Revue d'Economie et de Statistique Appliquée
Volume 15 numéro 1 Juin 2018
ISSN : 1112-234X EISSN : 2600-6642

PEAK OF HUBBERT AND ECONOMIC GROWTH: INFLUENCE OF THE DEPLETION OF RESOURCES ON THE ACCUMULATION OF THE CAPITAL

PIC DE HUBBERT ET CROISSANCE ECONOMIQUE : INFLUENCE DE L'EPUISEMENT DES RESSOURCES SUR L'ACCUMULATION DU CAPITAL

YOUNICI Karima*
Département des sciences économiques
Faculté des sciences économiques, commerciales et des sciences de gestion
Université de Bejaia. 06000 Béjaia. Algérie.
Email : younicikarima@yahoo.fr

KASSA Rabah
Laboratoire des Mathématiques Appliquées (LMA),
Faculté des sciences économiques, commerciales et des sciences de gestion
Université de Bejaia. 06000 Béjaia. Algérie.
Email : rabah_kassa2002@yahoo.fr

BELHADI Zahir
Laboratoire de physique théorique. Faculté des sciences exactes
Université de Bejaia. 06000 Béjaia. Algérie.
Email : belhadizahir@gmail.com

Reçu le 2018-02-05 **accepté** 2018-06-25 **publié en ligne le** 2018-06-01

ABSTRACT: In this paper, we analyze the implications of Hubbert's theory governing the exploitation of non-renewable natural resources on the future of the economy with the neoclassical model. We note that once the peak of Hubbert is reached, only technical progress can solve the problem of overexploitation of natural resources, under certain conditions on the intensity of extraction. A more realistic study using an endogenous growth model, still in the context of Hubbert's theory, but with the assumption that extraction is proportional to capital, shows that the economic growth will inevitably decline after the peak. The modified equation of capital accumulation obtained from these assumptions reflects the fact that investment is the source of growth before the peak, while scarcity of resources is the cause of the post-peak negative economic growth.

Keywords: economic growth, Solow model, AK model, Hubbert peak theory, non-renewable resources.

* Auteur correspondant

RESUME : Dans ce papier, nous analysons les implications de la théorie de Hubbert régissant l'exploitation des ressources naturelles non renouvelables sur l'avenir de l'économie avec le modèle néoclassique dans un premier temps. Nous constatons qu'une fois le pic de Hubbert est atteint, seul le progrès technique peut remédier à la surexploitation des ressources naturelles, dans certaines conditions sur l'intensité d'extraction. Une étude plus réaliste faisant appel à un modèle de croissance endogène, toujours dans le cadre de la théorie de Hubbert, mais avec l'hypothèse que l'extraction est étroitement liée au capital, montre que la croissance économique à long terme connaitra une décroissance inévitable après le pic. L'équation de l'accumulation du capital modifiée obtenue suite à ces hypothèses traduit le fait que l'investissement est le moteur de la croissance avant le pic, tandis que la rareté des ressources constitue la cause de la décroissance de l'après pic.

1. INTRODUCTION

La question d'épuisement des ressources est associée la théorie de Hubbert (1956) qui prévoit que la production du pétrole dans une zone géographique croit au début, atteint un pic lorsque toutes les réserves sont à moitié exploitées et fini par décliner une fois ce cap franchi jusqu'à son épuisement total. Le modèle développé par Hubbert est basé sur des considérations purement empiriques pour caractériser l'évolution du pétrole brut, tout en cherchant plus tard à l'étendre à la plupart des ressources non renouvelables tels que le charbon, le gaz naturel et l'uranium (Hubbert 1956; 1962; 1967). Ce modèle se fonde sur les caractéristiques physiques des ressources et n'intègre pas le prix pour l'orientation des décisions d'investissement et de consommation.

