

## Méthodologie d'Analyse de la Qualité des Réseaux Géodésiques Bidimensionnels

B. GOURINE & B. GHEZALI

Division de Géodésie Spatiale – Centre des Techniques Spatiales (CTS)

BP n° 13. Arzew – 31200 – ALGERIE, Tél.: +213 41 47 22 17; Fax : +213 41 47 36 65

E-mail : baclurgourine@yahoo.co

ملخص :

يستند منهج تحليل نوعية الشبكة الجيوديزية ، في هذا المقال، على ثلاثة مفاهيم : المصدافية ، الصلابة و الدقة الداخلية للشبكة . يسمح تحليل مصداقية الشبكة بكشف أخطاء الملاحظات التي لم يكشفها التحليل العرضي . يهدف تحليل صلابة الشبكة إلى التقييم الدقيق لأثر أخطاء الملاحظات على الشبكة باستعمال مفهوم وثرة التغير . أخيراً ، يتعلق تقييم النوعية الداخلية للشبكة بتطبيق S-transformation على أبعاد الشبكة وإختلاف مصفوفاتهم بهدف تخفيض الأخطاء الخارجية للملاحظات . تركز التطبيق حول تحليل شبكة جيوديزية ثنائية الأبعاد ( 2D ) متكونة من 13 نقطة جيوديزية من الفئة الأولى (نظام شمال الصحراء 1959)، و التي تقع في شمال غرب الوطن . النتائج المختلفة المحصل عليها خلال هذا التحليل موضحة .

**Résumé :** La méthodologie d'analyse de la qualité d'un réseau géodésique, présentée dans cet article, repose sur trois concepts : la fiabilité, la robustesse et la précision interne du réseau. L'analyse de la fiabilité du réseau permet de détecter les observations aberrantes (outliers) non détectables par l'analyse stochastique. L'analyse de robustesse du réseau a pour but l'évaluation fine des effets des erreurs d'observations sur le réseau en utilisant le concept du tenseur de déformation. Enfin, l'évaluation de la qualité interne du réseau concerne l'application de la S-transformation sur les paramètres du réseau et leurs matrices variances covariances dans le but de minimiser les erreurs externes des observations. L'application a porté sur l'analyse d'un réseau géodésique bidimensionnel (2D) composé de 13 points géodésiques du premier ordre (Nord Sahara 1959), situés dans la région Nord Ouest du pays. Les différents résultats obtenus lors de l'analyse sont illustrés.

**Mots clés :** Réseau Géodésique, Précision, Fiabilité, Robustesse, S-transformation.

**Abstract :** The methodology of analysis quality of a geodetic network, presented in this paper, is based on three concepts : the reliability, the robustness and the internal precision of the network. The analysis of the network reliability permits to detect the gross errors non detectable by the stochastic analysis. However, the aim of network robustness analysis is the fine evaluation of observations errors effects on the network points, using the concept of strain tensor of deformation.

Finally, the evaluation of the internal quality of the network concerns the application of the S-transformation on the network parameters and their variance covariance matrices, in order to minimize the external errors of observations. The application has focused on the analysis of a bi-dimensional (2D) geodetic network composed of 13 geodetic points of first order (Nord Sahara 1959), situated in the North West region of the country. The different results obtained during the analysis are illustrated.

**Keywords :** Geodetic Network, Precision, Reliability, Robustness, S-Transformation.

### 1. Introduction

Habituellement, l'analyse des réseaux géodésiques repose sur des tests statistiques usuels qui consistent aux tests des observations aberrantes, du facteur de variance à priori, des ellipses d'erreurs absolues et relatives, et des résidus ajustés (Vanicek et al., 2001). Tous ces tests sont basés sur l'hypothèse nulle  $H_0$  qui postule que le vecteur des résidus suit une distribution normale de probabilité. Dans ce cas, les mesures erronées peuvent être éliminées du traitement. Le problème se pose quand les erreurs sur les observations sont indétectables par ces tests.

Baarda est le premier géodésien qui a mené une étude sur le risque de 2<sup>ème</sup> espèce dans l'établissement des réseaux géodésiques.

L'idée principale est la formulation d'une hypothèse alternative  $H_A$  (négation de l'hypothèse  $H_0$ ) qui postule l'existence des erreurs indétectables par les tests usuels (Han et al., 1999) ; (Vanicek et al., 2001). Ses investigations dans ce domaine, le menèrent à établir la théorie de la *fiabilité*.

Une extension de cette théorie, appelée *analyse de la robustesse*, vient de conforter l'analyse des réseaux géodésiques. Cette technique se base sur la combinaison de la fiabilité et de la déformation du réseau en utilisant le concept du tenseur de déformation définissant le gradient du champ des déplacements.

Après l'ajustement du réseau géodésique, la matrice variance covariance des paramètres estimés reste entachée d'erreurs "externes" dues aux effets non modélisables et / ou aux réductions négligées (réfraction atmosphérique, déviation de la verticale, ...) (Leick, 1990).

Dans le but de minimiser ces erreurs externes pour bien caler le réseau et évaluer sa *précision réelle ou interne*, nous introduisons une technique connue sous le nom de "*S-transformation*".

