مجلة آفاق علمية ISSN: 1112-9336
المجلد: 15 العدد: 02 السنة 2023 ص 298 - 317

تاريخ الإرسال:2020 /09/29 تاريخ ا القبول: 2022/10/05
تاريخ النشر : 2023/06/03

الصيرورة المنطقية وعلم الرياضيات
Logical becoming and mathematics

فاطمة فواطمية*[1] ، السايح حمادي[2]
جامعة مستغانم، الجزائر،: [1]fatma.fouatmia.etu@univ-mosta.dz
جامعة مستغانم، الجزائر، [2]sayehham@yahoo.fr

ملخص:

يعالج هذا المقال موضوعا قديما أثار جدلا حادا في الأوساط الفلسفية والعلمية، إذ احتدم النقاش بين الفلاسفة والرياضيين حول علاقة المنطق بالرياضيات، ودور العلم الرياضي في إصلاح علم المنطق، إذ يشهد التاريخ للمنطق والرياضيات بالصيرورة الدائمة عبر الزمن ولعل كل قارئ لعلمين سيلفت انتباهه كبرى المحطات التاريخية في تاريخهما.

وعليه يهدف هذا المقال إلى البحث في علاقة المنطق بالرياضيات، بقراءة كرنولوجية لرياضيات عبر الزمن ومدى تأثير هذا العلم في تطور علم المنطق، ولا سيما بالانتقال من المنطق التقليدي إلى المنطق الرياضي.

الكلمات المفتاحية: المنطق، الصيرورة، الرياضيات، المنطق التقليدي، المنطق الرياضي.

Abstract: This article addresses an old topic that has generated intense debate in the philosophical and scientific communities.

*المؤلف المرسل: فاطمة فواطمية، fatma.fouatmia.etu@univ-mosta.dz

There has been a heated debate between philosophers and athletes about the relationship of logic to mathematics, and the role of mathematical science in reforming logic.

This article is therefore aimed at researching the relationship of logic to mathematics, with a carnological reading of mathematics over time and the extent to which this science affects the evolution of logic, particularly by moving from conventional to mathematical logic.

Keywords: logic; Becoming; Mathematic; Traditional logic; Mathematical logic.

1.مقدمة:

إن التاريخ يشهد للفترة اليونانية التي تمثل بداية لكل فلسفة وعلم إذ شاع بين البعض أن الفكر قد ولد مكتملا مع اليونان، ولفترة معينة رسخ في أذهان البعض أن الرياضيات اليونانية –وخصوصا رياضيات الفيثاغوريين و(إقليدس Euclid ~300ق.م) هي العلم الدقيق واليقيني كما كانت المثال الذي يهتدى به في الأوساط العلمية ولا سيما في ما يخص فكرة المطلق، وهناك من يؤكد من جهته على أن علم المنطق علما كاملا منذ (أرسطو Aristotle 384–322ق.م) كما يؤكد (امنويل كانط Immanuel Kant 1724–1804)، بيد أن لم تلبث هاتين الفكرتين طويلا حتى بدأ النقد يلوح في الأفق، فمنذ عصر النهضة والفترة الحديثة بدأ النقد الجذري وإلى غاية منتصف القرن التاسع عشر الذي يعد تاريخ حاسم في تاريخ علم المنطق وكذا الرياضيات. فيأتي الحديث عن هاذين العلمين ضمن هذه المقال للوقوف على أهم المراحل التاريخية والمفصلية في تاريخهما للإجابة على إشكالية "علاقة الرياضيات بالمنطق"، فما مدى دور الرياضيات في تطور المنطق، وكيف انعكست الانتقادات الرياضية على المنطق عبر العصور؟. وهدفنا من هذا المقال يسمو إلى التأكيد على مدى اتصال العلمين ببعضهما، كما نسعى من خلال الإشكالية المطروحة آنفا للتحقق من فرضية مفادها "أن للرياضيات دور لا يستهان به في تطور المنطق ولا سيما في انتقاله من استعمال لغة الألفاظ إلى لغة الرموز".

وللإجابة على الإشكال قمنا بالاعتماد على خطة عمل سنتطرق فيها إلى: علم الرياضيات عبر العصور ثم العلم الرياضي وصيرورة المنطق، وبعدها سنعالج علاقة المنطق بالرياضيات، معتمدين في معالجتنا للموضوع على مجموعة من المراجع والمصادر محصورة ضمن قائمة في آخر البحث، وللإشارة ليست هذه أول مقال بل توجد دراسات سابقة منها رسائل دكتوراه ومقالات منها: "المنطق الأرسطي والرياضيات باعثان ابستمولوجيان للمنطق الرياضي". "أشكال المنطق المعاصر وتطوراته"، "إشكالية العلاقة بين الرياضيات والمنطق".

2. علم الرياضيات عبر العصور

شهد علم الرياضيات تطورا كبيرا منذ الفترة القديمة حتى المعاصرة، حيث ارتبطت في بداياتها الأولى وأقصد الحضارات الشرقية بالواقع المعاش، فكان الإنسان خلال تلك الفترة يحاول إيجاد حلول لمشاكله اليومية كفيضان الأنهار، لذلك لم تتجاوز الرياضيات حاجاتهم.

كان البابليون يستخدمون أصابعهم لإجراء عمليات الطرح، الجمع والضرب كما توصلوا إلى إيجاد حلول لمعادلات من الدرجة الأولى والثانية وحتى الثالثة، وتبين بعض الدراسات بأن البابليين وضعوا المعالم الأولى لعلم الجبر، وتعرفوا على العديد من الأشكال الهندسية كالمثلث المربع والمستطيل، ليس هذا وحسب بل أوجدوا حساب المساحات والمحيط. وتعد الحاجة الاجتماعية والاقتصادية سببا أرغم المصريين على التعرف على الرياضيات بطريقة تجريبية إذ قدّروا نسبة العدد "ط" = 3,14، وفيضان نهر النيل حتم عليهم إيجاد حساب لمساحات الأراضي وحساب قطر الدائرة، كما شيدوا الأهرامات فتعرفوا على خواص المثلث[1].

