

## Analyse des déformations dans un réseau géodésique d'auscultation d'ouvrage d'art

A. BELHADJ, B. GHEZALI, S. KAHLOUCHE, & N. BOUHOUCHE  
 Centre des Techniques Spatiales - Division de Géodésie Spatiale  
 1, Avenue de Palestine. BP 13 Arzew. Oran 31200. Algérie  
 attaouia02@yahoo.fr

**ملخص:** يهدف هذا المقال إلى تقييم منهجية تحليل و تمثيل التشوهات في شبكة الجيوديزيا مرتكزة على استعمال مؤثرات التشوه و درجة أهميتها في افتراض التشوهات الصغيرة جدا في وسط مستمر، متجانس و مرن . الحل المقترح يتداخل مع حساب مؤثرات التشوهات على العناصر الكاملة من النوع الزاوي ( لتثليث ليدلوني). عادة من أجل تحديد عناصر التشوه، ينقسم مؤثر التشوه الى قسمين مؤثر متماثل ( التوسع و القص) و مؤثر غير متماثل للتشوه ( تناوب تقاصلي خاص). ارتكز التطبيق على شبكة الفحص الجيومترى لمكان التخزين الجوفي لـ GNL للمركب GL4Z لأرزويو. المعطيات المستعملة خلال المعالجة هي ناتجة عن عملية ممتدة على حملتين من ملاحظات نظام تحديد المواقع (GPS) في مدة ستة سنوات ( فيفري 2000، فيفري 2006) تتكون شبكة الفحص من 56 نقطة موزعة على الميدان المجاور للمكان المدروس.

**الكلمات الأساسية:** الشبكة الجيوديزية، نقل، مؤثر التشوهات، تشوهات بسيطة، مونت كارلو، تشوهات ذات معنى.

**Résumé:** Le présent article a pour objectif de présenter une méthodologie d'analyse et de représentation des déformations dans un réseau géodésique, basée sur l'utilisation des tenseurs de déformation et leur degré de signification, dans l'hypothèse de déformations infinitésimales d'un milieu continu, homogène et élastique. La solution envisagée fait intervenir le calcul de tenseurs de déformations sur des éléments finis de type triangulaire (triangulation de Delaunay). Usuellement, pour définir les paramètres de déformation, un tenseur de déformation est décomposé en deux parties: un tenseur symétrique de déformation (dilatation et cisaillement) et un tenseur antisymétrique de déformation (rotation différentielle propre). L'application a porté sur le réseau d'auscultation géométrique du bac de stockage souterrain de GNL du complexe GL4Z d'Arzew. Les données utilisées lors des traitements sont issues d'une opération étalée sur deux campagnes d'observations GPS, espacées de six ans (Février 2000, Février 2006). Le réseau d'auscultation est constitué de 56 points répartis sur le terrain avoisinant le bac.

**Mots clés:** réseau géodésique, déplacement, tenseur de déformation, primitives de déformations, Monte Carlo, déformabilité, significativité.

**Summary:** The goal of the present article is to present a methodology of analysis and representation of deformation in a geodetic network based on the use of deformation tensors and their degree of meaning, in the case of infinitesimal deformations of a continuous medium, homogeneous and elastic. The proposed solution involves the calculation of deformation tensor on the finite elements of triangular type (Delaunay triangulation). Usually, to define the parameters of deformation, the deformation tensor is decomposed into two parts: a symmetric tensor of deformation (dilatation, shear) and a tensor antisymmetric deformation (differential rotation clean). The application is based on the geometric network auscultation underground storage tank, located at Arzew complex GL4Z. The data used in treatments are the result of an operation spread over two GPS observation campaigns, on six years (February 2000, February 2006). The network of auscultation consists of 56 points distributed on the ground surrounding the tank.

### I. Introduction

Les techniques d'observations géodésiques terrestres ou spatiales dédiées au suivi d'ouvrages d'art ou de terrains actifs conduisent à l'évaluation de déplacements temporels, absolus ou relatifs, d'un ensemble discrets de points matérialisés sur le site.

Néanmoins, la réalisation d'un réseau géodésique nécessite l'utilisation de points de référence fixés arbitrairement. Sur un site actif, ces choix, a priori, de référence ne peuvent pas être vérifiés et ont des conséquences sur le calcul des déformations. D'autre part, un champ de déplacement ne suffit pas à quantifier directement les déformations subies par le réseau. Pour s'affranchir de ces contraintes, un outil peut être utilisé: les tenseurs de déformation. En calculant le gradient du champ de déplacement, on se libère de l'aspect absolu de tout géo référencement puisque l'on travaille sur des variations relatives des points du réseau. Le tenseur de déformation, défini par le gradient du champ de déplacement contient

les informations sur le comportement d'un champ vectoriel de déplacement.

L'étude de déformation d'un réseau géodésique, décrite dans cet article, est basée sur le calcul des tenseurs de déformation et leur degré de signification sur des éléments finis de type triangulaire (triangulation de Delaunay), dans l'hypothèse de petites déformations d'un milieu continu, homogène et élastique. Elle a nécessité les étapes suivantes :

- Calcul du champ de déplacement,
- Évaluation du tenseur de déformation: contraintes principales,
- Estimation du tenseur symétrique de déformation: primitives de déformation (cisaillement et dilatation)
- Détermination du tenseur antisymétrique de déformation (rotation différentielle propre)
- Mode de représentation des déplacements, du tenseur de déformation et de ses primitives (Triangulation de Delaunay),
- Evaluation des erreurs sur le tenseur de déformation par la méthode de Monté Carlo
- Calcul de la déformabilité du réseau,
- Evaluation de la significativité des déformations du réseau.

## II. Méthodologie adoptée pour l'analyse des déformations

Il est avant tout nécessaire de préciser la notion de tenseur de déformation et les hypothèses dans lesquelles s'inscrit cette étude.

Le comportement d'un champ local de déplacement peut être décrit à l'aide des tenseurs de déformation. En calculant le gradient du champ de déplacement, on s'affranchit de l'aspect absolu de tout géo-référencement puisque l'on travaille sur des variations relatives des points du réseau.

Cependant, l'interprétation d'un tenseur de déformation n'est pas directe. Pour cela, la décomposition de ce tenseur est nécessaire pour en tirer des éléments caractéristiques (paramètres de déformation).

D'autre part, ces paramètres doivent être associés à une incertitude provenant des erreurs affectant les vecteurs-déplacement. A cet effet, il est indispensable de définir le degré de signification (degré de confiance) que l'on peut prêter aux déformations évaluées.

La méthodologie adoptée pour le traitement et l'analyse des déformations dans un réseau géodésique repose sur l'utilisation de tenseurs de déformations et leur degré de signification, dans l'hypothèse de déformations infinitésimales d'un milieu continu, homogène et élastique.

Le calcul de tenseurs de déformations est effectué sur des éléments finis de type triangulaire (triangulation de Delaunay). Le réseau observé aux deux époques est supposé exactement le même (mêmes points, mêmes grandeurs mesurées et mêmes précisions des observations).

L'étude des déformations dans un réseau géodésique, décrite dans cet article, a nécessité deux principales phases d'exécution suivantes:

1<sup>ère</sup> Phase: Représentation du tenseur de déformation par la "*Triangulation de Delaunay*"

- *Calcul du champ de déplacement:* Evaluation des vecteurs déplacements des sommets de chaque triangle du réseau géodésique observé entre les deux époques (Février 2000 et Février 2006).
- *Calcul du tenseur de déformation:* Évaluation du tenseur déformation et des primitives de déformations élémentaires. Pour chaque triangle, un tenseur représentant au mieux la déformation locale est déterminé.
- Représentation du tenseur de déformation sur des éléments finis de type triangulaire (*triangulation de Delaunay*): déplacements, tenseurs et primitives de déformation.

2<sup>ème</sup> Phase: Degré de signification des tenseurs de déformation

- *Evaluation des incertitudes des tenseurs de déformations réelles* (mesurées) dues aux incertitudes des vecteurs-déplacement par la méthode de Monte Carlo.
- *Etude de la déformabilité du réseau.*
- *Evaluation du degré de confiance* ou degré de signification que l'on peut donner aux déformations calculées.

### II.1 Etapes de calcul des tenseurs de déformations sur des éléments finis de type triangulaire (*triangulation de Delaunay*)

La triangulation de Delaunay a deux principales propriétés:

- Un triangle de Delaunay est un triangle qui a comme sommets trois objets, et tel que son cercle circonscrit n'ait en son intérieur aucun autre objet.
- La triangulation de Delaunay est parmi toutes les triangulations de l'espace euclidien E celle qui maximise l'angle minimum de tous les triangles [Hétroy, 2008].

Dans l'hypothèse de petites déformations d'un milieu continu, homogène et élastique, le calcul des tenseurs de déformations sur des éléments finis de type triangulaire (triangulation de Delaunay) a nécessité les étapes suivantes :

**a. Calcul du champ de déplacement**

Les vecteurs déplacements (2D et 1D) des sommets de chaque triangle représentent les composantes du déplacement (2D et 1D) des points du réseau géodésique observé entre deux époques. En d'autre terme, les trois sommets de chaque triangle sont des points géodésiques observés.

**b. Calcul du tenseur de déformation**

**- Cas des déformations horizontales (2D)**

Le calcul des déformations est effectué pour chaque triangle du réseau Delaunay. A chaque triangle correspondent trois vecteurs déplacements observés (points du réseau géodésique) situés aux trois sommets du triangle.

