

MOHAMMED FERHI

L'optimisation de portefeuilles par la logique floue et son application au marché financier en Algérie

Cette étude a pour objet de décrire un modèle d'aide à la décision pour les gestionnaires de portefeuilles, basée sur la théorie des sous-ensembles flous et la théorie des possibilités. Ces dernières sont de plus en plus utilisées dans les milieux industriels notamment au JAPON. Elles permettent de palier les insuffisances du modèle moyenne-variance de Markowitz en matière d'estimation, de représentation et de traitement des connaissances présentées souvent de façon imprécise aux experts. Il est donc important d'apprécier l'utilité de cet outil et la possibilité de son application dans le contexte économique et financier de l'Algérie.

Mots clés : Risque, Choix, Portefeuille, Décision, Incertitude, Optimisation, Flou, Modèle, Kurtosie, Skewnesse

INTRODUCTION

Le marché boursier, en pleine activité, présente aux investisseurs un nombre considérable d'actifs financiers disponibles. Cependant il existe une infinité de combinaisons de titres qui peuvent être mis à la disposition du décideur. La problématique de ce dernier serait de savoir quel est le meilleur choix à faire et quels sont les moyens d'évaluation de ce choix ?

Les premières stratégies de sélection des titres étaient fondées sur l'estimation de leurs cours futurs tout en se basant sur les comportements antérieurs de ces derniers, ou sur les caractéristiques des firmes émettrices.

Ces méthodes étaient préconisées dans le cadre des hypothèses d'informations parfaites, où on considérait l'avenir comme connu en toute certitude.

Cependant on constata que les investissements, financiers particulièrement, sont de plus en plus entachés d'incertitudes et présentent des risques imprévus. Les titres et même les obligations émises par les gouvernements, qui assurent le remboursement des prêts principaux ainsi que leurs intérêts, sont soumis à de nombreux risques: inflation, déflation, rupture de paiement, nouvelles mesures législatives,... Bref, chaque variation de facteur économique, financier, politique ou social... fait que les achats et ventes des titres sur des rendements futurs et mêmes présents sont en fait des transactions aléatoires. L'analyse objective des comportements des investisseurs doit donc développer les conditions qui font couvrir le risque, et introduire les outils de prise de décision dans un univers incertain.

C'est à la fin de la décennie 1950, qu'on a disposé de la théorie de choix de portefeuille en avenir risqué, formulée par Markowitz.

Cette étude a pour objet d'éclairer quatre points essentiels à savoir :

- les insuffisances du modèle moyenne-variance de Markowitz,
- les nouveaux outils de traitement de l'incertitude et l'imprécision
- ainsi que le modèle d'optimisation floue.
- enfin, voir l'opportunité de l'application du modèle à la gestion de portefeuille dans le contexte économique et financier de l'Algérie.

Elle est alors organisée en quatre parties :

- la première rappelle le principe du modèle de Markowitz et essaie de relever ses insuffisances.
- la deuxième apporte les nouveaux outils de traitement de données en milieu d'incertitude et de risque.
- la troisième fait l'objet d'une présentation du modèle d'optimisation floue.
- alors que la quatrième s'attache à tester les hypothèses d'applicabilité du modèle au cas du marché financier algérien.

1 - LE MODELE DE MARKOWITZ

La contribution de Markowitz (H. Markowitz, 1952) a originellement un objectif très précis : elle se pose en termes normatifs. En supposant, d'une part, que le risque d'un titre peut s'appréhender par la variance des taux de rentabilité antérieurs du même titre. D'autre part, que la rentabilité anticipée peut être mesurée par l'espérance de ces mêmes taux. Etant données ces hypothèses, elle se pose la question : comment peut-on construire un portefeuille optimal ?

A partir d'un ensemble de titres, dont on connaît les espérances de rentabilité et les variances, Markowitz détermine tout d'abord l'ensemble des portefeuilles efficients, c'est-à-dire les portefeuilles qui, pour une variance donnée, offrent la rentabilité maximale; et inversement, les portefeuilles qui, pour une espérance de rentabilité donnée, présentent la variance minimale.

Ces portefeuilles qui bénéficient de l'effet de diversification du risque, dominent les titres individuels et constituent l'ensemble de choix. L'investisseur sélectionne finalement le portefeuille optimal dans cet ensemble, en fonction de son attitude vis à vis du risque (Aftalion, 1977; Han, 1994).

Cette technique d'optimisation de portefeuille proposée peut être présentée mathématiquement sous la forme suivante :

$$\text{Max } (x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2) + \dots + x_i E(R_i) + \dots + x_n E(R_n))$$

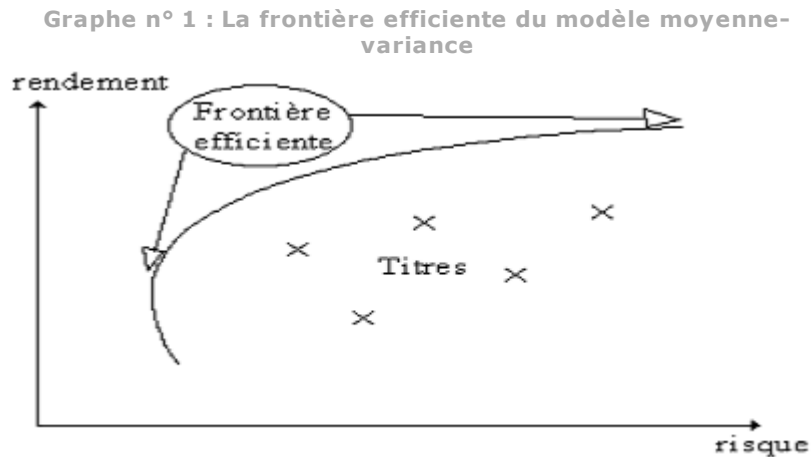
s.c

$$\begin{cases} x^t \Sigma x \leq \sigma_0^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{et} \quad x_i \geq 0 \quad \text{pour tout} \quad i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Où

- x : vecteur des proportions des actifs dans le portefeuille ;
- x^t : transposé du vecteur X ;
- Σ : la matrice des variances-covariances des rentabilités anticipées des actifs;
- $E(R_i)$: la rentabilité anticipée de l'actif i pour un horizon donné.

En faisant varier le niveau de risque toléré σ , on construit un ensemble de portefeuilles intitulé la «frontière efficiente» (voir graphique 1 ci-dessous).



Source : www.finance.wat.ch/Filbours/_000417.htm

L'optimisation de portefeuille proposée par Markowitz tend à être communément utilisée par les gestionnaires de fonds. Elle est une pratique souvent disponible grâce à des logiciels de gestion destinés aux professionnels.

Pourtant, ces derniers rencontrent quelques difficultés liées à cette optimisation : les portefeuilles obtenus sont parfois instables, très sensibles aux intrants, tout spécialement les rentabilités espérées. Or, les rentabilités espérées résultent elles-mêmes d'un processus auquel est associée une erreur d'estimation (Boulier 1997).

Les anticipations du gérant sur la rentabilité des actifs sont issues généralement soit d'un processus de décision fondé par un comité d'investissement regroupant des économistes, des analystes financiers et d'autres gérants, soit d'un modèle quantitatif de prévision, ou soit tout simplement de ses propres intuitions.

Dans la pratique, on estime la matrice des variances covariances à partir des séries d'observations relatives aux rendements antérieurs, tout en supposant qu'elle est stable au cours du temps et que les rentabilités des différents actifs financiers sur une période donnée ne dépendent pas de celles calculées sur d'autres périodes.