## 2. Méthodologie d'Analyse des Réseaux Géodésiques (2D)

La méthodologie d'analyse des réseaux géodésiques bidimensionnels (2D), adoptée dans cet article, comporte les étapes suivantes :

- *Analyse stochastique* : repose sur des tests statistiques permettant de juger la qualité du modèle d'ajustement, des observations et des paramètres ajustés ;

- *Fiabilité du réseau* : permet de détecter les observations aberrantes ou les systématismes résiduels des observations non détectables par l'analyse stochastique et leurs effets sur les paramètres estimés ;

- *Analyse de robustesse du réseau* : consiste à évaluer les effets des erreurs d'observations sur le réseau en utilisant le concept du tenseur de déformation;

- *Evaluation de la qualité interne du réseau* : concerne l'application de la S-transformation sur les paramètres du réseau et leurs matrices variances covariances afin de bien caler le réseau et d'évaluer sa précision interne.

### 2.1 Analyse stochastique du réseau

L'analyse stochastique comporte deux grands volets:

(a) *Analyse de la qualité des observations* :

- Test du  $\chi^2$  (conformité de la distribution des résidus avec la distribution normale),
- Test de Student (intervalle de confiance),
- Test de Tau (conformité des résidus normalisés à la loi normale centrée réduite).

(b) *Analyse de la qualité des paramètres estimés* :

- Précisions des paramètres du réseau,
- Ellipses d'erreurs absolues,
- Ellipses d'erreurs relatives.

### 2.2 Fiabilité du réseau

La *fiabilité d'un réseau* peut être représentée comme étant la capacité d'un réseau de *détecter* et de *résister* aux erreurs d'observations non détectables par les tests statistiques classiques. Elle dépend de la géométrie du réseau et de la précision des observations (Seemkooei, 2001).

Le but recherché, en terme de fiabilité, est la minimisation de la magnitude des erreurs non détectables dans les observations et par conséquent, la minimisation des effets de ces erreurs sur les paramètres estimés. Deux éléments essentiels définissent la fiabilité (Lachapelle, 2000) :

(a) *Fiabilité interne* : elle permet de contrôler les observations. Elle comprend plusieurs indicateurs, notamment, la part de redondance ( $r_i$ ), le résidu standardisé et la plus petite faute détectable ( $V_{li}$ ) dans la  $i^{\text{ème}}$  observation  $l_i$ . Dans le calcul de cette dernière, la puissance du test  $\beta$  est fixée à une valeur référence de 80%, d'après Moore et al. (2002). On a alors (Carosio et al., 1995) ; (Dominici et al., 1995) :

$$V_{li} = \sigma_{vi} \cdot \frac{\delta}{\sqrt{r_i}} \quad (1)$$

Avec :

$\sigma_{vi}$  : écart-type du résidu de l'observation  $l_i$ ,  
 $r_i$  : part de redondance de l'observation  $l_i$ ,

$\delta$ : paramètre d'excentrement de la densité de probabilité des résidus et il est en fonction des erreurs de I<sup>ère</sup> et II<sup>ème</sup> espèce ( $\alpha, \beta$ ), (Leick, 1990) ; (Vanicek et al., 2001).

Les parts de redondance des observations sont les éléments diagonaux de la matrice  $R$  définie telle que (Seemkoei, 2001) :

$$R = I - A(A^T P A)^{-1} A^T P \quad (2)$$

Où  $A$  et  $P$ , représentent respectivement les matrices de configuration et des poids des observations. Les valeurs des parts de redondance sont comprises entre 0 et 1. La valeur 0 signifie que l'erreur sur l'observation considérée ne peut pas être identifiée et la valeur 1 signifie que l'observation est bien contrôlée.

(b) *Fiabilité externe* : l'indicateur de *fiabilité externe*, noté  $\nabla_x$ , est l'effet de chaque  $\nabla_{li}$  sur les paramètres estimés des points du réseau. Elle est représentée par la relation suivante (Carosio et al., 1995) ; (Dominici et al., 1995) :

$$\nabla_x = (A^T P A)^{-1} A^T P \nabla_{Li} \quad (3)$$

### 2.3 Analyse de robustesse du réseau

#### 2.3.1 Définition

Par définition, la robustesse d'un réseau géodésique est une combinaison de la fiabilité et de la *déformation* du réseau (Vanicek et al., 2001). C'est une technique plus appropriée pour l'évaluation fine des effets des erreurs d'observations sur le réseau en utilisant le concept du tenseur de déformation qui définit le gradient du champ des déplacements. Etant donné un champ de déplacement bidimensionnel  $U(x, y) = (u, v)^T$  en fonction de la position  $X=(x, y)^T$ , la matrice du tenseur de déformation  $E$  est définie par (Seemkoei, 2001) ; (Vanicek et al., 2001) ; (Michel et al., 2003):

$$E = \frac{\partial U(x, y)}{\partial X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) \\ \frac{\partial v}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial v}{\partial y}(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{ux} & e_{uy} \\ e_{vx} & e_{vy} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Elle contient toute l'information de la déformation, mais reste très difficile à interpréter. Afin de faciliter l'interprétation du tenseur de déformation, différentes grandeurs scalaires peuvent être déduites de la matrice de déformation  $E$ , appelées *primitives de la déformation*, telles que:

- La dilatation ou tenseur moyen :

$$\lambda = \frac{1}{2}(e_{ux} + e_{vy});$$

- Le cisaillement total  $\gamma$  :

$$\gamma = \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{1}{2} \sqrt{(e_{ux} - e_{vy})^2 + (e_{uy} + e_{vx})^2}$$

- La rotation différentielle locale :

$$\delta\omega = \frac{1}{2}(e_{uy} - e_{vx}) - \Omega = \omega - \Omega.$$

Où  $\Omega$  représente la rotation globale qui correspond à la moyenne des  $\omega$  sur les points du réseau.