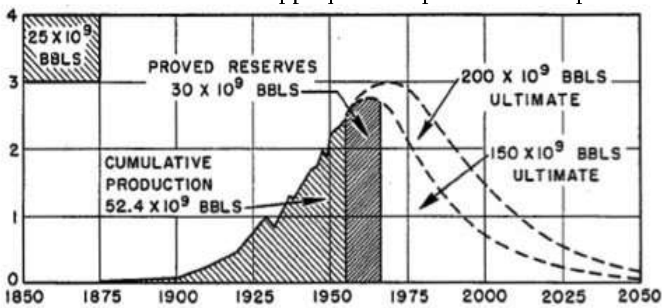
L'exploitation non conventionnelle, qui a stimulé récemment l'offre mondiale de pétrole, par le biais de la fracturation hydraulique ou d'une autre technique, contribue probablement à repousser la date de survenance du pic de Hubbert pour l'ensemble du pétrole conventionnel et non conventionnel sur quelques années, mais le déclin est inévitable du fait du caractère limité de ces ressources (Heinberg 2015). L'amélioration de l'efficacité énergétique peut être considérée aussi comme un vecteur contribuant à retarder la date du pic mais cette situation ne saura durer. Selon le paradoxe de Jevons, énoncé la première fois dans le livre du même auteur "sur la question du charbon" en 1865, selon lequel en dépit de l'introduction de technologies plus efficaces en matière énergétique, la consommation et l'utilisation totale de la ressource peut augmenter au lieu de diminuer.

Plusieurs chercheurs comme Campbell et Laherrere (1998), Bardi (2011), Deffeyes (2005) Heinberg (2005, 2015), prévoient que le pic pétrolier se manifestant par la rareté pourrait signifier la fin de la croissance économique mondiale. Nous allons essayer ainsi de vérifier, à la lumière des prévisions de Hubbert le sort de la croissance économique dans un modèle néo-classique en faisant recours à la fonction logistique utilisée par Hubbert pour ses prévisions du pic afin de caractériser l'évolution des ressources naturelles prises comme un facteur de production dans le modèle Solow-Stiglitz (1974) pour éventuellement prédire le sort de la croissance économique mondiale dans le cadre de l'hypothèse de Hubbert. Puis nous étudierons en adoptant toujours la même approche les implications d'une telle théorie sur l'accumulation du capital physique et la croissance du produit par tête dans le contexte du modèle de croissance endogène AK, tout en visant à vérifier la possibilité d'existence d'un pic de croissance économique suivant le pic pétrolier.

2. LE MODELE DE HUBBERT

La théorie du pic de Hubbert se base sur les travaux du géologue américain Marion King Hubbert sur la prédiction du pic pétrolier des Etats-Unis. Hubbert (1956) avait anticipé dans son travail que la production du pétrole conventionnel aux USA (48 Etats) plafonnerait vers 1970 et aurait un déclin symétrique. Son analyse est ainsi fondée autour d'une courbe symétrique sous forme de cloche appelée courbe de Hubbert, montrant une augmentation exponentielle de la production du pétrole pour atteindre un pic correspondant à la consommation de la moitié des réserves et finir par décliner jusqu'à son épuisement. La production du pétrole avait effectivement atteint un pic aux USA (48 Etats) en 1970 et sa prédiction fût confirmée par les faits.

Figure 1 : Courbe de Hubbert appliquée à la production de pétrole aux USA.



Source *:* M K. Hubbert « *Nuclear energy and the fossil fuel*», drilling and production practice, American Petroleum Institute, (1956, January).

Hubbert en 1959, a fait recours à la fonction logistique en raison de sa simplicité et de ses propriétés mathématiques. Cette dernière est une solution de l'équation mise au point par Verlhust en 1838, dans le cadre de la croissance des populations. En effet, l'évolution de la quantité produite depuis le début de l'extraction jusqu'à l'année t, notée $Q(t)$, est déterminée par l'équation différentielle ordinaire

$$\frac{dQ}{dt} = rQ\left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right) \qquad (1)$$

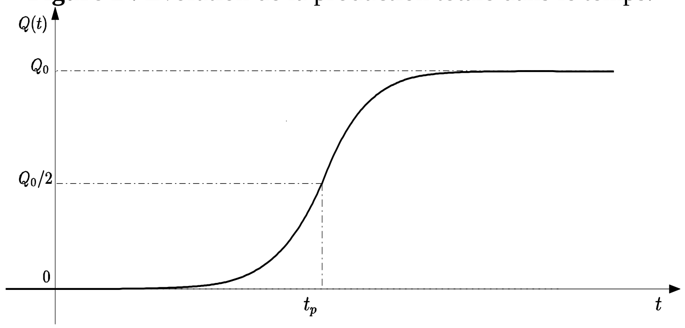
avec Q_0 représentant la quantité totale de la ressource disponible sur terre et r un paramètre lié à la vitesse d'extraction.

Après une intégration, on obtient

$$Q(t) = \frac{Q_0}{1 + e^{-r(t-t_p)}} \qquad (2)$$

où t_p est l'année où le cumule d'extraction va atteindre la moitié du total de la ressource disponible $(Q_0/2)$.