Dans tous ces cas, la détermination de la rentabilité d'un actif se fait part une valeur, quelle que soit la façon retenue pour l'estimer ! Or, dans toutes ces méthodes, une erreur d'estimation est associée à cette valeur.

En effet il est difficile pour un gérant ou pour un comité même d'anticiper les corrélations et les volatilités des rentabilités futures.

D'ailleurs il ressort que les erreurs d'estimation des rentabilités futures des actifs sont nettement plus dommageables (de 10 à 20 fois) que les erreurs d'estimation sur la matrice de variance-covariance (Bellity, 1993).

En observant, par exemple, la réponse d'un expert ou d'un gérant sur la rentabilité future d'un actif, on attend de lui qu'il nous donne une valeur précise avec une probabilité d'au moins supérieure à 50%. Cependant, il formulera sa réponse d'une manière vague et incertaine telle que : «la rentabilité entre 7% et 12% est certainement possible, en tout cas elle ne peut pas être inférieure à 5% ni supérieure à 20%».

Autrement dit, étant donné son environnement informationnel, son savoir-faire, son expérience ou son intuition, il lui est plus aisé de donner une réponse imprécise ou vague que précise.

Demander une estimation précise de la valeur d'un actif oblige l'expert à consolider ses prévisions sous une forme réductrice et inadaptée, pouvant comporter une perte d'informations importantes par rapport à son anticipation.

La stratégie d'un comité d'investissement doit faire appel à une agrégation des anticipations des participants qui peuvent s'avérer fortement différentes et de qualités inégales.

Or comment l'effectuer d'une façon objective et rationnelle avec une perte d'informations la plus faible possible lorsque celles-ci sont vaguement formulées.

Cependant l'introduction des nouveaux concepts des sous-ensembles flous et des degrés de possibilité s'avère une méthode qui aide les gestionnaires de portefeuilles à bien formuler leurs anticipations futures des rentabilités des actifs financiers ainsi que de les exploiter d'une manière à ne pas perdre les informations disponibles, c'est l'objectif visé par cette étude.

2 - LE MODELE FLOU

Le modèle flou fait appel à trois concepts fondamentaux: les sous-ensembles flous, les quantités floues, et les mesures de possibilités.

2.1- Les sous-ensembles flous et les degrés de possibilité

La théorie des sous-ensembles flous a été introduite par le mathématicien Lotfi ZADEH, professeur à l'université de Californie à Berkeley, dans les années 1960. Les premières applications industrielles datent des années 1970, mais l'essor applicatif et médiatique n'est apparu que vers la fin des années 1980, en grande partie grâce à l'intérêt que lui a porté le Japon.

La théorie des sous-ensembles flous a été introduite pour répondre aux besoins de la représentation des connaissances exprimées symboliquement, en langage naturel, soumises à des imprécisions ou présentant un caractère vague.

Quant à la théorie des possibilités, elle a été introduite également par L. ZADEH en 1978, pour permettre de manipuler des incertitudes de nature non probabiliste, et pour constituer un cadre dans lequel les connaissances imprécises et connaissances incertaines peuvent coexister et être traitées conjointement.

On définit alors un sous-ensemble flou A d'un ensemble U (tel que défini par Zadeh (Zadeh, 1965) par une classe d'objets avec un continuum de degré d'appartenance (degré de compatibilité ou degré de vérité (Zimmermann, 1976).

Un tel ensemble est caractérisé par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui affecte à chaque objet un nombre réel compris entre 0 et 1, avec la valeur de $\mu_A(x)$ représentant le degré d'appartenance de x dans A. Plus $\mu_A(x)$ est proche de l'unité plus on est convaincu que x appartient à A. La construction de ces ensembles respecte la structure des ensembles ordinaires mais les premiers sont plus généraux que ces derniers.

2.2 - Les quantités floues

Une quantité floue est un sous-ensemble flou défini sur l'ensemble des réels. Elle peut être un nombre flou avec une seule valeur modale ou un intervalle flou avec plus d'une valeur modale.

2.2.1 - Les intervalles flous

On définit un intervalle flou comme l'ensemble flou \tilde{A} , tel que sa fonction de participation associée serait de la forme :

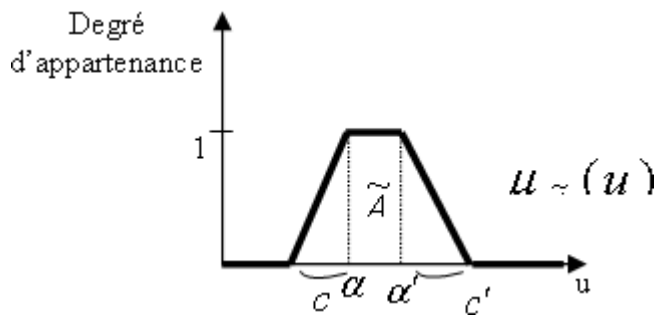
$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} L[(\alpha - u)/c] & \text{si } u \leq \alpha \\ 1 & \text{si } \alpha < u < \alpha' \\ R[(u - \alpha')/c'] & \text{si } u \geq \alpha' \end{cases}$$

(Bouchon-Meunier, 1995).

- L et R sont les deux fonctions qui déterminent la fonction d'appartenance de \tilde{A} respectivement à gauche et à droite de α et α' .
- α et α' sont les bornes inférieures et supérieures des valeurs modales de la rentabilité floue
- c et c' sont les écarts par rapport à α et α'

La représentation graphique, telle qu'exprimée ci-dessous, peut mieux manifester la notion d'intervalle flou.

Graphes n° 2 : Représentation paramétrique d'un intervalle flou



Source : (Teghem J., 1996)

L'ensemble \tilde{A} est dès lors parfaitement caractérisé par la connaissance de α , α' , c , c' , L et R .

2.2.2 - Les nombres flous

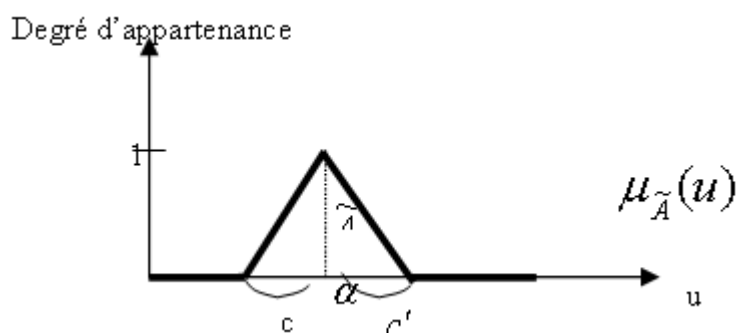
Un nombre flou, quant à lui, est défini par l'ensemble flou \tilde{A} tel que sa fonction de participation associée soit de la forme :

$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} L[(\alpha - u)/c] & \text{si } u \leq \alpha \\ R[(u - \alpha)/c'] & \text{si } u \geq \alpha \end{cases}$$

(Bouchon-Meunier, 1995).

Un nombre flou peut donc être représenté par le schéma suivant :

Graphique 3 : Représentation paramétrique d'un nombre flou



Source : (Teghem J., 1996)

2.3 - Les mesures de possibilité

Une mesure de possibilité est une fonction ensembliste qui, de manière analogue aux probabilités, évalue la réalisation d'événements. Elle se distingue d'une probabilité par la nature ordinale de l'évaluation (et non pas fréquentielle et additive qui est le cas d'une probabilité).