Considérons le triangle (K) (figure 1):

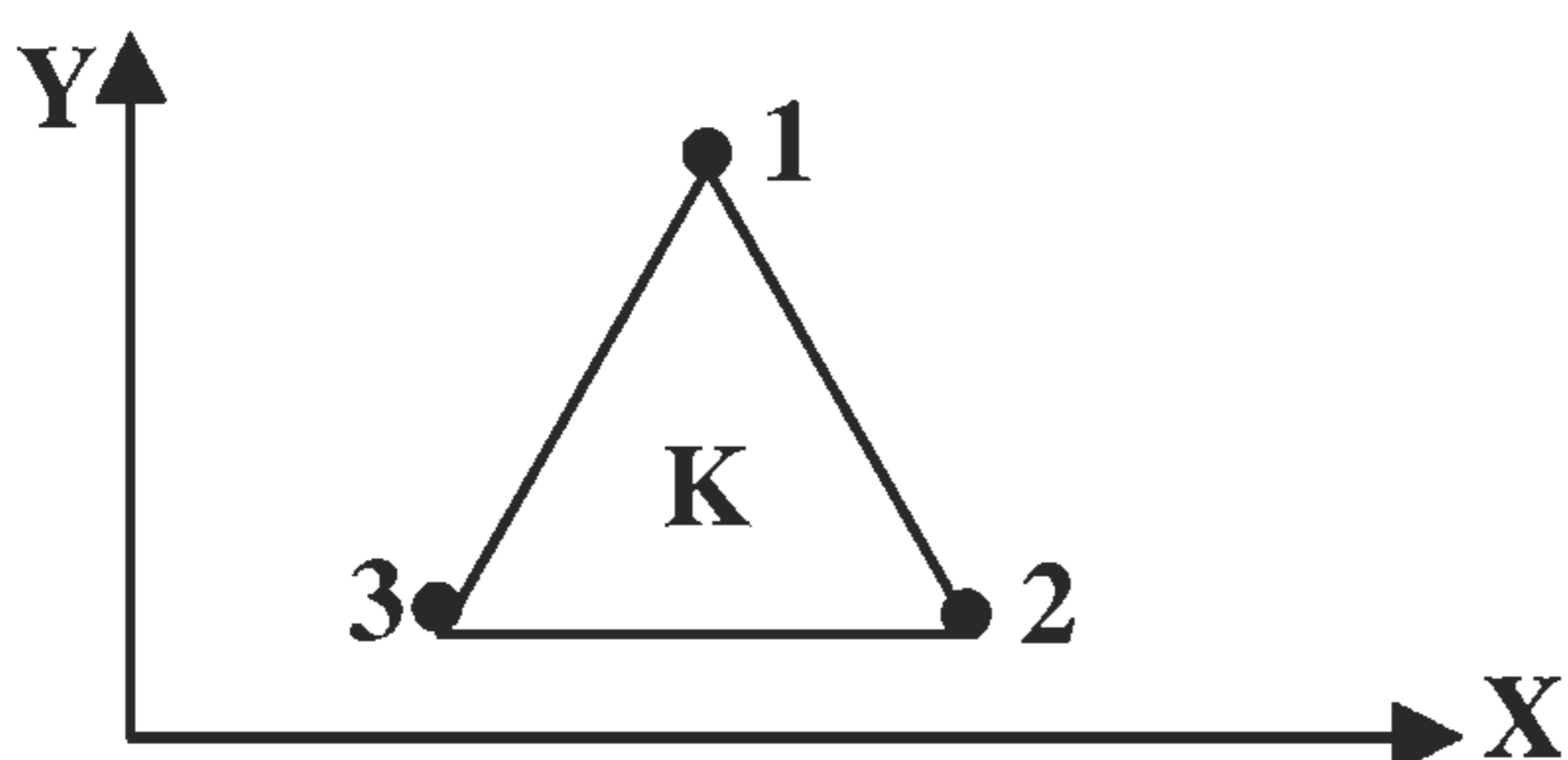


Fig. 1 Formalisme d'un triangle (K) du réseau Delaunay.

Dans le cas de petites déformations, la fonction du champ de déplacement local (u,v) peut être représentée par un polynôme du 1<sup>er</sup> degré en position (X, Y) tel que:

$$\begin{cases} u_i(X_i, Y_i) = dX_i = a_1 + a_2 X_i + a_3 Y_i \\ v_i(X_i, Y_i) = dY_i = a_4 + a_5 X_i + a_6 Y_i \end{cases} \quad \text{Avec } 1 \leq i \leq 3$$

Où (dX<sub>i</sub>, dY<sub>i</sub>) représentent les composantes du vecteur déplacement observé du sommet i du triangle (K) de coordonnées (X<sub>i</sub>, Y<sub>i</sub>).

Si l'on rapporte les coordonnées des trois sommets du triangle et les vecteurs déplacements s'y rapportant au centre de gravité du triangle [Akrou B.] [Million C], le système d'équations ci dessus devient (1):

$$\begin{cases} u_i(x_i, y_i) = dx_i = a_2 x_i + a_3 y_i \\ v_i(x_i, y_i) = dy_i = a_5 x_i + a_6 y_i \end{cases} \quad \text{avec } 1 \leq i \leq 3 \quad (1)$$

Avec :

$$\begin{aligned} dx_i &= dX_i - dX_0, & dy_i &= dY_i - dY_0, \\ x_i &= X_i - X_0, & y_i &= Y_i - Y_0 \end{aligned}$$

Où (X<sub>0</sub>, Y<sub>0</sub>) et (dX<sub>0</sub>, dY<sub>0</sub>) représentent respectivement les coordonnées et les déplacements ramenés au centre de gravité du triangle(K).

Sous forme matricielle, le système (1) s'écrit:

- Équation de déplacement en x:

$$N_{(3,2)} P_{(2,1)} = R_{(3,1)} \quad (2)$$

- Équation de déplacement en y:

$$N_{(3,2)} G_{(2,1)} = T_{(3,1)} \quad (3)$$

Avec :

$$N_{(3,2)} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_2 \end{bmatrix}; \quad P_{(2,1)} = \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}; \quad R_{(3,1)} = \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{bmatrix};$$

$$G_{(2,1)} = \begin{bmatrix} a_5 \\ a_6 \end{bmatrix}; \quad T_{(3,1)} = \begin{bmatrix} dy_1 \\ dy_2 \\ dy_3 \end{bmatrix}$$

Les deux jeux de coefficients inconnus (a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>) et (a<sub>5</sub>, a<sub>6</sub>) sont ajustés indépendamment par la méthode des moindres carrés. Les coefficients (a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>) sont estimés à partir de la relation (2) de déplacement en x et l'ajustement des coefficients (a<sub>5</sub>, a<sub>6</sub>) utilise l'équation (3) de déplacement en y.

Le tenseur de déformation ε est défini par [Michel, 2001]:

$$\varepsilon = \nabla(U) = \frac{\partial U(x, y)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{ux} & \varepsilon_{uy} \\ \varepsilon_{vx} & \varepsilon_{vy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Le gradient du champ de déplacement local, est évalué composante par composante. Pour chaque coordonnée de ce champ, les dérivées partielles selon chaque axe de coordonnée sont évaluées pour donner les composantes déformations. La matrice du tenseur de déformation s'écrit donc:

$$\varepsilon(x, y) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{ux}(x, y) & \varepsilon_{uy}(x, y) \\ \varepsilon_{vx}(x, y) & \varepsilon_{vy}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) \\ \frac{\partial v}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial v}{\partial y}(x, y) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Les composantes du tenseur de déformation pour le triangle (K) sont:

$$\begin{cases} \varepsilon_{ux} = \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = a_2 \\ \varepsilon_{uy} = \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = a_3 \\ \varepsilon_{vx} = \frac{\partial v}{\partial x}(x, y) = a_5 \\ \varepsilon_{vy} = \frac{\partial v}{\partial y}(x, y) = a_6 \end{cases} \quad (6)$$

Connaissant les tenseurs de déformations élémentaires ( $\varepsilon_{ux}$ ,  $\varepsilon_{uy}$ ,  $\varepsilon_{vx}$ ,  $\varepsilon_{vy}$ ), nous en déduisons les primitives de déformations élémentaires (dilatation, cisaillement, rotation différentielle propre) définies de la manière suivante [Berber, 2006] [Michel, 2001]:

- *La dilatation ( $\lambda$ )* : étant l'expansion ou la contraction moyenne en un point, i.e., la moyenne des contraintes principales :

$$\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) = \frac{1}{2}(\varepsilon_{ux} + \varepsilon_{vy}) \quad (7)$$

- *Le cisaillement total ( $\gamma$ )*: peut être défini comme étant la moyenne géométrique des cisaillements pur et simple :

$$\gamma = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \nu_{xy}^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{ux} - \varepsilon_{vy})^2 + (\varepsilon_{uy} + \varepsilon_{vx})^2} \quad (8)$$

- *La rotation différentielle propre ( $\delta\omega$ )*: Cette rotation se décompose en une partie rigide qui correspond à la rotation globale du terrain d'étude et une rotation différentielle propre qui dépend de la position. Soit  $\Omega$  la rotation globale du réseau qui correspond à la moyenne des  $\omega$  sur le réseau. Cependant la rotation différentielle propre  $\delta\omega$  est donnée par la relation suivante :

$$\delta\omega = \omega - \Omega = \frac{\varepsilon_{uy} - \varepsilon_{vx}}{2} - \Omega \quad (9)$$

La dimension ( $a_1$  et  $a_2$ ) et l'orientation ( $\theta$ ) du tenseur de déformation sont déterminées à partir des équations suivantes:

$$a_1 = |\lambda_1| \text{ et } a_2 = |\lambda_2| \quad ; \quad \tan(2\theta) = \frac{\varepsilon_{uy} + \varepsilon_{vx}}{\varepsilon_{vy} - \varepsilon_{ux}} \quad (10)$$

Où ( $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ ) représentent les composantes principales ou contraintes principales telles que:

$$\lambda_1 = \frac{\varepsilon_{ux} + \varepsilon_{vy}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{ux} - \varepsilon_{vy})^2 + (\varepsilon_{uy} + \varepsilon_{vx})^2}$$

$$\lambda_2 = \frac{\varepsilon_{ux} + \varepsilon_{vy}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{ux} - \varepsilon_{vy})^2 + (\varepsilon_{uy} + \varepsilon_{vx})^2}$$

Une contrainte négative correspond à une contraction, une contrainte positive à une expansion.

*Remarque* : les primitives de déformation définies ci-dessus (la dilatation, le cisaillement et la rotation différentielle propre), définissent la déformation d'une zone d'étude.

### - Cas des déformations verticales (1D)

Dans le cas de petites déformations, la fonction du champ de déplacement vertical local peut être représentée par un polynôme du 1<sup>er</sup> degré tel que:

$$U(z_i) = dz_i = a_0 + a_1 z_i \quad (11)$$

Où  $dz_i$  représente le déplacement de la composante verticale  $z$  du point  $i$  du réseau observé entre deux époques.