بدأت الرياضيات بالانفصال عن العالم الحسي تدرجيا، منذ اليونانيين إذ انتقلت من كونها علم تجريبي مرتبط بالواقع إلى علم تجريدي عقلي، يرى (أفلاطون Plato 427–347ق.م) في "جمهوريته" أن مهمة الرياضيات ليست للتجارة، وإنما

مهمتها ترويض النفس للابتعاد على الأشياء الفانية الزائلة والتأمل في الأشياء الخالدة. إذ تتمحور فلسفته المثالية إلى تقديم العقل على الحواس، وعليه يؤسسها على العلم الرياضي لأنه علم تجريدي عقلي، بل ويؤخذه كشعار فوق باب أكاديميته "فمن لم يعرف الرياضيات لا يطرق بابنا"، وعليه يقول: «ليست مهمة العلم الرياضي خدمة التجارة في عملية البيع والشراء، كما يعتقد الجاهل. بل تسير طريق النفس في انتقالها من دائرة الأشياء الفانية إلى تأمل الحقيقة الثابتة الخالدة»[2].

تمثل الفترة اليونانية فترة مهمة للفكر وللتأريخ لأعمال الإنسان سواء الفكرية أو العلمية، لأنها فترة التفكير المعقول إن صح التعبير، فالحقيقة التي كان يبحث عنها إنسان الفكر الشرقي القديم هي حقيقة مرتبطة بواقعه المعاش، حيث كان يحاول إيجاد إجابات لتساؤلات كان يصادفها في يومياته لذلك ارتبطت العلوم بالواقع. في حين كان الفلاسفة اليونانيين يحاولون الوصول إلى الحقيقة في ذاتها ولذاتها بعيدا عن الواقع، وإن وجد من يولي أهمية للواقع لكن ما ميز هذه الفترة هو التفكير المعقول والمنطقي، فباتت العلوم ترتبط بالعقل وبدأ الإنسان بالتجريد أكثر فأكثر.

فالعلم الرياضي الذي يؤرخ له في غالب الأحيان من الفترة اليونانية والجدير بالذكر هاهنا نقصد رياضيات (فيثاغورسPythagoras) و(إقليدس)، فاكتشفوا الأعداد الكاملة، والأعداد المتحابة، كما تعرفوا على الأعداد الأولية وغير الأولية ومن الأعداد التي اكتشفها الفيثاغوريين الأعداد اللاعقلية (Nombre Irrationnels) وهي الأعداد التي لا يتصورها العقل، مثل ($\sqrt{-1}$) وهي الأعداد التي يطلق عليها العرب فيما بعد اسم "الأعداد الصماء"، وعكسها الأعداد العقلية (Nombre Rationnels) أي الأعداد التي يتصورها العقل والتي تعرف لاحقا عند العرب باسم "الأعداد الناطقة"[3]. وتعد النظرية الهندسية التي أقامها (فيثاغورس) من أهم النظريات، وهي النظرية القائلة بـ: «أن المربع القائم على الوتر في مثلث قائم

الزاوية يساوي مجموع المربعين المقامين على الضلعين الآخرين»[4]. كما أقام (إقليدس) هندسته وصاغ القوانين الهندسية مستمدا نسقه الهندسي من مبادئ الفكر التي ذكرها (أرسطو) في كتابه "التحليلات الثانية"، إذ يرتكز هذا النسق على "البديهيات، التعريفات والمسلمات". فكانت الرياضيات علم يحتذى به بل وكانت مقياس للتفكير السليم، ولعل الشعار الذي دشنه (أفلاطون) هو خير دليل على أن للرياضيات قيمة عظيمة في فكر البشرية.

بقيت الرياضيات في تطور حتى فترة العصور الوسطى ولو أنها فترة الظلام بالنسبة للغرب لسيطرة الكنيسة على الفكر، لكن في مقابل هذا كانت تمثل هذه الفترة لدى العرب فترة ازدهار الفكر، ففضل العرب على الغرب كبير من خلال ترجمتهم لكتاب (إقليدس) في الهندسة بعنوان "الأصول والأركان"، وعلى الرغم من أن العرب كانوا يتحدثون بالألفاظ في الرياضيات إلا أنهم طوروا الجبر والحساب، بحيث أنهم قاموا بحساب الجمل «وهي طريقة أخذوها عن بلاد ما بين النهرين وطبقوها على الحروف الأبجدية، فأعطوا لكل حرف من الحروف قيمة عددية ثابتة نأخذ على سبيل المثال: لدينا: يا=11 وهي نتيجة للجمع بين "ي" و "أ" لأن: أ=1 و ي=10 ومنه: ي +أ=11. وكذلك بالنسبة ل: دم=44 وهي مساواة لجمع بين الحرفين "د" و "م" لأنه: د=4 و م=40 إذن: د+ م=44»[5]. كما رد إخوان الصفا أصل الأعداد ردوا إلى الواحد بحيث كل الأعداد يتم إضافة إليها الواحد للحصول على العدد التالي فمثلا 2 + 1= 3 و 3+1=4 وهكذا بالنسبة لسائر الأعداد الأخرى. كما يعود الفضل إلى (الخوارزمي 780–850م) في إرساء علم الجبر (Algebra) وتوصل العرب إلى نظرية القائلة بأن: «مجموع عددين مكعبين لا يكون عددا مكعبا»[6]. مثال: لدينا العددان 5 و4 نضرب كل منهما في نفسه ثلاثة مرات أي:

5×5×5=125 و 4×4×4=64 ومنه: 125+64=190 إذن: 190 ليس عددا مكعبا.

