

# LA RÉFRACTION ATMOSPHÉRIQUE AU VOISINAGE DU SOL

*Par Claude Million*

Claude.Million@wanadoo.fr  
Site perso.wanadoo.fr / Claude. Million

## INTRODUCTION :

Dans la majorité des cas, quand on veut appliquer une correction de réfraction, on utilise une formule simpliste, qui corrige à la fois la réfraction dite « normale » et la correction dite de « niveau apparent » due à la courbure de la terre,

$$\text{du genre de : } \Delta \varepsilon_c + \Delta \varepsilon_r = \frac{K^2}{15}$$

Or, il se trouve que la réfraction dite « normale » n'est peut-être pas aussi courante qu'on le croit, ou que son appellation pourrait le laisser supposer, dans certains pays elle serait même exceptionnelle, ou bien on ne l'a jamais constatée, du moins avec les valeurs que donne cette formule passe-partout qui ne mène nulle part.

On voudrait montrer la réalité, au demeurant assez simple, que recouvrent tous les écrits qui se sont accumulés sur le sujet. Pour notre part on avait découvert l'existence des corrections de réfraction non canoniques à l'occasion de la rédaction d'un mémoire E S G T commencé en 1947 et soutenu en 1949 [1]. Devant l'énormité des anomalies constatées ( le mot n'était pas trop fort pour l'époque) on avait été amené à vérifier toutes les observations de nombreuses fois, sous tous les ciels et sous tous les climats, et à entrer en rapport avec tous ceux qui s'intéressaient au phénomène. On a ainsi eu le privilège d'entrer en relation, vers 1965, avec des physiciens australiens qui étudiaient la micro météorologie en mesurant la déviation des rayons lumineux au voisinage du sol pour déterminer indirectement des gradients de température, car la mesure directe étaient impossible, du moins avec la précision désirée (le centième de degré !). A l'époque, le sujet étudié était l'influence de la réfraction sur les mesures de distances en tachéométrie, car les réfractions « anormales » introduisaient des systématismes importants[3].

## INTRODUCTION:

In the majority of cases, when we want to apply a correction of refraction, we use a simplistic formula, that corrects at the same time the called normal refraction and the so-called correction of "obvious level" owed to the curvature of the

$$\text{earth of the kind of: } \Delta \varepsilon_c + \Delta \varepsilon_r = \frac{K^2}{15}$$

However, it is that the so-called normal refraction is not maybe as current as one believes it, or that its appellation could let suppose it, in certain countries it would be even exceptional, or one never noted it, at least with values that give this all purpose formula that leads anywhere.

One would want to show the reality, incidentally enough simple that regains all writings that accumulated on the topic For our part we had discovered the existence of refraction corrections no canonical on occasion of the writing of one E S G T memory begun in 1947 and attended in 1949 [1]. In front the enormity of anomalies noted (the word was not too strong for the time) we had been brought to verify all observations numerous time, under all skies and under all climates, and to enter in report with all those that have an interest to the phenomenon. We had the privilege to enter in relation, toward 1965, with Australian physicists who studied the micro meteorology while measuring the luminous radius deviation to the proximity of soil to determine gradients of temperature indirectly, because the direct measure was impossible, at least with the wanted precision (the hundredth of degree!). To the time, the studied topic was the influence of the refraction on measures of distances in tacheometry, because the anomalous refractions introduced important systematizes\_[3].

## LES STATIONS TOTALES

Ce travail avait reçu un accueil poli, mais il arrivait de toute évidence trop tard, on en était aux mesures de distances électroniques ! On avait, ensuite, perdu de vue son intérêt pour le nivellement indirect. On a vu apparaître récemment des contributions sur ce sujet [6], on pense qu'il était possible de faire plus simple: En effet, quel intérêt de faire apparaître dans des formules des termes dont on ne connaîtra jamais la valeur et de perdre ainsi de vue l'essentiel des termes qui varient, et qu'on doit absolument connaître. C'est pourquoi on fera un grand usage du signe qui signifie proportionnel à. Ce qui suppose qu'on omet d'écrire des termes qui ne varient pas ou même qui sont totalement inconnus.

On voudrait évoquer, au préalable, un cas pratique assez courant: celui des stations dites «totales». Il s'agit de stationner un point quelconque qui n'a pas besoin d'être un point de canevas et de le «rattacher» à des points du canevas en relevant ces points à partir de la station «totale».

En planimétrie cette manière de faire, qui stupéfie les «anciens», donne des résultats excellents; en revanche, le rattachement en altimétrie est rarement satisfaisant, du moins au même niveau de précision que la planimétrie, parce qu'il ne bénéficie pas, comme les points du canevas, de visées réciproques presque simultanées.

### EFFETS CONJUGUÉS DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA PRESSION

On va montrer que la réfraction atmosphérique n'est due qu'aux effets du gradient de température, les effets du gradient de pression restant constants.

On dérive d'abord la formule de Descartes-Snellius:  $n \cdot \sin(i) = \text{const.}$

sous forme logarithmique  $\ln(\sin(i)) + \ln(n) = \ln(\text{const.})$  soit :

$$di = -\frac{dn}{n} \cdot \text{tg}(i)$$

en remarquant que  $n \cong 1$  vient la relation de base:

$$di = -dn \cdot \text{tg}(i) \quad (1).$$

De la même manière on va chercher une relation physique entre l'indice de réfraction de l'air et sa température ainsi que sa pression. On laissera délibérément de côté les effets dus à la teneur en eau de l'air qui n'interviennent que pour 5% dans les corrections. On notera que:

$n^2 + 1 = 2 \cdot c \cdot \rho$  [3] avec la même remarque que ci-dessus, on aurait :

$$n - 1 \cong c \cdot \rho$$

avec  $c$  fonction de la longueur d'onde de la lumière et  $\rho$ , densité de l'air.

On a également pour les gaz parfaits:  $\rho \cong \frac{p}{R \cdot T}$

avec  $p$  pression en pascals,  $R$  constante des gaz « parfaits » en joules par tonne par °K, et  $T$  température en °K. Rappelons que  $T(^{\circ}\text{K}) = 273,13^{\circ}\text{K} + t(^{\circ}\text{C})$ , par conséquent  $dT = dt$ .

En définitive,

$$n - 1 \cong c \cdot \frac{p}{R \cdot T}, \quad \ln(n - 1) \cong \ln(c) + \ln(p) - \ln(R) - \ln(T)$$

$$dn \cong (n - 1) \cdot \left( \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} \right) \quad (2)$$

On voit agir, en sens inverse, les effets du gradient de pression et de celui du gradient de température.

On doit traiter le cas de

L'angle d'incidence  $i$ . Selon les auteurs, l'étalement des couches d'égaies densités se fait suivant des plans horizontaux pour les effets de la pression ou selon des plans parallèles à la surface du terrain pour les effets des transferts de températures entre le sol et l'air. On notera les altitudes  $z$  et les hauteurs au-dessus du sol  $h$ .

On doit, aussi, par un artifice, se débarrasser au plus vite du terme en  $\text{tg}(i)$ .

Pour cela on note que dans un cas  $\text{tg}(i) = \frac{l}{\Delta z}$ ,

dans l'autre  $\text{tg}(i) \approx \frac{l}{\Delta h}$  l'où  $\text{tg}(i) \approx \frac{dl}{dh}$ ,

on laissera le lecteur trouver les termes correctifs qui permettraient de traiter le cas des terrains très inclinés, dans les cas où  $z$  est très différent de  $h$ . On remarquera

encore que  $\frac{dp}{p} \cong \frac{g}{R \cdot T} \cdot dz$  équation de Laplace.

On a donc en définitive:  $-dn \cdot \text{tg}(i) = \frac{n-1}{T} \cdot \left( \frac{g}{R} - \frac{dT}{dh} \right) \cdot dl \quad (3)$

équation remarquable qui montre, au prix de quelques tolérances d'écriture, que les effets de la pression **sont constants et indépendants de la pression**. En effet,  $g$  et  $R$  sont des constantes, l'équation différentielle de la réfraction au voisinage du sol ne dépend donc que du **gradient de température**.

Or, ce gradient devrait être mesuré avec une précision telle que même des hommes de laboratoires de métrologie que sont les micro météorologistes y ont renoncé, il n'est donc pas question de passer outre, ce qui élimine toutes mesures de température ou de pression.

On va, dans un effet de circularité vertueux, utiliser leurs résultats, avec d'autant plus d'assurance qu'ils sont tirés des mesures de déviations de rayons lumineux qu'on cherche à estimer, ce qui, entre autre avantage, évitera d'avoir à définir ce qu'est un gradient mesuré de cette manière ; Ce qui, au demeurant, n'est pas facile, car l'air a une conductibilité calorifique très faible qui devrait interdire d'évoquer les valeurs qu'on trouve, qui ne sont que des «moyennes» entre les températures des filets d'air léger ascendants, et filets d'air plus lourds qui descendent, quelles moyennes? On parle de températures « potentielles ».

Traisons le cas le plus simple, celui où le **gradient** de température est **constant** avec la hauteur, c'est un cas extrêmement fréquent quand les échanges avec le sol ne se font que par conduction ou par convection forcée, ou lorsque la visée reste à la même hauteur au-dessus du sol tout au long de son parcours.