L'analyse de robustesse utilise les valeurs absolues de la *fiabilité externe* maximale  $|\nabla_x|_{\max}$  du réseau comme étant un champ de déplacement local (Seemkoei, 2001). Les gradients de ce champ sont évalués séparément pour chaque coordonnée  $x$  et  $y$  pour déterminer les composantes de la matrice du tenseur de déformation leur correspondant.

L'analyse et l'interprétation des résultats tiennent compte des valeurs *maximales* des primitives de déformations notées ( $\lambda_{\max}, \gamma_{\max}, \delta\omega_{\max}$ ) décrivant respectivement la robustesse du réseau en *échelle* (dilatation), en *configuration* (cisaillement total), et en *orientation* (rotation différentielle).

#### 2.3.2 Déformabilité et degrés de signification

La signification de ces paramètres est basée sur l'estimation de la *déformabilité* du réseau qui représente l'inverse de sa solidité dans le sens où un réseau déformable est un réseau sensible aux incertitudes des observations. En d'autres termes, c'est l'étude du comportement du réseau sous l'effet des variations des observations dans leur intervalle de confiance. Ce choix de caractériser la déformabilité d'un réseau est dû au fait qu'il est possible de quantifier les déformations qu'implique une variation des observations. Pour cela, nous introduisons la notion de *déplacement virtuel* d'un point qui est défini comme étant le déplacement de ce point qu'impliquent des modifications aléatoires des observations dans leur intervalle de confiance et de *déformation virtuelle* du réseau qui représente la déformation consécutive aux déplacements virtuels de l'ensemble des points du réseau.

La quantification de la déformabilité d'un réseau est basée sur les *primitives de déformation virtuelle* obtenue par la méthode de *Monté Carlo* qui consiste à effectuer une série de tirages aléatoires de jeux d'observations bruitées selon leur distribution statistique. A partir d'un jeu d'observations donné, on ajuste le réseau et on évalue sa fiabilité externe. Les nouvelles valeurs de la fiabilité externe maximale ainsi déterminées seront les déplacements virtuels à partir desquels les déformations virtuelles sont calculées. La réitération de ce processus s'effectue suivant le nombre de simulations.

La déformabilité est donnée par la relation suivante :

$$Def = M + T \tag{6}$$

Où  $M$  et  $T$  représentent, respectivement, la moyenne et la tolérance des primitives de déformation virtuelle obtenues à partir d'un jeu de simulations de *Monté Carlo*. La tolérance  $T$ , égale à 2,57 fois l'écart type de ces primitives, permet de recouvrir 99% des déformations virtuelles, dans l'hypothèse que l'échantillon calculé suive une loi normale (Michel et al., 2003) :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{def} &= \bar{\lambda} + 2,57\sigma_{\lambda} \\ \gamma_{def} &= \bar{\gamma} + 2,57\sigma_{\gamma} \\ \delta\omega_{def} &= \bar{\delta\omega} + 2,57\sigma_{\delta\omega} \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Avec :

$\bar{\lambda}$ ,  $\sigma_{\lambda}$  : moyenne et écart type des dilatations virtuelles (simulées);

$\bar{\gamma}$ ,  $\sigma_{\gamma}$  : moyenne et écart type des cisaillements totaux virtuels (simulés);

$\bar{\delta\omega}$ ,  $\sigma_{\delta\omega}$  : moyenne et écart type des rotations différentielles virtuelles (simulées).

Enfin, à partir de la déformabilité, le *degré de signification* ( $\Sigma$ ) des tenseurs de déformation peut être défini pour chaque primitive de déformation réelle ( $\lambda_{max}, \gamma_{max}, \delta\omega_{max}$ ), par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \Sigma_{\lambda} &= \frac{\lambda_{max} - \lambda_{def}}{\lambda_{def}} ; \quad \Sigma_{\gamma} = \frac{\gamma_{max} - \gamma_{def}}{\gamma_{def}} ; \\ \Sigma_{\delta\omega} &= \frac{\delta\omega_{max} - \delta\omega_{def}}{\delta\omega_{def}} \end{aligned} \tag{8}$$

Avec :  $-1 \leq \Sigma \leq +\infty$ , tel que si :

-  $\Sigma < 0$  : la déformation n'est pas significative car elle peut être considérée comme la conséquence d'un bruit de mesure dans les observations.

-  $\Sigma > 0$  : la déformation est significative.

-  $0 < \Sigma < 1$  : la déformation est significative et elle est de l'ordre de la déformabilité.