Si ε est le degré d'appartenance d'un élément quelconque u de U à la caractérisation floue A , le degré de possibilité pour que la variable V

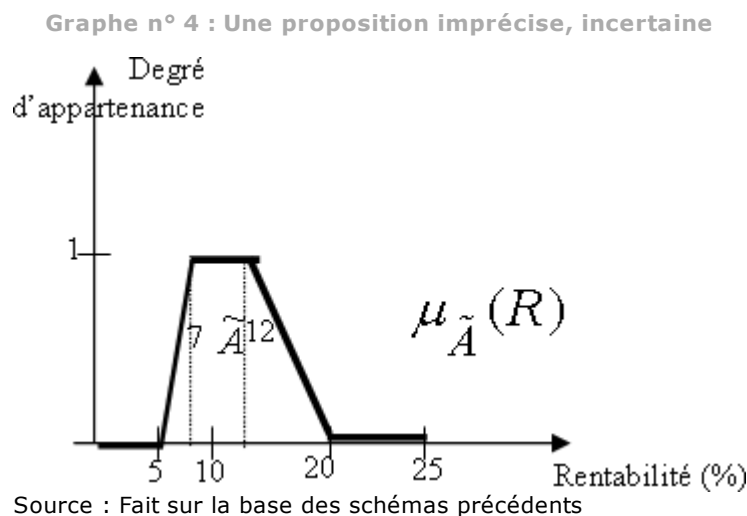
prenne la valeur u , sachant que V est caractérisée par A , est aussi égale à ε .

C'est en se basant sur ces concepts que le modèle d'optimisation floue apporte une technique particulière d'aide à la prise de décision. Comment alors utiliser ces concepts dans l'étude en question ?

3 - LE MODELE D'OPTIMISATION FLOUE

En commençant tout d'abord par analyser la réponse de l'expert, on peut au début utiliser les concepts du modèle d'optimisation floue pour représenter le discours de l'expert financier (pris comme exemple) sur ses anticipations de la rentabilité future d'un actif financier cité au-dessus.

Le discours de l'expert contient deux types d'informations, l'une est imprécise, l'autre est incertaine. L'expert anticipe une rentabilité possible comprise entre 7% et 12%, mais n'exclut pas une rentabilité supérieure à 5% ou inférieure à 20%. La représentation de ce type de propositions peut se faire à l'aide de la notion de quantité floue et peut être présentée comme suit :



Maintenant, revenons à notre problématique fondamentale et essayons d'introduire ce type de représentation dans le système d'optimisation du modèle de Markowitz.

Concernant les rentabilités espérées, nous avons eu recours à la notion de quantités floues. Les évaluations sont obtenues par réponses à un questionnaire auprès d'experts à qui l'on a demandé une estimation de chacune de ces rentabilités à partir de leurs connaissances du marché. Cette première étape permet de :

- diminuer les pertes d'informations lors de la formalisation des inputs du processus d'allocation de portefeuilles, c'est-à-dire traduire au mieux les anticipations imprécises des experts (analystes, et gérants).

- Eviter des méthodes peu rationnelles lors du choix entre plusieurs analystes ayant des avis partagés.

La procédure suivie lors de l'optimisation floue du portefeuille se fait à l'aide de la théorie des possibilités, et se résume dans les étapes suivantes (Han, 1994) :

a - formaliser le problème comme s'il s'agissait d'une optimisation classique, mais en intégrant les quantités floues des rentabilités estimées ;

b - Plutôt que de maximiser la fonction «objectif», se fixer un objectif b_0 que cette fonction devra atteindre ou dépasser ;

c - transformer les fonctions «contraintes» et «objectif» pour pouvoir les comparer par rapport à 0 ;

d - utiliser la définition du degré de conviction h pour se ramener à la maximisation de h sous les nouvelles contraintes qui sont les fonctions «contraintes» et «objectif» transformés.

Le problème de la décision floue est équivalent au problème d'optimisation non linéaire suivant :

$$\text{Max } h(x_1, x_2)$$

s.c

$$\left\{ \begin{array}{l} x^t \alpha_i - h x^t c_i - R_0 \geq 0 \\ x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2 x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{1,2} \leq \sigma_0^2 \\ x_1 \alpha_1 + x_2 \alpha_2 - R_0 \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

Où :

- x_1 et x_2 sont les répartitions (poids) des actifs dans le portefeuille

- σ_0 risque fixé de rentabilité du portefeuille i

Cependant, avant une quelconque application numérique, il convient de faire une remarque. Le degré de conviction h que l'on a défini n'utilise que l'information contenue dans la partie gauche de la fonction de participation μ_R .

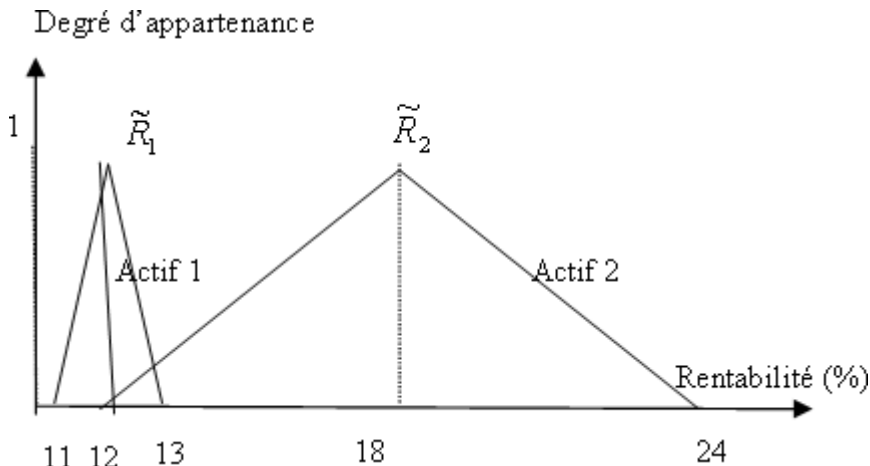
Nous verrons ultérieurement que définir un autre degré de conviction h' , utilisant la partie droite de la fonction de participation et correspondant à la conviction d'avoir la rentabilité du portefeuille inférieure à R_0' , est intéressante pour deux raisons :

- il existe des situations où le gérant de portefeuille ne doit pas dépasser un plafond de rentabilité R_0' .

- h et h' encadrent un palier pour lequel $h = h' = 0$ et qui sera plus riche en informations que la frontière efficiente de Markowitz.

Cette situation peut être enregistrée par l'exemple où deux actifs (1) et (2) dont les rentabilités (floues) ont été formalisées par une fonction de participation triangulaire et isocèle de la forme ci dessous. Sachant les valeurs des paramètres de chaque actif, tel l'exemple suivant ou $\alpha_1 = 12\%$ et $c_1 = 1\%$, $\alpha_2 = 18\%$ et $c_2 = 6\%$.