On a: 
$$\Delta i = \int_0^l di = \frac{n-1}{T} \left( \frac{\Delta t}{\Delta h} - \frac{g}{R} \right) \cdot l$$

On note  $I$ , somme de toutes les déviations angulaires des rayons lumineux pendant leur parcours sur la distance  $l$ .

On note également:  $\Gamma = \frac{g}{R}$  qu'on nomme **gradient**

**d'autoconvection.** En effet, une analyse dimensionnelle attentive montre que ce terme, qui est une constante, a la même dimension qu'un gradient de température. Lorsque ce gradient est atteint les rayons lumineux se propagent en ligne droite, sans courbure, l'effet de la température sur la réfraction compensant exactement celui de la pression, il ne reste plus que la correction géométrique de niveau apparent, due à la courbure du géoïde en ce lieu, à appliquer. Voir les figures 1 et 2.

On note  $\epsilon$ , la somme des déviations linéaires rapportées à la perpendiculaire de la visée, c'est l'erreur de niveau due à la réfraction seule :

$$\Delta \epsilon = \int_0^l (l-x) \cdot di \quad 4) \quad \boxed{\Delta \epsilon = \frac{n-1}{T} \cdot \left( \frac{\Delta t}{\Delta h} - \Gamma \right) \cdot \frac{l^2}{2}}$$

A ce stade on peut contrôler notre travail en donnant des valeurs numériques aux variables.

Pour cela on se rapportera au travail magistral de Saastamoinen [4] qui donne des valeurs « standard » pour trois zones : on prendra celles de la zone tempérée. On a notamment:  $T=285,05^\circ K$  soit  $12^\circ C$ ,  $n-1=280,87 \cdot 10^{-6}$ ,

$$\Gamma = -0,0342^\circ K/m, \frac{\Delta t}{\Delta h} = -0,00645^\circ K/m$$

$g = 9,81 \text{ m/sec}^2$ ,  $\frac{\Delta n}{\Delta h} = 27,2824 \cdot 10^{-9}$  ce qui donne les résultats suivants:

$$\Delta i = 27,2824 \cdot 10^{-9} \cdot l(\text{radians}); \Delta \epsilon = 13,6412 \cdot 10^{-9} \cdot l^2 \quad (\text{mètre});$$

Prenons le cas très simple de  $l = 400m$ :

$$\Delta i = 0,0007 \text{ grade}; \Delta \epsilon = 0,002183m$$

Qu'il faut **retrancher** à la courbure du géoïde qui dans le premier cas est de  $0,0040$  grade (c'est une des vertus du

système métrique !), et de:  $(\sqrt{1+C^2 \cdot l^2} - 1) \cdot \frac{1}{C} = \Delta \epsilon_C$

c'est l'écart géométrique de niveau apparent,  $C$  étant la

courbure du géoïde en ce point.  $\Delta \epsilon_C = 0,012756m$

On retrouve, en faisant la différence:  $0,012756 - 0,002183 =$

$$\Delta \epsilon = \frac{K^2}{15} \quad \text{Voisin de } 1 \text{ cm.}$$

## LA RÉALITÉ.

Mais toutes ces valeurs normales sont, dans les 10 ou 12 mètres près du sol, tout à fait exceptionnelles. Lorsque le sol est chauffé par le soleil, par temps froid ou chaud, peu importe, on atteint des gradients supérieurs au gradient d'autoconvection; En outre, le gradient n'est plus constant au voisinage du sol, il varie suivant des lois qui ont été mises en évidence fin des années 50, début des années 60. La courbure des rayons lumineux s'inverse, la correction de réfraction **s'ajoute** à celle de niveau apparent, les erreurs qu'on commet peuvent devenir considérables; l'air froid d'altitude plonge vers le sol, l'air chaud s'élève, car les densités, faibles au sol, fortes en altitude, sont inversées et ne permettent plus l'équilibre.

On avait cru, en 1949, que dans ces conditions il était un peu léger de parler de gradient de température; depuis, les micro météorologistes ne paraissent pas s'en être inquiété, et tout le monde scientifique et technique a suivi. En admettant que la température pouvait subir des variations importantes autour d'une « moyenne » bien établie permettant de calculer un gradient aussi petit.

## CORRECTION TOTALE.

Pour cumuler la correction géométrique de niveau apparent, exclusivement due à la courbure du géoïde, et la correction de réfraction due à la courbure positive ou négative des rayons lumineux. On se reportera à la figure 3

$$\text{on a la relation : } DZ_A + DZ_B = \pi + C \cdot l + \Delta i, (5)$$

Dans laquelle: les DZ représentent les distances zénithales mesurées aux points A et B, C est la courbure moyenne du géoïde entre A et B en  $m^{-1}$ ,  $i$  est la correction totale de réfraction avec son signe.

## EFFETS DES VARIATIONS DU GRADIENT SUR UN SOL ÉCHAUFFÉ.

On a déjà indiqué par quels moyens les micro météorologistes ont réussi à déterminer les gradients de température près du sol échauffé. On distinguera deux cas:

1°/ La convection forcée, en présence de vent (un vent de

$$1m/sec \text{ suffit}), \text{ on a: } \frac{dt}{dh} - \Gamma = \frac{H}{c_p \cdot k \cdot h \cdot \sqrt{\tau} \cdot \rho}$$

$C_p$  chaleur spécifique de l'air à pression constante,  $k$  constante de Von Karman,  $r$  force tractrice du vent sur le sol, les autres termes ont déjà été définis et utilisés.

$$\text{On écrit cette relation: } \frac{dt}{dh} - \Gamma = K_1 \cdot \frac{1}{h} \text{ ou: } \frac{dt}{dh} - \Gamma \propto \frac{1}{h}$$

2°/ La convection libre, c'est-à-dire sans vent:

$$\frac{dt}{dh} - \Gamma = - \left( \frac{H}{k \cdot \rho \cdot c_p} \right)^{2/3} \cdot \left( \frac{T}{g} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{h^{4/3}}$$

Où  $H$  est la quantité de chaleur transportée par convection par unité de temps, cette seconde formule est écrite:

$$\frac{dt}{dh} - \Gamma = K_2 \cdot \frac{1}{h^{4/3}} \quad \text{Ou:} \quad \frac{dt}{dh} - \Gamma \propto \frac{1}{(h)^{4/3}}$$

Rappel:  $di = -dn \cdot \text{tg}(i) = \frac{n-1}{T} \cdot (\Gamma - \frac{dt}{dh}) \cdot dx$

on va former la somme des  $d\alpha$  tout au long du rayon

lumineux de la station au signal visé. On a:  $d\epsilon = (l-x) \cdot di$ ,

Dans la zone de convection forcée. on a:

$$\Delta \epsilon = \frac{n-1}{T} \cdot K_1 \cdot \int_0^l \frac{(l-x)}{h_0 + \frac{x}{\text{tg}(i)}} \cdot dx$$

on note ,en effet, que :  $h = h_0 + \frac{x}{\text{tg}(i)}$ ,  $h_0$  est la

hauteur au-dessus du sol de la station,  $x$  la distance du point courant à l'origine, et  $h$  la hauteur du point courant au-dessus du sol. On note aussi  $h_0 + Dh$  la hauteur du point visé au-dessus du sol.

Les deux phénomènes sont directement **proportionnels** à **H quantité d'énergie échangée** par unité de temps, entre le sol et l'air, du sol vers l'air.

Dans la zone de convection libre on procède de la même manière avec les mêmes notations:

$$\Delta \epsilon = \frac{n-1}{T} \cdot K_2 \cdot \int_0^l \frac{(l-x)}{(h_0 + \frac{x}{\text{tg}(i)})^{4/3}} \cdot dx \cdot$$

$$\Delta \epsilon_1 = \frac{n-1}{T} \cdot K_1 \cdot F(h, Dh) \cdot l^2 \cdot,$$

On a, respectivement,

$$\Delta \epsilon_2 = \frac{n-1}{T} \cdot K_2 \cdot G(h, Dh) \cdot l^2$$

Les fonctions  $F$  et  $G$  sont les résultats des intégrales ci-dessus (note 1), calculés en fonction des deux paramètres:  $h$  hauteur de l'instrument, et  $Dh$  différence de hauteur (positive ou négative) entre l'instrument et le point visé. La figure 5 donne les graphes de ces fonctions, un graphe pour chaque hauteur d'appareil  $h$  au-dessus du sol ou de la végétation au-dessus de laquelle passe la visée.

Ces **fonctions** se substituent aux termes constants de la **formule 4** lorsque le gradient n'est pas constant, c'est-à-dire en présence de réfraction considérée comme « anormale ». Cette situation se repère aisément car, dans ce cas et seulement dans ce cas, les images deviennent mouvantes et instables, dans le cas contraire c'est la formule 4 qui s'applique.<sup>1</sup>

## CONCLUSIONS

Le seul moyen d'appliquer ces formules, dans le cas le plus courant où on est incapable de mesurer le gradient de température, est de tirer les valeurs des paramètres  $K1$  et  $K2$  des oscillations des images. On a donné, dans [3] un moyen d'y parvenir sans grande difficulté. Le tout est de savoir si les praticiens voudront se plier aux légères contraintes que cela implique, on croit que le gain de précision vaut le petit effort qui consiste à mesurer l'élongation maximum des images et à la noter.

