اختيار مكونات المحفظة المالية باستخدام البرمجة التربيعية
دراسة على بعض أسهم وسندات بورصة الجزائر

يوسفات علي
أستاذ محاضر، قسم العلوم التجارية، الجامعة الإفريقية، أدرار.

الملخص : يحاول هذا البحث التعريف بالبرمجة التربيعية وتطبيقاتها في اختيار مكونات المحافظ المالية، ونسب التوزيع المثلى لكل أداة مالية من أسهم وسندات بهدف تقليل المخاطر، تم الدراسة على 5 أسهم وسندات لشركات في بورصة الجزائر، لمعرفة النسب المثلى لتوزيع هذه المحفظة المالية باستخدام البرمجة التربيعية.

الكلمات المفتاحية: البرمجة التربيعية، المحفظة المالية، بورصة الجزائر.

Abstract: This study attempts to define Quadratic programming, and its applications in the selection of components of the portfolio, and the optimal distribution percentage of each financial instrument like shares and bonds in order to reduce risks.

This study was done on the 5 shares and bonds of companies in Algiers stock market to know the optimal distribution of this portfolio using quadratic programming.

Key words: Quadratic Programming, Portfolio, Algiers stock market.

المقدمة

تعد المحفظة المالية أو المحفظة الاستثمارية إحدى أبرز أدوات الاستثمار المؤسساتي، القائم على التنويع واقتناص الفرص، والتقليل من المخاطر. ويعد العالِم ماركويتز Markowitz أول من قدم وأطر علمياً لمفردة "المحفظة المالية" لعالم الاستثمار عام 1952 وحصل بعد 38 عاماً بالاشتراك مع Sharpe وMiller على جائزة نوبل في الاقتصاد [1]؛ والنموذج الذي قدمه ماركويتز قائم على اعتماد البرمجة التربيعية، لتكوين المحفظة المالية، وهذا النموذج ليس شائع الاستعمال كالنماذج الأخرى، نظرا لاعتماده على خوارزمية البرمجة التربيعية، لذا جاء هذا المقال لمحاولة تطبيق هذا النموذج على مجموعة من أسهم و سندات بورصة الجزائر قصد تكوين محفظة مالية في ظل شروط نموذج البرمجة التربيعية.

في ظل هذه المعطيات نطرح **الإشكالية** التالية: كيف تطبق البرمجة التربيعية وفق نموذج ماركويتز لاختيار مكونات المحفظة المالية لبعض أسهم وسندات الشركات المدرجة في بورصة الجزائر.

تبرز أهمية هذه الدراسة من خلال نقطتين وهما: استخدام نموذج التباين-متوسط لماركويتز لتكوين المحفظة المالية؛ كيفية استخدام البرمجة التربيعية في اتخاذ القرار المالية، وإنشاء المحافظ وفقاً لنموذج التباين- المتوسط، (نموذج ماركويتز).

كما **تهدف** هذه الدراسة إلى محاولة التعرف على كل من : تحديد مكونات المحفظة المالية، وفقا للنظرية الحديثة للمحافظ (Modern Portfolio Theory - MPT) لـ Markowitz ؛ استخدام نموذج البرمجة التربيعية في إنشاء مكونات المحفظة المالية، الذي يتفاداه الماليون لصالح نماذج أخرى أقل تعقيداً ثم تحديد نسب التوزيع رأس المال المستثمر على أدوات الاستثمار بحيث يكون عنصر المخاطرة أقل ما يمكن باستخدام نموذج Markowitz على بعض الأسهم والسندات في بورصة الجزائر.

وعن **منهجية الدراسة**: ففي إطار تحقيق أهداف الدراسة، قام الباحث باختيار 5 أصول تعد من أهم الشركات التي يتم تداول أسهمها وسنداتها في بورصة الجزائر لإنشاء واختيار مكونات المحفظة المالية (Portfolio)، وصياغة نموذجها التربيعي، من ثم حله باستخدام برنامج (LINDO 6.1) الخاص بالبرمجة الخطية وتطبيقاتها، كما استخدم برنامج (Eviews 6) لحساب مصفوفة التباين المشترك (Covariance).