Graphique 5 : Fonctions de participation isocèles



Source : Fait sur la base des schémas précédents

Si l'actif(1) a une volatilité de 10%, tant que l'actif(2) a une volatilité de 20% avec une corrélation de l'ordre de 20% entre ces deux titres. En supposant x_1 et x_2 les répartitions des actifs dans le portefeuille, on aura à résoudre alors le modèle :

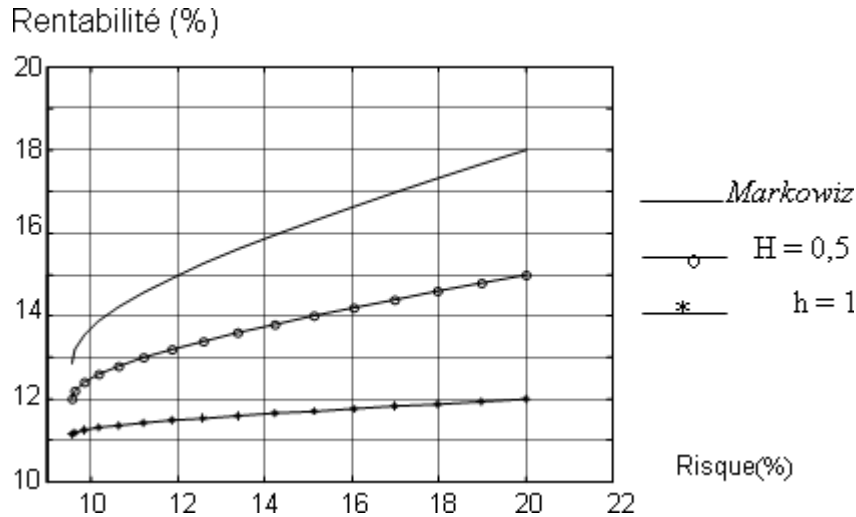
Max $h(x_1, x_2)$

$$\text{s.c } \begin{cases} (0.12x_1 + 0.18x_2) - h(0.01x_1 + 0.06x_2) - R_0 \geq 0 \\ 0.01x_1^2 + 0.008x_1x_2 + 0.04x_2^2 \leq \sigma_0^2 \\ 0.12x_1 + 0.18x_2 - R_0 \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

En représentant ses résultats sous la forme traditionnelle d'un graphique rentabilité/risque, on obtient pour $h = 0$ une enveloppe qui correspond à la frontière de Markowitz (si on suppose que les rentabilités discrètes utilisées dans l'optimisation de Markowitz correspondent aux valeurs modales $\alpha_1 = 12\%$ et $\alpha_2 = 18\%$ des rentabilités floues).

Pour un risque donné, si on diminue la rentabilité R_0 à atteindre ou à dépasser, on augmente le degré de conviction d'avoir une rentabilité de portefeuille au-dessus de R_0 (voir graphique 6 ci-dessous).

Graphes n° 6 : Enveloppe possible des rentabilités optimales :
optimisation de Markowitz et optimisation floue



Si le gestionnaire s'impose un risque de 16%, le modèle de Markowitz, avec des données discrètes, va fournir une solution unique de répartition des actifs permettant d'atteindre une rentabilité de 16.6%. Dans le cas d'anticipation floue, le calcul conduit au même résultat mais on lui affecte un degré de conviction de réaliser (ou de dépasser) 16.6%. Ce degré est ici $h = 0$.

Donc si l'analyse vise une telle rentabilité, alors il est tout aussi possible que la rentabilité de son portefeuille soit au-dessus qu'en dessous de 16.6%, autrement dit le gérant peut réaliser son objectif comme il ne peut pas le réaliser.

Si maintenant, il se fixe un objectif de rentabilité moins élevé (14.2%) alors il augmente son degré de conviction d'avoir un portefeuille de rentabilité supérieure à 14.2%. Il a un degré de conviction de 0.5 de réaliser cet objectif c'est à dire d'être au-dessus de 14.2%.

Pour une rentabilité de 11.8%, $h = 1$ le gérant a donc une conviction totale de dépasser cette rentabilité. Il a une répartition (x_1, x_2) pour son portefeuille qui lui permet d'être certain que la rentabilité de ce portefeuille sera supérieure à 11.8%.

Les résultats de résolution d'un tel modèle peuvent être exploités de deux manières :

- Soit, en fixant un niveau de risque maximal et une rentabilité minimale R_0 . On obtient alors un degré de conviction (et la répartition du portefeuille correspondante) que la rentabilité du portefeuille soit supérieure à R_0 .

- Soit, de manière duale, en fixant un niveau de risque maximal et un degré de conviction h_0 . On obtient, dans ce cas, une rentabilité minimale R (et la répartition du portefeuille correspondante).

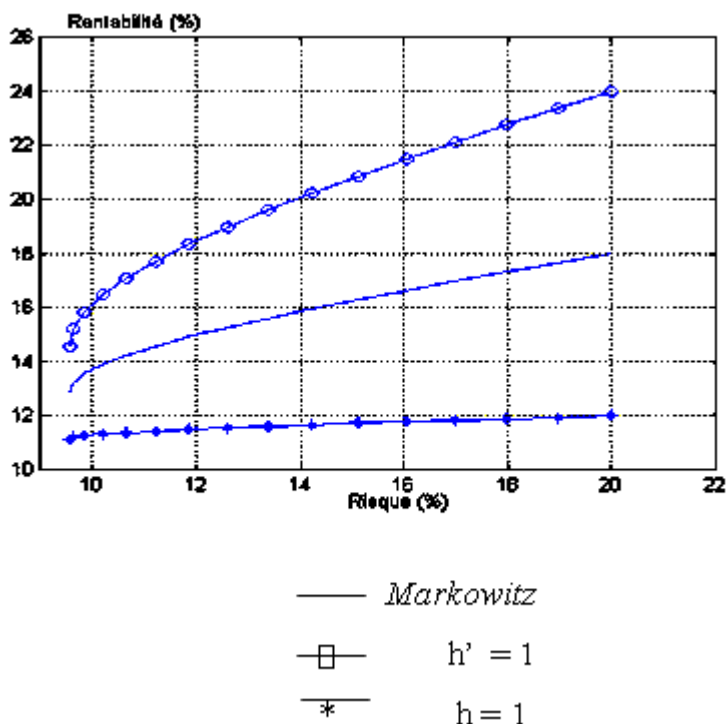
Le gérant peut alors justifier la répartition de son portefeuille en disant qu'avec une telle allocation, si on parcourt l'ensemble des risques que l'on peut imposer au portefeuille, on obtient l'enveloppe possible des rentabilités optimales pour chaque degré de croyance h .

Dans cette deuxième démarche, h peut être vue comme une mesure de «prudence». Prudence non pas par rapport aux anticipations des analystes (on ne peut mettre en doute leurs prévisions), mais par rapport à la composante floue de leurs anticipations.

Avec les mêmes actifs que précédemment, revenons au degré de croyance h' que nous avons défini avant; le degré de croyance que la rentabilité du portefeuille soit inférieure à une rentabilité $R'o$.

