL, Stéphane: Méthodes de simulation Monte-Carlo par chaînes de Markov pour l'estimation de modèles, Application en séparation de sources et en égalisation - Thèse de Docteur de l'INPG - 2002



SIDDHARTA Chib: Estimation and comparison of multiple change point models, *Journal of Econometrics* 86(1998), pages 221-241

Lunn, D.J., Thomas, A., Best, N., and Spiegelhalter, D: WinBUGS – a Bayesian modelling framework : concepts, structure, and extensibility. *Statistics and Computing*, 10: 325–337.

B. WALSH: Markov Chain Monte Carlo and GIBBS Sampling , avril 2004

YAICI, Farid: A propos des prix des hydrocarbures en tant que ressources naturelles non renouvelables . *Cahier du CREAD n°52 2ème trimestre 2000* pages 27-48

YAICI, Farid: Le marché pétrolier : situation, acteurs , stratégies, quelles perspectives pour l’Algérie - In *Dynamique des marchés, Valorisation des hydrocarbures*, Ouvrage collectif sous la direction de Amor Khelif ,CREAD -Octobre 2005

ZHAN-QIAN Lu, L. Mark BERLINER: Markov Switching times series models with application to a daily runoff series, *Water Resources Research*, Vol 35, N°2, 523-524, February 1999.

LOGICIEL WinBugs: <http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/>This document was created using the Annals of Statistics - Draft shell document.