وللإشارة تميز العلم الرياضي في الفترة القديمة –نقصد من فترة الحضارات الشرقية إلى فترة العصور الوسطى–، تميزت الرياضيات إما بارتباطها بالواقع أو باستعمال اللغة العادية التي يتحدثون بها، وعليه شهد هذا العلم تطور بطيئا خلال هذه الفترة. إلا أن مع تحرر الفكر من قيود الكنيسة ازدهر الفكر الغربي في المجال العلمي حيث أظفرت إعادة قراءة التراث اليوناني بتقديم جملة انتقادات كانت سببا في بطء وتيرة تقدم بعض العلوم، ومن الانتقادات نجد نقد حول استعمال اللغة إذ بات التخمين في إيجاد لغة أخرى غير اللغة العادية أمر ضروري ولا سيما لتلك العلوم الدقيقة والتقنية التي بها معادلات لابد من حلها.

تعد المرحلة الحديثة من الفكر البشري مرحلة انتقالية كونها مرحلة النقد، فظلت الرياضيات في تطور دائم إذ نشأت "الهندسة التحليلية" على يد أبو الفلسفة الحديثة الفيلسوف والرياضي الفرنسي (رونيه ديكارت René Descartes 1596–1650م)، كما تسمى أيضا "الهندسة الكارتيزية" وتهدف هذه الأخيرة إلى الجمع بين الهندسة والجبر، ففي الوقت الذي تبحث فيه الهندسة الإقليدية في العلاقات الداخلية للأشكال الهندسية، قدم (ديكارت) هندسته لدراسة العلاقات الخارجية بين الأشكال الهندسية بتقديم معادلات جبرية تعبر عن شكل معين، وهكذا جمع أب الفلسفة الحديثة بين الهندسة والجبر. كما نشأ خلال هذه الفترة الحساب "التكامل والتفاضل" على يد (ليبنز Leibniz1646–1716) و(نيوتنNewton 1643–1727) ويطلق عليه أيضا اسم "حساب اللامتناهيات" ويختلف هذا الحساب عن الحساب العادي إذ أنه أكثر تجريدا[7]. إذن كانت هذه أهم التطورات التي طرأت على العلم الرياضي خلال الفترة الحديثة، وظلت الدراسات الرياضية متواصلة إلى غاية الفترة المعاصرة.

سمحت (الابستمولوجيا Epistemology) بإعادة قراءة التراث قراءة نقدية لإعادة بناء العلوم. هذا ما دفع بالعلوم نحو الأمام باتجاه التطور، كانت أولى محاولات النقد التي وجهت للرياضيات القديمة وللعلم المتصل على وجه الخصوص أي الهندسة هو النقد الذي وجهه الإيطالي (جيرولامو ساكري Girolamo Saccheri 1667–1733) للهندسة الإقليدية في كتابه "إقليدس متحررا من كل نقصه"، لتأتي بعدها محاولة أخرى تلك التي قدمها العالم والرياضي الروسي (نيكولاي إيفانوفيتش لوباتشفسكيNilolai Ivanovitch Lobatchevski 1792–1856) الذي رفض الهندسة القديمة مستعينا "بالبرهان بالخلف"*، بحيث قال بأن مجموع زوايا المثلث أقل من 180°، ومن نقطة خارج مستقيم يمكن رسم العديد من المتوازيات، ضمن أهم مؤلف له بعنوان "مبادئ الهندسة. ويعود الفضل في انتشار الهندسات اللاإقليدية على نطاق واسع لعالم الرياضيات الألماني (ريمان بيرنهاردRiemann Bernhard 1826–1866)، إذ قدم نسقه الهندسي في محاضرات بعنوان "حول الفروض التي ترتكز على أسس الهندسة" وبعدم وجود متوازيات خارج مستقيم، ومجموع زوايا المثلث أكثر من 180° مطبقا هندسته على مكان كروي[8]. وبهذا تعددت الهندسات أو ما يعرف "بالهندسة اللااقليدية".

نجم عن أزمة الرياضيات بروز "نظرية المجموعات" على يد العالم الرياضي (جورج كانتورGeorg Cantor 1845–1918). إذ تعتبر هذه النظرية مهمة لدراسة الرياضيات فأصبح العلم الرياضي أكثر وضوحا، إذ سهلت هذه الأخيرة كتابة اللانهاية من الأعداد الطبيعية، فاعتنت الرياضيات بهذه النظرية من خلال كتابة المجموعات الرياضية من أعداد أو أشكال هندسية، فبدل الكتابة المنفردة أصبحت طريقة المجموعات أكثر بساطة، كمجموعة الأعداد الطبيعية مثلا، ومجموعة الأعداد العشرية، مجموعة الأشكال الهندسية....إلخ، ومع استعمال لغة الرموز في العلم

الرياضي أصبحت كتابة مجموعة الأعداد سهلة. مثلا تكتب مجموعة الأعداد بهذا الشكل: {1، 2، 3، 4، ...} وتعبر النقاط في الرياضيات على عدم انتهاء المجموعة واللانهاية لها[9].