Sans rappeler les calculs, une représentation sous forme d'un graphique rentabilité/risque nous donne pour $h = 1$ et $h'= 1$ le résultat suivant: (graphique 7)

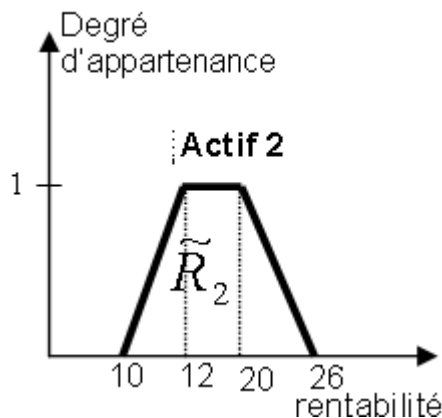
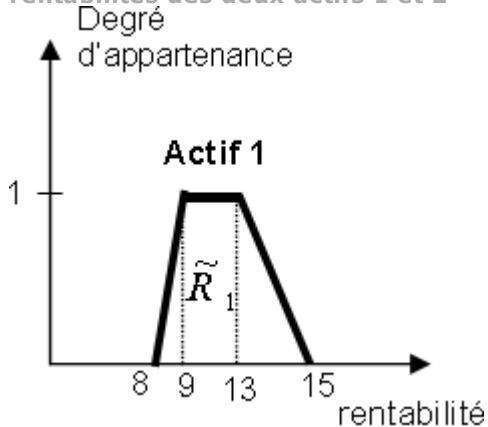
Graphe n° 7 : Enveloppe possible des rentabilités optimales : optimisation de Markowitz et optimisation floue



Le résultat est un ruban borné inférieurement par $h=1$ et supérieurement par $h'=1$. Cette bande dans laquelle évolue la frontière efficiente de Markowitz représente, pour un niveau de risque donné, toutes les rentabilités possibles que peut atteindre le portefeuille (avec des degrés de possibilité différents). En effet, $h=1$ représente la certitude d'être au-dessus de la rentabilité $R'o$ correspondante et $h'= 1$ est la certitude d'être en dessous de $R'o'$. On voit alors qu'il est impossible d'avoir un portefeuille dont le couple rentabilité-risque soit en dehors de cette bande.

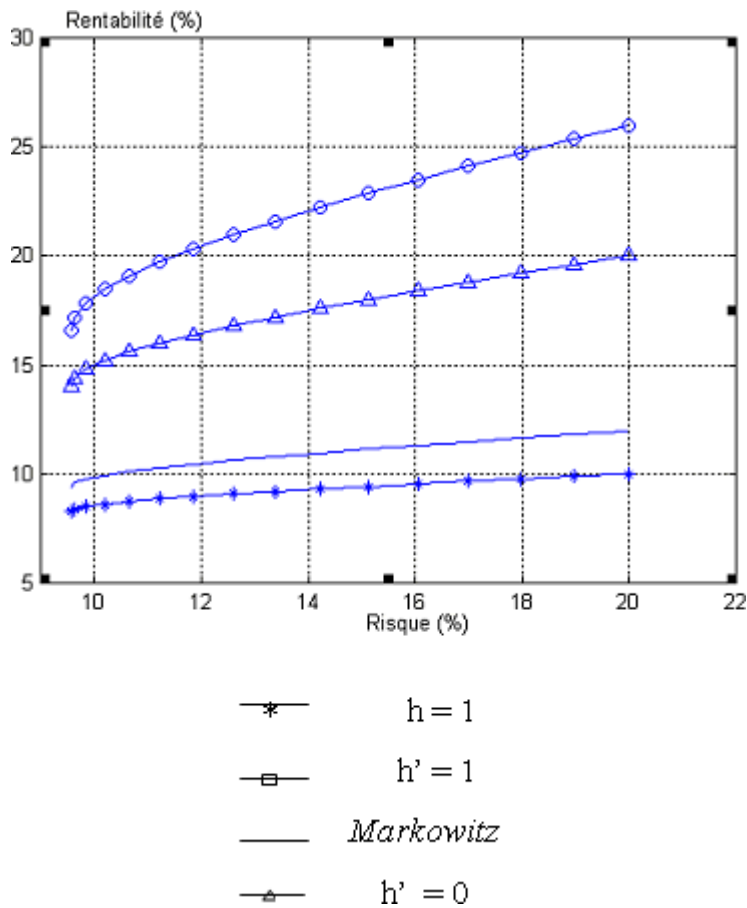
L'exemple où l'application peut mentionner le cas de deux actifs avec une fonction de participation trapézoïdale peut être présenté la forme suivante :

Graphique 8 : Fonctions de participation trapézoïdales pour les rentabilités des deux actifs 1 et 2



Avec toujours les même valeurs de risque et de corrélation entre les deux actifs, la rentabilité du portefeuille étant une combinaison linéaire des deux actifs, il en découle que sa fonction de participation est aussi de forme trapézoïdale. On va alors pouvoir définir un degré de conviction h d'être au-dessus d'une rentabilité R_0 et son dual h' , degré de conviction d'être en dessous de R_0 . En représentant h et h' sur un graphique rentabilité/risque et par utilisation du même logiciel, on obtient le graphique (9)

Grappe n° 9 : Enveloppe possible des rentabilités optimales : optimisation de Markowitz et optimisation floue



Cette représentation permet de retrouver le ruban compris entre $h=1$ et $h'=1$ qui délimite l'ensemble des portefeuilles définis par le triplet (rentabilité, risque, mesure de prudence) et qu'il est possible d'atteindre. De plus, elle met en évidence un deuxième ruban entre $h=0$ et $h'=0$, qui correspond à l'ensemble des portefeuilles que l'on peut atteindre avec une prudence nulle.

Si l'on avait demandé aux analystes de donner une valeur précise pour estimer les rentabilités futures de chaque actif, ils auraient très vraisemblablement donné une anticipation à l'intérieur de l'intervalle des rentabilités certainement possibles (degré de possibilité égale à 1) obtenues par la formalisation floue. Une optimisation aurait alors donné une frontière efficiente de Markowitz située entre les deux frontières $h=0$ et $h'=0$, par exemple 15% pour un risque de 16%. Or, pour ce même risque on voit que le choix d'un degré de conviction (ou de prudence) de 0 nous offre tout un choix de portefeuilles dont les rentabilités s'échelonnent entre 11.3% et 18.4%.

Donc en prenant la frontière supérieure $h' = 0$, on voit que l'on peut dépasser Markowitz. Cela ne remet certainement pas en cause l'outil d'analyse et de prise de décision qu'est l'optimisation de Markowitz. Mais disons qu'avec une information plus importante et utilisant non seulement une anticipation résumée en un seul point mais sur des intervalles aux bornes floues, on peut obtenir des portefeuilles ayant des rentabilités plus élevées.

En résumé de ces quelques exemples, on voit qu'il est possible

d'appliquer des concepts possibilistes au modèle de Markowitz. Il est

bien évident que cela n'améliore pas l'optimisation en tant qu'outil de calcul, mais cela permet d'intégrer des inputs flous, donc contenant plus d'informations. Le gain est donc à la fois qualitatif par l'apport d'un degré de conviction dans la réalisation d'un objectif de rentabilité minimum et quantitatif par la possibilité d'obtenir des portefeuilles plus rentables pour un même degré de prudence. Autrement dit on n'améliore pas l'efficacité du modèle de Markowitz mais on utilise plus efficacement l'information disponible.

Si la logique floue permet l'acquisition de tous ces gains aux sociétés de gestions de portefeuille, il serait donc important de certifier ses apports aux marchés financiers naissants tel que le cas de la bourse d'Alger. Mais avant tout, il faut s'assurer de la réunion des conditions d'application de ce modèle.

4 - L'IMPLANTATION DU MODELE AU MARCHE ALGERIEN

Le marché financier algérien peut être considéré comme encore naissant. Annoncé par décret législatif en 1993; la bourse d'Alger n'est entrée en fonction qu'en 1997. Jusqu'à présent ce petit marché continue à jouer le rôle classique d'une bourse des valeurs mobilières; Limitée à quatre titres dont un arrêté en juin 2002. Après arrêt de l'obligation de Sonatrach, les actifs circulants ne couvrent que trois types d'actions (El Aurassi, Eriad-Setif, et Saidal).