Figure 2 : Evolution de la production totale dans le temps.



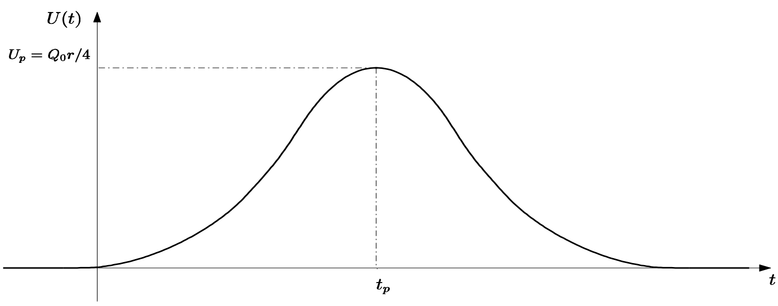
Source *:* Etabli par les auteurs à partir des propriétés de la relation (2).

Les prévisions issues du modèle de Hubbert étaient, par ailleurs, faites sur la base de la dérivée de la fonction logistique; autrement dit, la production annuelle $U(t)$ d'une ressource épuisables pendant l'année t s'obtient par la relation

$$U(t) = \frac{d}{dt}Q(t) = \frac{Q_0 r e^{-r(t-t_p)}}{\left(1+e^{-r(t-t_p)}\right)^2} \tag{3}$$

La représentation graphique de $U(t)$ montre bien que t_p correspond aussi à l'année où le pic de production annuelle est atteint pour un maximum de production $U_p = Q_0 r/4.$

Figure 3 : Evolution de la production totale dans le temps.



Source *:* Etabli par les auteurs à partir des propriétés de la relation (3).

Dans le cadre de ce modèle, la quantité totale produite depuis le début de l'extraction jusqu'à l'année en cours t s'obtient en sommant sur toutes les productions annuelles, d'où la relation $Q(t)=\int_{-\infty}^{t} U dt=\frac{Q_0}{1+e^{-r(t-t_p)}}$. Le pic de production t_p correspond effectivement à l'épuisement de la moitié de la ressource en question comme le montre l'égalité $Q(t_p)=\int_{-\infty}^{t_p} U dt=\frac{Q_0}{2}$ obtenue en remplaçant t par t_p dans l'équation précédente. La somme sur toutes les productions annuelles depuis le début d'extraction jusqu'à l'épuisement total de notre ressource est égale au stock disponible avant la production ($\int_{-\infty}^{+\infty} U dt=Q_0$).

3. LE MODELE NEOCLASSIQUE ET LE PIC D'HUBBERT

3.1 Présentation du modèle

Nous allons reprendre le modèle de croissance de Solow-Stiglitz (1974) en présence d'un facteur rare, fondé sur le capital K, le travail L, le progrès technique A et les ressources naturelles U est décrit par la fonction de production

$$Y=K^{\alpha}(AL)^{\beta}U^{\gamma} \tag{4}$$

où $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ sont les paramètres réels tels que $\alpha+\beta+\gamma=1$, afin d'assurer un rendements d'échelle constants. Dans ce modèle, la croissance de la population active[1] se fait à taux constant n $\left(\frac{\dot{L}}{L}=n\right)$ et le progrès technique augmente également à taux constant g, d'où $\frac{\dot{A}}{A}=g$. Toujours dans l'esprit des idées de Solow, l'épargne sY est investie dans le renouvellement du capital comme l'indique l'équation de Solow

$$\dot{K}=sY-\delta K \tag{5}$$

où le terme δK représente la dépréciation du capital.

Afin de prendre en considération les idées de Hubbert, nous faisons l'hypothèse que les ressources non renouvelables $U(t)$ sont caractérisées par l'évolution temporelle donnée par la relation (3) (fonction logistique). Cette supposition constitue le point de départ de notre travail.

Compte tenu de l'équation (4), le produit par tête $y=\frac{Y}{L}$ s'écrit

$$y=K^{\alpha}A^{\beta}L^{\beta-1}U^{\gamma} \tag{6}$$

avec
$$\frac{\dot{U}}{U}=\left(2\frac{e^{-r\left(t-t_p\right)}}{1+e^{-r\left(t-t_p\right)}}-1\right)r. \tag{7}$$

La dérivée logarithmique des membres de l'équation (6) nous permet d'avoir l'expression du taux de croissance sous la forme

[1] Le point ($\dot{}$) sur variables ($Y, L, K,...$) indique la dérivée par rapport au temps ($\frac{d}{dt}$).