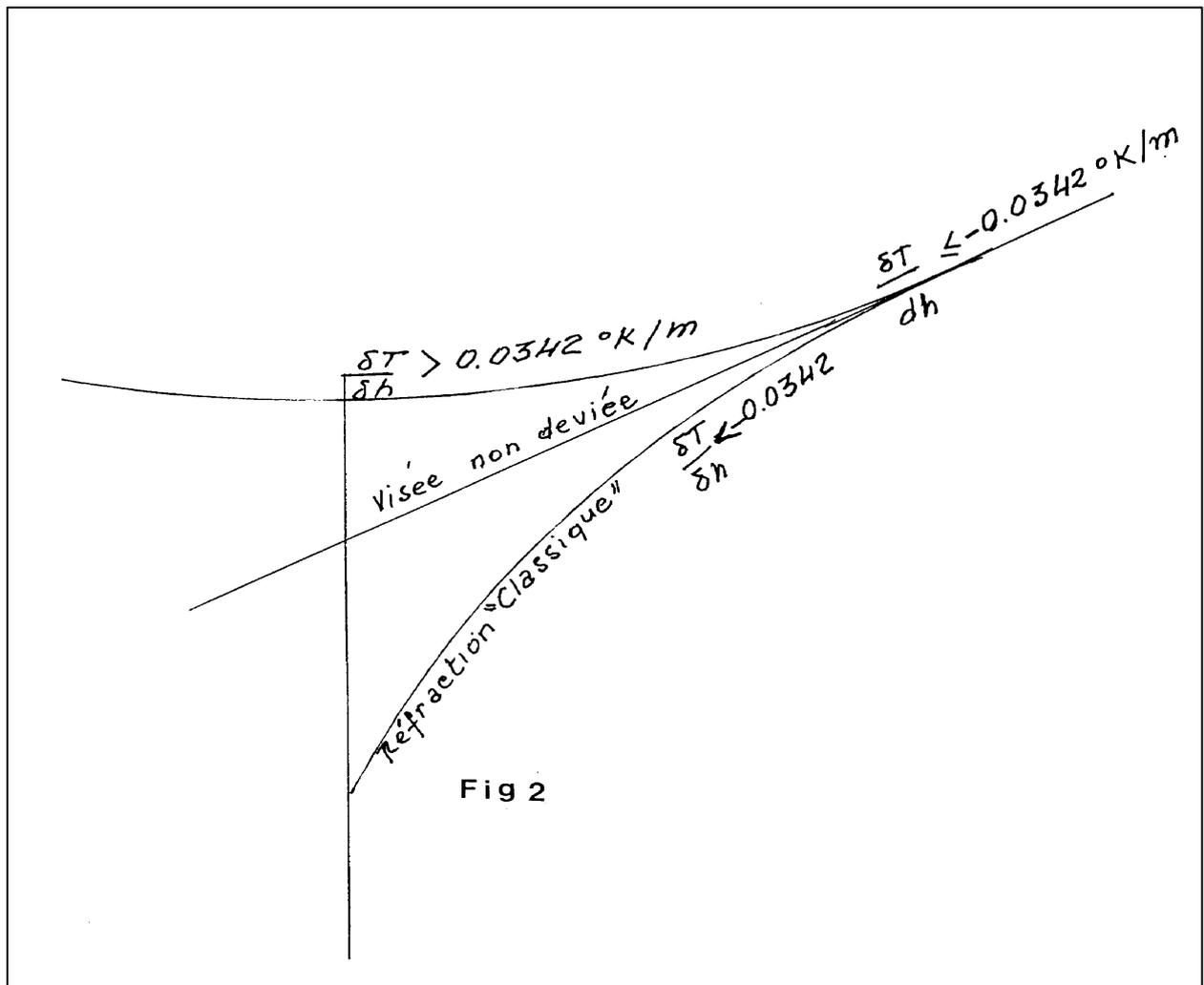
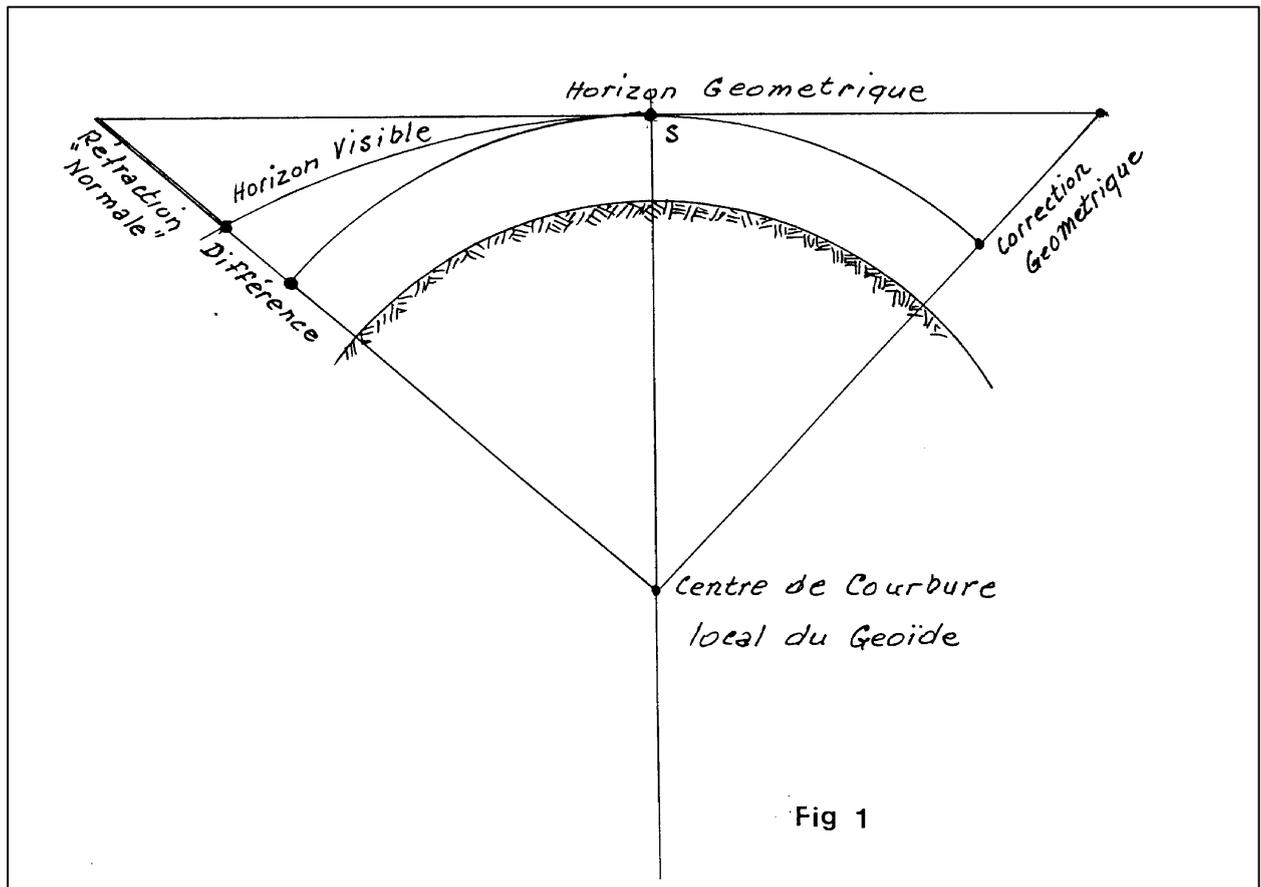
## Références Bibliographiques :