وبعد التعرض لبعض الدراسات السابقة فقد تم تقسيم هذا العمل إلى ثلاثة محاور رئيسية، وهي: ماهية المحفظة المالية، اختيار المحفظة المالية باستخدام البرمجة التربيعية وفي لأخير اختيار مكونات المحفظة المالية لبعض أسهم وسندات بورصة الجزائر باستخدام البرمجة التربيعية.

الدراسات السابقة: هناك عدة دراسات في هذا الصدد، مثل:

1- Harry Markowitz (1952) في بحثه المعروف بعنوان: (Portfolio Selection) أو اختيار المحفظة [2] وكتابه Portfolio selection, efficient diversification of investments (1959) [3]، وهو صاحب النظرية الحديثة للمحفظة المالية (Modern Portfolio Theory - MPT)، ولقد وضع مجموعة من المبادئ تساعد في بناء محفظة مثل فكرة تنويع الاستثمارات، و إنشاء المحافظ باستخدام خوارزميات البرمجة التربيعية في إطار نموذج التباين- المتوسط، وقياس المخاطرة بالتباين في عائد المحفظة المالية، وكان أول من استخدام هذا البرمجة التربيعية في اختيار مكونات المحفظة المالية.

2- Fabio Silva Dias (2002)، في بحثه الموسوم بعنوان: تطبيق البرمجة التربيعية في اختيار المحفظة المالية (Quadratic Programming Applied to

Modern Portfolio Selection) حيث قام إنشاء محفظة مالية مكونة من 24 شركة في بورصة البرازيل باستخدام البرمجة التربيعية وفق نموذج التباين – المتوسط (Variance & Mean) لماركوتز، بالاعتماد على برنامج [Visual Basic 5.0] وقاعدة بيانات من برنامج [HSS Stock Market- version 1.3.] [4].

3- بشرى سماقية ، في بحثها الموسوم بعنوان: إدارة المحافظ الاستثمارية باستخدام البرمجة التربيعية، حيث قامت بتكوين محفظة مالية من 3 أسهم من شركات أمريكية في البورصة الأمريكية، باستخدام البرمجة التربيعية وفق نموذج التباين – المتوسط (Variance & Mean) لماركويتز، بالاعتماد على برنامج EXCEL .

المحور الأول: ماهية المحفظة المالية

يعرف الاستثمار بصفة عامة بأنه "التوظيف المنتج لرأس المال من خلال توجيه المدخرات نحو استثمارات مختلفة تؤدي إلى إشباع الحاجات الاقتصادية للمجتمع وزيادة رفاهيته"[5]، أي أن استثمار الأموال في تشكيلة واسعة من المشاريع الصناعية والخدماتية والمالية بصفة عامة. بينما يعرف الاستثمار المالي بأنه: "الاستثمار المتعلق بالأسهم والسندات وأذونات الخزانة والأدوات التجارية والقبولات المصرفية والودائع القابلة للتداول والخيارات...."[6]. ويمكن تعريف الاستثمار بأنه " توجيه الأموال إلى واحد أو أكثر من الموجودات التي سوف يتم الاحتفاظ بها لفترة مستقبلية"، أو أنه "عملية تشكيل محفظة متنوعة من الأوراق المالية المختلفة" [7]، هذه التعاريف تركز على مفهوم المحفظة المالية كمفهوم للاستثمار المالي مستندة إلى فلسفة تنويع المحافظ.

1.1- دوافع الاستثمار المالي

هناك مجموعة من العوامل تزيد من دوافع للاستثمار المالي [8]:

- توفر درجة عالية من الوعي الاستثماري لدى الأفراد والمؤسسات؛ إن وجود مثل هذا الوعي يولد لدى المدخرين حسا استثماريا يجعلهم يقدرون المزايا الكثيرة المترتبة عن تشغيل مدخراتهم وتوظيفها في أصول مالية منتجة، وليس مجرد تجميدها في شكل أوراق نقدية تتناقص قيمتها الشرائية خلال الزمن بفعل تغير القيمة الزمنية للنقود والناتجة عن التضخم.