$$\frac{\dot{y}}{y}=\alpha s\frac{Y}{K}-\alpha\delta+\beta g+(\beta-1)n+\gamma\left(2\frac{e^{-r(t-t_p)}}{1+e^{-r(t-t_p)}}-1\right)r \tag{8}$$

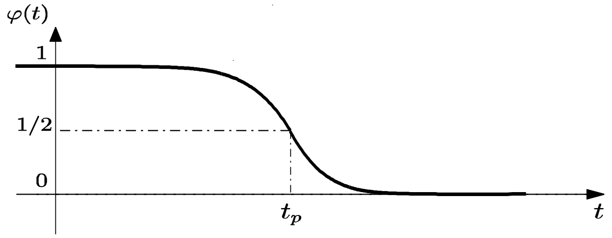
Cette équation représente le taux de croissance $\frac{\dot{y}}{y}$ d'une économie décrite dans le cadre néoclassique à ressources non renouvelables caractérisées par un pic de Hubbert. La contribution des énergies non renouvelables dans la croissance se traduit par le terme $\gamma\left(2\frac{e^{-r(t-t_p)}}{1+e^{-r(t-t_p)}}-1\right)r$ qui change de signe en fonction du temps.

3.2 Résultats du modèle

Le taux de croissance obtenu précédemment dépend de la fonction $\varphi(t)$ représentée par le graphe n°4.

$$\varphi(t)=\frac{e^{-r(t-t_p)}}{1+e^{-r(t-t_p)}} \tag{9}$$

Figure 4 *: Représentation graphique de la fonction* $\varphi(t)$.



Source *:* Etabli par les auteurs à partir des propriétés de la fonction $\varphi(t)$.

En remplaçant dans l'équation (8), on obtient

$$\frac{\dot{y}}{y}=\alpha s\frac{Y}{K}-\alpha\delta+\beta g+(\beta-1)n+\gamma r(2\varphi(t)-1) \tag{10}$$

Dans notre étude, l'attention sera portée sur les périodes d'avant pic ($t<<t_p$) et après pic ($t>>t_p$), car la période où le pic est atteint ne sera qu'une phase transitoire de durée négligeable devant le long terme.

Afin d'étudier cette équation, on fera recours à certaines approximations valables dans des laps de temps biens déterminés. On remarque déjà que $\lim_{t\to-\infty}\varphi(t)=1$ ce qui veut dire que $\varphi(t)\approx 1$ quand $t<<t_p$, comme le montre bien la représentation graphique de $\varphi(t)$. Donc, si on remplace $\varphi(t)$ par 1 dans l'équation (10), on obtient

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha s \frac{Y}{K} - \alpha\delta + \beta g + (\beta - 1)n + \gamma r \qquad t << t_p. \tag{11}$$

Nous remarquons dans ce cas de figure, que la contribution des ressources non renouvelables dans le produit par habitant est positif ($+\gamma r$). En effet, la période $t << t_p$ correspond à la première phase de la courbe de Hubbert, située avant le pic, caractérisée par une production annuelle croissante de la ressource en question. Cette situation favorise la croissance économique, grâce notamment au fait que la ressource est bon marché et abondante par rapport à la demande, ce qui n'impose pas une contrainte de coût importante pour la fonction de production. Ce fait est bien vérifié dans la réalité vu que l'économie mondiale a connu une croissance exponentielle depuis la révolution industrielle.

Toutefois, $\lim_{t \to +\infty} \varphi(t) = 0$ d'où $\varphi(t) \approx 0$ quand $t >> t_p$. Alors

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha s \frac{Y}{K} - \alpha\delta + \beta g + (\beta - 1)n - \gamma r \qquad t >> t_p \tag{12}$$

Contrairement à la première phase, le rôle joué par les ressources non renouvelables est, cette fois-ci, négatif ($-\gamma r$), ce qui est logique du fait de leurs rareté et donc de leurs prix trop élevés. Cette période, correspondant au déclin de la production situé bien après le pic de Hubbert est la période où le progrès technologique incluant la recherche d'énergies de substitution (renouvelables) constitue un facteur de lutte déterminant contre l'épuisement des ressources surexploitées.

Dans la réalité, deux points de vue divergent sur l'avenir de la croissance économique : les écologistes estiment que la décroissance de la production mondiale est une fin inévitable si notre mode de vie actuel reste inchangé, ce qui va à l'encontre du point de vue des économistes qui soutiennent la thèse selon laquelle le progrès technologique va finir par équilibrer la balance pour l'emporter ensuite.