Pour un polygone ( $n$ ), le système d'équation (11) s'écrit sous la forme matricielle (12):

$$\begin{bmatrix} dz_1 \\ \cdot \\ dz_i \\ \cdot \\ dz_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z_1 \\ \cdot & \cdot \\ 1 & z_i \\ \cdot & \cdot \\ 1 & z_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad (i=1, \dots, n) \quad (12)$$

Le tenseur de déformation  $\varepsilon$  (allongement unitaire suivant  $z$ ) est défini par [Berber, 2006] :

$$\varepsilon = \frac{\partial U(z)}{\partial z} = [\varepsilon_{wz}] = a_1 \quad (13)$$

L'ajustement des coefficients ( $a_0$ ,  $a_1$ ) est effectué par la méthode des moindres carrés. Le coefficient  $a_1$  représente la déformation ou l'allongement unitaire, évoquant ainsi, soit un gonflement (soulèvement) si la valeur est positive, ou un tassement (affaissement) si la valeur est négative.

## II.2 Significativité des déformations : Méthode de Monte Carlo.

La méthode de Monte Carlo s'adapte en effet à l'étude de la significativité des tenseurs de déformation. Néanmoins, il semble plus cohérent de l'appliquer à un tirage aléatoire des observations selon leur statistique plutôt qu'aux vecteurs de déplacement. En effet, il est considéré que les observations ne sont pas corrélées, alors que la même hypothèse sur les vecteurs de déplacement est fautive [Michel et al.2003]. La quantification de la variation d'un tenseur est estimée par ces primitives de déformation. L'idée générale est de construire un ensemble d'axes de tenseurs de déformation en perturbant les mesures. Les extrémités de ces axes sont normalement distribuées autour du tenseur non perturbé et forment ainsi un nuage de points dont la dispersion des solutions perturbées donne une idée de la rigueur de la solution non perturbée.

La significativité du tenseur de déformation calculée entre deux époques correspond au degré

de confiance que l'on peut donner à ces valeurs calculées. Ce degré de confiance dépend de nombreux paramètres, à savoir:

- les incertitudes sur les mesures lors de l'observation du réseau,
- le processus d'ajustement par moindres carrés du réseau à un instant donné,
- le processus de détermination du tenseur de déformation, aspect strictement lié à la géométrie du réseau avoisinant l'élément de la figure considéré.

Le calcul de la significativité est basé sur la déformabilité (14), calculée par sommation de la moyenne avec la tolérance des primitives de déformation positives virtuelles (obtenues à partir d'un jeu de simulation). La tolérance valant 2,57 fois l'écart type des primitives, permet de recouvrir 99% des déformations virtuelles. Dans l'hypothèse que l'échantillon calculé suit une loi normale [Michel et al.2003]. La déformabilité permet d'estimer les déformations qui pourront être détectées (quantifier l'influence des incertitudes en terme de déformation).

$$\begin{cases} \lambda_{Tdef} = \bar{\lambda}_T + 2.57\sigma_{\lambda_T} \\ \gamma_{def} = \bar{\gamma} + 2.57\sigma_{\gamma} \\ \delta\omega_{def} = \bar{\delta\omega} + 2.57\sigma_{\delta\omega} \end{cases} \quad (14)$$

Soit pour chaque primitive, le seuil de significativité (15) est:

$$\begin{cases} \sum_{\lambda} = \frac{\lambda_T - \lambda_{Tdef}}{\lambda_{def}} \\ \sum_{\gamma} = \frac{\gamma - \gamma_{def}}{\gamma_{def}} \\ \sum_{\delta\omega} = \frac{|\delta\omega| - \delta\omega_{def}}{\delta\omega_{def}} \end{cases} \quad (15)$$

Le degré de significativité de la déformation  $\Sigma$  prend une valeur entre -1, + $\infty$ , tel que:

- Si  $\Sigma < 0$ , la déformation mesurée est inférieure à la déformabilité du réseau, on peut alors considérer que la déformation n'est pas significative (**DNS**) et ne peut être considérée qu'une conséquence du bruit d'observations lors des mesures.

- Si  $\Sigma > 0$ , la déformation mesurée est supérieure à la déformabilité du réseau, on considère que la déformation est significative (**DS**)

-  $0 \leq \Sigma < 1$ , la déformation réelle est de l'ordre de la déformabilité du réseau, tout en étant significative et de l'ordre de la déformabilité (**DS&OD**).

### III. Présentation de la zone test

Les tests effectués ont porté sur la détermination des déformations dans un réseau d'auscultation du bac de stockage en excavation de GNL du complexe GL4Z d'Arzew. Deux campagnes d'observations GPS, espacées de six (06) ans (Février 2000, Février 2006), ont été effectuées. Le réseau d'auscultation est constitué de 13 points d'appuis éloignés d'une centaine de mètres du bac et de 43 repères secondaires répartis sur le terrain avoisinant le bac (figure 2). Les données utilisées lors du traitement sont des jeux de coordonnées exprimées dans le repère géodésique local et rapportées au système géodésique mondial WGS84.

Ces données sont organisées par station et présentées sous forme de fichier ASCII (**XX.dat**) où XX représente l'époque d'observation. Ce fichier contient :

- Les coordonnées géodésiques locales d'une station GPS (**E**: composante horizontale Est, **N**: composante horizontale Nord, **U**: composante Verticale ou élévation)
- Les écarts types (EMQ) des trois composantes (E, N, U).

Les composantes horizontales (E, N) ont servi pour l'analyse des déformations dans le plan horizontal (2D) et la composante verticale (U) a été employée pour l'étude des déformations dans le plan vertical (1D).

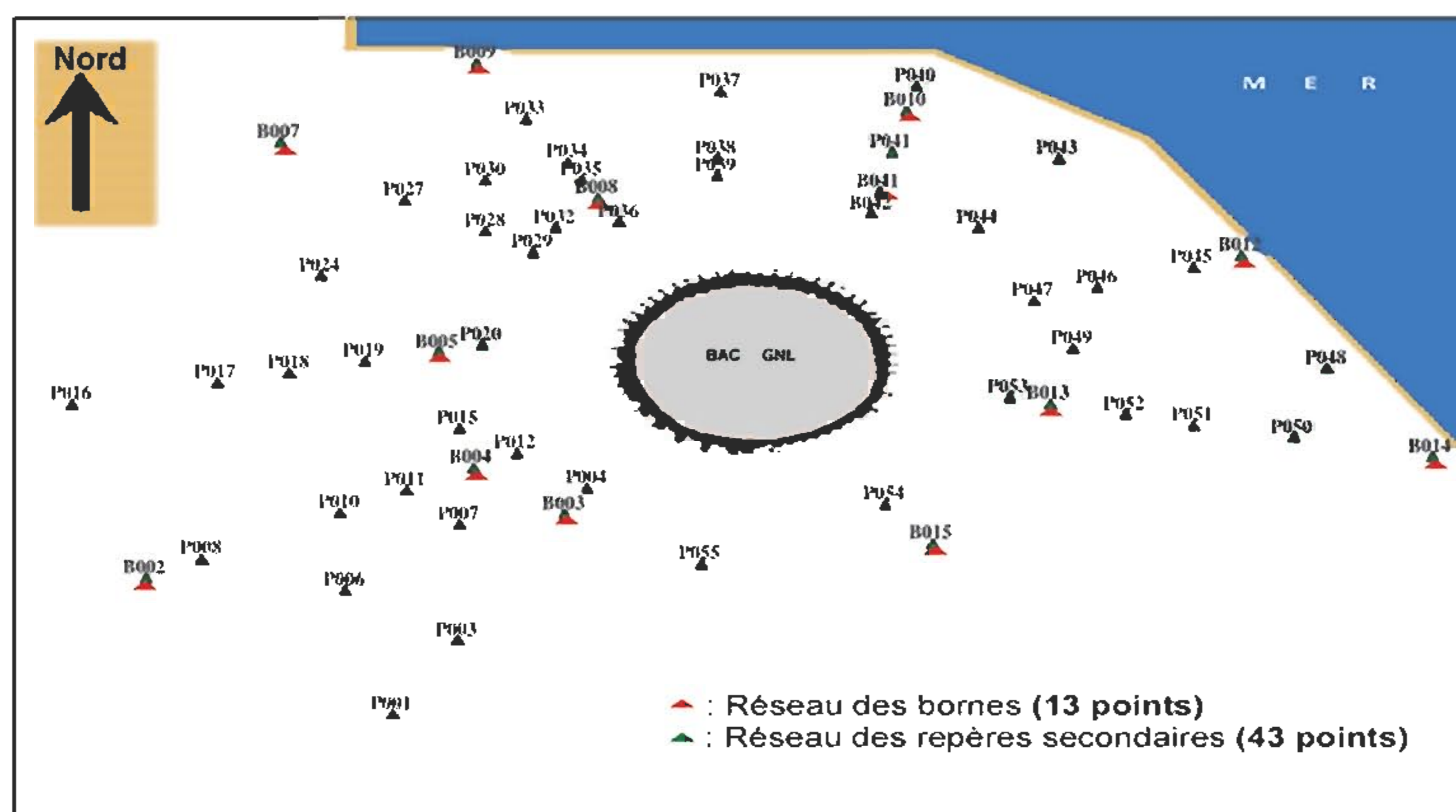


Fig. 2 Configuration du réseau d'auscultation

#### IV. Résultats et analyse

L'analyse des résultats obtenus lors des traitements des données a porté principalement sur l'interprétation des valeurs des primitives de déformation et leur degré de signification obtenue sur des éléments finis de type triangulaire "triangulation de Delaunay".

Les données géodésiques utilisées lors des traitements sont de deux types :

- **Cas d'un réseau 2D** (comportement local dans le plan horizontal): il s'agit de jeux de coordonnées géodésiques locales E (composante horizontale Est) et N (composante horizontale Nord) de 56 points GPS qui constituent le canevas d'auscultation. L'étude en dimension 2 (2D) nous a permis de définir le mode de déformation dans un plan horizontal (*expansion, contraction, dilation totale, cisaillement totale et rotation différentielle propre*).
- **Cas d'un réseau 1D**: La description du comportement local du site suivant la direction verticale (*gonflement ou tassement*) est basée sur l'utilisation de la coordonnée géodésique locale U (**composante Verticale ou élévation**) de 56 points GPS qui constituent le canevas d'auscultation.

##### IV.1 Déformations horizontales (2D)

###### a. Champ de déplacement

D'après la figure 3, nous remarquons que les déplacements de quelques points situés au Nord-Est du bac (côté Mer) sont plus importants en modules que ceux des autres points du réseau. Nous constatons aussi que le sens du déplacement de la majorité des points du réseau est Nord-Est.