- توفر مناخ اقتصادي واجتماعي وسياسي مناسب للاستثمار؛ وذلك لتوفر حد أدنى من الأمان يشجع المدخرين (أصحاب الفائض المالي) على تقبل المخاطر

المصاحبة لعملية الاستثمار ذاتها، ولعل من أبرز أوجه هذا المناخ وجود قوانين تحمي المستثمرين وتنظم المعاملات الاستثمارية.

- تعدد الأدوات الاستثمارية؛ والتي توفر تشكيلة متنوعة من الفرص الاستثمارية تهيئ وتضمن لكل المستثمرين اختيار المجال المناسب من حيث الفرصة والزمن والعائد والمخاطرة، وهذا لا يتحقق إلا من خلال وجود سوق مالية تتسم بالكفاءة، ومن أهم شروطها العمق، الاتساع، الديناميكية وسرعة الاستجابة للأحداث، بالإضافة إلى شروط الحد الأدنى لمثل هذه الأسواق، كالمكان المناسب والتسهيلات المناسبة وقنوات الاتصال بالإضافة إلى مجموعة القوانين المنظمة للمعاملات المالية بشكل عام.

وهناك نوعان أساسيان من الاستثمار المالي وهما [9]:

1- الاستثمار المباشر: ويتمثل في عمليات بيع وشراء الأوراق المالية مباشرة من قبل المستثمر ويتحقق معها الملكية المباشرة للأوراق المالية **(** Direct ownership**)** مثل امتلاك الأسهم والسندات من قبل شخص طبيعي أو معنوي.

2- الاستثمار غير المباشر: ويتمثل في الملكية غير المباشرة (Indirect ownership) للأوراق المالية من خلال صناديق الاستثمار، وحدات الثقة في البنوك (Trust units)، ومؤسسات الاستثمار المالي. أما العام السائد في سلوك المستثمرين هو الاتجاه نحو الاستثمار غير المباشر أي شراء وبيع الحصص في الصناديق الاستثمارية المشتركة (Mutual Funds) والتي تمتلك محافظ مالية تديرها إدارة ذات خبرة وكفاءة على اقتناص الفرص وتقليل المخاطر.

1.2- أنواع المستثمرين في الأوراق المالية

يمكن تصنيف أنواع المستثمرين إلى صنفين أساسيين [10] :

- المستثمرين الأفراد (Individual Investors or Personal Investors).

- المستثمرين المؤسساتيين (Institutional Investors)، وهو يتضمن البنوك (Bank Trust Departments) والصناديق المشتركة (كصناديق التقاعد) (Mutual Funds)... وغيرها .

أما الفرق بين الاستثمار الفردي والاستثمار المؤسساتي فهو:

- الاستثمار الفردي تطغى عليه الصفات الشخصية، ويتأثر بسلوك القطيع (Herd behavior)، بينما الاستثمار المؤسساتي يكون في شكل محافظ استثمارية تدار من طرف أفراد متخصصين ومهنيين.

- النظرة للأهداف الاستثمارية للأفراد تختلف عنها لدى المؤسسات.

- يتسم الاستثمار الفردي بحرية كبيرة في اختيار استثماراتهم، لا تتوفر للاستثمار المؤسساتي الذي تحكمه قوانين وتنظيمات.

- للضرائب أهمية بالغة للاستثمار الفردي، بينما تكتسي أهمية نسبية بالنسبة للاستثمار المؤسساتي.

إن وجود المستثمرين المؤسساتيين يتيح وجود إدارة متخصصة في مجال الاستثمار بالأوراق المالية، التي أصبحت أمرا مهما وعنصرا هاما في هيكلية سوق الأوراق المالية، والتي تفي باحتياجات مجاميع المستثمرين وهناك ثلاثة مزايا رئيسية تحققها الإدارة المتخصصة للمحافظ الاستثمارية هي [11]:

- التنويع Diversification .

- التكلفة القليلة لإدارة المحافظة الاستثمارية.

- تحقيق القيمة المضافة Added-Value من خلال القيام بالمضاربة الفعالة.

