

Utilisation de la technique du Nivellement par GPS pour l'élaboration des surfaces de conversions altimétriques

S.A. Medjahed, A. Zeggai, B.Ghezali & H. Taibi
Division de Géodésie Spatiale - Centre des Techniques Spatiales

ملخص : إن إستعمال تقنية نظام تحديد المواقع (GPS) تسمح بالتزويد بالإضافة للإحداثيات الجيوديزية (λ, φ) لنقطة على سطح الأرض، إرتفاعها بالنسبة للإلبسوييد المرجعي (WGS84) و المسمى الإرتفاع الإلبسوييدي و الممثل بـ (he) على العموم، إهتمامنا يتركز أكثر على الإرتفاع الأرتومتري والذي هو قياس فزيائي مرتبط بحقل الجاذبية و معبر عنها في النظام الألتيمتري المعمول به.

نقترح في هذا المقال، طريقة لتحويل الإرتفاع الإلبسوييدي المعبر عنه في النظام WGS84 إلى إرتفاع أرتومتري معبر عنه في النظام الوطني (NGA) بإستعمال سطح تحول ألتيمتري.

الكلمات الأساسية : الإرتفاع الإلبسوييدي، الإرتفاع الأرتومتري، نظام تحديد المواقع GPS، التسوية عن طريق نظام تحديد المواقع GPS، سطح التحويل الألتيمتري.

Résumé : L'utilisation de la technique GPS nous permet de fournir autre que les coordonnées géodésiques (λ, φ) d'un point au sol, sa hauteur par rapport à l'ellipsoïde de référence (WGS84) appelée hauteur ellipsoïdale et notée (he).

En général, on s'intéresse beaucoup plus à l'altitude orthométrique qui est en fait une mesure physique liée au champ de pesanteur et exprimée dans le système altimétrique en usage.

Dans le présent article, on propose une méthode de conversion de la hauteur ellipsoïdale exprimée dans le système WGS84 vers une altitude orthométrique exprimée dans le système national NGA en utilisant une surface de conversion altimétrique.

Mots-Clés : Hauteur ellipsoïdale, Altitude orthométrique, GPS, Nivellement par GPS, Surface de conversion altimétrique.

Abstract : The use of GPS technique allows any user handling receiver to obtain the three-dimensional coordinates (λ, φ, he) in WGS84 system. The vertical component (he) is called ellipsoidal height. The user is generally interested by obtaining an Orthometric one.

I.e. a physical measurement related to the field of gravity expressed in the height system.

In this paper, we propose a method of converting an ellipsoidal height expressed in WGS84 system into an Orthometric one expressed in national system NGA by using an altimetric conversion surface grid.

Keywords : Ellipsoidal height, Orthometric height, GPS, GPS levelling, Altimetric conversion surface grid.

1. Introduction

L'utilisation d'une technique spatiale (GPS, GLONASS,..) de positionnement nous conduit à une solution globale. Les résultats obtenus après le traitement et l'ajustement des observations sont exprimés en coordonnées géodésiques (λ, φ, he) dans un système de référence géodésique appelé WGS84, ou (he) représente la hauteur ellipsoïdale. Cette hauteur diffère de l'altitude orthométrique définie par rapport au niveau moyen de la mer (géoïde).

L'objectif principal est la transformation de la composante verticale (he) obtenue par GPS en altitude orthométrique (H) par l'utilisation d'une surface de conversion altimétrique. Le processus est appelé transformation par grille. Ces grilles représentent une surface transitoire de passage entre les différentes grandeurs d'altitudes (h ellipsoïdale et H orthométrique).

La combinaison du nivellement et du GPS permet la conversion des altitudes ellipsoïdales en altitudes orthométriques. L'exécution de cette technique exige l'emploi d'un modèle du géoïde et un modèle d'ajustement, d'où la nécessité d'élaborer une méthodologie, simple de calcul des altitudes, destinée directement à un large public. Cet article s'adresse aux utilisateurs qui souhaitent réaliser des conversions entre les grandeurs altimétriques.