إذن كانت هذه أهم المحطات الانتقالية للعلم الرياضي عبر العصور، إذ تعمدنا أن لا نتطرق إلى فلسفة الرياضات بالتفصيل واكتفينا بالوقوف على أهم التحولات التي طرأت على هذا العلم، بحيث سنتطرق لاحقا إلى تأثيرات الرياضيات على علم المنطق في صيرورته عبر العصور، فكيف أثرت هذه الأخيرة على صيرورة المنطق منذ القديم إلى غاية الفترة المعاصرة؟ هذا ما سنحاول الإجابة علية من خلال العنصر التالي:

3. العلم الرياضي وصيرورة المنطق

الصيرورة هي ترجمة للكلمة الانجليزية (Becoming)، وترادف معنى الحركة والتغير أي عكسها الثبات والسكون، كما تعني الصيرورة الحركة في تغير مستمر فيعرفها (أندريه لالاند André Lalonde 1867–1727) بأنها: «التبدل من حيث هو تبدل، أي بصفته انتقالا من صورة إلى أخرى، من حال إلى حال»[10]. إذن الصيرورة لا تعرف معنى الاستقرار والثبات، وإنما التغير change في ظل الحركة Movement بالاختلاف من مرحلة إلى مرحلة عبر الزمان والمكان، وعليه سنتطرق الآن إلى المنطق في ظل الصيرورة بتغيره عبر الزمن.

ومبدأ التغيير والحركة مطلب لكل العلوم فكانت الدراسات ومنذ القديم تسعى لتطوير العلوم حتى تواكب العصر، والمنطق من العلوم التي كان يسير في حركة وانتقال من فترة إلى فترة، حيث شهد هذا العلم عدة انتقادات كانت عاملا أساسيا لتطوره، إذ ينقسم المنطق إلى المنطق التقليدي والمنطق الرمزي ولكل منهما مميزاته وخصائصه، فالتفكير المنطقي هو هدف الإنسانية منذ القديم كان يسعى الإنسان

لتقديم كل ما هو معقول ويتقبله الفكر بعيدا عن التناقضات، قدم (أرسطو) علم المنطق بقوانين صارمة لتجنب وقوع الفكر في الخطأ ضمن مؤلفات خصصها لهذا العلم، ومنها التحليلات الأولى والتحليلات الثانية، ولو أنه لم يستخدم لفظ المنطق وإنما "التحليلات Analytics"، إلا بعد مجيء شراح (أرسطو) الذين جمعوا مؤلفاته وأطلقوا عليها اسم الاورغانون Organon أي آلة، إذ يعتبره «آلة العلم وصورته»[11].

أولى (أرسطو) أهمية كبيرة (للحدود Term) إذ تعد هي أساس القضية المنطقية، وفي كتاب التحليلات الأولى قدم شرحا مفصلا للقياس وأشكاله الأربعة وكيفية إنتاج الأقيسة، فتكلم في البداية عن القياس الكامل حيث شرحه بأنه «عندما تكون ثلاث حدود بعضها بالنسبة إلى بعضها الآخر، بحيث يكون الأصغر (الحد الأصغر) بمحتوى كل الأوساط/ والأوسط في الكل الأكبر (الحد الأكبر) فإنه يكون بالضرورة بين الطرفين قياس كامل»[12]. مثلا: إذا كانت A (الحد الأكبر) منتمية إلى كل B (الحد الأصغر)/ إذا كانت B (الحد الأكبر) منتمية إلى كل C (الحد الأصغر) ←فإن A تكون منتمية لكل C. ومنه يسمى المنطق الارسطي بمنطق الحدود.

عمر منطق الأرسطي لفترة طويلة بيد أن هذا لم يوقف الحركة المنطقية التي كانت في تغير، ومنها تلك الإضافة التي قدمها الرواقيين على المنطق الأرسطي بإضافة ضرب أو شكل خامس للقياس، كان القياس مع (أرسطو) بأربعة ضروب إلا أن الرواقيين أعطوا أهمية كبيرة للقضية فأطلقوا عليه اسم "منطق القضايا"، حيث تشكل القضية المنطقية لديهم أساس القياس وعليه ربطوها بالواقع وبنظرية المعرفة مثلا: إذا كانت الأولى توجد الثانية /لكن الأولى موجودة← إذن الثانية موجودة وكمثال تطبيقي نقول: إذا اجتهد التلميذ نجح /لكن التلميذ مجتهد← إذن التلميذ ناجح. هكذا يتكون المنطق الرواقي ومن تشكيل القضايا يتم إنتاج الأقيسة

الخمسة[13]. رغم كل هذه التغيرات التي طرأت على المنطق التقليدي إلا أنها لم توفي بالغرض لأنها بقيت منتمية إليه، وفي ظل هذه الحركة انتقل المنطق إلى العرب عبر الترجمة لكن الجدل الذي كان قائم هو بين مؤيد للمنطق وبين معارض له، وهذا حديث آخر ونتعمد أن لا نخوض فيه لأن ما يهمنا هو الصيرورة المنطقية أي هدفنا هو معرفة أهم التغيرات التي حدثت للمنطق وعليه سنكتفي بالإشارة فقط عند الضرورة.

كما تعد المرحلة الحديثة هي مرحلة تحولية في تاريخ المنطق إذ تميزت هذه الفترة بجملة انتقادات للمنطق الصوري، حيث أضحت ببروز منطق للعلوم على يد كل من الإنجليزي (فرنسيس بيكون Francis Bacon1561–1626م) والفرنسي (ديكارت)، فقدم الأول منطق خاص بالعلوم التجريبية يعرف "بالمنطق الاستقرائي" ضمن كتاب من تأليفه بعنوان "الأرغانون الجديد" الذي عدد فيه مراحل منهجه مبينا قبل ذلك "الأوهام" التي قد يقع فيها الإنسان والتي تحجب عنه المعرفة الحقيقية. ولم يلبث هذا المنطق طويلا حتى وجه له نقدا من نظيره الفرنسي (ديكارت) الذي قام بتقديم منطق آخر مناسب للعلوم الرياضية فقدم الاستنباط الرياضي[14]، ثم تطور المنطق لاحقا على يد كبار المنطقيين والرياضيين الذين أخذوا على عاتقهم تطويره وربطه بالرياضيات هذا لما يتميز به العلم الرياضي من الدقة واليقين.