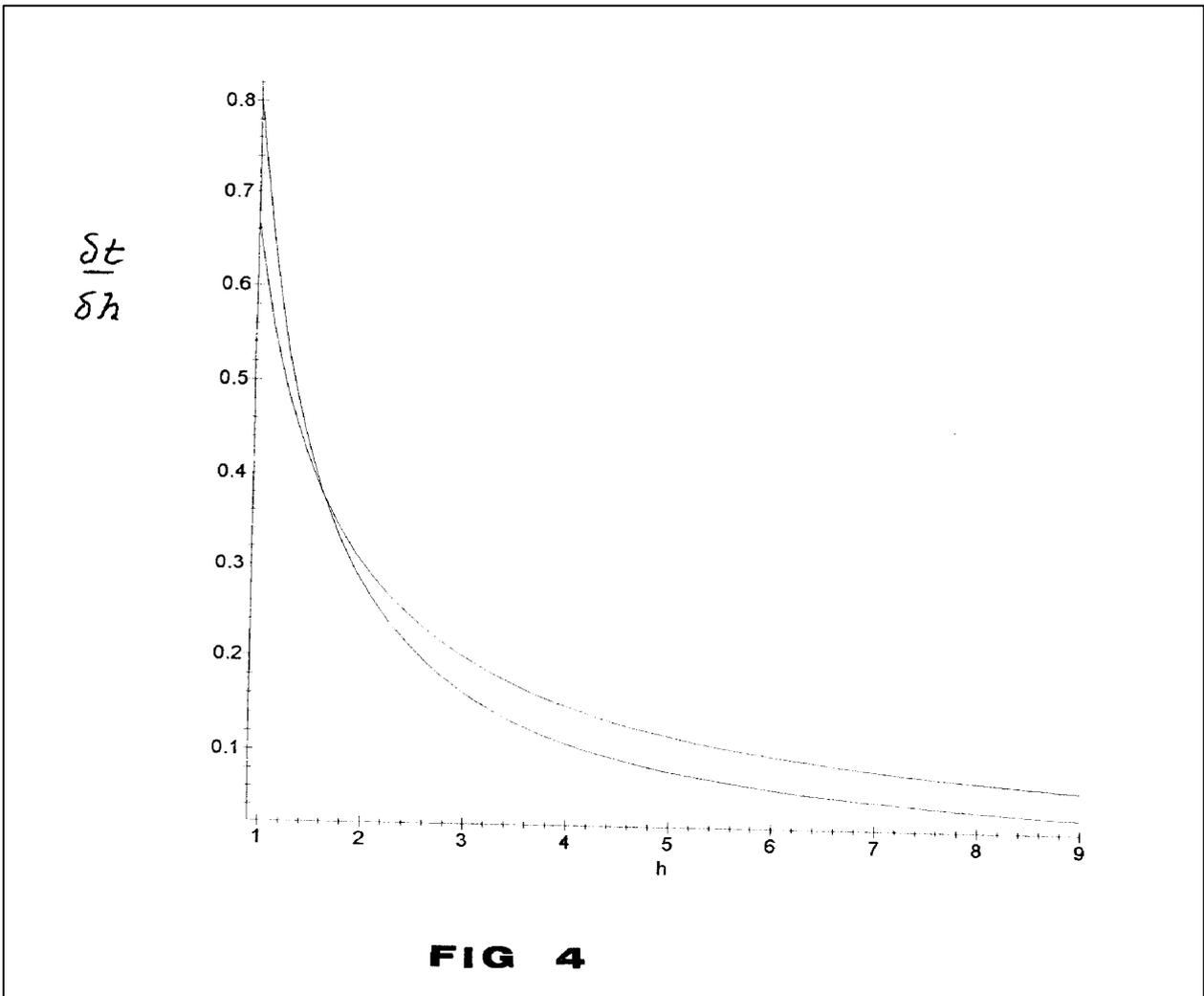
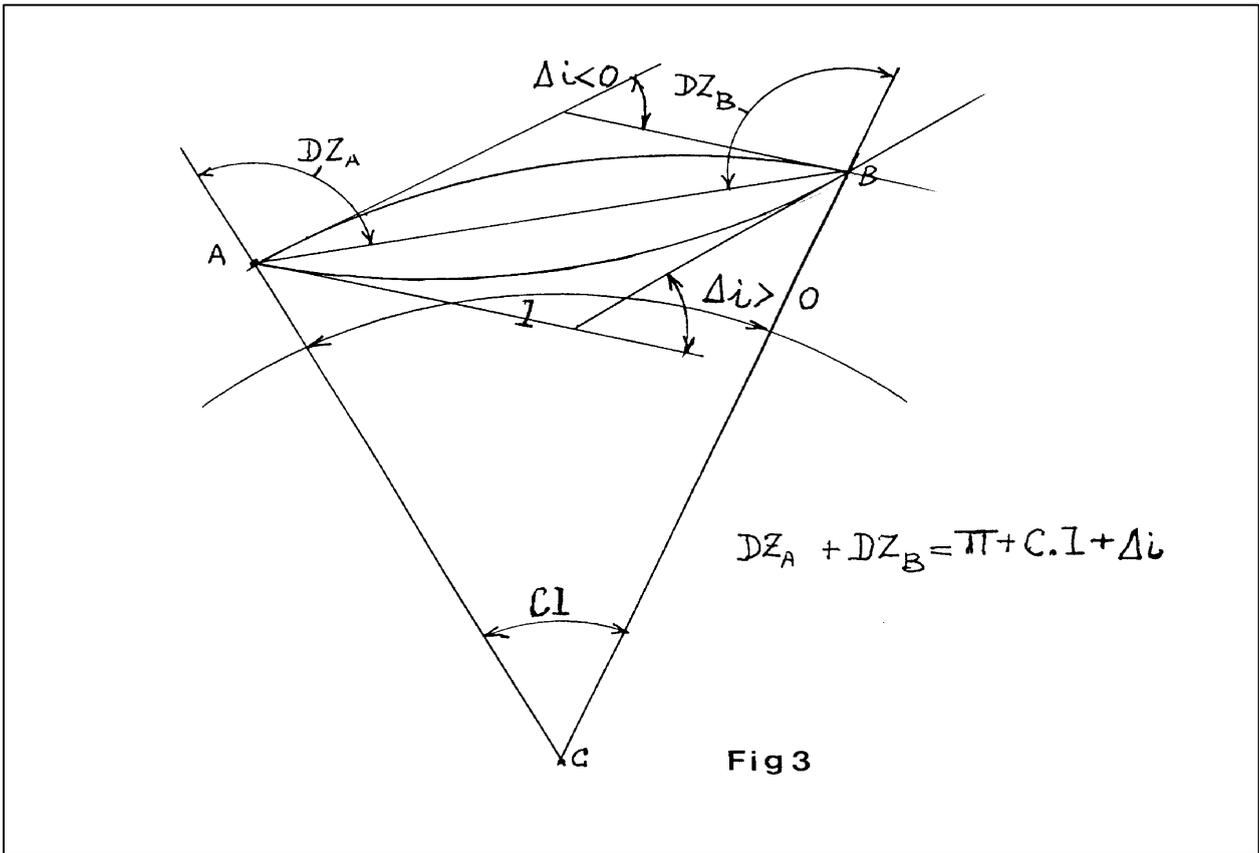
- [1] 1949- C.Million-La réfraction en tachéométrie, l'inversion de densité- Mémoire en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur E S G T.
- [2] 1967-G.H.Schut- Photogrammetric Refraction- Photogrammetric Engineering.
- [3] 1971-C.Million-Les erreurs de réfraction dans la basse atmosphère -Géomètre N°1 Janvier.
- [4] 1973-F.R.Scarface-Atmospheric Refraction- Photogrammetric Engineering.
- [5] 1976-J.Saastamoinen -Contributions to the Theorie of Atmospheric Refraction-Bulletin Géodésique N° 105,106, 107.
- [6] 1995- H.Bry's'-Theoretische Grundlagen der Refraktion beim trigonometrischen Nivellement höchster Genauigkeit-Allgemeine Vermessung Nachrichten N°2.

---

(1) 
$$F(h, Dh) = \frac{1}{Dh^2} \cdot [(h+Dh) \cdot \ln(\frac{h+Dh}{h}) - Dh],$$

$$G(h, Dh) = \frac{3}{Dh} \cdot (\frac{1}{h^{1/3}} - \frac{1}{(h+Dh)^{1/3}}) - \frac{3}{Dh^2} \cdot (\frac{(h+Dh)^{2/3}}{2} - \frac{3}{2} \cdot h^{2/3} + \frac{h}{(h+Dh)^{1/3}})$$