2. Conversion des altitudes par la technique nivellement par GPS

2.1 Référence altimétrique de la composante verticale

La composante verticale d'un point de l'espace peut être définie par rapport à deux surfaces de référence différentes :

- Dans le cas où l'on considère l'ellipsoïde (E), cette composante verticale est appelée hauteur ellipsoïdale et sera notée par he.

- Dans le cas du géoïde (G) qui est pris comme référence, cette composante sera appelée altitude orthométrique et sera symbolisée par H.

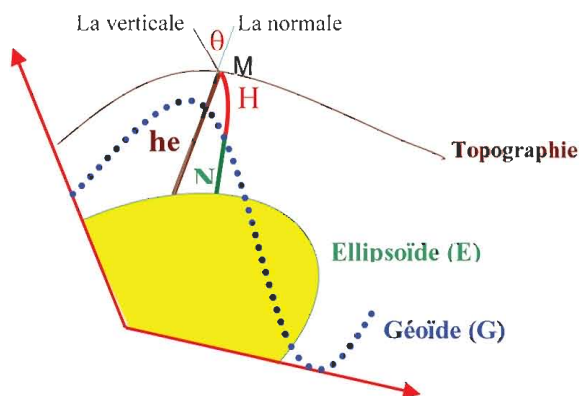


Fig. 1 Les différentes grandeurs altimétriques.

he : Hauteur ellipsoïdale. Elle désigne la distance séparant le point M de l'ellipsoïde et elle est contenue le long de la normale à l'ellipsoïde de référence et obtenue par le traitement des observations GPS.

H : Altitude orthométrique. Elle désigne la distance séparant le point M du géoïde, elle est mesurée le long de la verticale physique et déterminée par les opérations du nivellement.

N : Ondulation du géoïde qui est l'écart séparant la hauteur ellipsoïdale de l'altitude orthométrique.

2.2 Principe du Nivellement par GPS

L'objectif du nivellement par GPS est de faire le lien entre une hauteur ellipsoïdale (he) fournie par le traitement des observations GPS, et une altitude orthométrique (H) déterminée par les méthodes traditionnelles de nivellement à partir des points du réseau national. Chacune de ces grandeurs se réfère à une surface de référence différente (Ellipsoïde/Géoïde), ce qui implique des écarts qui peuvent atteindre plusieurs dizaines de mètres.

Les deux grandeurs (he) et (H) sont liées par une quantité appelée ondulation du géoïde (N) donnée par la relation fondamentale suivante :

$$H = He - N$$

- Où N : Ondulation du géoïde.
 he : Hauteur au dessus de l'ellipsoïde.
 H : Altitude orthométrique.

La relation suppose que sur chaque point, d'une part, la normale et la verticale au géoïde sont confondues (déviation de la verticale faible), et d'autre part, les courbures de la verticale et de la normale sont faibles.

Donc en première approximation linéaire et par conséquent les trois grandeurs sont parfaitement liées. L'importance de la relation ($H = He - N$) pour l'utilisateur d'un système de positionnement tel que le GPS, GLONASS ou GALILEO devient évidente lorsqu'on sait que ces systèmes ne fournissent que des hauteurs ellipsoïdiques.

2.3 Algorithme de conversion des altitudes par la technique du nivellement par GPS

La solution est donnée par combinaison des hauteurs ellipsoïdales fournies par le GPS, l'altitude orthométrique (nivellement de précision) avec un modèle de géoïde (OSU91A, EGM96, géoïde régional). La méthode de conversion des altitudes consiste en la construction d'une surface de correction. Cette surface est obtenue en faisant une comparaison entre le géoïde obtenu par GPS/Nivellement et le géoïde gravimétrique. Les étapes de calcul sont les suivantes :

1^{ère} Étape : Calcul de l'ondulation du géoïde par GPS/Nivellement : $N_i^{GPS} = h_{ei} - H_i$

Avec : $1 \leq i \leq n$ où n représente le nombre de points GPS nivelés.