#### 2.4. Evaluation de la qualité interne du réseau

Après l'ajustement du réseau géodésique, la matrice variance covariance des paramètres estimés, notée,  $C_{\hat{x}}$  reste entachée d'erreurs *externes* dues aux effets non modélisables et / ou aux réductions négligées (Leick, 1990) et notamment à l'effet du système de référence (Sillard, 1999). Ces effets exercent une influence systématique sur les résultats qui se traduisent par une translation, une rotation et une mise à l'échelle du réseau estimé (Welsch, 1986).

Pour minimiser ces erreurs, nous avons utilisé une transformation de similitude appelée S-transformation qui s'exprime par la formule suivante (Kuang et al., 1992) ; (Wellenhof et al., 1993) ; (Sillard, 1999):

$$S = I - G(G^t \cdot G)^{-1} G^t \tag{9}$$

Où  $S$  est appelée aussi projecteur,  $I$  est la matrice identité et  $G = [ G1 \ G2 \ \dots \ Gn ]$  représente la matrice des contraintes sur l'origine, sur l'orientation et sur l'échelle du réseau, telle que :

$$G^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -y_1^0 & x_1^0 & \dots & -y_p^0 & x_p^0 \\ x_1^0 & y_1^0 & \dots & x_p^0 & y_p^0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Translation en } x \\ \text{Translation en } y \\ \text{Rotation} \\ \text{Facteur d'échelle} \end{array}$$

Où  $(x_i^0, y_i^0)$  sont les coordonnées approchées du  $i^{\text{ème}}$  point et  $p$  nombre de points.

Les paramètres internes du réseau sont obtenus par une S-transformation des paramètres estimés :

$$X^i = S \cdot \hat{X} \tag{10}$$

La solution interne  $X^i$  est une solution unique du réseau (Corsilla, 1984). La précision interne du réseau, notée  $C_{\hat{x}}^i$ , est obtenue par une S-transformation de la matrice variance covariance externe des paramètres, notée  $C_{\hat{x}}^e$ , telle que :

$$C_{\hat{x}}^i = S \cdot C_{\hat{x}}^e \cdot S^t \tag{11}$$

Elle est caractérisée par la propriété de la trace minimale, c à d.,  $tr(C_{\hat{x}}^i) = \min$ .

### 3. Application

L'application a porté sur l'analyse d'un réseau géodésique bidimensionnel (2D) composé de 13 points géodésiques du premier ordre situés dans la région Nord Ouest de l'Algérie.

Les données géodésiques utilisées lors de l'analyse sont constituées de 51 observations angulaires (50 lectures horizontales et un azimut de Laplace) et sont fournies par l'Institut National de Cartographie et de Télédétection (INCT). Les précisions des mesures d'angle et d'azimut sont respectivement de l'ordre de  $\pm 7$  dmgr et  $\pm 3$  dmgr. La méthode d'ajustement du réseau adoptée est celle avec "contraintes internes" (Gourine et al., 2005).

### 3.1 Analyse stochastique du réseau

Le tableau (1) montre que les résidus suivent une loi normale puisque le test du  $\chi^2$  est positif. Le test de Student n'a révélé aucune observation suspecte qui soit hors intervalle de confiance [-2dmgr, +2dmgr].

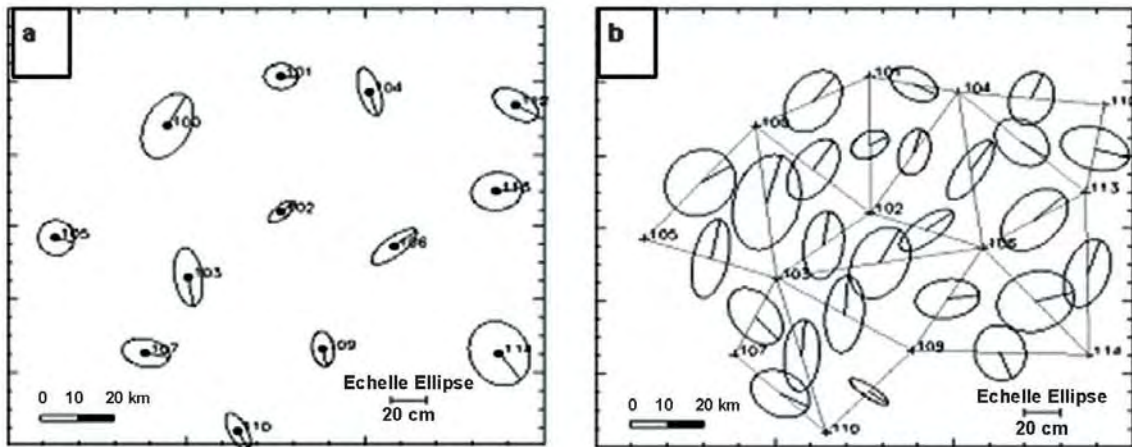
**Tableau 1.** Statistiques de l'ajustement du réseau.