Ce marché paraît non opportun aux investisseurs. L'investigation dans les méthodes perfectionnées pour l'élaboration de modèles de gestion tel que le modèle flou est une hypothèse écartée du moins pour le moment par les investisseurs institutionnels tel que les OPCVM (SELIM-SICAV et FCP).

L'applicabilité du modelé flou nécessite la réunion de quelques hypothèses de base, qui se rapportent :

- soit au comportement des investisseurs (la rationalité, l'aversion au risque, l'homogénéité des anticipations : mêmes moyens prévus et mêmes risques).
- soit aux caractéristiques des titres circulants (la normalité des rentabilités des titres, la divisibilité parfaite des placements).
- soit à l'environnement informationnel du milieu financier (l'accès gratuit à toute information concernant chaque titre mis en circulation).

Dans un environnement financier tel que celui présenté par le marché algérien -cas de beaucoup d'autres pays en voie de développement- le recours à la gestion de portefeuilles par le modèle flou rencontre plusieurs contraintes et la vérification de ses hypothèses s'avère impossible, d'où le rejet de l'approche dans sa globalité.

Pour ne vérifier que les hypothèses relatives aux caractéristiques des titres condition fondamentale et préalable à la formation de portefeuille nous pouvons nous intéresser à la question de normalité des rendements des titres ou à la tendance de leurs cours.

4.1 - La normalité des rendements

La normalité des rendements d'un actif financier peut être vérifiée par certain nombre de tests dont essentiellement les paramètres de forme: la kurtosie et la skewnesse (Aflation 2000).

- La kurtosie ou taux d'aplatissement d'une série de n rentabilités

$$K = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - E(R))^4}{\sigma^4}$$

S'exprime par la relation :

Où :

- n est le nombre d'observations ;
- E(R) la moyenne des rentabilités
- et σ leur écart-type.

Pour une distribution normale K doit être égale à 3 (K = 3).

Dans le cas où $K > 3$, la distribution correspondante est dite leptokurtique; elle contient trop d'observations extrêmes trop fortes ou trop faibles par rapport au nombre d'observations moyennes.

Lorsque $K < 3$, la distribution correspondante est dite platykurtique; elle doit contenir trop d'observations moyennes et pas assez d'observations extrêmes.

- La skewnesse, ou indice d'asymétrie, d'une série d'observations peut être exprimée par la relation.

$$S = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - E(R))^3}{\sigma^3}$$

Où les notations sont les mêmes que pour l'expression de la kurtosie. Sachant que pour une distribution normale la valeur de S doit être nulle (S=0)

Les estimations de ces paramètres pour chaque entreprise cotée en bourse sur le marché algérien, sur la base des données des observations hebdomadaires de la période du 13/09/99 au 13/01/03 (voir annexe) sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Tableau n° 1 : Tests de la normalité des rentabilités des titres

Echantillon	ERIAD	SAIDAL	AURASSI
	du 09/09/99 au 06/11/02	du 20/09/99 au 13/01/03	Du 14/02/00 au 13/01/03
Nombre d'observations	75	75	69
Moyenne arithmétique	- 0.82 %	-1.41 %	-1.27 %
Médiane	0.00%	0.00 %	0.00 %
Maximum	12.55 %	8.84 %	10.14 %
Minimum	- 12.72 %	-17.07 %	-13.43 %
Ecart-type	3.33 %	4.12 %	3.77 %
Skewnesse	- 0.67	-1.42	-0.49
Kurtosie	6.01	4.73	2.27

Source : Données de documents internes de la SGBV ; traitées par excel.

Les résultats regroupés dans ce tableau démontrent que pour chaque titre le paramètre de kurtosie est loin du chiffre 3. Dans les distributions correspondantes aux observations d'ERIAD et de SAIDAL, le paramètre K est nettement supérieur à 3, respectivement (6.01) et (4.73) ; ce qui exprime l'existence d'écarts fortement considérés par rapport au nombre d'observations moyennes : ce sont donc des distributions leptokurtiques.

Par contre dans le cas de l'AURASSI la kurtosie est inférieure à 3 ($K = 2.27$), ce qui peut exprimer une stagnation dans la moyenne des observations ; c'est aussi le cas d'une distribution anormale et platykurtique.

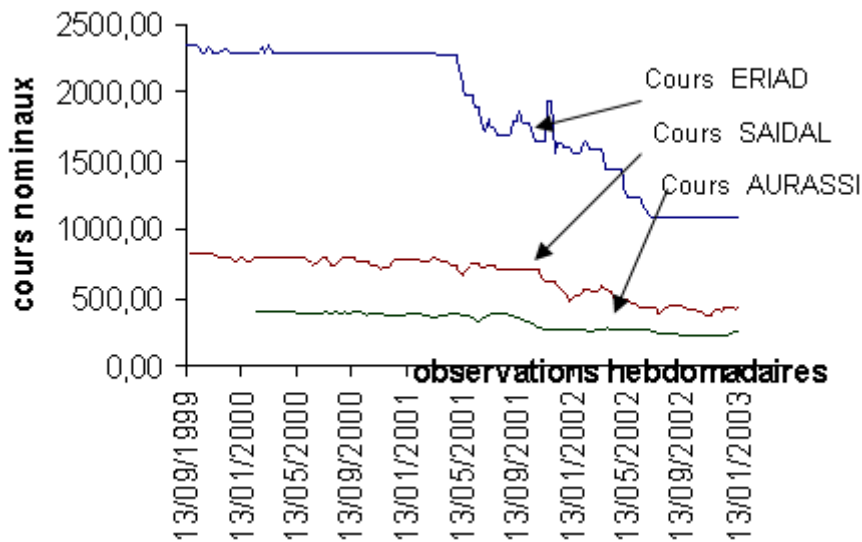
De même le paramètre S (la skewnesse) est négatif pour chaque titre. Ce qui permet de conclure que l'hypothèse de normalité des rendements est alors rejetée pour raisons de forme selon les tests des paramètres de kurtosie et d'asymétrie à la fois.

4.2 - La tendance des cours des titres

Les premiers modèles d'évaluation des actifs financiers stipulent que les prix de ces derniers sont mesurés par la somme de leurs flux futurs actualisés (De La Baume C. 1999). Ce sont ces flux futurs qui correspondent à leurs dividendes. Ce qui exprime l'accroissement des cours des entreprises qui affichent des résultats positifs, et le fléchissement des cours de celles qui affichent des résultats négatifs.

Or les trois actions des entreprises sur le marché financier algérien connaissent une tendance à la baisse de leurs cours (en DA) depuis leur mise en circulation, comme l'indique le graphique ci-dessous.

Graphique n° 10 : Tendances des cours des trois titres cotés en bourse (du 13/09/1999 au 19/01/2003)



Source : Traitement par Excel des données en annexe.

La tendance à la baisse des cours des trois titres n'est nullement encourageante aux investisseurs nationaux ni étrangers à effectuer des transactions sur la place d'Alger.

De plus les fonds investis dans cette bourse sont des capitaux à court terme contrairement à la définition généralement entendue de la bourse, qui est un marché de capitaux à moyen et longs termes.

Les constatations précédentes amènent à conclure que le marché financier algérien est loin d'être un marché parfait, où les titres circulants invitent les experts financiers à l'utilisation de méthodes appropriées pour la gestion de leurs portefeuilles éventuels. Un tel marché caractérisé par l'état de rareté des titres, l'insuffisance de rentabilité, la hausse des coûts d'implantation et de gestion, ne peut supporter des coûts supplémentaires attachés à l'utilisation des outils avancés de gestion de portefeuilles, d'où le rejet du modèle de Markowitz et de la logique floue.