قدم الفيلسوف والرياضي (ليبنز) الكثير للمنطق فكان أول من ربط المنطق بالرياضيات، يعترف في البداية بالمنطق الأرسطي ويؤكد على مدى أهميته، كما يثبت التعريف الأرسطي للمنطق بأنه يقي الفكر من الوقوع في الزلل. لكن في مقابل هذا يرى بأنه غير كافٍ، فتوجد علوم لا يمكن تطبيق المنطق التقليدي عليها ومنه يجب «تطويره إلى نوع من الرياضة** الكلية»[15]. وعليه يقدم (لبنتز) فكرتين حول المنطق لربطه بالرياضيات إذ يرى أنه يمكن جعلها "نسقا استنباطيا"*** وفق النسق

الهندسي الإقليدي أما الاقتراح الثاني الذي قدمه هو إتخاذ اللغة الرمزية كبديل عن لغة الألفاظ، حيث قدم هذا الأخير منطق جديد يسمى بالمنطق الرمزي (symboli logic).

كان المنطق الرمزي بمثابة التمهيد للدراسات المنطقية اللاحقة وعلى الرغم من بقاء أبحاث (ليبنتز) عن المنطق في رفوف المكتبات، بيد أن هذا لم يمنع من الاطلاع عليها ولو أنها متأخرة هذا ما فتح المجال لتطور المنطق الجديد لاحقا. فكانت البداية مع المنطقي والرياضي الانجليزي (دي مورجان De Morgan 1806-1871) الذي يعود له الفضل في إصلاح المنطق التقليدي بتقديم منطقا جديدا اهتم فيه بالعلاقات، إذ سمي بمنطق العلاقات (Logic of relation)، فعبر عن الحدود بأصناف الأشياء لا بالمعاني كما كانت في المنطق القديم هذا من جهة، ومن جهة أخرى قام بتصنيف القضايا إلى ثمانية بدل أربعة[16]. هذا وسارعت الأبحاث المنطقية في القرن التاسع عشر بالازدهار أكثر ولا سيما بعد التطور الذي حققته الرياضات، هذا ما أثر على صيرورة المنطق في العصور الأخيرة. كما اقترن المنطق في تطوره بعلم الجبر إذ ظهر جبر المنطق(logical Algabra) على يد الرياضي (جورج بولGeorges Boole 1815-1864) فبرز الحساب المنطقي، إذ فرق (بول) بين حساب الفصول وحساب القضايا. ومن التسمية جبر المنطق يلاحظ أن المنطق اقترن بعلم الحساب والعدد، كما قدم جملة من الرموز للعمليات الحسابية فيرمز للأشياء والموضوعات بـx ;y ;z أما رموز العمليات + ،× ،÷، – وهي الثوابت[17].

اتجه المنطق في صيرورته نحو الاتصال بالرياضيات أكثر مما جاءت عليه المحاولات السابقة منذ (ليبنتز) إلى (بول)، فتوجت الدراسات المنطقية التي قام بها الرياضي والمنطقي الايطالي (جيوسيب بيانوGiuseppe Peano 1858-1932)

الذي قدم الكثير للمنطق برد الرياضيات إلى أصول منطقية بحثة هذه الفكرة التي تأتي لاحقا أساسا لكتاب "أصول الرياضيات"، فخلص (بيانو) «إلى دراسة المنطق عن طريق الرياضيات التي فحص أسسها ومبادئها محاولا صياغتها بصورة جديدة تتسق والتطورات العلمية والكشوف الرياضية الحديثة»[18]. فعلى إثر تطور الرياضيات جاءت فكرة تطور المنطق ولا سيما في ما يخص اللغة المستعملة، فمن هذا المنطلق أقام (بيانو) بتجديد المنطق بدراسة المنطق التقليدي ومبادئه، مما دفع علم المنطق نحو اللوجستيقا (Logistic) وهي مرحلة وصول المنطق إلى صيغته الرياضية الكاملة ضمن كتاب "أصول الرياضيات" للمؤلفين (براترند رسلBertrand Russell 1872–1970) و(وايتهد Witehead 1861–1947).

عمل (جوتلوب فرجيهGottlob Frege 1848–1925) على إصلاح المنطق إذ يعد أول الممهدين لوجستيقيا قبل (راسل)، فذهب يدرس المنطق التقليدي، واطلع ما توصل إليه سابقيه، فتقدم بالمنطق نحو الأمام بخطوات كبيرة إذ قدم النظريات الحسابية وطور اللغة المنطقية بإدخال الرموز. لكن إلى غاية (فرجيه) تعد كلها تمهيدات للمنطق في صيغته الرياضية التامة إلى غاية مجيء (راسل) الذي يعد واضع اللوجستيقا، بل وظهرت أهمية سابقيه من خلال اطلاعه على أعمالهم المنطقية فيعترف بفضل (ليبنتز) على المنطق و(بول) بربط المنطق بالجبر كما لا ينكر ما توصل إليه (فرجيه).