Un cas particulier, sollicite un grand intérêt : il s'agit de la situation où la variation du capital est nulle $(\dot{K} = 0 \;\; \Rightarrow s\frac{Y}{K} - \delta = 0)$, correspondant au cas régulier dans le modèle de Solow. Notre attention sera portée sur la période de l'après pic, du fait qu'actuellement plusieurs spécialistes estiment que les pics de plusieurs ressources sont déjà atteints ou seront atteints dans un avenir proche. Le taux de croissance dans cette situation correspond à

$$\frac{\dot{y}}{y} = \beta g + (\beta - 1)n - \gamma r \qquad t \gg t_p$$

Pour que la croissance $\frac{\dot{y}}{y}$ soit positive, il faut que $\beta g + (\beta - 1)n - \gamma r > 0,$ d'où

$$g > \frac{(1-\beta)n + \gamma r}{\beta}$$

D'après cette inégalité, au delà d'une certaine valeur de g, le progrès technique peut résoudre le problème lié à la surexploitation des ressources. Toutefois, il convient de se demander si à l'état actuel des connaissances, il est possible que le progrès technique puisse suivre le rythme d'extraction γ, représentant en quelque sorte le degré de dépendance de l'économie vis-à-vis des ressources non renouvelables.

Dans le but d'appuyer d'avantage l'analyse précédente en démontrant l'existence de deux solutions possibles, procédons à la résolution numérique[2] des équations (4) et (5), du moins pour un certain choix des paramètres respectant les exigences de notre modèle ($0<r<1,\ 0<s<1,\ 0<\delta<1,\ \alpha+\beta+\gamma=1$) et cela pour différentes valeurs de g.

La première solution, représentée par graphe n°5, correspond au cas où l'épuisement des ressources naturelles est plus rapide que le développement technologique. Il est clair que la fonction de production par habitant $y(t)$ commence par croître mais elle va ralentir par la suite pour atteindre un pic de production situé bien après le pic des ressource (t_p). Après ce pic, elle va finir par décroître et s'annuler, au moment où le progrès technique ne fera que diminuer la vitesse de décroissance. Dans ce cas, l'évolution temporelle de la production mondiale suit un comportement analogue à celui des ressources naturelles.

Figure 5 *: Evolution dans le temps de la production par habitant pour* ***g=0.03****.*

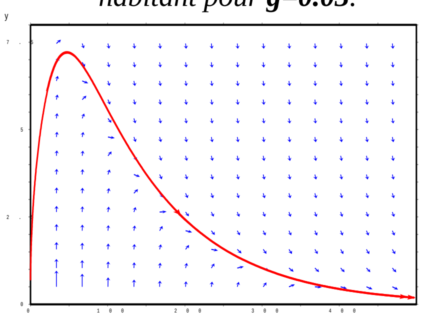
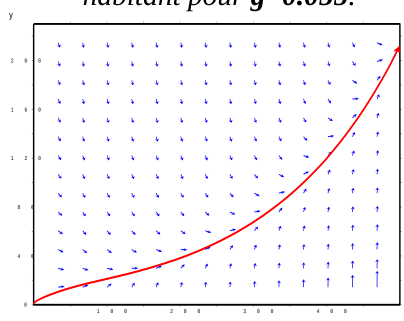


Figure 6 *: Evolution dans le temps de la production par habitant pour* ***g=0.055****.*



Source : Etabli par les auteurs à partir de la résolution numérique faite avec Maxima.

D'autre part, la deuxième solution décrit un autre scénario où la production par habitant reste en croissance continue dans le temps grâce aux fruits des investissements à la

[2] Pour la résolution numérique avec **Maxima**, nous avons choisi $L=e^{0.01t}$; $U=\frac{1000*0.05e^{-0.05(t-5)}}{\left(1+e^{-0.05(t-5)}\right)^2}$; $\alpha=\gamma=0.3$; $\beta=0.4$; $s=0.35$; $\delta=0.05$ et $A=e^{gt}$.

fois dans la recherche et développement technologique et surtout dans le domaine des énergies renouvelables et cela malgré l'épuisement des ressources naturelles. Cette situation est bien illustrée dans le graphe n°6.

Comme peuvent le montrer les graphes n°5 et n°6, nous avons confirmé l'existence des deux scénarios déjà obtenus suite aux approximations faites lors de la première partie de cette sous-section.