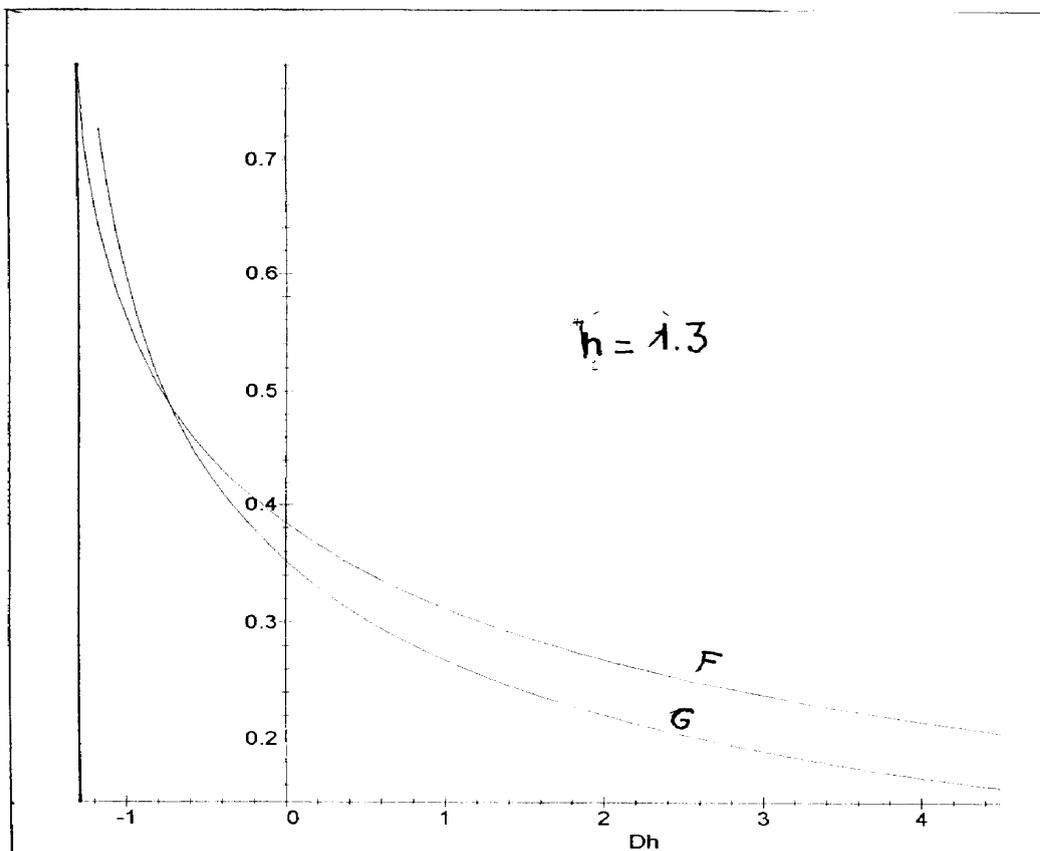
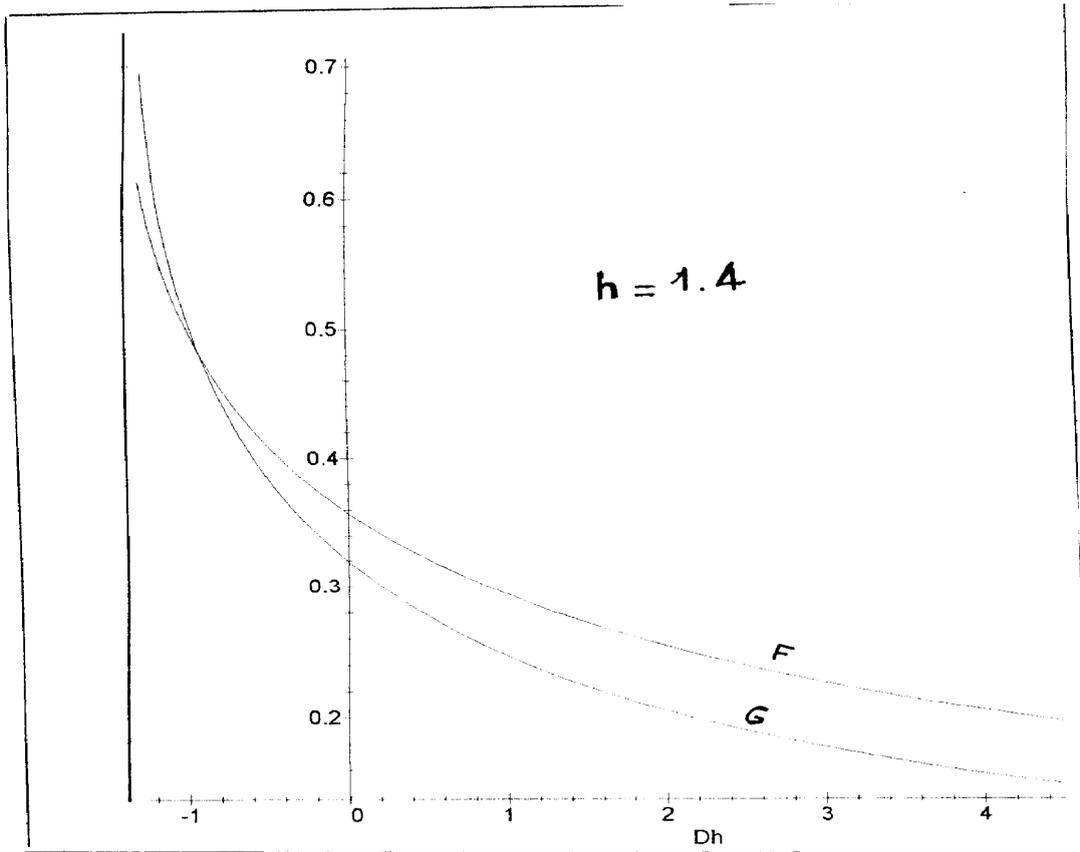


Fig 5 a

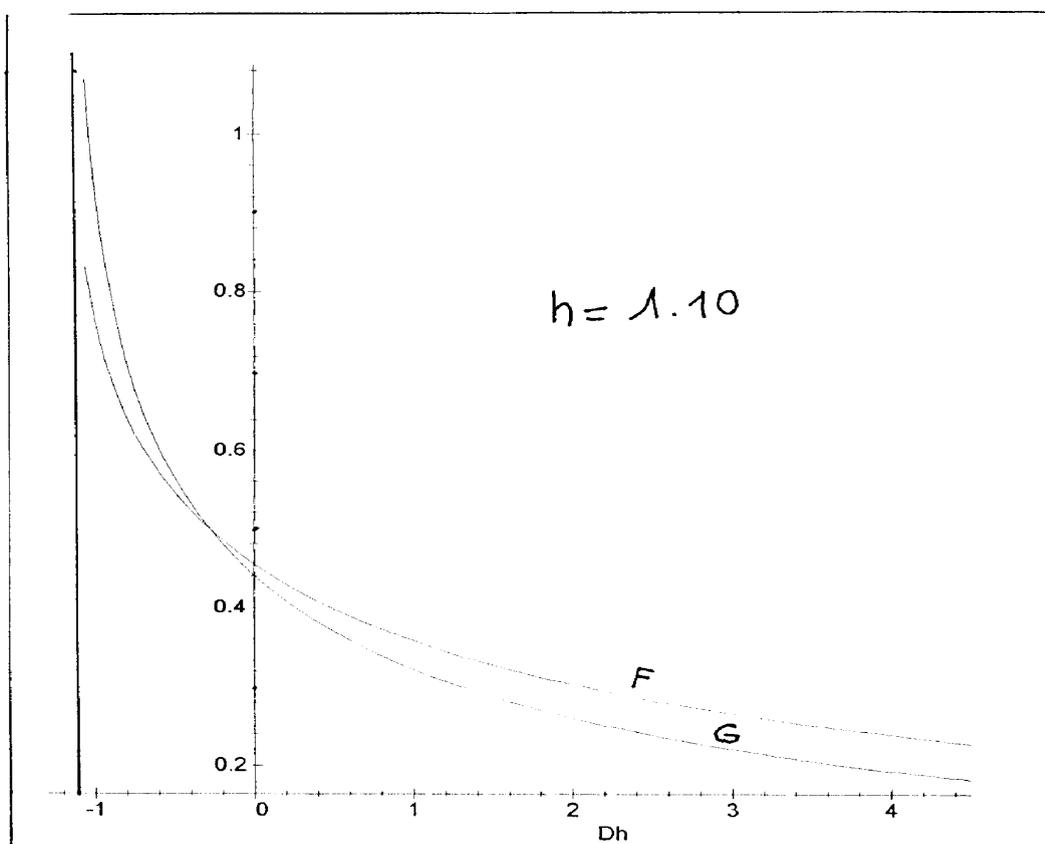
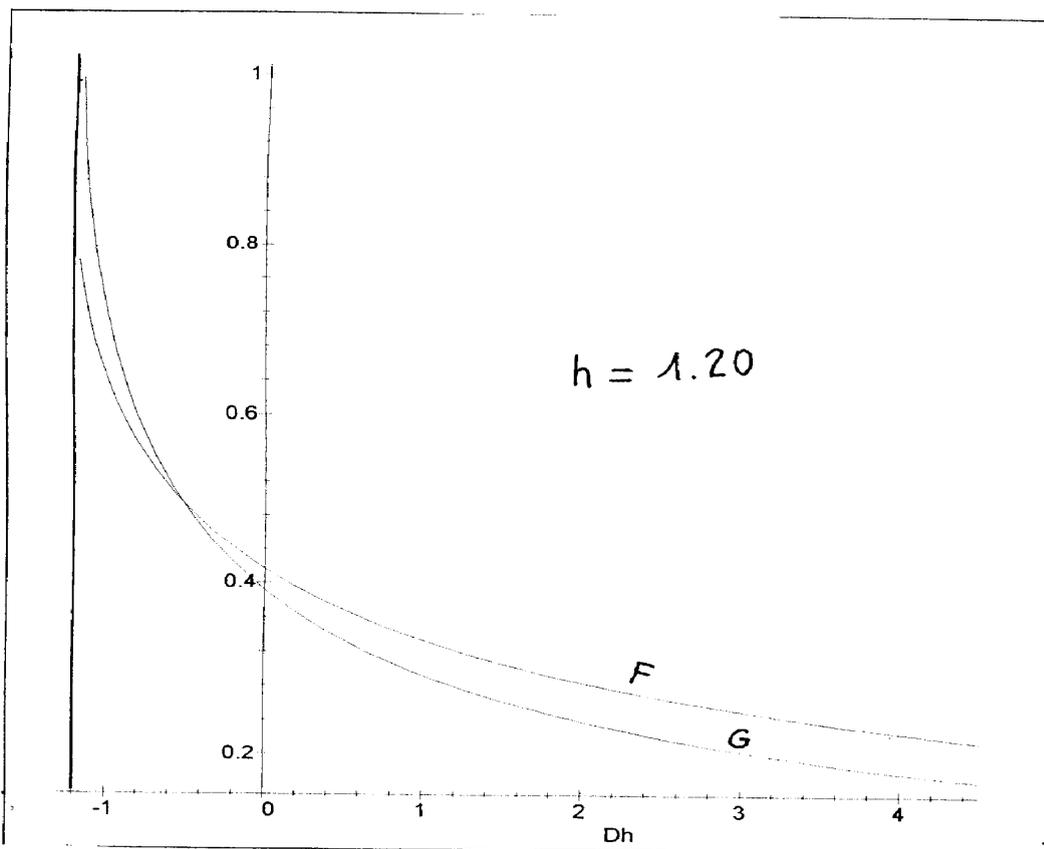