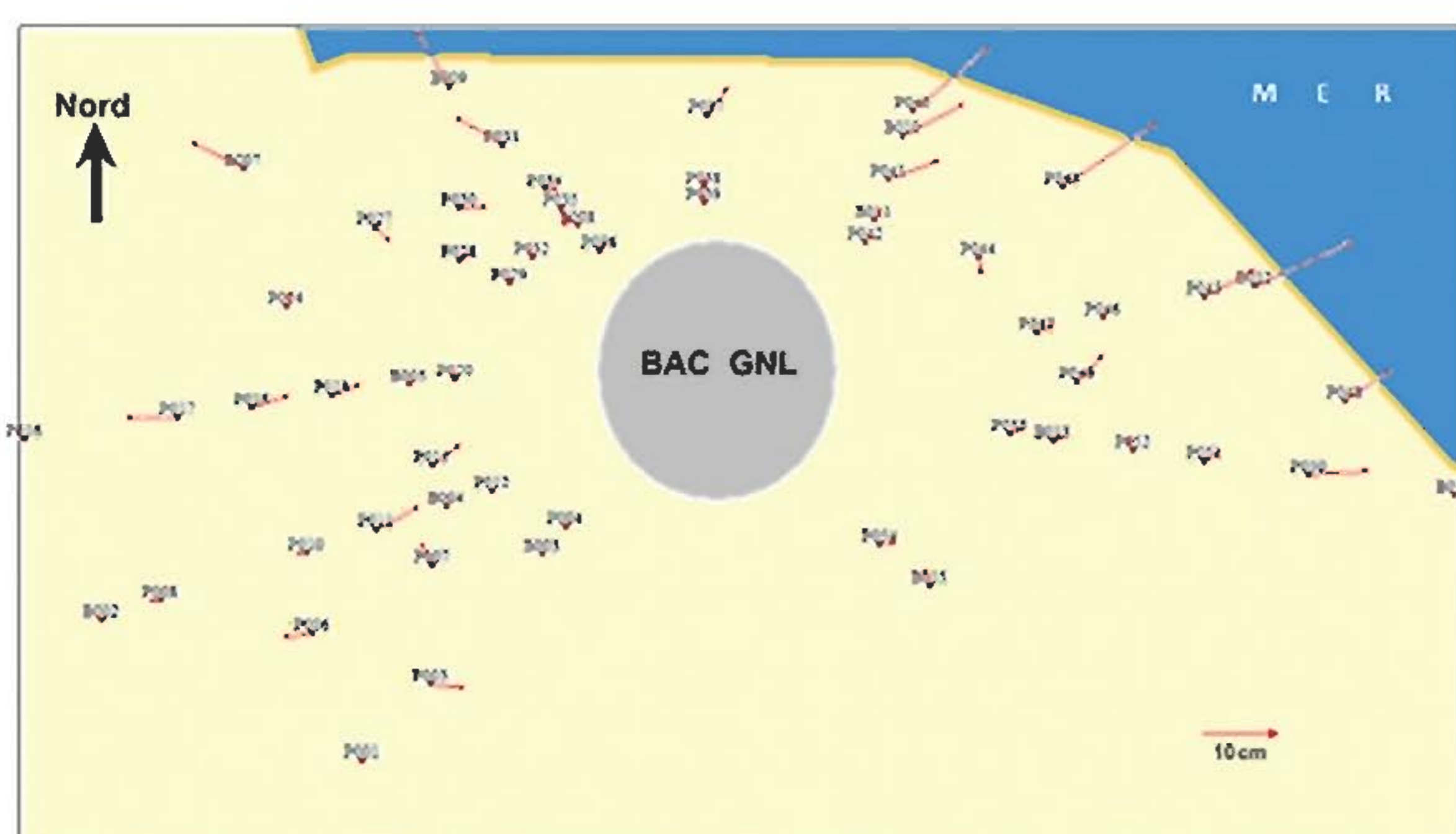


Fig. 3 Champ de déplacement (2000-2006)

Le tableau 1 suivant représente les valeurs maximales, minimales et moyennes des déplacements des points du réseau géodésique entre les époques 2000 et 2006:

Tableau 1. Statistiques sur les déplacements des points.

	Déplacement (cm)	Points correspondants
Min.	0.1	B003
max.	17.7	P043
Moy.	4.4	

Le tableau 1, montre que la moyenne des déplacements de l'ensemble des points du réseau est de l'ordre de 4.4 cm et que le déplacement maximal ( $\cong 18$  cm) se situe au Nord-Est du bac (point P043).

###### b. Tenseur déformation

La figure 4, représente les contraintes principales de chaque élément triangulaire du réseau. La couleur rouge exprime l'expansion et le vert désigne la contraction.

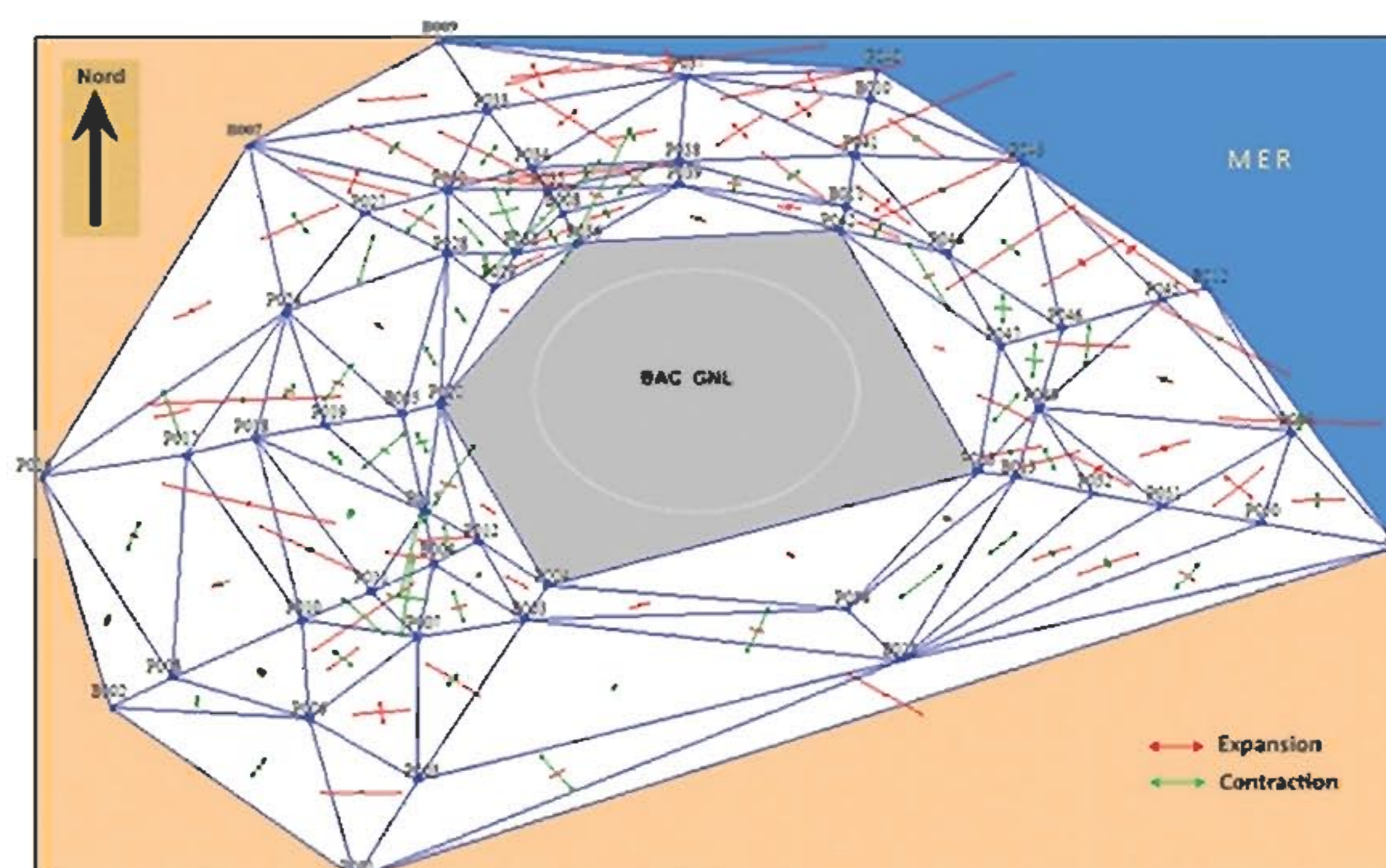


Fig. 4 Contraintes principales (2000-2006)

La figure 4, montre que le mode de déformation de la majorité des éléments triangulaires du réseau, principalement ceux situés au Nord et Nord-Est (côté mer) du bac, est une expansion (rouge dominant).

Le tableau 2, représente les valeurs maximales, minimales et moyennes des contraintes principales ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) de chaque élément triangulaire du réseau géodésique entre les époques 2000 et 2006 :

Tableau 2. Statistiques sur les contraintes principales.

	Contraintes Principales (ppm)			
	$\lambda_1$ (ppm)	Triangles	$\lambda_2$ (ppm)	Triangles
Min.	-2631,9 <i>contraction</i>	P007, P011, B004	-12833,9 <i>contraction</i>	B008, P035, P039
Max.	20700,4 <i>expansion</i>	P037, B009, P040	2700,8 <i>expansion</i>	P050, P051, P048
Moy.	3502,3 <i>expansion</i>		-1522,0 <i>contraction</i>	

L'amplitude moyenne de l'expansion ( $\cong 3502$  ppm) est plus forte que celle de la contraction ( $\cong 1522$  ppm).

c. Primitives de déformations

- Dilatation (Expansion / Contraction)

La figure 5 montre que la déformation en terme d'expansion (nuances bleues) est d'une part, dominante (61%), et d'autre part, plus importante dans les régions Nord et Nord-Est (côté mer) et Sud-Ouest (côté terre) du bac. D'ailleurs, nous remarquons d'après le tableau 3, que l'amplitude moyenne de la déformation en terme d'expansion ( $\cong 2564$  ppm) est plus grande que celle de la déformation en terme de contraction ( $\cong 1605$  ppm). Finalement, dans la globalité des résultats considérés, le réseau s'est beaucoup plus déformé en expansion qu'en contraction.