4. LE MODELE AK ET LE PIC DE HUBBERT

Dans le cadre du modèle de Solow, le progrès technique est une solution miracle pour résoudre le problème d'épuisement des ressources. Néanmoins, ce progrès gratuit est loin d'être réaliste, c'est la principale critique adressée au modèle néoclassique, en plus de l'argument de la productivité marginale décroissante du capital (croissance non-entretenue). C'est pour cela que nous allons envisager dans ce qui suit une étude dans le cadre du modèle

$$Y = AK \tag{15}$$

qui demeure l'un des modèles les plus simples qui permettent une croissance endogène (Rebelo 1991).

Afin d'intégrer la question environnementale dans ce modèle, nous allons nous appuyer sur la critique adressée par Georgescu-Roegen à l'encontre de la "variante-Solow-Stiglitz" (1979). L'auteur a attiré l'attention sur le fait que la fonction de production avec ressources naturelles R, initialement utilisée par Solow et Stiglitz (1974), permet d'avoir une accumulation indéfinie du capital même avec très peu de ressources tant que K est suffisamment grand, or cette conséquence est pour lui non réaliste car une augmentation du capital implique une plus grande utilisation des ressources. Par ailleurs, l'amélioration de l'efficacité énergétique traduite par une réduction de la consommation d'énergie par unité produite, ne fera qu'augmenter la demande totale en matières premières conformément au paradoxe de Jevons, qui a constaté que l'amélioration du rendement de la machine à vapeur avait stimulé la demande totale du charbon britannique au lieu de le faire diminuer à cause de la généralisation de l'utilisation de cette machine au sein des entreprises.

Historiquement, le capital manufacturé ne peut se substituer au capital naturel du moment qu'ils sont complémentaires (Daly 1991). Cela rejoint le fait que l'activité économique n'est qu'une transformation des matières premières, déjà disponibles dans la nature, à l'aide des moyens de production (machines) et de la main d'œuvre. La croissance économique mondiale avait pour origine la capacité des sociétés industrielles à utiliser un capital physique lui-même exigeant des ressources naturelles pour le faire fonctionner afin de créer de la richesse.

Ainsi, en plus de l'hypothèse de Hubbert, traduite par l'équation (3), nous énonçons l'hypothèse selon laquelle le capital manufacturé K est proportionnel à l'extraction des ressources naturelles U ($U \sim K$). Tant que les ressources sont suffisamment abondantes pour satisfaire tous les besoins en matières premières en vue de produire, c'est le capital qui détermine l'extraction selon la relation $U = bK$ (b est le coefficient de proportionnalité). Dans le cas contraire, où les ressources disponibles sont très rares, on se retrouve dans la situation inverse où c'est la quantité de la ressource qu'on peut produire qui déterminera le capital exploitable $K = \frac{U}{b}$.

Avec ces hypothèses ($A \sim K$ et $U \sim K$) et si on considère une population constante $L = L_0$, la fonction de production (4) va prendre la forme simple

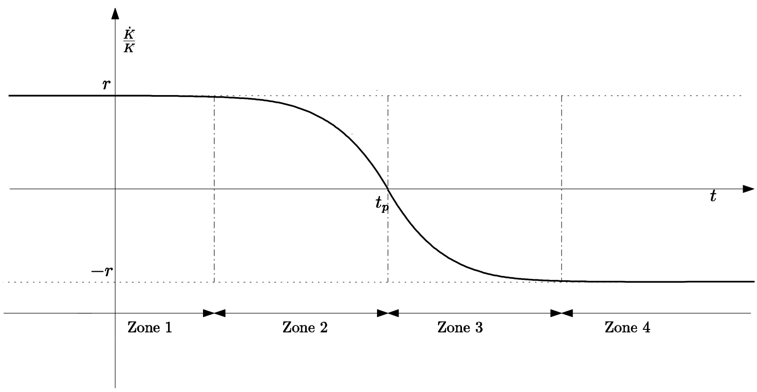
$$Y = A_0 K \tag{16}$$

qui montre clairement qu'il est toujours possible de se ramener à un modèle à croissance auto-entretenue dont le taux de croissance est $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K}$. Comme le capital est proportionnel à la production en ressources ($U = bK$), il est évident que son évolution aura la même allure que celle de la production de U , représentée par le graphe n°3. Autrement dit, l'économie va connaître une croissance suivie d'un pic puis d'une décroissance.