يعد التنويع (Diversification) الاتجاه الغالب في عمليات الاستثمار بالأوراق المالية، والتنويع قد يتحقق في أصول لقطاع معين ولا يشترط لقطاعات اقتصادية متعددة، كما يحصل لأوراق منشآت تعمل في حقل الإنتاج نفسه، ولذلك فالفرص الاستثمارية في السوق تمكن المستثمر التوجه نحو التنويع نموذجاً مفضلا لقاعدة العائد/ المخاطر التي تعمل في ظلها التوجهات الاستثمارية.

يمكن القول أن التنويع مبدأ استثماري مهم ينطلق من مقولة (لا تضع بيضك في سلة واحدة)، فإذا امتلكت وحدة اقتصادية أوراق مالية لمنشآت أعمال مختلفة عندها يقال أنها تمتلك محفظة استثمارية. والمحفظة بالتالي تمثل مدخلاً لتقليل المخاطرة مقارنة بأي استثمار منفرد بسبب منفعة التنويع التي تحظى بها[12].

1.3- تعريف المحفظة المالية (Portfolio)

تعرف المحفظة الاستثمارية بأنها مجموعة من الأصول المالية (الاستثمارات)، وتحلل نظرية المحافظ (Portfolios Theory) كيفية اختيار المحفظة الكفؤة، والتي تحقق أفضل عائد في ظل مستوى معين من المخاطر أو أقل درجة مخاطر في ظل العائد نفسه [13].

كما تعرف المحفظة المالية بأنها عبارة عن سلة من الأوراق المالية لشركات مختلفة، يتم اختيارها وتنويعها من مختلف الأنشطة الصناعية والتجارية لكي تعطي أعلى عائد وتقلل مخاطر الاستثمار إلى أقل حد ممكن[14].

كما تعرف إدارة المحافظ المالية (Portfolio management) تقوم على بناء المحافظ وجعلها تتطور وتزدهر من أجل بلوغ الأهداف المحددة من قبل المستثمرين، مع احترام القيود الاستثمار من حيث المخاطر وتنويع الأصول[15].

1.4- أهداف بناء المحافظ وأنواعها

إن تنويع الأوراق المالية تمثل إستراتيجية استثمارية لتدنية المخاطر، ونموذج المحفظة الاستثمارية يعكس هذه الإستراتيجية.

1.4.1- أهداف بناء المحافظ: هناك عدة أهداف تدفع المستثمر لإنشاء محفظة بدلاً من الاستثمار الفردي أهمها [16]:

- المحافظ على رأس المال الأصلي، فالاستثمار في ظروف عدم التأكد يحمل مخاطر تتعدى فقدان العائد المطلوب، باتجاه تآكل رأس المال، لذلك فإن المحفظة تساعد في الحفاظ على رأس المال الأصلي عن طريق تنويع الأوراق والتي بدورها تنوع درجة المخاطرة والعائد.

- تحقيق مستوى مقبولا من السيولة، إذ أن اختيار مكون نسبي مستقر من الأوراق المالية ذات الدخل الثابت (مثلا السندات) فضلا عن الأوراق سريعة التسويق (أسهم الشركات الكبرى) في أسواق التداول، كفيل بتوفير تدفق نقدي مستمر وعند الحاجة إلى التغيير في المحفظة الاستثمارية.

- نمو رأس المال المستثمر: يستهدف مديرو المحافظ زيادة حجم رأس المال المستثمر من خلال عملية التنويع واختيار أوراق المنشآت ذات النمو المحتمل مستقبلا، فالعائد الذي تحققه المحفظة لا تعكس ميله لتدنية المخاطر بل تنمية العوائد في الوقت نفسه.

1.4.2- أنواع المحافظ: بناء على الأهداف الرئيسية من وراء إنشاء المحفظة، يمكن تقسيم المحافظ إلى الأنواع الآتية[17]:

- محفظة الدخل (The Income Portfolio): وهي المحفظة التي نتوجه من خلال تنويعها إلى تحقيق دخل مرتفع للمستثمر مع مستوى مخاطر مقبول، وكما نعلم بأن الدخل المتدفق من الأصول المالية للمحفظة قد يكون ثابتا (فائدة سنوية) أو متغيرا حسب نشاطات المنشآت (توزيعات أسهم). وبالتالي فقيام إدارة المحفظة (طبيعية، معنوية) باختيار الأوراق المالية التي تولد دخلاً مستقراً نسبياً، مثل أسهم الشركات الكبيرة والسندات جيدة الدخل، تساعد في الوصول إلى محفظة الدخل.