Nombre d'inconnues	39
Nombre d'observations	51
Nombre de paramètres du datum (système de coordonnées de référence)	4
Ecart type à priori $\sigma_0$	8 dmgr
Ecart type à posteriori $\hat{\sigma}_0$	2 dmgr
Test du $\chi^2$	Positif
Test de Student	Pas d'observations suspectes
Test de Tau	Positif pour chaque résidu

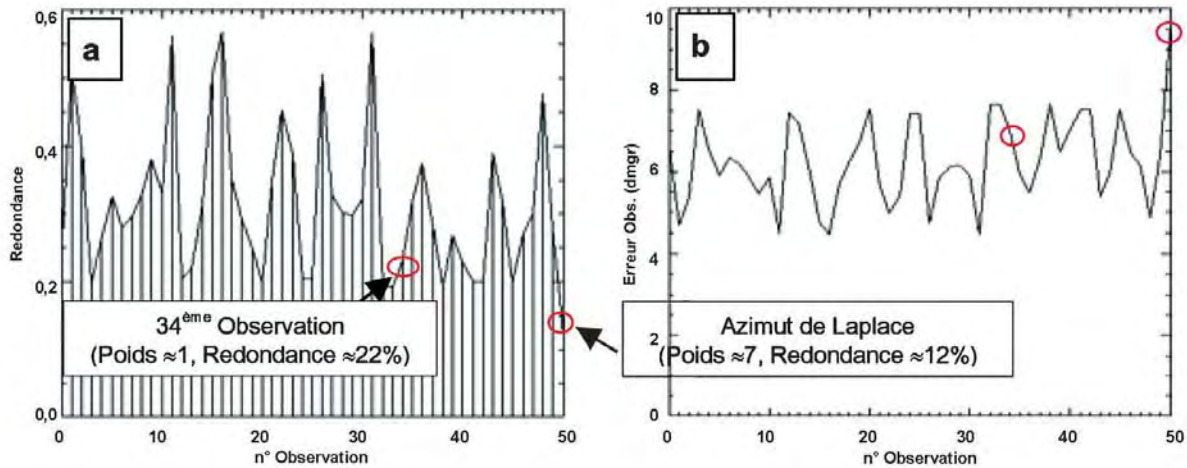
Les dimensions des ellipses d'erreurs absolues sont en moyenne de 12 cm (figure 1.a), de même que pour les dimensions des ellipses d'erreurs relatives de l'ensemble des couples de points sont en général de même amplitude (en moyenne  $\approx 16$  cm) (figure (1.b)). Par conséquent, la précision obtenue sur l'ensemble des points du réseau est homogène et jugée bonne vis à vis de la précision requise en géodésie classique ( $\pm 20$  cm).

### 3.2 Fiabilité du réseau

Les figures (2) et (3) représentent respectivement, l'amplitude des erreurs d'observations non détectables par les tests statistiques usuels et leurs effets sur les paramètres estimés du réseau. L'influence de la fiabilité interne sur les paramètres estimés dépend essentiellement de la part de redondance des observations. Plus la part de redondance d'une mesure est petite (i.e., faible contribution au degré de liberté), plus son influence sur les paramètres estimés devient importante.



**Fig. 1** (a) Ellipses d'erreurs absolues; (b) relatives.



**Fig. 2** Fiabilité interne du réseau : (a) redondance des observations, (b) fiabilité interne.

En d'autres termes, si la part de redondance est proche de 1, la variance des résidus est de l'ordre de la variance des observations et par conséquent, la variance des observations ajustées tend vers 0. Dans ce cas, le bruit dans les résidus est égal à celui des observations (i.e., les observations sont ajustées avec une grande précision). Par contre, si la part de redondance est proche de 0, alors la variance des résidus est nulle (i.e., la variance des observations ajustées est égale à celle des observations). Pour garantir la fiabilité du réseau, la variance des observations ajustées doit être inférieure à celle des observations (Cepek, 2001).

La figure (2.a) montre que les valeurs de la redondance des observations sont comprises entre 20% et 60% et que les erreurs détectées (fiabilité interne : figure 2.b) sont en moyenne de 6 dmgr. Par exemple, la part de redondance pour l'observation ajustée n° 34 est égale à 28% et que sa variance est inférieure à celle de sa mesure brute. Par contre, la part de redondance relative à l'azimut de Laplace est relativement plus petite ( $\approx 12\%$ ) et l'erreur correspondante est sensiblement grande ( $\approx 10\text{dmgr}$ ).

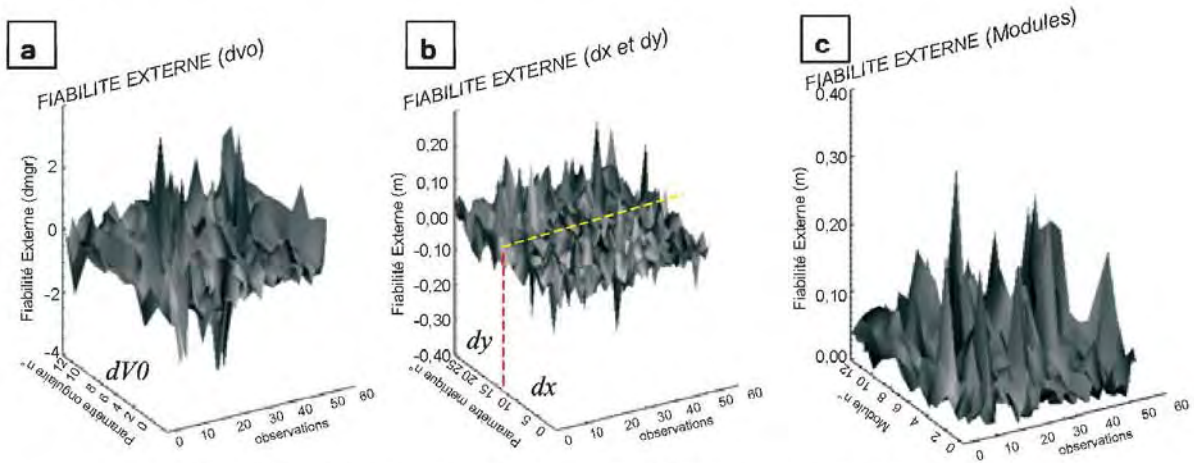


Fig. 3 Fiabilité externe du réseau : (a) en orientation  $V0$  (b) en coordonnées  $x$  et  $y$  (c) en position.