Analysons maintenant l'équation d'accumulation du capital afin de la comparer avec l'équation de Solow qui est à la base des théories de la croissance. A partir de l'équation (7) on aboutit à

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{U}}{U} = \left(2\frac{e^{-r(t-t_p)}}{1+e^{-r(t-t_p)}} - 1 \right) r. \tag{17}$$

Figure 7 : Evolution du taux d'accumulation du capital.



Source *:* établi par les auteurs à partir de l'équation (17)

En se servant des relations (2) et (3), cette équation peut prendre la forme

$$\frac{\dot{K}}{K} = (2\varphi(t) - 1)r \quad \Leftrightarrow \quad \dot{K} = (2\frac{U}{Q} - r)K \tag{18}$$

sachant que $U = bK$. Donc la variation du taux de croissance du capital $\frac{\dot{K}}{K}$ est déterminée par le rapport de la production annuelle $U(t)$ sur l'extraction cumulée $Q(t)$ et le paramètre r lié à la vitesse d'extraction. Une comparaison directe montre que cette dernière (équation

18) est différente de l'équation d'accumulation du capital de Solow[3] $\dot{K} = sA_0K = sY$, ce qui se traduit par le fait que la création du capital se cadre avec la disponibilité des matières premières et de l'énergie.

Une étude asymptotique, d'avant et d'après pic, va nous permettre de cerner le contenu économique de l'équation (18). En effet, dans un premier temps, $\varphi(t) \approx 1$ pour $t << t_p$, d'où l'approximation $\dot{K} = rK$ valable au début de l'exploitation. Cette phase est bien décrite par l'équation de Solow $\dot{K} = sY = sA_0K$, et suite à une identification directe, on conclut que

$$r = sA_0. \tag{19}$$

Ce résultat témoigne du fait l'extraction est ici fonction du taux d'investissement *s*. Autrement dit, elle est égale au taux de croissance $\frac{\dot{Y}}{Y} = sA_0 = r$.

L'autre phase correspond à $t >> t_p$, où $\varphi(t) \approx 0$ et l'équation (18) devient

$$\dot{K} = -rK \quad \Leftrightarrow \quad \dot{U} = -rU \tag{20}$$

car $K = U / b$. Cette équation montre que la production en énergie diminue à taux constant r. Cela va s'accompagner de la décroissance immédiate $\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = -r$, qu'on peut expliquer comme suit : l'après pic va connaître une baisse de la production annuelle de la ressource ce qui va limiter l'utilisation du capital. Chaque année t, en fonction de la disponibilité de la ressource, il va falloir déterminer le capital exploitable en production. Le capital non utilisable à cause du manque des ressources qui sont en extinction progressive et le PIB de l'année d'avant ($Y = A_0K$) seront complètement dédiés à la consommation.

La période transitoire où le pic de production de la ressource est atteint va être un raccordement des deux phases précédentes. L'année du pic est caractérisée par la valeur maximale du capital $K = K_p = U_p / b$ et de sa variation nulle $\dot{K} = 0$, comme l'impliquent bien les équations $\dot{K} = (2U / Q - r)K$ et $K = U / b$ si on remplace t par t_p dans les expressions de U et Q données par (3) et (2). Cela revient à dire que le taux de création du capital (qui est aussi le taux de croissance) est passé de $r = sA_0$, caractéristique de la première phase à zéro (0) durant l'année du pic faute du ralentissement de la production des ressources. Autrement dit, le taux d'investissement dans le capital a diminué de s jusqu'à zéro (0), ce qui est synonyme au fait que la consommation est passée de $(1-s)Y = (1-s)A_0K$ à la consommation totale du PIB (*Y*), car la production de la ressource détermine le besoin en capital.

[3] Ici on pose $\delta = 0$.

D'après ce modèle reposant sur la théorie de Hubbert, une fois que le pic est dépassé, le capital en place va commencer à être supérieur à son équivalent en production des ressources. Non seulement l'investissement en capital sera inutile, il y aura une part du capital déjà créé qui sera non opérationnelle, faute de l'épuisement continuel des ressources. Donc, le capital susceptible d'être utilisé va connaître une diminution avec un taux qui va décroitre en partant de zéro (0) jusqu'à ce que cette décroissance va se faire à un taux constant $(-r)$ qui est le taux de la décroissance des ressources marquant le début de la deuxième phase régit par l'équation (20).

Suite à l'analyse qui précède, il est clair que l'équation $\dot{K} = (2U/Q - r)K$ décrit bel et bien l'évolution d'une économie passant d'une phase de croissance, dont le moteur est l'investissement, à une phase de décroissance due au freinage de l'épuisement des ressources non renouvelables.