- محفظة النمو (The Growth portfolio): وهي المحفظة التي تهتم بالأوراق المالية لمنشآت الأعمال النامية في نشاطها الاقتصادي والذي ينعكس في نمو توزيعات أوراقها.

وتحقيق النمو في العوائد يتطلب إدارة محفظة تركز على مدخل النمو في العائد الناجم عن نمو التوزيعات، فضلا عن نمو القيمة الرأسمالية للورقة المالية ذاتها، والبحث عن محفظة نمو لا يلغي أو يقلل من أهمية التنويع لتقليل المخاطرة.

- المحفظة المختلطة (The Mixed Portfolio)**:** هي المحفظة الجامعة مابين تحقيق تدفق للدخل مستقراً نسبياً يوفر مرونة للمستثمر، ومابين نمو العائد المتولد من الاستثمار بالمحفظة، لذلك يجهد مديرو المحافظ أنفسهم في اختيار توليفات من الأوراق المالية ذات المخاطر الفردية المتنوعة (عالية، منخفضة) مقابل دخل مستقر من جهة ونمو العائد من جهة أخرى.

1.5- مراحل بناء المحفظة المالية (Portfolio Construction)

يمر إنشاء المحفظة المالية من خلال المراحل التالية [18]:

1.5.1- اختيار الأفق الزمني (Choosing a time horizon): يمكن القول بأن نماذج المحفظة تحدد مدة معينة لحمل الأسهم ولا يتم خلال هذه المدة أية عمليات **(صفقات)** للأسهم إن الحد الأدنى للأفق الزمني مع المعلومات المتوافرة و تكاليف تحليل تلك المعلومات ممكن أن يكون (6 أشهر-سنة) وقد يمتد إلى سنتين وتحت أغلب الظروف فإن أفق السنة الواحدة هو الحد الملائم، إذ يمكن التنبؤ بالظروف الاقتصادية بشكل دقيق، وإن تقديرات العائد وتكاليف التحليل تكون قريبة للواقع، كما لابد من وجود مدة زمنية مناسبة لإنضاج وتنمية الاستثمار، ليصل إلى مرحلة توليد العائد.

1.5.2- تهيئة المدخلات الحساسة (Providing Sensitivity input): تعد مرحلة تهيئة معالم النموذج الحساسة مرحلة مهمة جداً باعتبار إن مخرجات هذه المرحلة تكون مدخلات للمرحلة التالية في بناء المحفظة المالية التي تحقق رغبات المستثمر من حيث العائد والمخاطرة، ولذلك يعد التحديد الدقيق للمتغيرات التي تقيس العائد المتوقع والمخاطرة والتباين المشترك أو الارتباط، البيتا (Beta) للسهم ذات أهمية كبيرة جداً لإجراءات بناء المحفظة.

1.5.3- نموذج تقدير المحفظة: إن النماذج التي قدمها العلماء لاختيار المحفظة الكفؤة كثيرة، إلا أن معظم مدراء إدارة المحافظ لم يستخدموا نماذج بناء المحفظة بطريقة تباين – المتوسط (Variance & Mean)نموذج ماركويتز Markowitz

الذي صاغ مشكلة اختيار بناء المحفظة كمشكلة برمجة تربيعية (Programming Quadratic) التي تؤكد إن المحفظة كفوءة إذا:

1- إذا كان لها تباين أقل من أيـة محفظة ملائمة أخرى لها العائد نفسه.

2- إذا كان لها عائد أكثر من أيـة محفظة ملائمة أخرى لها التباين نفسه.

أو نموذج المؤشر الواحد Index model (Sharpe) الذي يهدف إلى تبسيط المعلومات والإجراءات الحسابية التي يتطلبها نموذج (Markowitz) وذلك لتعقد النماذج التي تحتاج إلى تدريب على البرمجة التربيعية، وقدم (Sharpe) نموذجين للبرمجة الخطية الأول يعتمد على استجابة السوق كمقياس للمخاطرة (Beta) والثاني يعتمد على التباين المشترك Covariance كمقياس للمخاطرة.