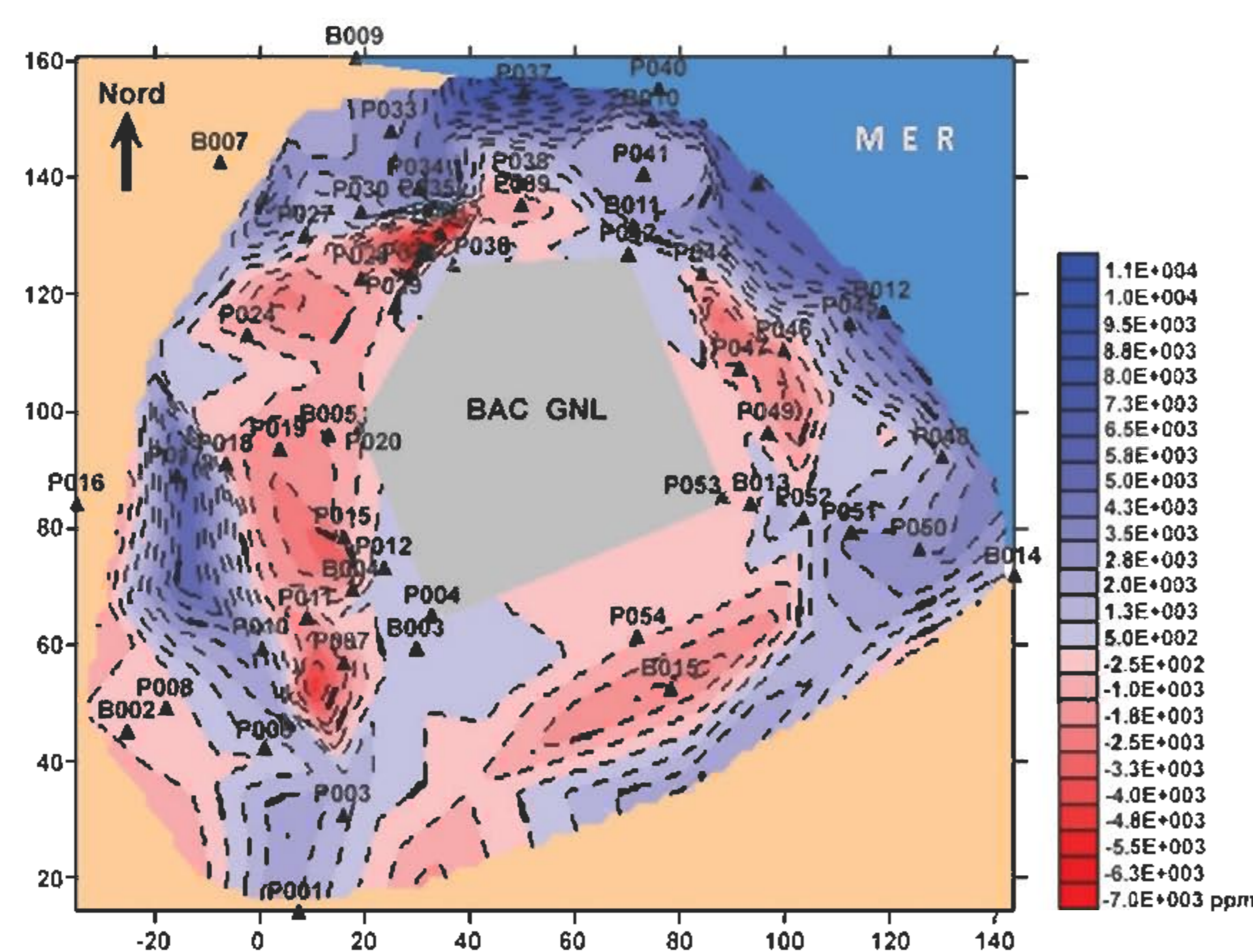


Fig. 5 Dilatation (2000-2006)

Tableau 3. Statistiques sur la dilatation

	Dilatation (ppm)			
	Contraction	Triangles	Expansion	Triangles
Min.	77,1	P032, P035, B008	58,3	P054, P053, B013
Max.	6589,7	P008, P010, P006	11480,8	P037, B009, P040
Moy.	1604,9		2564,2	

- Cisaillement total

D'après la figure 6, nous remarquons que les plus fortes déformations en cisaillement sont détectées principalement au niveau des zones situées au Nord et Nord-Est (côté mer) et Sud-Ouest (côté terre) du bac. Nous pouvons constater que les régions où les déformations en cisaillement sont maximales correspondent globalement à celles où les déformations en dilatation (expansion) sont plus importantes (couleur bleu foncé).

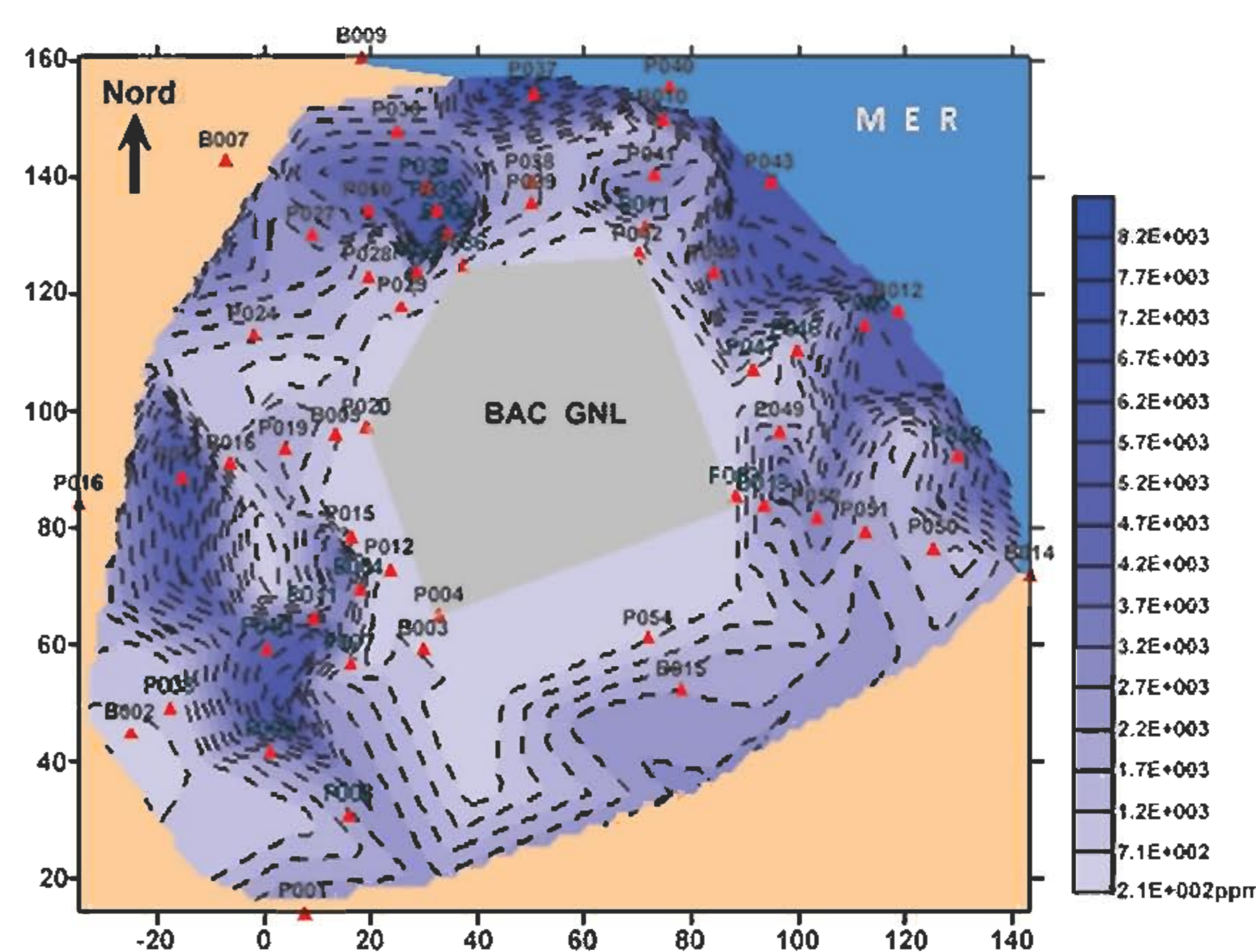


Fig. 6 Cisaillement total (2000-2006)

Le tableau 4, montre que l'amplitude moyenne de la déformation en cisaillement ( $\cong 2512$  ppm) est identique à celle de la déformation en terme de dilatation (expansion) ( $\cong 2564$ ppm) (tableau 3).

Tableau 4. Statistiques sur le cisaillement

	Cisaillement Total (ppm)	Triangles
Min.	208,0	P011, P018, P015
Max.	9219,6	P037, B009, P040
Moy.	2512,2	

- Rotation différentielle propre

La figure 7 montre que la majorité des zones du réseau (couleur rouge) a subi une rotation négative (Est-Ouest) de valeur moyenn  $\cong 0^{\circ}07$ . Le tableau 5, montre que la moyenne des angles de rotation négative ( $\cong 0^{\circ}07$ ) est presque identique à celle des angles de rotation positive ( $\cong 0^{\circ}08$ ).