D'après le tableau (2), nous remarquons que l'EMQ (l'Ecart Moyen Quadratique), noté  $s$ , de l'azimut ajusté (1.9 dmgr) est sensiblement égal à l'EMQ de la mesure brute (3 dmgr). Dans ce cas, la part de redondance est faible (12%) et par conséquent, la fiabilité de cette observation n'est pas totalement garantie (Cepek, 2001) ; (Leick, 1990). Ceci est dû principalement à la forte pondération de cette mesure (poids  $\approx 7, \sigma = 3\text{dmgr}$ ) par rapport aux poids des autres observations angulaires (poids  $\approx 1, \sigma = 7\text{dmgr}$ ). Ce constat a été déjà observé via un test qui consiste à attribuer un poids important ( $\approx 7$ ) à une observation angulaire quelconque (exemple : mesure n° 34). Afin de satisfaire les critères de la fiabilité du réseau, il est recommandé de :

- Concevoir le réseau de sorte que les parts de redondance des observations soient semblables, afin que la capacité de détection des erreurs d'observations soit sensiblement identique en tout point du réseau. La fiabilité du réseau repose sur le critère général suivant:  $\text{Min}(r_i) \rightarrow \text{Max}$ , où  $r_i$  représente la part de redondance de la  $i^{\text{ème}}$  observation.
- Disposer d'un lot d'observations  $n$  qui soit au moins 3 fois supérieur au nombre de paramètres à estimer  $p$ . Par conséquent, la somme des parts de redondance des observations  $\sum r_i$  (nombre de degrés de liberté du réseau  $n - p$ ) sera au moins deux fois supérieure au nombre des paramètres :  $\sum r_i = n - p \geq 2p$ , avec :  $n \geq 3p$ .

Tableau 2. Résultats relatifs au calcul de la part de redondance et des EMQ.

	EMQ Obs. ajustée (dmgr)	EMQ Résidu (dmgr)	Part de Redondance (%)
EMQ Azimut Laplace = 3dmgr	1.92	1.08	12
EMQ Obs. n°34 = 7dmgr	3.24	3.76	28
Test : EMQ Obs. n°34 = 3dmgr	2.2	0.80	7

L'effet des erreurs externes détectées par la fiabilité interne sur l'ensemble des paramètres ajustés est représenté dans le tableau (3). L'ensemble des fiabilités externes du réseau est illustré par la figure (3).

Le tableau (3) et la figure (3), montrent que les effets maximaux des biais de mesures sur le

paramètres du réseau sont de l'ordre de  $\pm 31$  cm sur la position planimétrique et de  $\pm 4$  dmgr sur l'orientation. Compte tenu de la précision requise en géodésie classique, ces biais n'exercent pas d'influences significatives sur les coordonnées du réseau.

Tableau 3. Statistiques de la fiabilité externe du réseau.

Fiabilité externe	Min	Max
dv0 (dmgr)	- 3.9	+ 3.6
dx, dy (cm)	- 30.7	+ 23.2
Module (cm) $\sqrt{dx^2 + dy^2}$	0.2	+ 30.9

### 3.3 Analyse de robustesse du réseau

La méthode d'analyse de robustesse du réseau repose sur la représentation optimale des effets des biais d'observations sur le réseau (fiabilité externe maximale) en terme de déformation. La figure (4) illustre la robustesse du réseau en terme de configuration, d'échelle et d'orientation sur chaque point. Elle est caractérisée par les valeurs absolues des trois quantités primitives de déformation: cisaillement  $\gamma$  (configuration), dilatation  $\lambda$  (échelle), et rotation différentielle  $\delta\omega$  (orientation). Tant que ces valeurs sont importantes tant que la robustesse est moindre et par conséquent, on peut distinguer les zones de faiblesse du réseau.

D'après le tableau (4), la robustesse du réseau en configuration ( $\approx 7$  ppm), en échelle ( $\approx 2$  ppm) et en orientation ( $\approx 1$  ppm), est jugée acceptable dans le cadre de la géodésie classique ( $\approx 10$  ppm).

Un calcul de déformabilité des primitives de déformation et leurs degrés de signification a été effectué. Les résultats ont montré que les valeurs de  $\gamma$  et  $\delta\omega$  sont dans l'ensemble non significatives car leurs effets sont négligeables sur le réseau. Par contre, la déformation en dilatation  $\lambda$  est en moyenne de l'ordre de la déformabilité tout en étant significative. Par conséquent, le réseau est jugé plus robuste en configuration et en orientation qu'en échelle.