2^{ème} Étape : Détermination par interpolation bilinéaire des ondulations du géoïde sur les points GPS à partir d'une grille de géoïde local ou global :

$$N_i^{Géoïde} = \text{Interpolation_Bilinéaire}(\lambda_i, \varphi_i)$$

3^{ème} Étape : Calcul de la différence entre le géoïde obtenu par GPS/ Nivellement et le modèle du géoïde gravimétrique utilisé (global/local) :

$$\Delta N_i = N_i^{GPS} - N_i^{Géoïde} = h_{ei} - H_i - N_i^{Géoïde}$$

4^{ème} Étape : Calcul des paramètres de conversion en utilisant le modèle de sept paramètres donné par :

$$\Delta N_i = a_1 \cos\varphi \cos\lambda + a_2 \cos\varphi \sin\lambda + a_3 \sin\varphi + a_4 \frac{\sin\varphi \cos\varphi \sin\lambda}{W} + a_5 \frac{\sin\varphi \cos\varphi \cos\lambda}{W} + a_6 \frac{1-f^2 \sin^2\varphi}{W} + a_7 \frac{\sin^2\varphi}{W}$$

Où $W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi}$

- f : Aplatissement de l'ellipsoïde WGS84
 e² : Excentricité de l'ellipsoïde WGS84

La solution est donnée par la méthode des moindres carrés : $X = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot B$

Avec : $X = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)^T$

5^{ème} Étape : Calcul de la correction des ondulations du géoïde sur les nouveaux points puis le calcul de l'altitude orthométrique de ces points :

$$N_{\text{corrigé}} = N_{\text{Géoïde}} + C$$

$$H = h_e - N_{\text{corrigé}}$$

Où C est la correction du géoïde

2.4 Application du nivellement par GPS pour la conversion des altitudes

L'objectif de l'application suivante est de transformer les altitudes ellipsoïdales en altitudes orthométriques dans la région d'Oran. Les données géodésiques utilisées sont :

- *Coordonnées dans le système WGS84 (GPS)* : Un fichier de 54 points obtenus à partir des observations GPS et fournissant les trois coordonnées (longitude, latitude, hauteur ellipsoïdique) et exprimées dans WGS84
- *Nivellement* : Un fichier contenant les altitudes de 34 points.
- *Géoïde* : Un géoïde gravimétrique obtenu par collocation à partir de plus de 12000 points gravimétriques répartis sur l'Algérie.

Les résultats et les statistiques des écarts sur les points sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau 1. Différences aux points d'appui et de contrôle.

	Max (m)	Min (m)	Moy (m)	RMS (m)
Pts d'appuis (18)	0.067	-0.104	0.000	0.049
Pts de contrôles (16)	0.076	-0.052	0.005	0.037

L'analyse de ces résultats permet de conclure que les altitudes orthométriques des points peuvent être calculées avec un RMS au dessous de 4 cm en utilisant le modèle du géoïde local calculé par collocation.

La précision de la méthode du nivellement par GPS pour le calcul des altitudes dépend de :

- La précision de la réalisation du système altimétrique,
- La précision de la mesure GPS de h_e ,
- La densité des points.

3. Tests Statistiques et validation des résultats

3.1 Test de Khi deux

A pour but d'éliminer les grosses erreurs. Les observations issues d'une population sont acceptées

si : $\chi_{n-m}^2 < \chi_{\text{Théorique}}^2$

Où χ_{n-m}^2 : Est la valeur de la distribution de Khi deux à (n-m) degrés de liberté et niveau de signification α avec n : le nombre de points d'appuis et m : le nombre des inconnus.