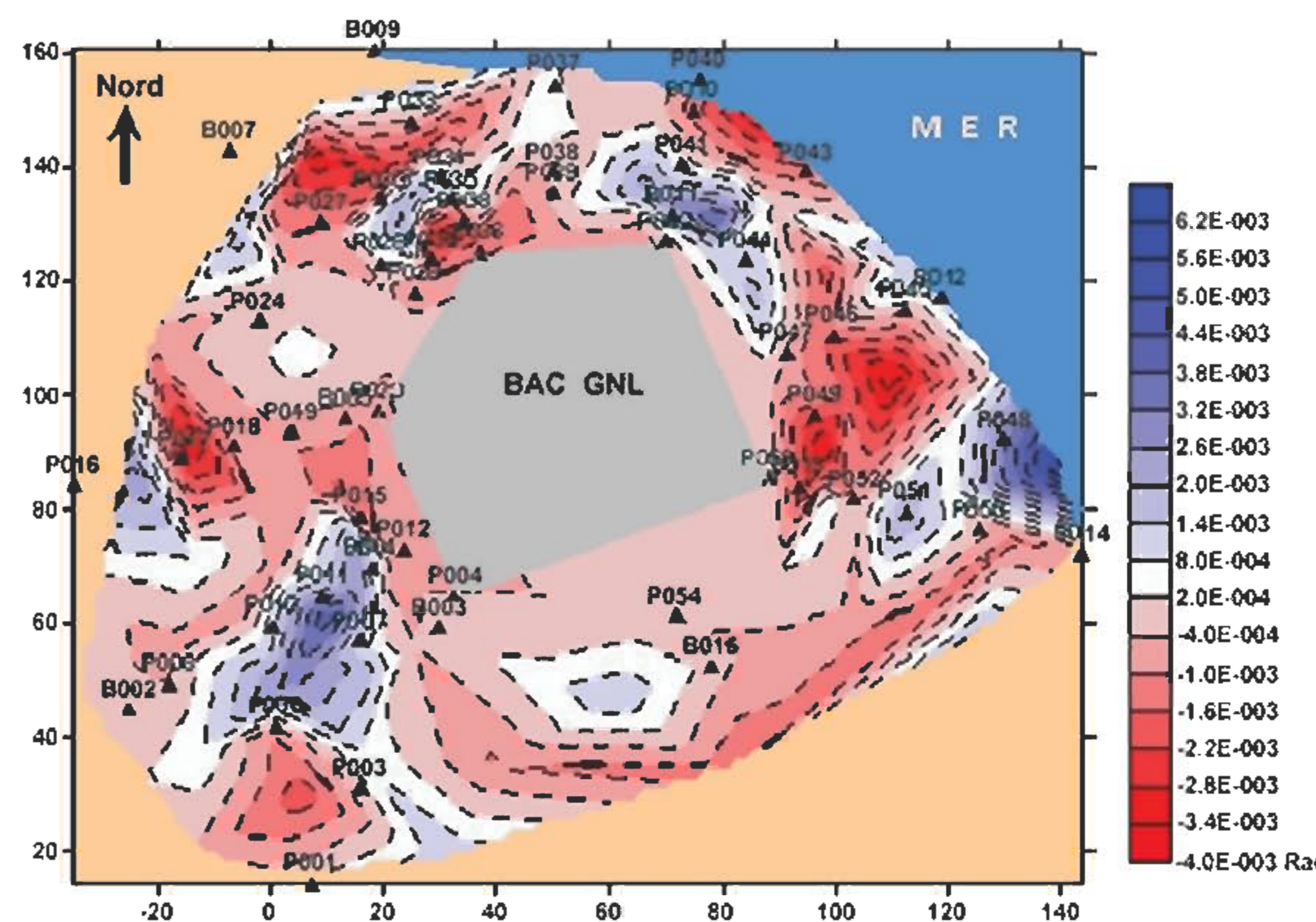


Fig. 7 Rotation différentielle (2000-2006)

Tableau 5. Statistiques sur la Rotation différentielle (2000-2006)

	Rotation Différentielle Propre (degrés)			
	Sens (-)	Triangles	Sens (+)	Triangles
Min.	0° 0024	P020, P028, P029	0° 0012	B010, P037, P040
Max.	0° 2152	P049, P046, P045	0° 3865	P048, B012, B014
Moy.	0° 0670		0° 0792	
Rotation différentielle propre Moyenne du réseau : + 0° 0061 (Ouest-Est)				

d. Significativité des tenseurs de déformation

Les paramètres de déformation (2D) choisis pour l'étude de la déformabilité sont la dilatation, le cisaillement et la valeur absolue de la rotation différentielle propre. Ces primitives de déformation sont des grandeurs scalaires positives s'élevant avec l'amplitude des déformations.

Les figures 8, 9 et 10 suivantes, illustrent la significativité des déformations du réseau estimées en terme de dilatation, cisaillement et rotation.

Les graphes des figures 8, 9 et 10 représentent :

- En vert, les régions où les déformations calculées sont significatives et de l'ordre de la déformabilité (*déformation réelle est de l'ordre de la déformabilité du réseau, tout en étant significative:  $0 \leq$  seuil de significativité < 1*).
- En rouge, les régions où les déformations calculées ne sont pas significatives (*déformations réelles inférieures à celles détectables par le réseau mis en place: seuil de significativité < 0*).

Discernons qu'une région où les déformations sont qualifiées de "non significatives" signifie qu'il n'y a pas de déformations dans cette zone ou bien qu'il y a des déformations mais que le réseau établi n'est pas conçu pour les détecter.

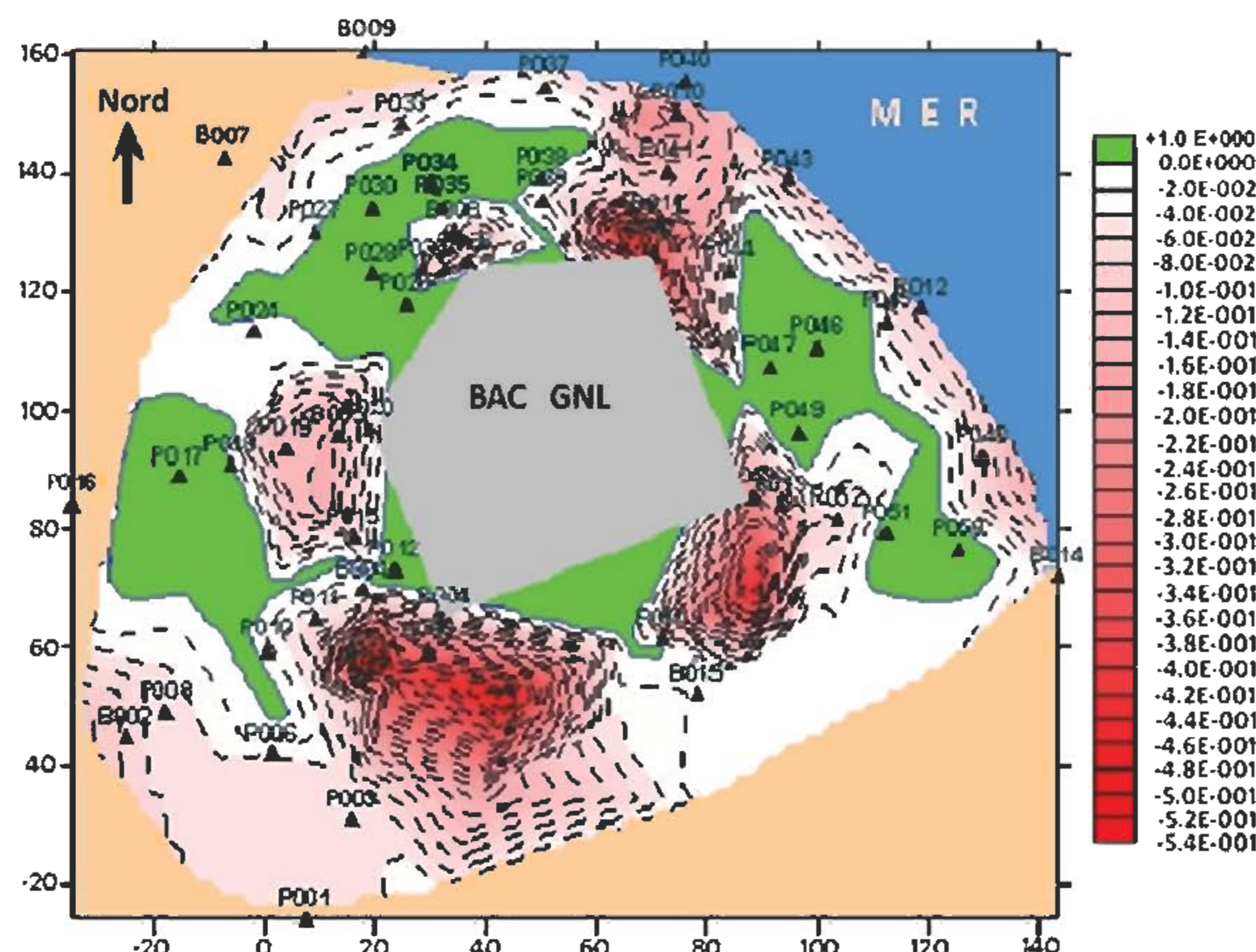


Fig. 8 Significativité de la dilatation (2000-2006)