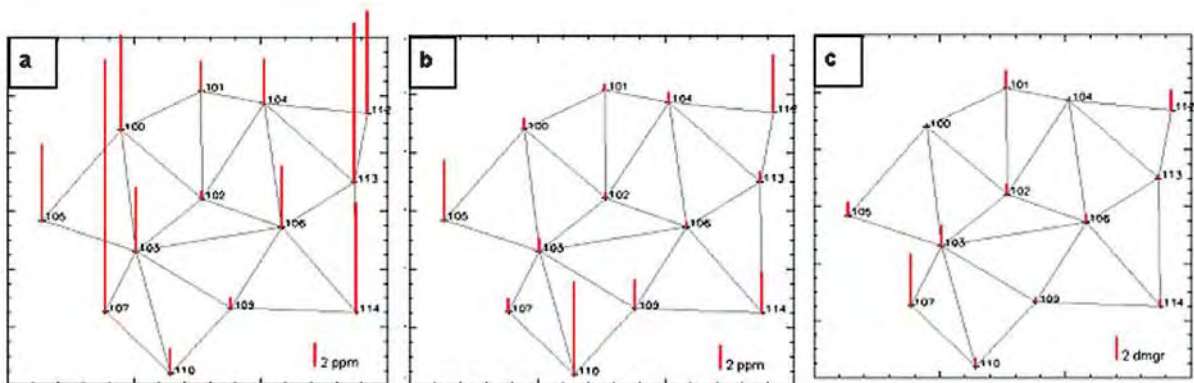


Fig. 4 Robustesse du réseau (a) en configuration (b) en échelle (c) en orientation.

Tableau 4. Statistiques de la robustesse du réseau.

	$\gamma$ (ppm)	$\lambda$ (ppm)	$\delta\omega = \omega_i - \Omega$ (dmgr)
Min	0.6	0.3	0.0 (0.0 ppm)
Max	22.4	8.1	4.6 (7.2 ppm)
Moyenne	7.3	2.3	0.8 (1.3 ppm)

### 3.4 Evaluation de la qualité interne du réseau

L'application de la S-transformation sur les paramètres du réseau et leurs variances covariances permet de minimiser les erreurs externes (biais) des observations. La moyenne des écarts types sur les coordonnées des points du réseau, avant l'application de la S-transformation, est de l'ordre de :

$$\bar{\sigma}_x = \pm 10.3 \text{ cm}, \quad \bar{\sigma}_y = \pm 12.2 \text{ cm}.$$

Après l'application de la S-transformation, cette moyenne est de l'ordre de :

$$\bar{\sigma}_x^i = \pm 9.8 \text{ cm}, \quad \bar{\sigma}_y^i = \pm 10.2 \text{ cm}.$$

Nous remarquons, qu'après l'application de la S-transformation, la précision moyenne sur les composantes  $x$  et  $y$  s'est améliorée de 0.5 cm en  $x$  et de 2 cm en  $y$ .

La figure (5) illustre les ellipses d'erreurs obtenues avant et après l'application de la S-transformation sur le réseau.

Les dimensions des ellipses d'erreurs,  $a$  et  $b$ , après l'application de la S-transformation se sont améliorées de l'ordre de 10%. Le tableau (5) fournit les valeurs minimale, maximale et moyenne des dimensions des ellipses d'erreurs avant et après la S-transformation.

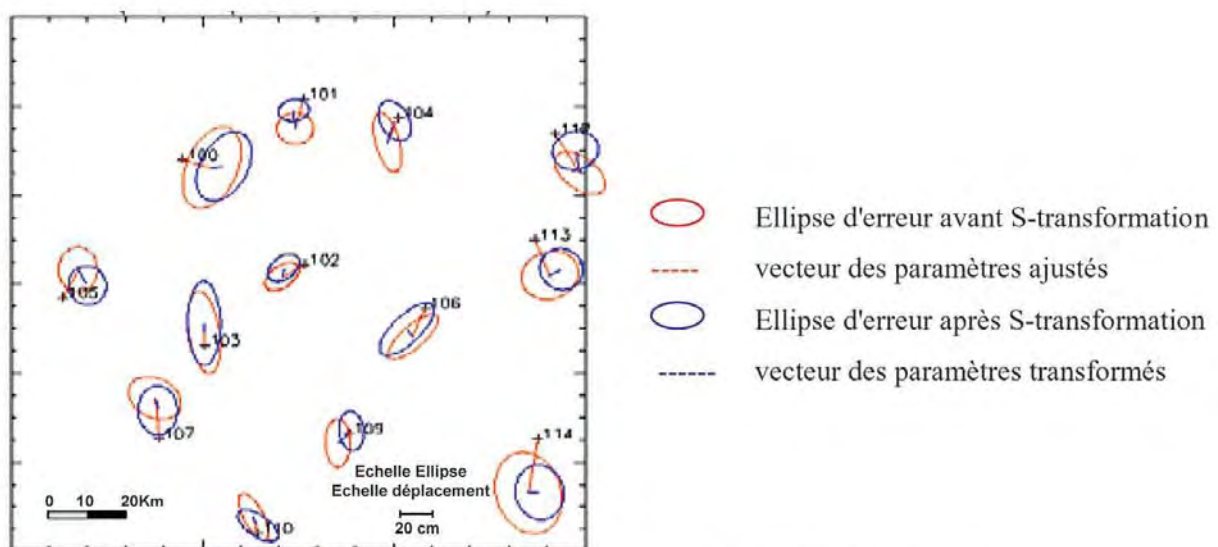


Fig. 5 Comparaison des ellipses d'erreurs (avant et après application de la S-transformation).