La probabilité est donc : $P(\chi_o^2 < \chi_i^2) = 1 - \alpha$

Le test est donné par la formule suivante :

$$\chi^2 = (n - m) \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$$

Avec σ_0 : Ecart type à priori pris égal à ± 0.05 m en référence aux tests effectués sur 109 points de contrôles.

Pour le degré de liberté = 11, le test de khi-deux :

Tableau 2. Test de khi-deux $\alpha = (99\%, 98\% \text{ et } 95\%)$

	$\chi_{\text{Théorique}}^2$	$\chi_{\text{Observé}}^2$	Test de khi-deux
99%	24.725		Positif
98%	22.618	10.430	Positif
95%	19.675		Positif

Le tableau indique que le test du khi deux est positif, cela signifie que les résidus suivent la loi normale et le modèle d'ajustement à 7 paramètres ne présente pas des distorsions.

3.2 Test de Student's

C'est un test de significativité qui peut être employé pour la comparaison de deux moyennes. Ce test ne peut être appliqué si les distributions des moyennes seront normales (distribution gaussienne) et leurs variances sont de même taille.

L'observation est acceptée si :

$$m - t \cdot \hat{\sigma}_0 \leq Vi \leq m + t \cdot \hat{\sigma}_0$$

Où t : la valeur tabulée de Student's

\bar{m} : La moyenne des écarts

$\hat{\sigma}_0^2$: L'écart type du vecteur des résidus

Degré de liberté = 11, le test de Student's :

Tableau 3. Test de Student's : $\alpha = (99\%, 98\%, 99\%)$

t-distribution Student's		Test de Student's
99%	3.106	0 observation Suspecte
98%	2.718	0 observation Suspecte
95%	2.201	0 observation Suspecte

Le test de Student's indique qu'aucune observation n'est suspecte pour $\alpha = 99\%, 98\%$ et 95% .

Le test de Taux permet en revanche de rejeter ou d'accepter les observations suspectes.

D'après les résultats obtenus, on conclut que la technique du nivellement par GPS employée pour conversion des altitudes GPS dans notre application (Région d'Oran) est suffisante et sert à élaborer la grille altimétrique de conversion des altitudes GPS.

4. Conversion des altitudes par grille altimétrique

4.1 Principe d'élaboration de la grille altimétrique

La méthode de la conversion des altitudes par grille consiste à la construction d'une surface de conversion altimétrique. Cette surface est obtenue par interpolation dans un semi de points régulièrement répartis dans la zone de transformation.

Un algorithme simple a été développé pour la construction des maillages de la grille (N_{Grille}) où N_{Grille} représente la valeur du géoïde corrigé et calculé à l'aide de la technique du nivellement par GPS.

4.2 Structure de la grille altimétrique

Chaque grille altimétrique est fournie sous forme d'un fichier (Texte /Binaire) selon la configuration suivante :

- En tête : $\lambda_{Min} \lambda_{Max} \varphi_{Min} \varphi_{Max} \Delta X \Delta Y$
- Corps de la grille : Valeur du géoïde corrigé.

Le principe d'utilisation de la grille conversion altimétrique est simple :

1- Positionner le point à transformer sur une maille de la grille et les 4 noeuds de la maille sont à rechercher.

2- Calculer la valeur du géoïde corrigé sur le point à transformé par interpolation bilinéaire donnée par la formule suivante :

$$N_c = (1-x).(1-y).N_1 + (1-x).y.N_2 + x.(1-y).N_3 + x.y.N_4$$

Avec

$$X = \frac{\lambda_p - \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_1} \quad \text{et} \quad Y = \frac{\varphi_p - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1}$$

Où N_1, N_2, N_3, N_4 : Les valeurs du géoïde corrigé sur les quatre noeuds avoisinant le point de calcul.