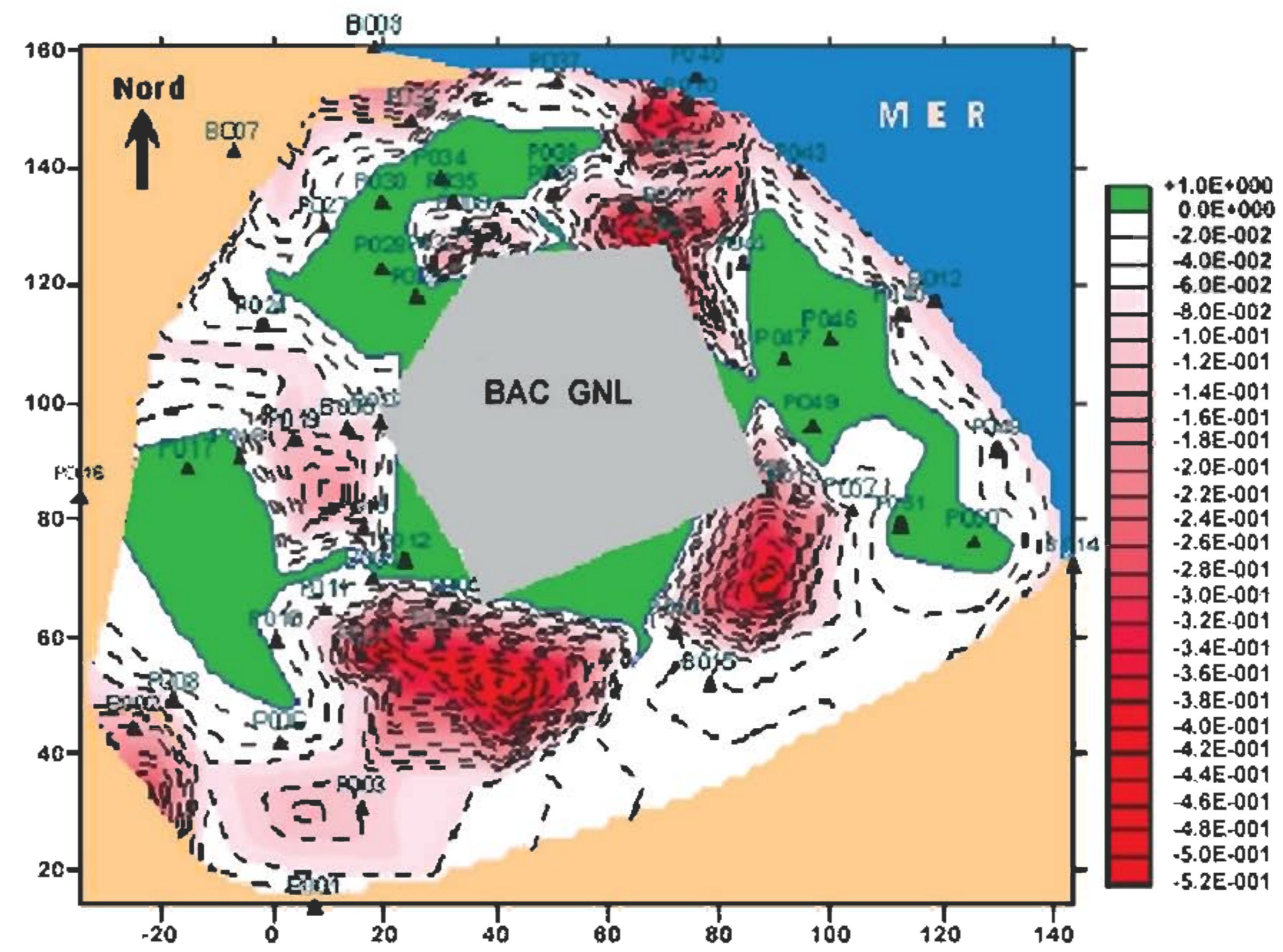


Fig. 9 Significativité du cisaillement (2000-2006)

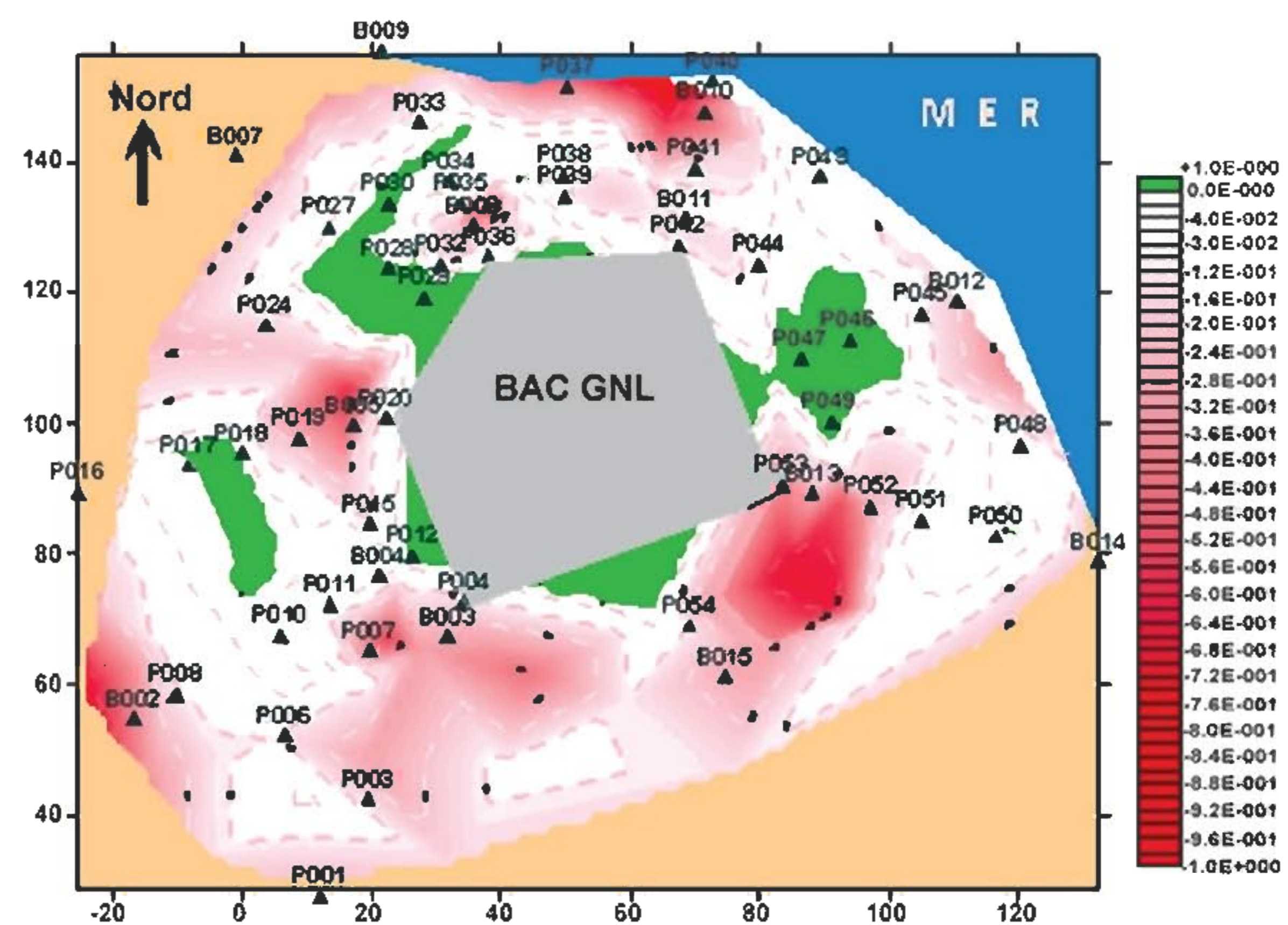


Fig. 10 Significativité de la rotation différentielle (2000-2006)

D'après les figures 8, 9 et 10 ci-dessus, le fait que la couleur rouge domine sur les graphes signifie que les déformations mesurées sont inférieures à celles que le réseau permet de détecter.

Nous pouvons constater aussi que les déformations mesurées en terme de dilatation, cisaillement et de rotation, qualifiées de "significatives et de l'ordre de la déformabilité", sont toutes situées

- dans les mêmes régions du réseau (couleur verte),
- dans les mêmes zones où les plus fortes déformations en cisaillement, en dilatation et en rotation ont été détectées, principalement au niveau des zones entourant le bac et situées au Nord-Est (côté mer) et Sud-Ouest (côté terre) du bac (figures 5, 6 et 7).

Nous remarquons également, d'après le tableau 6, que les valeurs moyennes des déformations du réseau estimées en terme de dilatation, de cisaillement et de rotation sont inférieures à celles de la déformabilité du réseau en terme de dilatation, de cisaillement et de rotation; Ce qui confirme les résultats de la significativité des déformations estimées qui montrent qu'il existe peu de zones



se déformant significativement (ordre de la déformabilité) en dilatation, cisaillement et rotation.

Tableau 6. Statistiques sur les primitives de déformations et la déformabilité du réseau (2000-2006).

	Min.	Max.	Moy.
Déformabilité Dilatation (ppm)	491,3	21954,5	5188,8
Dilatation Totale (ppm)	491,3	20823,5	4894,4
Déformabilité Cisaillement (ppm)	208,0	9872,5	2674,4
Cisaillement (ppm)	208,0	9219,6	2512,2
Déformabilité Rotation (degrés)	0° 002	0° 437	0° 081
Rotation (degrés)	0° 001	0° 386	0° 079

### IV.2 Déformations verticales (1D)

La description du comportement local du site dans la direction verticale est basée sur l'utilisation de la coordonnée géodésique locale U (composante Verticale ou élévation) de 56 points GPS qui constituent le canevas d'auscultation. Le gradient du champ de déplacement vertical permet de déterminer la déformation suivant la direction de la composante verticale (*gonflement ou tassement*). La figure 11 ci après, montre :

- En couleur rouge, les régions ayant subi un tassement,
- En couleur bleue, les régions ayant subi un gonflement.