Fig 5 b

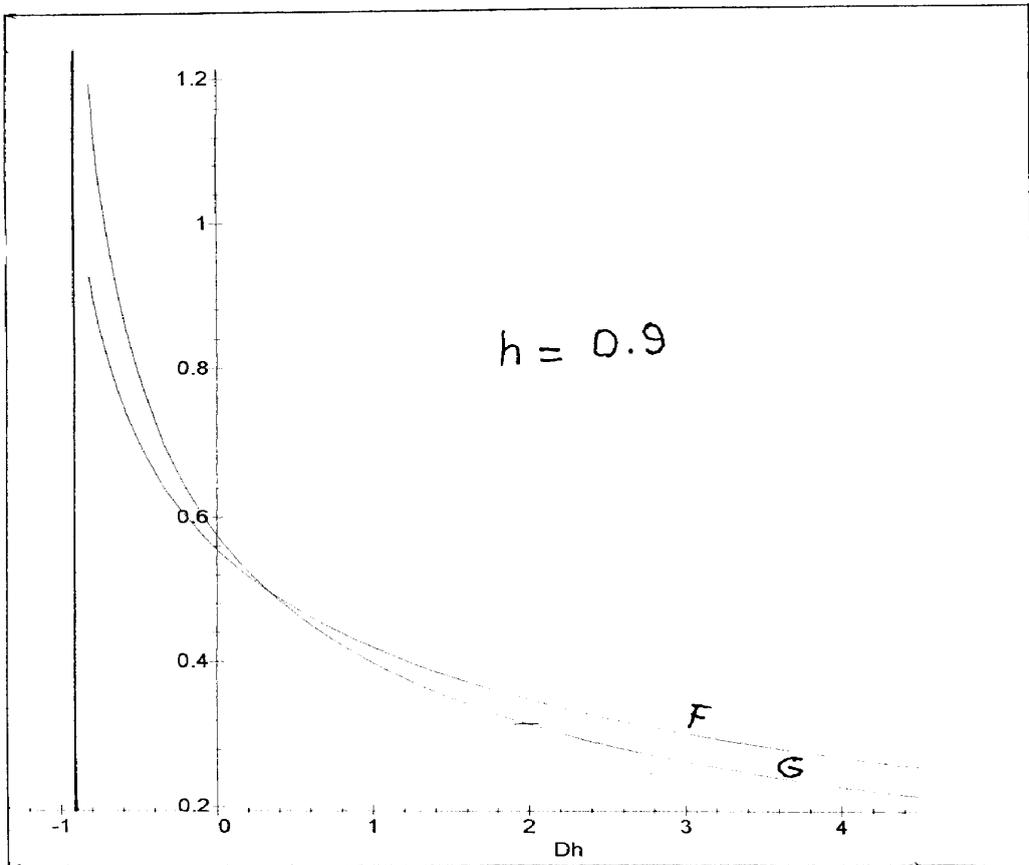
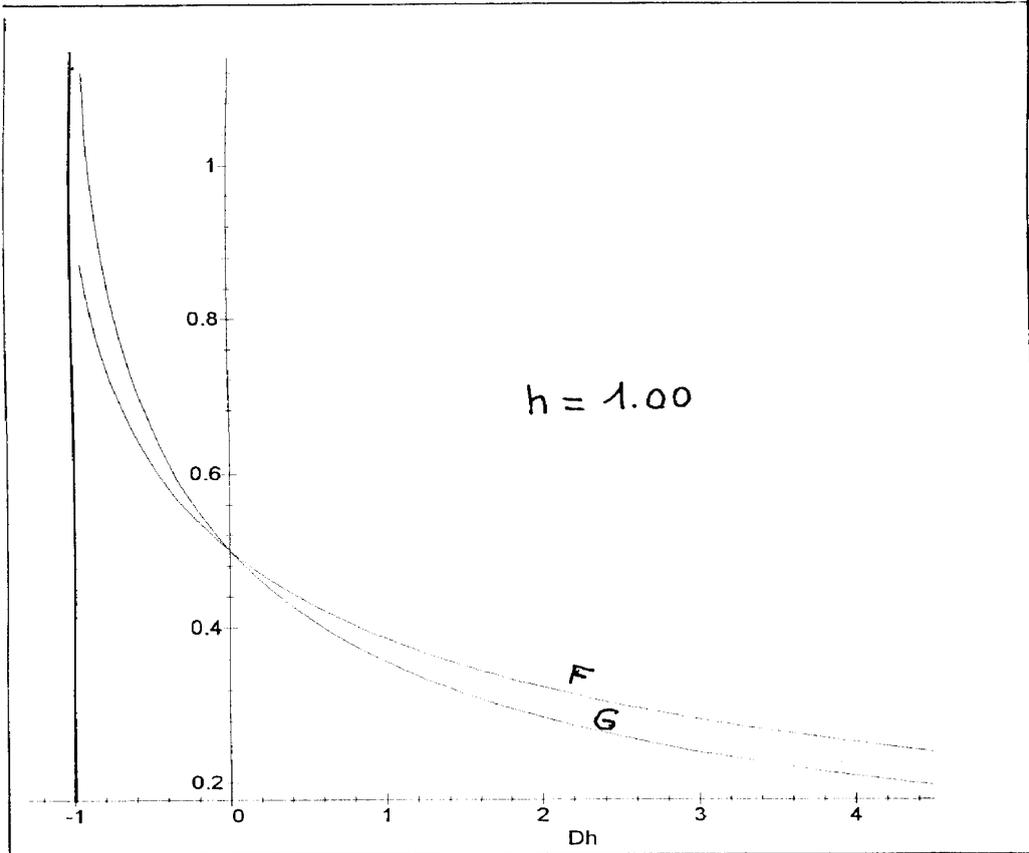