المحـور الثاني: اختيار المحفظة المالية باستخدام البرمجة التربيعية

البرمجة التربيعية هي إحدى أشكال البرمجة الرياضية وهي نوع خاص من البرمجة الخطية، ودالة هدفها من الدرجة الثانية تهدف إلى التعظيم أو التدنية مع عدة متغيرات تخضع القيود الخطية. كما تشكل الأساس العام للعديد من خوارزميات البرمجة غير الخطية[19].

2.1- نموذج البرمجة التربيعيـة (Quadratic programming): ويكون وفق الصيغة التالية [20]:

$$Minimize f(X) = cx + \frac{1}{2} x^T Qx$$

$$subject - to:$$

$$Ax \le b$$

$$x \ge 0$$

حيث c متجه الصف لـ n بعد، يصف معاملات الشروط الخطية لدالة الهدف، و Q يمثل مصفوفة متماثلة (Symmetric matrix) $(n \times n)$ تصف معاملات الشروط التربيعية، إذا كان الشرط الثابت موجودا فإنه يتم إسقاطه من النموذج مثل البرمجة الخطية، كما أن متغيرات القرار يتم ترميزها بالرمز x المتجه العمودي (Column vector) لـ n بعـد، الشروط (Constraints) يتم تعريفها بمصفوفة $(m \times n)$، b المتجه العمودي لـ m بعد، ونحن نفترض إن الحل عمليا موجود ضمن شروط القيد.

دالة الهدف $f(x)$ دالة محدبة (Convex) (في بعض المراجع العربية تسمى دالة مقعرة) تضم منطقة الحلول الممكنة، ولكن المشكلة التربيعية تبحث على نقطة واحدة ضمن منطقة أو نقاط الحلول تعتبر الأدنى و تحقق شروط البرنامج.

والشرط الكافية لتحدب وظهور منطقة الحلول هو معامل Q أن يكون محددا وموجبا.

2.2- ثنائية لاجرانج (Lagrangian duality): ولأن نماذج البرمجة التربيعية صعبة الحل، يتم باعتماد على مضاعف لاجرانج (Lagrange multiplier) ونموذج الثنائي (Duality)، لإيجاد صيغة تسهل الحل بطريقة السمبلكس المعروفة. وتكتب دالة لاجرانج البرمجة التربيعية، كمايلى:

$$L(x,\lambda) = \tfrac{1}{2}x^T Qx + \lambda^T(Ax - b)$$

يحدد (لاجرانج) الدالة المزدوجة $g(\lambda)$ ، كما تم تعريفها بـ

$$g(\lambda) = \inf_x L(x,\lambda)$$

البحث في أكبر حد سفلي (infimum) [21] لـL. ، وذلك باستخدام العلاقة التالية:

$$\nabla_x L(x,\lambda) = 0$$

$x^* = -Q^{-1}A^T\lambda$ ، بالتالي دالة الثنائية هي كالآتي:

$$g(\lambda) = -\tfrac{1}{2}\lambda^T AQ^{-1}A^T\lambda - b^T\lambda$$

ومنه ثنائية لاجرانج للبرمجة التربيعية هي كالآتي:

maximize: $-\frac{1}{2}\lambda^T AQ^{-1}A^T\lambda - b^T\lambda$

subject to: $\lambda \geqslant 0$.

وإلى جانب نظرية ثنائية لاجرانج، وهناك ثنائيات أخرى (مثل Wolfe ، الخ) [22].