Bien que l'application de cette logique semble non importante dans les marchés financiers naissants, tel que le marché algérien, parce que demandeuse de moyens humains, matériels et informationnels importants, donc coûteuse et peut rentable, elle demeure l'outil d'analyse approprié et de prise de décision, dans le domaine de gestion de portefeuilles, aussi bien que dans plusieurs autres domaines.

CONCLUSION

Incontournable dans la gestion d'actifs, il repose cependant sur une bonne qualité des anticipations servant de base au calcul, d'où l'importance d'améliorer cette phase amont de l'optimisation par l'utilisation d'un outil comme la logique floue. En ce qui concerne l'optimisation en elle-même, on a vu au cours de cette étude que la théorie des possibilités pouvait parfaitement s'adapter au modèle de Markowitz et ajouter une «sur-couche», une dimension supplémentaire. Le gestionnaire dispose alors d'une troisième variable indicatrice, le

degré de conviction ou de prudence, pour sélectionner ses portefeuilles et argumenter ses choix auprès de ses mandataires ou de sa hiérarchie.

En dehors de la partie calculatoire de l'optimisation, et dans le prolongement de cette étude, le problème restant à résoudre concerne l'extraction, la formalisation et l'agrégation des connaissances. Bien que cette phase préparatoire à l'optimisation soit relativement longue, elle pourrait néanmoins être appliquée au modèle de Markowitz. Celui-ci n'est d'ailleurs pas un outil de gestion au jour le jour, mais plutôt pour des échéances allant du mois à l'année.

Face au nombre et à la complexité des événements influant sur la rentabilité d'un actif financier, il semble important d'utiliser au maximum et de ne pas réduire l'information dont on dispose. La logique floue et la théorie des possibilités sont pour cela des instruments parfaitement adaptés et devraient permettre des gains importants tant en terme de prévision que de couverture face au risque.

Cependant leur application aux marchés financiers en voie de création nécessite une diversification des titres, une abondance de l'information, et une transparence de ces derniers. Autrement dit le développement et l'investigation dans les outils de gestion de portefeuilles ne peut apporter ses fruits qu'en cas de développement des activités d'investissement physiques et financiers, nécessitant en parallèle l'instauration d'un climat de sécurité associé à une culture boursière, ce qui commence à être le cas sur la place d'Alger.

Références bibliographiques

1 – Ouvrages et thèses :

AFTALION F. & VIALLET C. 1977. *Théorie du portefeuille: analyse du risque et de la rentabilité*. Ed. Presses Universitaires de France.

AMAT J. L. & YAHIAOUI G. 1996. *Techniques Avancées Pour le Traitement De L'Information*. Ed. Cepadumes.

ANTOINE J. CAPIAU-HUART M.C. 1997. *Titres et bourse*. Ed. De Boeck Université.

BELLETANTE B. 1987. *La Bourse : temple de spéculation ou marché financier*. 3e ed Hatier.

BOUCHON-MEUNIER B. 1995. *La Logique Floue et ses Applications*. Ed. Adison-wesly. France.

BROQUET C. & AL. 1997. *Gestion de portefeuille*. 3e Ed. De Boeck Université.

CHOINEL A. ROUYER G. 1999. *Le Marché financier: Structures et acteurs*. 7^e Ed Economica.

DUBOIS D. ET AL. 1994. *La Logique Floue*. Ed. Masson.

- GILLET P. 1999. *L'efficience des marchés financiers*. Ed Economica.
- GLORENNEC P. Y. 1999. *Algorithmes d'apprentissage pour système d'indifférence Flou*. Ed. Hermes.
- HAN S. Y. 1994. *Le Fondement théorique de L'aversion au risque et des marchés financiers*. Thèse de doctorat de l'université Paris X (Nanterre).
- JACQUILLAT B. SOLNICK B. 1997. *Marchés Financiers, Gestion de portefeuille et risque*. 3^e Ed Dunod.
- MIGON V. 1998. *Marchés financiers et modélisation des rentabilités Boursières*. Ed. Economica.
- SPEZER P. 2000. *Information économique et marchés financiers*. Ed. Economica.
- TEGHEM J. 1996. *Programmation lineaire*, Ed Ellipes.
- VIVIANI A. 1998. *Gestion de portefeuille*. Ed. Dunod.

2 – Articles :

- AFTALION F. 2000. Les rentabilités des actifs financiers, *In Banque & Marches N° 46*.
- AZONDÉKON S. & SEDZRO K. 1998. Approche multicritère de choix d'actifs à base de dominance stochastique, *In Fineco , Vol 8 N° 2, 2e Semestre*.
- BELLITY L. 1993. L'optimisation floue, *In Banque Et Marches, N° 10*.
- BOULIER J. F. & MOUSSAFIR J. O. 1997. Influence des erreurs d'estimation dans La gestion de portefeuille, *In Banque Et Marches, N° 29, Juillet-Aout*.
- CHAREST G. 1989. Risque et portefeuille, *In Encyclopedie de gestion, sous la direction de Jofre P & Simon Y. Ed. Economica*.
- COESTER B & MARETTE S. 2001. Marchés financiers et information, *In bourse et marchés financiers, Cahier Français N° 301*.
- DJEBBAR M. 2001. Les opportunités d'investissements en marché des capitaux algériens. *In Revue Des Sciences Economiques et de Gestion, N° 1*.
- ECOTECHNICS. 1998. L'incertitude sur les agrégats n'est pas négligeable. *In Algérie 97: L'année économique et sociale*.
- MARKOWITZ H. 1952. Portfolio Selection. *In The Journal of Finance, Vol 7*.
- ZADEH L. A. 1965. Fuzzy Sets. *In Information and Control, Vol 8*.
- ZIMMERMANN H. J. 1976. Description and optimization of Fuzzy Systems. *In International Journal Of General Systems, Vol. 2*.

Observations hebdomadaires des cours des trois titres (en DA) du
13/09/1999 au 19/01/2003