كان للرياضيات دور في المنطق، ولا سيما فيما يخص اللغة إذ استعمل (أرسطو) اللغة الطبيعية أو لغة الألفاظ لتشكيل القضايا المنطقية، وظل هذا طوال الفترة التي بقي فيها المنطق الأرسطي مسيطرا على الفكر. إلا أن من الانتقادات التي وجهت للمنطق التقليدي كانت حول اللغة، حيث يرى البعض أن للغة الألفاظ دور سلبي جعلت من المنطق ثابت دون تطور، بيد أن المساهمات الأولى التي

مهدت لمنطق جديد توجت بظهور المنطق الرمزي، كما هو الحال مع (لبنتز) وأتباعه الذين انصب اهتمامهم الأول والأخير هو العمل على تطوير اللغة المنطقية واستعمال اللغة الرمزية التي تتميز بالدقة كما هو الحال مع الرياضيات «إن رواد المنطق الحديث أمثال (ليبنتز) و(فرجيه) لم تكن لهم نية في تقديم أدوات لدراسة اللغة الطبيعية، كانوا يرغبون في بناء لغة رمزية من شأنها أن تتغلب على اللغة الطبيعية، كوسيلة من الفكر كونها أكثر دقة وتفتقر إلى الغموض من اللغة الطبيعية»[19].

4. علاقة المنطق بالرياضيات

تتجلى أهمية الربط بين المنطق والرياضيات من خلال التقدم الذي شهده العلمين في الفترات الأخيرة، إذ ارتبط تطور المنطق بتطور الرياضيات وفي المقابل أيضا اتصل تطور الرياضيات بتطور المنطق وعليه تثبت عديد الاتجاهات المعاصرة هذا الاتصال الذي يجمع العلمين.

يؤكد رواد مذهب "التشابه الظاهري" على علاقة المنطق بالرياضيات من حيث المظهر الخارجي للعلمين، إذ يستخدم كل منهما لغة الرموز التي تعتبر أساسية ولا سيما بالنسبة للمنطق في صورته الرياضية، فالقراءة التاريخية للرياضيات تؤكد بأنها كانت العلم الذي يهتدى به لما يميزها من دقة ويقين مطلق هذا لاستعمالها لغة الرموز، هذا ما دفع بقية العلوم بأن تتسابق لبلوغ الدقة الرياضية ولا سيما التطور الذي شهده العلم الرياضي خلال العصر الحديث، فمن هذا المنطلق جاءت الدعوة إلى تجاوز لغة الألفاظ التي كانت مستعملة سابقا للتعبير عن القضايا المنطقية، وعليه انتقل هذا العلم تدريجيا عبر العصور من استعمال اللغة العادية إلى لغة الرموز. «فالمنطق في صورته الحديثة المتطورة (...) بالمسائل المنطقية والتي أصبحت تقوم الآن على النسق الاستنباطي(Déductive system) إنما أمكن

صياغتها بلغة رمزية تماما كما هو الأمر في الرياضة لإدراكنا أن التشابه واضح بين المنطق والرياضة، من حيث أنهما يعبران عن مسائلهما بصورة رمزية تنأى من كثافة الالفاظ اللغوية»[20].

وتعد صفة الصورية (Formalism) من المظاهر المشتركة بين المنطق والرياضيات وإذا ما عدنا إلى المنطق منذ القديم أي المنطق الأرسطي فنجد ما يطلق عليه أنه منطق صوري، مما يحيل هذا على أن الاهتمام بالصورة المنطقية كان مع بداية المنطق، حيث تجلت الصورة المنطقية مع أرسطو من خلال عمله على التأكيد على الوحدة بين الموضوع والمحمول. إن الاهتمام بالصورة أو بالشكل بقي بارزا سواء خلال العصور الحديثة بظهور المنطق الاستقرائي على يد (بيكون) الذي قدم منطق بقوانين جديدة محافظا على الصورة بالوحدة المنطقية عبر مراحل الاستقراء[21]. كما شهد المنطق تطور خلال الفترة المعاصرة إذ يعرف المنطق خلال هذه الفترة بأنه "منطق مصورن (Formalize logic)"[****]، أي أولى اهتماما كبيرا بالصورة أكثر عن سابقه المنطق التقليدي. فاستمد هذا الأخير "صورنته" من الرياضيات، فما يميز العلم الرياضي هو العمل على الحفاظ على صورة المعادلات إذ يعمل الرياضي على تقديم المعادلة في وحدتها بين طرفيها فمثلا: $(أ+ب)^2 = أ^2 + 2أ.ب + ب^2$. فمن هنا يكمن التشابه بين المنطق والرياضيات كما يرى أنصار مذهب التشابه الظاهري.

يدافع أنصار المذهب المذكور أنفا عن رأيهم، أي عن صلة المنطق بالرياضيات من حيث الشكل الخارجي بتقديم صفة أخرى تميز العلمين وهي الآلية، فتتجلى هذه الصفة في الرياضيات أثناء إجراء العمليات في الجبر، إذ يمكن التقديم أو التأخير، الفصل أو الوصل، حذف الأقواس والإدغام ...الخ، وهذا وفق قوانين معينة يتم إتباعها قصد الوصول إلى نتيجة ما وقد تكون هذه بصفة آلية أو يدوية فمثلا: (أ+ ب) (أ– ب)= $أ^2 – ب^2$. كما يتميز المنطق بهذه الصفة ونقصد هاهنا

المنطق في صيغته الرياضية التامة أي اللوجستيقية –كما سبق وأشرنا– وبنفس الآلية الرياضية يكون المنطق آلي. فبإتباع القوانين الخاصة يتم التأخير في القضية المنطقية أو التقديم مثال: قانون التبادل في الضرب في اللوجستيقا← ن.هـ = هـ.ن/ وهذا مثال آخر عن التوزيع في القضايا المنطقية:

{–(ن.هـ)= –نV–هـ}. وعليه يكمن التشابه بين العلمين في كيفية استعمال الآلية باختلاف وفق قانون كل علم منهما[22].