2.3- البرمجة التربيعية واختيار مكونات المحفظة المالية:

تصاغ كثير من المواقف الإدارية بحيث تكون دالة الهدف في صورة تربيعية والقيود الهيكلية في صورة خطية والمتغيرات القرارية غير سالبة، ويعرف النموذج الناتج بنموذج البرمجة التربيعية وهو حالة خاصة من نموذج البرمجة اللاخطية مثل نموذج سلوك المستهلك consumer behavior model الذي تكون فيه دالة المنفعة (دالة الهدف) في صورة تربيعية ودالة الميزانية في صورة خطية

وكذلك نموذج المنشأة The firm model عندما تكون كمية الطلب دالة خطية في السعر وبالتالي تكون دالة العائد (دالة الهدف) في صورة تربيعية والقيود المرتبطة بالإنتاج (القيود الهيكلية) في صورة علاقات خطيه ونماذج توزيع المحافظ portfolios models التي تكون دالته الهدف فيها مكونة من جزأين يمثل احدهما العائد المتوقع من المحفظة الذي يكون في صورة خطية ويمثل الآخر تباين قيمة المحفظة الذي يكون في صورة تربيعية، وكذلك نماذج توزيع الموارد على المشروعات على المستوى القطاعي والإقليمي وغيرها، ومن طرق الحل المعروفة في هذا المجال طريقة السمبلكس Wolfe's Simplex method for Q.p. وهي تعتمد على استخدام مضاعفات لاجرانج وشروط كون توكر بالإضافة إلى طريقة السمبلكس [23].

2.4- تحليل المحفظة باستخدام البرمجة التربيعية

إذا أريد توزيع مبلغ ثابت من المال F، بين عدد n من الاستثمارات المختلفة، و كل منها له عوائد معلومة. والمشكلة الأساسية للمحفظة المالية هو مقدار المال الذي يجب تخصيصه لكل استثمار، بحيث يكون العائد الكلي المتوقع أكبر من أويساوي أقل كمية مقبولة من L ، وبحيث يكون الاختلاف الكلي في المدفوعات المستقبلية أقل مما يمكن.

لدينا $x_i (i = 1,2,..., n)$ لتمثل كمية الأموال المخصص للاستثمار i، تمثل x_{ik} العائد بالوحدات النقدية للاستثمار، i في الفترة الزمنية k في الماضي $(k = 1,2,..., p)$، وإذا دلت المدفوعات السابقة على الأداء المستقبلي للوحدة النقدية من الاستثمار i يكون [24].

$$E_i = \frac{\sum_{k=1}^{p} x_{ik}}{p} \quad .....(1)$$

ويكون العائد المتوقع من الاستثمارات مجتمعة هو:

$$E = E_1 x_1 + E_2 x_2 + ... + E_n x_n \quad .....(2)$$

ويكون الاختلاف الكلي في المدفوعات المستقبلية، مبنيا على أساس العائد في الماضي، فإننا نختار الكمية، أي أن التباين للعائد الكلي σ^2.

$$z = \frac{\sum_{k=1}^{p}\left(x_{1k}x_1 + x_{2k}x_2 + \ldots + x_{nk}x_n - E\right)^2}{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

بمعنى المتوسط خلال المدة الزمنية المنقضية لمربعات الانحرافات بين العائد الكلي من تخصيص $(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$، وقيمة العائد الكلي المتوقع بتعويض المعادلة (2) في (3)، وإعادة الترتيب فإنه يمكن التبسيط كمايلى:

$$z = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p}\left[\left(x_{1k} - E_1\right)x_1 + \left(x_{2k} - E_2\right)x_2 + \ldots + \left(x_{nk} - E_n\right)x_n\right]^2$$

$$= \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(x_{ik} - E_i\right)\left(x_{jk} - E_j\right)x_i x_j \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}^2 x_i x_j$$

وفيها يكون التباين المشترك

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{p}\sum\left(x_{ik} - E_i\right)\left(x_{jk} - E_j\right) = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p}x_{ik}x_{jk} - \frac{1}{p^2}\left(\sum_{k=1}^{p}x_{ik}\right)\left(\sum_{k=1}^{p}x_{jk}\right) \ldots\ldots\ldots(5)$$

من المعادلة (3) يظهر كمجموع مربعات، تكون سلبية لكل قيم $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$، وهذا يعنى أن المصفوفة المتماثلة $C = \left[\sigma_{ij}^2\right]$ في المعادلة (4) مصفوفة التباين المشترك، تكون موجبة نصف مؤكدة. ولذلك يمكن وضع نموذج مشكلة المحفظة المالية في صورة البرنامج التربيعي حسب المعادلة (6).