Fig 5 c

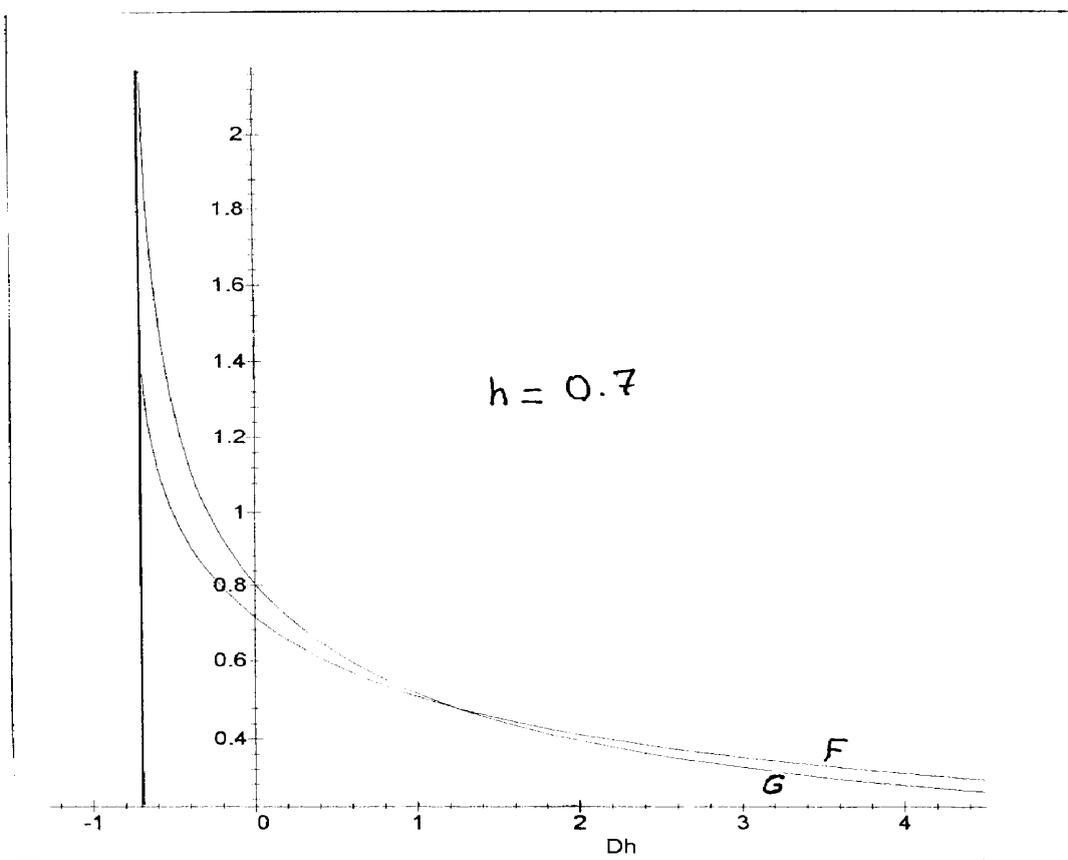
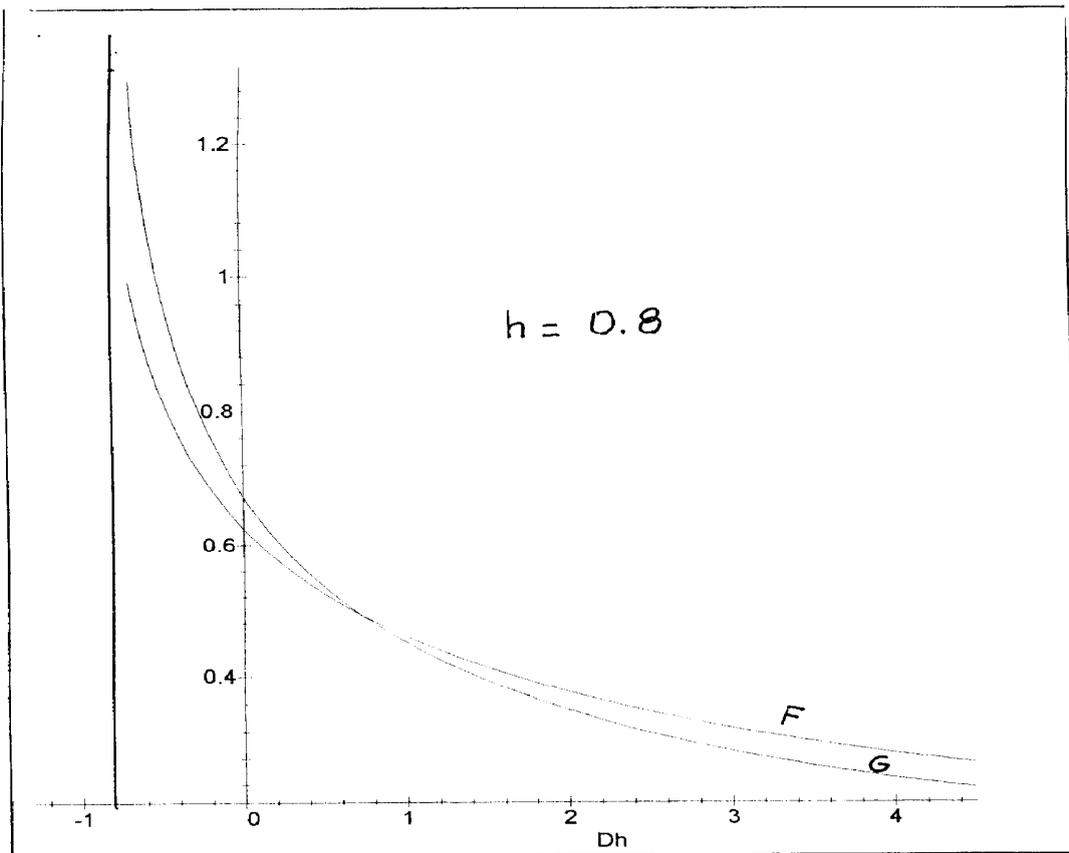


Fig 5 d

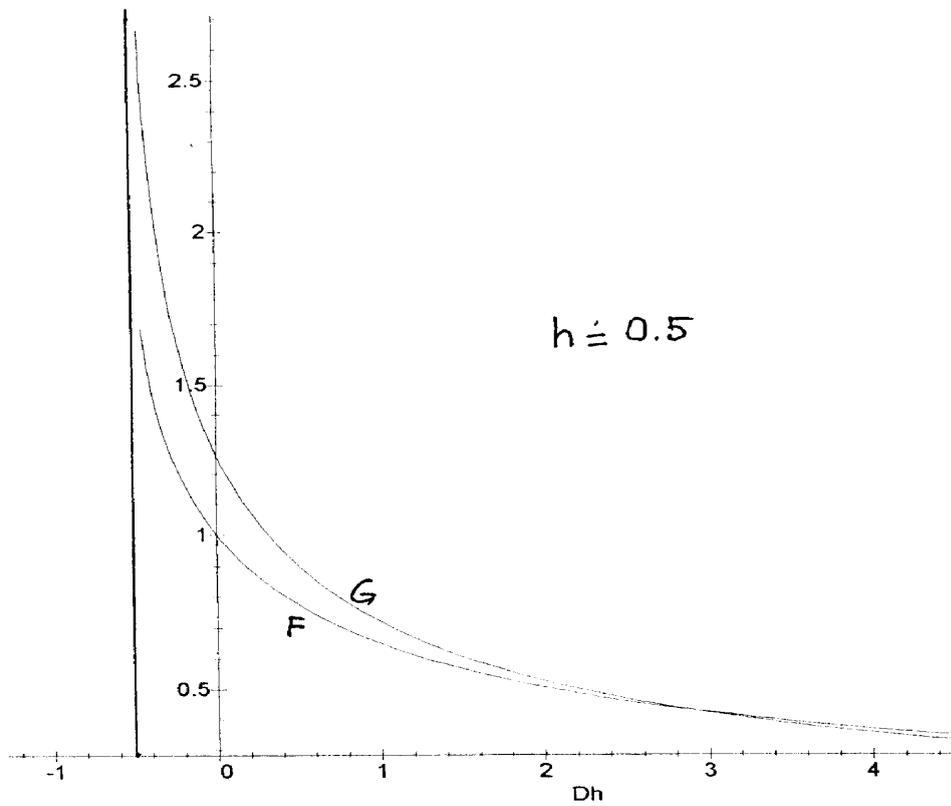
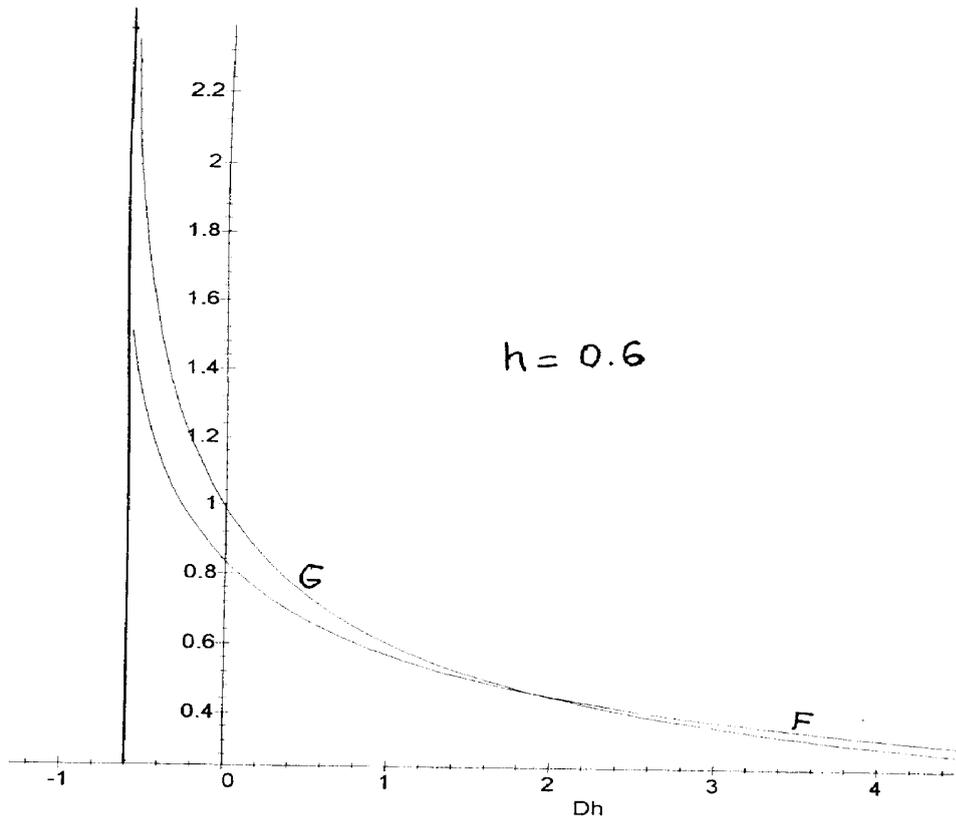