Date	ERIAD	SAIDAL	AURAS	DATE	ERIAD	SAIDAL	AURAS
13/09/1999	2340,00	-	-	25/09/2000	2300,00	760,00	395,00
20/09/1999	2340,00	825,00	-	02/10/2000	2300,00	765,00	400,00
27/09/1999	2340,00	825,00	-	09/10/2000	2300,00	770,00	385,00
04/10/1999	2340,00	825,00	-	16/10/2000	2300,00	770,00	375,00
11/10/1999	2340,00	825,00	-	23/10/2000	2300,00	745,00	380,00
18/10/1999	2300,00	825,00	-	30/10/2000	2300,00	740,00	380,00
25/10/1999	2300,00	825,00	-	06/11/2000	2290,00	735,00	385,00
02/11/1999	2340,00	825,00	-	13/11/2000	2295,00	710,00	385,00
08/11/1999	2300,00	820,00	-	20/11/2000	2295,00	720,00	380,00
15/11/1999	2300,00	820,00	-	27/11/2000	2300,00	720,00	375,00
22/11/1999	2300,00	800,00	-	04/12/2000	2300,00	720,00	375,00
29/11/1999	2300,00	800,00	-	11/12/2000	2300,00	750,00	365,00
06/12/1999	2310,00	800,00	-	18/12/2000	2295,00	780,00	375,00
13/12/1999	2310,00	800,00	-	25/12/2000	2295,00	780,00	370,00
20/12/1999	2305,00	800,00	-	01/01/2001	2300,00	790,00	370,00
27/12/1999	2305,00	765,00	-	08/01/2001	2300,00	785,00	375,00
03/01/2000	2300,00	770,00	-	15/01/2001	2300,00	785,00	380,00
10/01/2000	2300,00	800,00	-	22/01/2001	2300,00	770,00	380,00
17/01/2000	2300,00	800,00	-	29/01/2001	2300,00	780,00	380,00
24/01/2000	2300,00	775,00	-	05/02/2001	2300,00	780,00	380,00
31/01/2000	2300,00	765,00	-	12/02/2001	2300,00	770,00	380,00
07/02/2000	2300,00	785,00	-	19/02/2001	2300,00	770,00	365,00
14/02/2000	2300,00	800,00	400,00	26/02/2001	2300,00	770,00	365,00
21/02/2000	2300,00	800,00	400,00	05/03/2001	2290,00	770,00	350,00
28/02/2000	2325,00	800,00	400,00	12/03/2001	2295,00	795,00	350,00
06/03/2000	2305,00	800,00	400,00	19/03/2001	2285,00	790,00	350,00
13/03/2000	2350,00	800,00	400,00	26/03/2001	2285,00	770,00	365,00
20/03/2000	2300,00	795,00	405,00	02/04/2001	2285,00	770,00	365,00
27/03/2000	2300,00	800,00	405,00	09/04/2001	2285,00	770,00	365,00
03/04/2000	2305,00	800,00	405,00	16/04/2001	2285,00	735,00	380,00
10/04/2000	2305,00	800,00	405,00	23/04/2001	2280,00	735,00	380,00
17/04/2000	2300,00	800,00	405,00	30/04/2001	2280,00	735,00	380,00
24/04/2000	2300,00	800,00	400,00	07/05/2001	2195,00	700,00	380,00
01/05/2000	2300,00	795,00	400,00	14/05/2001	2090,00	665,00	365,00
08/05/2000	2300,00	800,00	400,00	21/05/2001	1990,00	695,00	365,00
15/05/2000	2300,00	800,00	380,00	28/05/2001	1990,00	725,00	365,00
22/05/2000	2300,00	800,00	390,00	04/06/2001	1990,00	760,00	350,00
29/05/2000	2300,00	800,00	390,00	11/06/2001	1895,00	760,00	335,00
05/06/2000	2300,00	775,00	390,00	18/06/2001	1895,00	760,00	330,00
12/06/2000	2300,00	775,00	390,00	25/06/2001	1805,00	725,00	345,00
19/06/2000	2300,00	740,00	390,00	02/07/2001	1715,00	720,00	350,00
26/06/2000	2300,00	760,00	390,00	09/07/2001	1800,00	735,00	365,00
03/07/2000	2300,00	770,00	390,00	16/07/2001	1750,00	735,00	380,00
10/07/2000	2300,00	800,00	380,00	23/07/2001	1750,00	735,00	380,00
17/07/2000	2300,00	800,00	395,00	30/07/2001	1700,00	715,00	380,00
24/07/2000	2300,00	760,00	380,00	06/08/2001	1700,00	715,00	380,00
31/07/2000	2300,00	735,00	390,00	13/08/2001	1700,00	715,00	380,00
07/08/2000	2300,00	740,00	395,00	20/08/2001	1700,00	715,00	380,00
14/08/2000	2300,00	765,00	385,00	27/08/2001	1700,00	715,00	365,00
21/08/2000	2300,00	780,00	380,00	03/09/2001	1785,00	715,00	365,00
28/08/2000	2300,00	800,00	395,00	10/09/2001	1785,00	715,00	350,00
04/09/2000	2300,00	800,00	380,00	17/09/2001	1870,00	715,00	350,00
11/09/2000	2300,00	800,00	380,00	24/09/2001	1780,00	715,00	335,00
18/09/2000	2300,00	800,00	395,00	01/10/2001	1780,00	715,00	320,00
08/10/2001	1780,00	715,00	320,00	03/06/2002	1235,00	450,00	270,00
15/10/2001	1700,00	715,00	305,00	10/06/2002	1235,00	430,00	270,00
22/10/2001	1645,00	715,00	290,00	17/06/2002	1155,00	430,00	270,00
29/10/2001	1645,00	715,00	280,00	24/06/2002	1145,00	430,00	270,00
05/11/2001	1645,00	645,00	280,00	01/07/2002	1100,00	430,00	260,00
12/11/2001	1645,00	615,00	270,00	08/07/2002	1100,00	430,00	240,00
19/11/2001	1940,00	615,00	260,00	15/07/2002	1100,00	430,00	240,00
26/11/2001	1940,00	615,00	260,00	22/07/2002	1100,00	390,00	235,00
03/12/2001	1560,00	615,00	260,00	29/07/2002	1100,00	405,00	240,00
10/12/2001	1635,00	585,00	270,00	05/08/2002	1100,00	430,00	230,00
17/12/2001	1635,00	560,00	260,00	12/08/2002	1100,00	430,00	235,00
24/12/2001	1600,00	535,00	270,00	19/08/2002	1100,00	450,00	235,00
31/12/2001	1600,00	510,00	270,00	26/08/2002	1100,00	450,00	225,00
07/01/2002	1600,00	485,00	260,00	02/09/2002	1095,00	450,00	225,00
14/01/2002	1560,00	505,00	255,00	09/09/2002	1095,00	450,00	215,00
21/01/2002	1560,00	505,00	255,00	16/09/2002	1095,00	430,00	215,00
28/01/2002	1560,00	530,00	265,00	23/09/2002	1095,00	410,00	215,00
04/02/2002	1635,00	555,00	255,00	30/09/2002	1095,00	410,00	215,00
11/02/2002	1645,00	560,00	255,00	07/10/2002	1095,00	410,00	215,00
18/02/2002	1595,00	560,00	250,00	14/10/2002	1095,00	400,00	210,00
25/02/2002	1595,00	535,00	245,00	21/10/2002	1095,00	395,00	210,00
04/03/2002	1595,00	535,00	255,00	28/10/2002	1095,00	385,00	210,00
11/03/2002	1595,00	560,00	260,00	04/11/2002	1095,00	370,00	210,00

				CREAD			
18/03/2002	1595,00	585,00	265,00	11/11/2002	1095,00	370,00	210,00
25/03/2002	1440,00	560,00	265,00	18/11/2002	1095,00	400,00	210,00
01/04/2002	1440,00	560,00	275,00	25/11/2002	1095,00	410,00	210,00
08/04/2002	1440,00	535,00	270,00	02/12/2002	1095,00	410,00	220,00
15/04/2002	1440,00	490,00	265,00	09/12/2002	1095,00	405,00	220,00
22/04/2002	1440,00	490,00	265,00	16/12/2002	1095,00	425,00	220,00
29/04/2002	1440,00	490,00	265,00	23/12/2002	1095,00	430,00	230,00
06/05/2002	1300,00	490,00	265,00	30/12/2002	1095,00	430,00	240,00
13/05/2002	1235,00	490,00	265,00	06/01/2003	1095,00	420,00	250,00
20/05/2002	1235,00	470,00	265,00	13/01/2003	1095,00	430,00	255,00
27/05/2002	1235,00	470,00	265,00				

Source : Documents internes de la SGBV

Note

[*] M. C. Ecole supérieure de commerce, Alger.