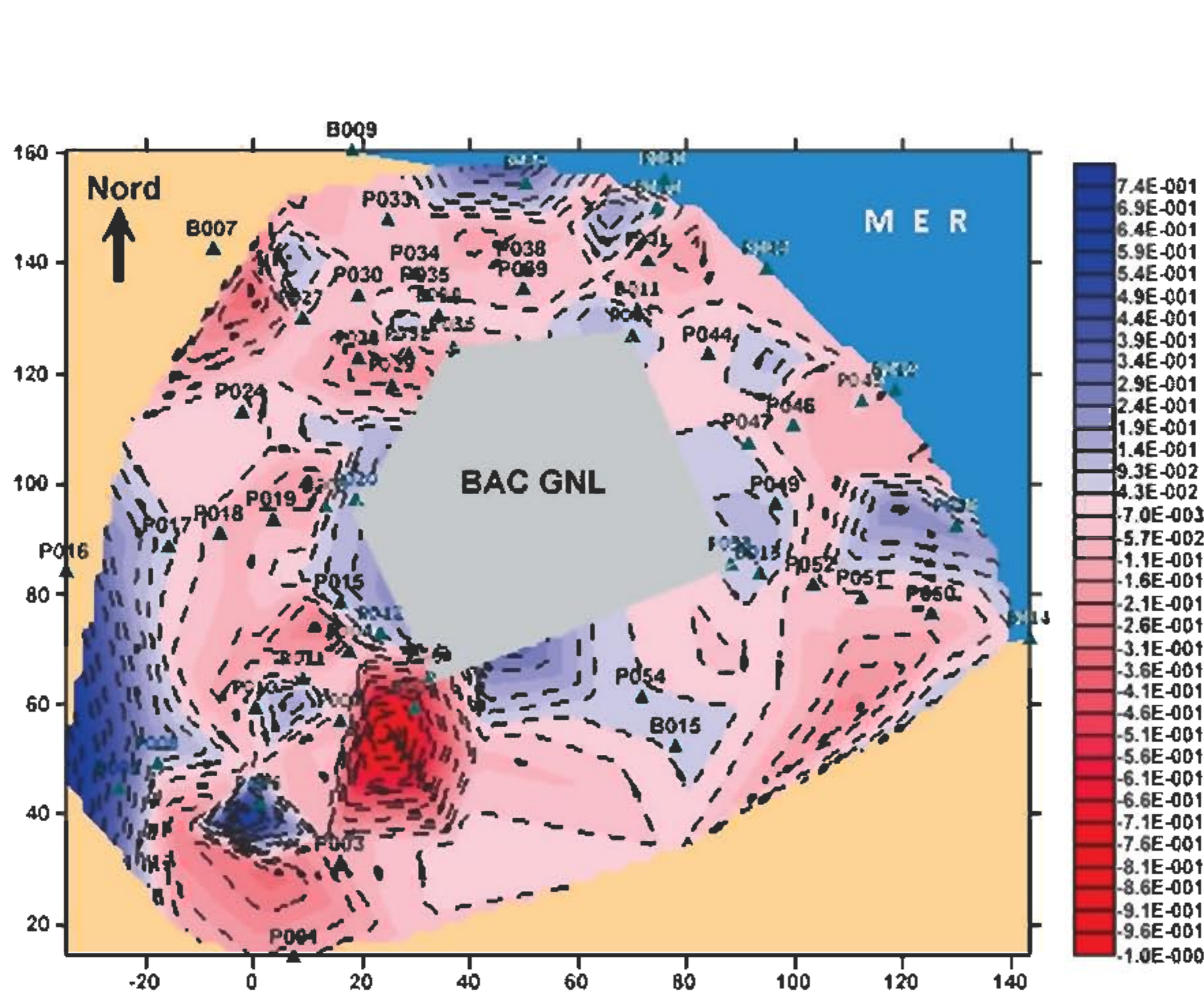


Fig. 11 Gradient du champ de déplacement vertical (2000-2006).

- Les zones affectées par l'affaissement (couleur rouge) sont plus nombreuses que celles se déformant en soulèvement (couleur bleue), environ 60%.
- L'amplitude du gradient du champ de déplacement vertical (Gonflement et Tassement) au niveau de la région située au Sud Ouest du bac (côté Terre: couleur foncée rouge et bleu) est plus importante que celle des zones situées à l'Est du réservoir.

l'amplitude moyenne du gradient du champ de déplacement vertical tend vers une valeur positive ( $\cong 0, 02$ ), ce qui confirme que l'amplitude de la déformation du terrain en terme de soulèvement (couleur bleue) est plus importante que celle en terme d'affaissement (couleur rouge) (tableau 7).

Tableau 7. Gonflement / Tassement (2000-2006)

	Gradient Du Champ De Déplacement Vertical (Allongement unitaire)			
	Tassement (rouge)	Triangles	Gonflement (bleu)	Triangles
Min.	0,00349962	P035, P038, P039	0,00078057	P049, P047, P046
Max.	1,05929422	P054, P004, P053	0,82859394	P008, P016, P017
Moy.	0,10885046		0,14706518	

La figure 12, représente la significativité des déformations du réseau estimées en terme de tassement et gonflement:

- En blanc (*seuil de significativité compris entre  $-10^{-5}$  et  $-10^{-8}$* ), les régions où les déformations estimées peuvent être qualifiées "significatives et de l'ordre de la déformabilité" (*seuil de significativité proche de 0*).
- En rouge, les régions où les déformations calculées ne sont pas significatives (*seuil de significativité  $< 0 \cong -10^{-5}$* ).

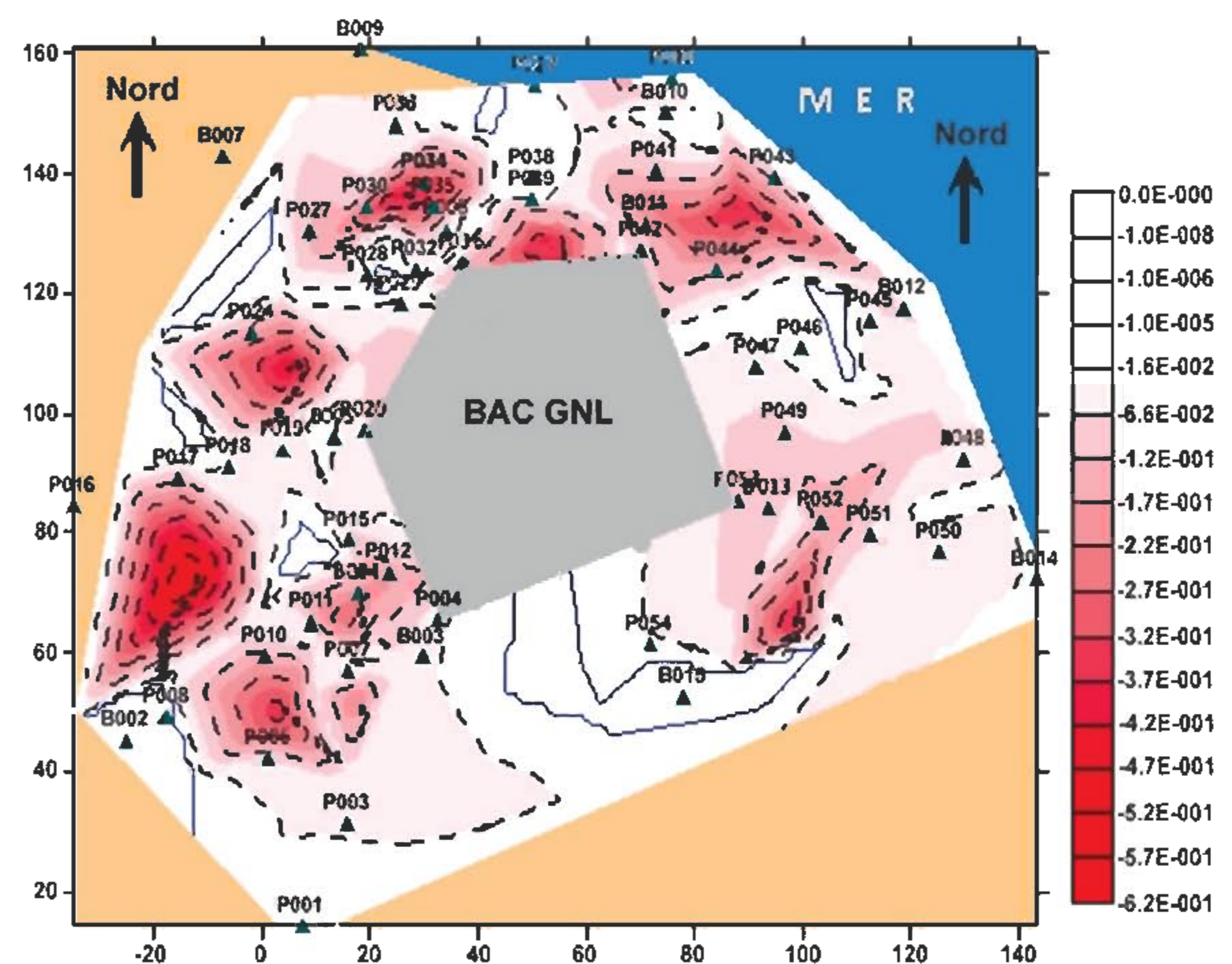


Fig. 12 Significativité du Gradient du champ de déplacement vertical (2000-2006).

Dans cet exemple (figure 12), le fait que la couleur rouge domine sur le graphe signifie que la plupart des régions de la zone d'étude ne se sont déformées significativement en gonflement et tassement.

Néanmoins, il est à noter qu'il existe des déformations en terme gonflement et tassement (en blanc) qui peuvent être qualifiées de "significatives et de l'ordre de la déformabilité" puisque leur degré de signification est proche de zéro ( $\cong -10^{-7}$ ).

Il s'agit principalement des zones situées au Sud, Sud-Ouest, Nord, Nord-Est et Nord Ouest du bac (en blanc entouré d'un trait bleu).

## V. Conclusion

L'étude des déformations dans un réseau géodésique à l'aide des tenseurs de déformation, ont l'avantage d'être indépendants du système de référence choisi. Le comportement local d'un site peut être décrit à l'aide des tenseurs de déformation qui définissent plusieurs paramètres: la dilatation (l'expansion et la contraction), le cisaillement et la rotation différentielle (torsion). Ces paramètres ont un double intérêt. Le premier réside dans le fait qu'ils explicitent le mode de déformation (par exemple, l'objet étudié se tord et/ou se dilate) et le second intérêt est qu'ils sont quantifiables (par exemple, l'objet se dilate d'une quantité dans une direction donnée). D'autre part, il est intéressant de remarquer que la déformabilité est une caractéristique inhérente au réseau et peut être déterminée au préalable.

En effet, il est possible de déterminer à priori les déformations qu'un réseau d'observations géodésiques sera apte à détecter. En outre, la définition de la significativité exposée s'adapte aux suivis des déformations de réseaux géodésiques car on se place ici dans l'hypothèse où les réseaux observés restent similaires (*mêmes points de mesure, mêmes grandeurs mesurées et mêmes précisions des observations*). En revanche, dans le cas où cette hypothèse n'est pas vérifiée, il est indispensable de prendre en considération le cas de réseaux observés différemment. En ce qui concerne l'analyse des déformations, la triangulation de Delaunay s'avère

plus appropriée aux réseaux géodésiques denses et de configuration géométrique optimale. Dans le cas contraire, il est souhaitable d'étudier les déformations par emploi de tenseurs de déformation régulièrement répartis (grille régulière), afin de faciliter l'interprétation des résultats.

## Références Bibliographiques

- Akrour B., 1990: *"Étude des déformations élastiques dans la zone sismique de CHLEF"*. Mémoire d'Ingénieur d'Etat, CNTS - Arzew.
- Million C., 1984: *"Conséquences de la précision des observations sur l'exploitation des mesures des mouvements des sols et des ouvrages"*. Revue ESGT-IGN, France.
- Hétroy F., 2008: un petit peu de géométrie algorithmique: *le diagramme de Voronoï et la triangulation de Delaunay*. polycopié. Année universitaire 2008-2009.
- Berber M., 2006: *"Robustness Analysis of Geodetic Networks"*. Thèse de Doctorat. Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada.
- Michel V., 2001: *"Utilisation des tenseurs pour la représentation des déformations et leur degré de signification"*. Rapport technique, IGN, SGN, DTS / France.
- Michel V., Thierry Person, 2003: *"From Geodetic Monitoring to Deformation Tensors and their Reliability"*. Proceedings, 11th FIG Symposium on Deformation Measurements, Santorini, Greece.