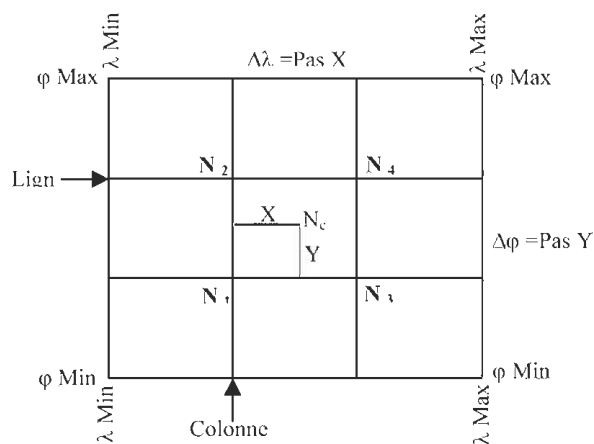


Fig. 2 Interpolation de N_c

3- Calculer latitude orthocentrique H en utilisant la relation : $H = h_e - N$

5. Application de la transformation par grille

5.1 Élaboration de la grille altimétrique

Dans l'application suivante, l'élaboration de la grille de conversion altimétrique à été effectuée à partir, d'une part, d'un modèle de géoïde gravimétrique calculé par collocation au niveau de la division de géodésie (CTS) et d'autre part, un fichier de données GPS dans la région d'Oran. Les caractéristiques de la grille sont :

λ_{Min}	-00°60	λ_{Max}	00°09
φ_{Min}	35°55	φ_{Max}	35°90
$\Delta \lambda$	0.001°	$\Delta \varphi$	0.001°

Fig. 3 Les caractéristiques de la grille.

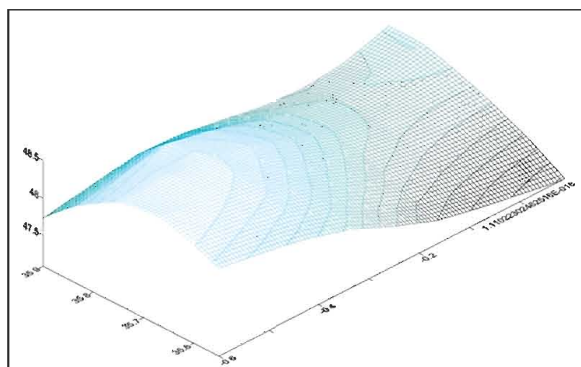


Fig. 3 La grille altimétrique.

La grille décrit la surface de conversion des altitudes GPS en altitudes orthométriques exprimées par rapport au système altimétrique national (NGA).

5.2 Conversion des altitudes GPS par grille

Afin de tester l'efficacité de la grille de conversion altimétrique élaboré dans la région d'Oran, une étude comparative a été réalisée sur le point 305B.

Ce point a été mesuré par GPS ($h_e = 74.78m$) et rattaché par nivellement au réseau altimétrique national (H orthométrique = 26.652 m). Le processus de la conversion par grille altimétrique est représenté dans l'application suivante :

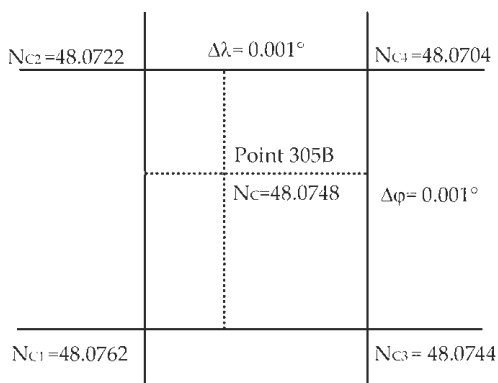


Fig. 4 Conversion de l'altitude du point 305B

Le tableau suivant illustre les écarts entre l'altitude calculée par la technique du nivellement par GPS et celle calculée par la grille de conversion altimétrique.