Tableau 5. Statistiques des ellipses d'erreurs avant et après application de la S-transformation.

	Avant la S-transformation		Après la S-transformation	
	$a$ (cm)	$b$ (cm)	$a$ (cm)	$b$ (cm)
Min	9.3	4.9	7.9	4.7
Max	19.6	15.9	18.3	11.8
Moyenne	13.8	8.2	11.9	7.8

### 4. Conclusion

La méthodologie d'analyse des réseaux géodésiques, adoptée dans cet article, présente un avantage, dans la mesure où elle permet de bien définir et d'évaluer la qualité des réseaux géodésiques qui est caractérisée par la précision, la fiabilité et l'analyse de la robustesse. La fiabilité permet de détecter les erreurs non détectables par l'analyse statistique usuelle. Elle dépend essentiellement de la part de redondance de chaque observation (géométrie du réseau), du nombre de degrés de liberté du réseau et de la

mesures. L'analyse de robustesse permet d'évaluer efficacement les effets des erreurs d'observations sur chaque point du réseau en terme de tenseur de déformation. Pour une interprétation facile des résultats, les valeurs des déformations sont exprimées en terme de robustesse du réseau en échelle, en configuration et en orientation. La signification de ces paramètres est basée sur l'estimation de la déformabilité du réseau. Toutefois, la robustesse reste tributaire de la géométrie du réseau.



Enfin, l'application de la S-transformation sur le réseau estimé (i.e., les paramètres et leur matrice variance covariance) permet de minimiser les erreurs externes (erreurs de modélisation, erreurs du système de référence,...) afin de bien caler le réseau et d'évaluer sa précision interne ou réelle. Les résultats obtenus lors des tests effectués sur une zone pilote du réseau de base Algérien (Nord Sahara 1959) ont montré la puissance de cette méthodologie d'analyse de la qualité du réseau.

En perspectives, il serait intéressant d'appliquer cette méthodologie d'analyse sur un réseau géodésique 3D (réseau GPS, par exemple).

### Références Bibliographiques

- Carosio A., Reis O., 1995 : *Méthodes géodésiques et modèles mathématiques pour l'implantation des nouvelles transversales alpines*, Revue XYZ 62, .
- Cepek A., 2001 : *Program gama for adjustment of local geodetic network*. Document d'aide du programme "gama". Site internet : <http://www.gnu.org/software/gama>.
- Corsilla F., 1984 : *Tecniche di ottimizzazione delle reti geodetiche – Technique of optimisation of geodetic network*, Bulletin of Italian society of topography and photogrammetry n° 2.
- Dominici D., Stoppini A., Unguendoli M., 1995 : *Precision and reliability versus surplus measurements in GPS networks*, Bollettino di geodesia e scienze affini 4.
- Gourine B., Ghezali B., Taibi H., 2005 : *Ajustement avec contraintes internes des réseaux géodésiques*, Bulletin des sciences géographiques, N° 15, pp 8-13.
- Han S., Rizos C., 1999 : *Network adjustment issues using mixed GPS surveying techniques*. 40<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup> S.E. Asian Surveyors Congress, Fremantle, Australia, pp 68-76.
- Kuang S., Chrzanowski A., 1992 : *Multi-objective optimisation design of geodetic networks*, Manuscripta geodaetica 17, pp 233-244.
- Lachapelle G., Ryan S., 2000 : *Statistical reliability measures for GPS*, IMA workshop on mathematical challenges in GPS, Université de Minnesota, Etats Unis.
- Leick A., 1990 : *GPS satellite surveying*. Edition John Wiley & Sons, New York, Etats Unis.
- Michel V., Person T., 2003 : *From geodetic monitoring to deformation tensors and their reliability*. 11<sup>th</sup> International FIG Symposium on Deformation Measurements, Greece.
- Moore M., Rizos C., Wang J., 2002 : *Quality control issues relating to an attitude determination system using a multi-antenna GPS array*. School of surveying and spatial information systems, University of New South Wales, Sydney, Australia.
- Seemkoeei A.A., 2001 : *Comparison of reliability and geometrical strength criteria in geodetic networks*. Journal of Geodesy 75, pp 227-233.
- Sillard P., 1999 : *Modélisation des systèmes de référence terrestres - contribution théorique et méthodologique*. Thèse de Doctorat, Observatoire de Paris.
- Vanicek P., Craymer M.R., Krakiwsky E.J., 2001 : *Robustness analysis of geodetic horizontal networks*. Journal of Geodesy 75, pp 199-209.
- Wellenhof B. H., Lichtenegger H., Collins J., 1993 : *Global Positioning System, Theory and Practice*, Springer Verlag, 2<sup>ème</sup> édition.
- Welsch W.M., 1986 : *Problems of accuracies in combined terrestrial and satellite control networks*. Bulletin géodésique 60, pp 193-203.