Fig 5 e

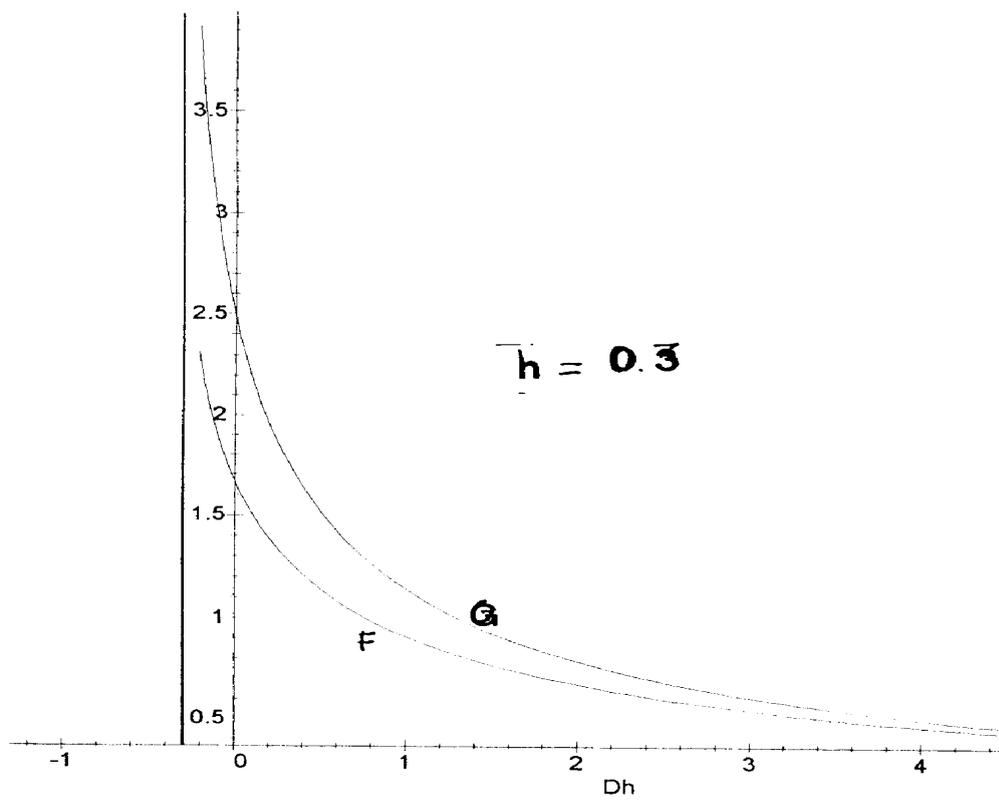
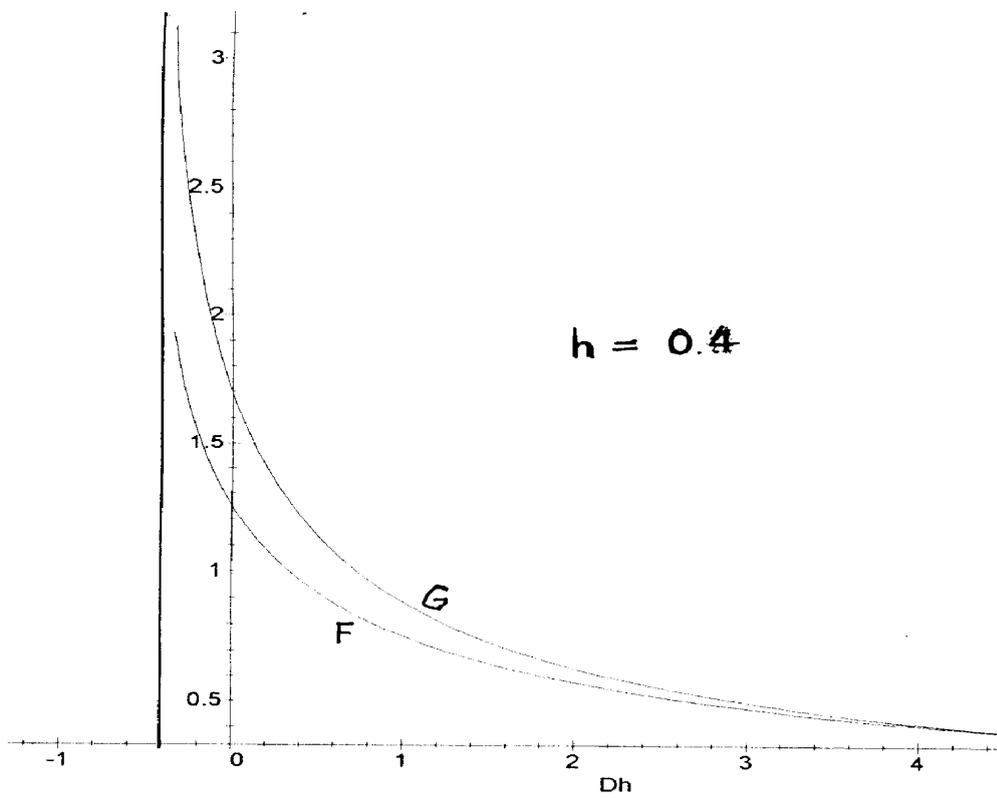


Fig 5f

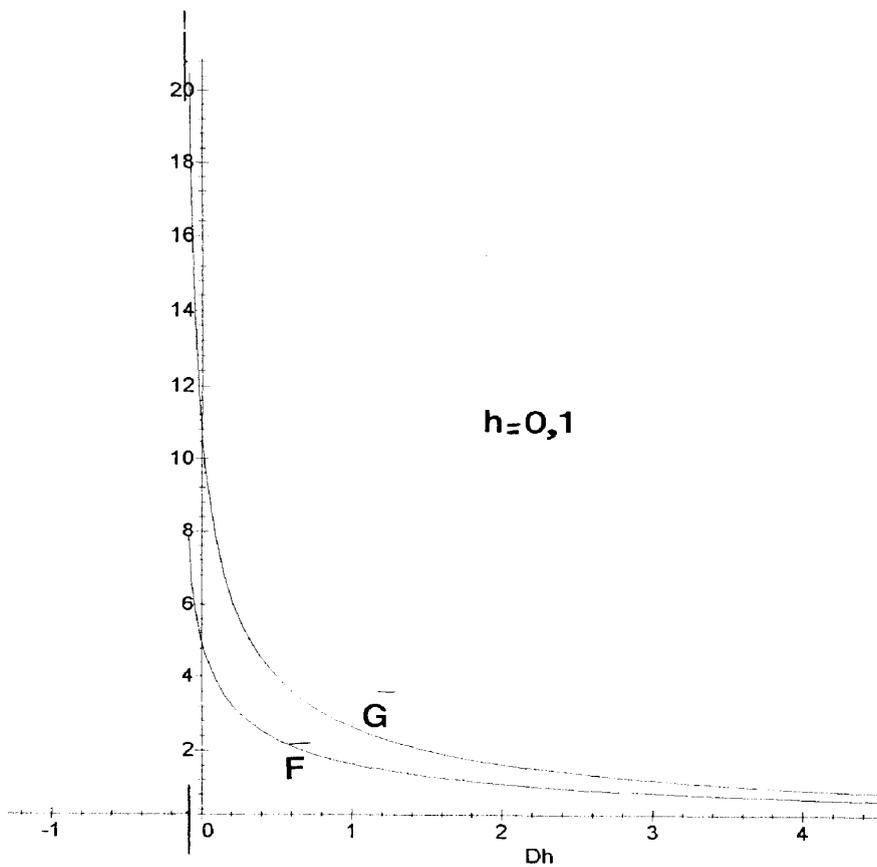
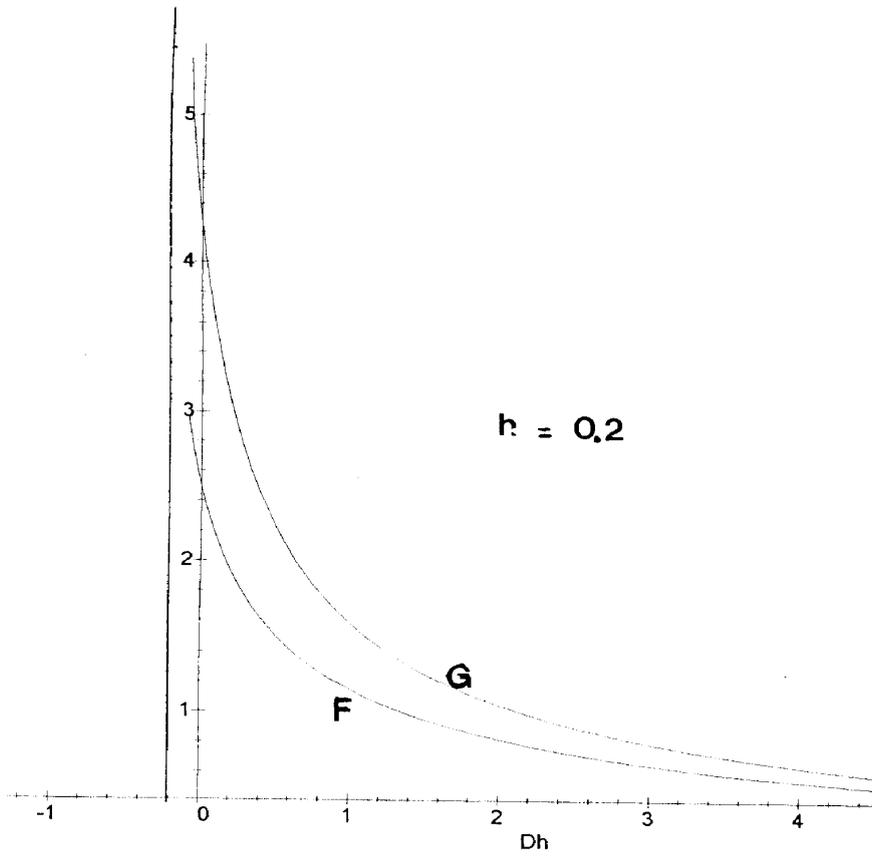


Fig 5 g