Tableau 4. Conversion du point 305B

H calculée par nivellement (m)	26.652
H calculée par grille altimétrique(m)	26.705
Différence (m)	0.053

On remarque qu'il existe une différence de 5.3 cm entre l'altitude du point 305B obtenu par Nivellement et celle calculée par la grille de conversion altimétrique en utilisant la méthode d'interpolation bilinéaire.

L'utilisation d'une autre méthode pour interpoler l'ondulation du géoïde peut améliorer les résultats de la conversion des altitudes par la grille de conversion altimétrique, c'est-à-dire rendre l'équation :

$$H_{\text{Nivellement Classique}} - H_{\text{Grille Altimétrique}} = 0$$

6. Conclusion

L'objectif de cet article est de présenter les étapes qui ont conduit à l'élaboration de la grille de conversion altimétrique en utilisant la technique du nivellement par GPS. Cette grille a été utilisée pour obtenir des altitudes orthométrique exprimées dans le système altimétrique national à partir des hauteurs ellipsoïdales GPS. La grille altimétrique de transformation de la composante verticale représente la surface de conversion, cette surface, d'après les applications réalisées dans la région d'Oran, est très utile afin de transformer la hauteur ellipsoïdale obtenue par GPS en altitude orthométrique exprimée par rapport au (NGA).

La précision de la conversion par grille altimétrique est liée à la précision du nivellement par GPS d'une part, et d'autre à la précision de l'interpolateur utilisé.

En fin, le calcul d'une grille tridimensionnelle serait le meilleur moyen à mettre à la disposition de l'utilisateur d'un système de positionnement tel que le GPS pour une transformation de trois dimensions et qui rend les transformations entre systèmes de références très simples.

Références Bibliographiques

Andreas Schlatter et Urs Marti : Nouveau réseau altimétrique national RAN95. Office fédéral de topographie (suisse).

A.zeggai, S.Medjahed, S.A.Ben Ahmad, B.Gazali, R.Ait Ahmed Lamara, H.Taibi (2006) : Détermination d'altitudes par GPS/Nivellement. Application : région d'Oran et de Constantine bulletin des sciences géographiques N°18 (octobre 2006).

Zeggai, S.A Benahmed Daho, B. Ghezali, H. Taibi , R. Ait Ahmed Lamara (2006) : Conversion altimétrique des hauteurs ellipsoïdales par GPS. Revu XYZ N° 109 – 4 4e trimestre 2006.

C.Kotsakis et M.G.Sideris (1999) : On the adjustment of combined GPS/levelling /geoid networks. Journal of geodesy (1999).

- El Hassan Benaim et Lahcen Bouramdane (2003) :
Plan côté au GPS. 2nd FIG Régional Conférence.
Marrakech. Maroc. Décembre 2-5. 2003
- Henri Immediato : Cours de Statistiques (2^{ème} partie)-
LICENCE Scientifique - Université Claude
Bernad –LYON.
- Ramousse R, Le Berre M & Le Guelte L (2006) -
Introduction aux Statistiques.
- J. M. Nocquet, H. Duquenne, C. Boucher, A.
Harmel, P. Willis (Février 2000) : Conversion
altimétrique RGF93-IGN69. Correction des alti-
tudes GPS en France. Groupe de Travail Perma-
nent « Positionnement Statique et Dynamique ».
Conseil National de l'Information Géographique.
- Notice d'utilisation - IGN (Janvier 1998) : Grille de
conversion altimétrique RGR93_IGN69/IGN78.
IGN. Service De Géodésie et Nivellement.
Version 1.0R.
- Ramousse, M.Le Berre & Le GuelteL. (1996):
Introduction aux Statistiques.
- S.A.Medjahed (Février 2006) : Intégration des
données GPS. Nord Sahara et de Nivellement en
vue d'une transformation tridimensionnelle. Cas
de l'Algérie. Mémoire de Magister CNTS.
- G.Fotopoulos (2003) : An analysis on the optimal
combination of geoid, orthometric and ellipsoidal
height - Department of Geomatics Engineering
data- University of Calgary.
-