إن الجبر فرع من فروع الرياضيات وجزء لا يتجزأ منها، وأكد الفلاسفة والرياضيين على ضرورة ربط المنطق بالجبر، أي بالتعبير عن القضايا المنطقية برموز مثل الرياضيات، فبعد ما جاءت الدعوة الأولى من (لبتنز) إذ كان يحاول الربط بين الرياضيات والمنطق بتطوير هذا الأخير وجعله مثل العلم الرياضي، بدأت القراءات النقدية للمنطق تتعدد إلى غاية (بول) الذي أسس جبر المنطق (Algebra of logic) حيث استمد منطقه من نظرية المجموعات التي كان لها دور فعال في تطور المنطق، كما سهلت ربط المنطق بالرياضيات فمثلا لدينا مجموعة {A} و a تنتمي إلى هذه المجموعة فتكتب a ∋ A وتقرأ a تنتمي إلى A [23]. ومنه تكمن صلتهما ببعضهما حسب أنصار "جبر المنطق" من خلال ربط المنطق بالجبر الذي يعد أساس للعلم الرياضي.

كان هدف كل من الفلاسفة والرياضيين خلال الفترة المعاصرة إلى الجمع بين العلمين، فقدم (فرجيه) نظريته المنطقية التي خص بها الحساب والتحليل، ثم تطور هذا الاتجاه مع الإيطالي (بيانو) الذي أدخل عليها الرموز ليكتمل المنطق الرياضي كما سبق لنا وتحدثنا مع راسل. "فالاتجاه اللوجستيقي" لا يرى أن المنطق جزأ من الرياضيات وحسب، وإنما يرد الرياضيات كلها إلى المنطق فلا منطق دون رياضيات والعكس ومنه تكمن الصلة بين المنطق والرياضيات لدى اللوجستقيين في «صلة

استغراق الرياضة كلها وارتدادها إليه بحيث لا نتعلم في الرياضة أمرا آخر غير المنطق»[24].

بهدف الربط بين العلمين ظهر اتجاه آخر وهو "الأكسيوماتيك (Axiomatic)"، ففي الوقت الذي أثبت فيه رواد جبر المنطق أن المنطق جزأ من الرياضيات، ورد اللوجستقيين الرياضيات إلى المنطق باعتبارها جزءا منه، كانت من جهة أخرى الأبحاث المنطقية والرياضية تتطور، قدم (دفيد هلبرتDavid Hilbert 1862-1943) أبحاثه في هذا المجال. واعتبر رواد الاتجاه الاكسيوماتيك أن الرياضيات والمنطق علمين متوازيين، فلم يكتفي (هلبرت) بالبحث في الحدود والمسلمات وحسب، وإنما ذهب إلى أبعد من ذلك حيث أشار إلى نقطة أخرى: وهي قيام الرياضيات والمنطق على أساس الجوهر فتسمى أبحاثه تارة بما بعد المنطق Metalogic، وتارتا أخرى بما بعد الرياضية Metamathematic، وهذا ليثبت أن الرياضيات والمنطق «شيئان نبعا معا متحاذيين أو متوازيين من منبع واحد أبعد منهما هو الطريقة الاكسيوماتيكية أو الصورية الصرفة pure Formalism»[25].

إذن كانت هذه أهم الاتجاهات المنطقية والرياضية التي أكدت ودافعت على العلاقة التي تربط بين المنطق والرياضيات، إذ توجد مؤثرات متبادلة بين العلمين فللرياضيات كما سبق وأشرنا فضل على المنطق والعكس، ففضل الأولى بأخذ النسق الهندسي نموذجا لبناء القضية المنطقية، كما يعد علم الجبر محورا أساسيا في استعمال اللغة الرمزية والحساب المنطقي.

5.خاتمة:

ما نستخلصه في نهاية مقالنا هذا، هو أن لكل قارئ لتاريخ العلم الرياضي وعلم المنطق هي قراءة تطورية في ظل التغير والحركة الدائمين أي الصيرورة بمفهوم (هراقليطس Heraclites 535-475ق.م)، كما تعد تلك العلاقة لهذين العلمين

علاقة اتصال وترابط بينهم إذ من الصعب فصلهم عن بعضهما، ولعل خير دليل على ذلك هو الدور الذي لعبته الرياضيات في تطور المنطق، إذ ظل المنطق حبيس التقاليد الأرسطية بلغة الألفاظ وتشبثه بالقضية المنطقية التي تولي أهمية للمحمول...الخ.

إلا أن تطور علم الرياضيات له فضل في تطور علم المنطق، هذا للوصول إلى الدقة الرياضية فكان التخلي عن لغة الألفاظ واستبدالها بلغة الرموز، كما تم إدخال الحساب أو ما يعرف "بالحساب المنطقي" وهو حساب للقضايا والعلاقات، كما اتسع مجال استعمال المنطق من البحث عن قيمتين أي قيمة الصدق والكذب إلى منطق متعدد الاحتمالات وما يعرف "بمنطق متعدد القيم"، بل وحتى علاقته بمجال الإعلام الآلي وغيرها. هذا لتأتي عديد الاتجاهات التي أبرزت تلك العلاقة التي تجمع العلمين والتأكيد عليها، رغم اختلاف الأدلة ووجهات النظر فكل بطريقته من مذهب جبر المنطق، مذهب اللوجستيقي... وكلها تعترف بصلة المنطق بالرياضيات. وللتذكير سبق وأشرنا في الملخص بأن الهدف من هذا المقال يكمن في الإشارة إلى علاقة المنطق بالرياضيات من خلال دور الرياضيات في التطور منطق، وعليه يوجد جزء آخر قد يكون موضوع لبحث جديد وهو دور المنطق في تطور الرياضيات.