5. CONCLUSION

Notre étude, nous a permis de constater, dans le premier cas que le recours massif à de telles ressources constitue un élément favorable pour la croissance économique dans la première phase, correspondant à la période où les ressources sont disponibles en quantités suffisantes par rapport aux besoins. Toutefois, la résolution numérique des équations de notre modèle nous a démontré l'existence de deux solutions possibles pour la période d'après pic : la première correspond au scénario où la production mondiale suit la même forme que la courbe de Hubbert pour les ressources naturelles indiquant un pic de croissance économique avec un éventuel décalage entre les deux pic et la deuxième solution montre un autre scénario où la production reste en croissance continue dans le temps grâce au progrès technique qui est cette fois suffisamment important pour se substituer aux ressources naturelles déjà en déclin.

Par la suite, l'introduction de l'hypothèse de Hubbert dans le cadre du modèle de croissance entretenue AK via le postulat de proportionnalité du capital physique et de la consommation d'énergies non renouvelables suivant un pic de production, nous a permis de constater que la croissance économique à long terme connaitra une décroissance inévitable après ce pic, conformément au point de vue des écologistes. A vrai dire, le recours à la fonction logistique, ainsi qu'à sa dérivée, s'est traduit en quelque sorte par le raccordement d'une croissance exponentielle du capital sous l'effet de l'investissement avec une décroissance exponentielle due à l'épuisement des ressources non renouvelables.

Le mode de production sur lequel se base la croissance économique actuelle semble ainsi être sujet à une vulnérabilité qui ne sera pas contournée dans le contexte courant de baisse des prix de marché qui stimulera l'extraction des ressources conventionnelles et non conventionnelles et accélérera le passage à la période d'après pic, en entrainant une décroissance inévitable du produit par habitant. Il est ainsi primordial, pour assurer la pérennité de la croissance économique, de développer un autre mode de production basé sur des ressources renouvelables susceptibles de faire baisser le taux d'extraction des ressources non renouvelables en favorisant notamment l'élévation des prix de marché de ces dernières à travers l'imposition d'un coût supplémentaire reflétant le risque de pénurie et ses éventuelles répercussions, ce qui rendra l'investissement dans d'autres énergies vertes plus rentable et engagera l'économie sur le chemin de la durabilité.

BIBLIOGRAPHIE:

[1] **Bardi U** "*The limits to growth revisited*". Springer Science & Business Media, (2011).

[2] **Campbell C J**, **& Laherrère J. H**, *The end of cheap oil*. Scientific American, 278(3), 60-5, (1998).

[3] **Daly H E** "*Elements of environmental macroeconomics*". Ecological economics: The science and management of sustainability, 32-46, (1991).

[4] **Deffeyes K S** "Beyond Oil: The View from Hubbert's Peak Hill and Wang." *New York, NY* (2005).

[5] **Georgescu-Roegen N** "*Comments on the papers by Daly and Stiglitz*". Scarcity and growth reconsidered, 95-105, (1979).

[6] **Heinberg R** *The party's over: oil, war and the fate of industrial societies.* Clairview books, (2005).

[7] **Heinberg R** "*Afterburn: Society Beyond Fossil Fuels*". New Society Publishers, (2015).

[8] **Hubbert M K** "*Nuclear energy and the fossil fuel*". In Drilling and production practice. American Petroleum Institute, (1956, January).

[9] **Hubbert M K** "*Techniques of prediction with application to the petroleum industry*", AAPG Bulletin, 43(7), 1767-1768, (1959).

[10] **Hubbert M K** "*Energy resources*" (Vol. 4). National Academies, (1962).

[11] **Hubbert M K** "*Application of hydrodynamics to oil exploration*". In 7th World Petroleum Congress. World Petroleum Congress, (1967, January).

[12] **Jevons W S** "*The Coal Question: An Inquiry Concerning the Progress of the Nation, and the Probable Exhaustion of the Coal-mines*". Macmillan, (1865).

[13] **Rebelo S** "Long-run policy analysis and long-run growth." *Journal of political Economy* 99.3 (1991), 500-521.

[14] **Solow R M** "*Intergenerational equity and exhaustible resources*". The review of economic studies, 41, 29-45, (1974).

[15] **Stiglitz J** "*Growth with exhaustible natural resources: efficient and optimal growth paths*". The review of economic studies, 41, 123-137, (1974).

[16] **Verhulst P F** "*Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*". Correspondance Mathématique et Physique Publiée par A. Quetelet, 10, 113-121, (1838).