الهوامش

[1] أنظر: كامل محمد محمد عويضة، اقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتاب العلمية، بيروت، ط1، 1994، ص-ص 21-31.

[2] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط5، 2002، ص 59.

[3] أنظر: محمد عابد الجابري، المرجع نفسه، ص، ص 60،61.

[4] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، 1993، ص 33.

[5] محمد حسين محاسنة، أضواء على تاريخ العلوم عند العرب، دار الكتاب الجامعي، الإمارات العربية المتحدة، ط1، 2000، ص198.

[6] علي أحمد، تاريخ الفكر العربي الإسلامي، مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية، سوريا، 1997، ص48.

[7] محمود قاسم، المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة أنجلو المصيرية، [د.ب]، ط2، 1953.

[*] البرهام بالخلف (Apagogic Proof): ويقصد به إثبات صدق القضية أو المعادلة بتقديم عكس المعطيات فمثلا إذا نريد الدفاع عن قضية موجبة، نفترض عكسها لنثبت صحتها، أي "التدليل بالأضداد شكل من اشكال البرهان غير المباشر يعرف أيضا باسم البرهان المؤدي إلى المحال" (م. روزنتال و ب. بودين، الموسوعة الفلسفية، تر: سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت [د.س]. ص82.

[8] أنظر: دونالد خليلير، فلسفة العلم في القرن العشرين، تر: حسين علي، التنوير للطباعة والنشر، لبنان، ط1، 2009، ص ص 255-261.

[9] أنظر: زلاتكاشيو ير، الرياضيات في حياتنا، تر: فاطمة عبد القادر المما، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، [د.س]، ص-ص 241-244.

[10] أندريه لالالند، موسوعة لالاند الفلسفية، م1، تر. خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001، ص271.

[11] ماري لويز رور، مبادئ المنطق المعاصر، تر، محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، [د.ب]، [د.ط]، [د.س]، ص 4.

[12] ماري لويز رور،الرجع نفسه، ص ص 18، 19.

[13] أنظر: ماري لويز رور، المرجع نفسه، ص- ص 20-24.

[14] أنظر: محمد مهران، المدخل إلى علم المنطق، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، 1994، ص12.

[**] يقصد بمصلح **الرياضة** هي نفسها **الرياضيات** بدليل قدم الدكتور محمد ثابت الفندي كتابه بعنوان "فلسفة الرياضة" ونقرأ فيه تلك الانتقادات التي وجهت لعلم الرياضيات عبر العصور، والتي ساهمت في تطويره من مجرد علم مرتبط بالواقع إلى علم عقلي تجريدي أي فلسفة الرياضيات، وعليه مصطلح الرياضة الذي ورد في الاقتباسات يقصد به الرياضيات.

[15] زكريا منشاوي الجالي، المدخل النقدي للمنطق الرمزي، دار الوفاء، مصر، ط1، 2015،ص 36.

[***]النسق الاستنباطي يعرف النسق (Systéme) بأنه مجموعة من العناصر المتداخلة تشكل كل واحد أما الاستنباط هو الانتقال من قضية أو عدة قضايا تسمى المقدمات إلى نتائج والنسق الاستنباطي في المنطق هو تلك الرموز من الثوابت والمتغيرات المتداخلة فيما بعضها التي تشكل قضية أو عدة قضايا لها معنى.

[16] أنظر: محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الاسكندرية، 2002، ص ص 68-69.

[17] أنظر: ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم: المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية، بيروت، 1985، ص، ص22، 23.

[18] ماهر عبد القادر محمد علي، المرجع نفسه، ص 45.

[19] Leila Haparanta; The development of modern logic; Oxford university; press; 2009; p4.

[20] علي عبد المعطي محمد، المنطق ومناهد البحث العلمي في العلوم الرياضية والطبيعية، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، ط2، 2004، ص 170.

[21] أنظر: علي عبد المعطي محمد، المرجع نفسه، ص 171.

[****]منطق مصورن (Formalize logic) : أولا يعرف المنطق الارسطي بالمنطق الصوري (Formal logic) وهذا لغهتمام (أرسطو) بالشكل دون المضمون برموز وقواعد لتشكيل القضايا. وبما ان المنطق المعاصر يعد إصلاح للمنطق السابق، إذن هو منطق مصورن بمعنى أكثر صورية عن سابقه، إذ قدم بدل الحروف رموزا خالصة استمدها من الرياضيات. وقد أشار الاستاذ الدكتور أحمد موساوي إلى هذه المفاهيم الصورانية (Formalism) ويقصد بها النزعة الفلسفية التي يقول أصاحبها بأن كل الرياضيات ترد إلى المنطق، والمصورن تدل على الفعل، أما الصورنة (Formalisation) في دليل على العملية الخالصة لفعل "صورن". إذن المنطق المعاصر هو منطق أكثر صورية من المنطق الأرسطي. (أنظر: أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، [د.ن]، [د.ب]، 2007، ص-ص 35-36.

[22] أنظر: محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي (لوجستيقا Logostic)، دار النهضة العربية، بيروت، 1984، ص، ص 93، 94.

[23] أنظر: علي عبد المعطي محمد، المنطق ومناهج البحث العلمي في العلوم الرياضية والطبيعية، المرجع نفسه، ص-ص 172-174.

[24] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي (اللوجستيقا logistic)، مرجع سابق، ص 104.

[25] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي (لوجستيقا Logistic)، المرجع نفسه، ص105.