$$Min\ldots\ldots z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}^2 x_i x_j$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = F$$

$$E_1x_1 + E_2x_2 + \ldots + E_nx_n \geq L \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

كل المتغيرات لا سلبية ستكون معادلة (6) غير ممكنة إذا كانت L عالية بدرجة كبيرة. ويمكن تبسيط النموذج (6) كالآتـــي:

$$Min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma^2_{ij}x_i x_j$$

ST

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ \sum_{i=1}^{n} E_i x_i \geq L \end{cases}$$

$$0 \leq x_i \leq p_i \ , \ i = 1,...,n$$

x_i حجم الأموال المستثمر في الأوراق المالية للشركة i

L معدل العائد أو عامل النمو (Growth Factor).

p_i أعلى حد للاستثمار النسبي لأسهم أو سندات الشركة i.

E_i العائد على الورقة المالية خلال فترة الدراسة.

σ^2_{ij} التباين المشترك لعائد الورقة المالية i مع الورقة المالية j.

$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ أي نفرض أن مجموع الأموال المستثمر يساوي 1 وحدة نقدية

المحور الأخير: اختيار مكونات المحفظة المالية باستخدام البرمجة التربيعية لبعض أسهم وسندات بورصة الجزائر

3.1- اختيار مكونات المحفظة المالية

تم اختيار 5 وسائل استثمارية تعد من بين الشركات التي يتم تداول أسهمها وسنداتها في بورصة الجزائر لإنشاء واختيار مكونات المحفظة المالية (Portfolio) هي أسهم مجمع صيدال (Saidal) رائد الصناعة الصيدلانية الجزائرية، مؤسسة تسيير فندق الأوراسي (Elaurassi)، وسندات اتصالات الجزائر(Algeriatelecom)، شركة سونلغاز (Sonelgaz) بإصدارتين (Sonelgaz11، Sonelgaz14) .

هدف النموذج تقليص التباين في العوائد و تقليل المخاطر، مع افتراض أن المستثمر يسعى إلى:

- تحقيق عائد مستقبلي لا يقل عن 5.5 % من استثماراته، أي أن عامل النمو (Growth Factor) أو معدل العائد يكون 1.055.

- كما أن الاستثمارات في الأصل الواحد لا تتعدى 75%.

	صيدال	اتصالات الجزائر	أوراسي	سونلغاز 14	سونلغاز 11
العـــائد	% 9.20 [25]	% 4.81 [26]	% 10.89 [27]	% 4.80 [28]	% 4.25 [29]
نوفمبر2009	392.5	100.3	450	100	100
ديسمبر2009	385	100	450	100	100
جانفي2010	396.66	100	450	100	100
فيفري2010	400	100.05	450	100	100
مارس2010	405	100.1	450	100	100.26

أفريل2010	405	100.25	450	100	100.40
ماي2010	414	100	450	100.05	100.45
جوان2010	436.25	100.07	450	100.02	100.70
جويلية2010	470	100.1	450	100.03	100.70
أوت2010	470	100.1	450	100	100.70
سبتمبر 2010	470	100.1	450	100	100.70
أكتوبر 2010	470	100.1	450	100	100.70

الجدول (1): المتوسط الشهري للأسعار بعض الأسهم و السندات في بورصة الجزائر.
بالاعتماد على:
- نبذة عن القيم المنقولة، نبذة عن الأسعار، بورصة الجزائر، على المسار: <http://www.sgbv.dz/> .

ثم نقوم بحساب التغيير في العائد بـالعلاقة التالية $R = \frac{P_{N+1} - P_N}{P_N}$

	صيدال	اتصالات الجزائر	أوراسي	سونلغاز 14	سونلغاز 11
العـــائد	% 9.20	% 4.81	% 10.89	% 4.80	% 4.25
نوفمبر 2009	- 0.006	- 0.01	0	0	0
ديسمبر 2009	- 0.019	0.003	0	0	0
جانفي2010	0.03	0	0	0	0
فيفري2010	0.0084	0.0005	0	0	0
مارس2010	0.0125	0.0005	0	0	0.0026
أفريل2010	0	0.0015	0	0	0.0014
ماي2010	0.022	- 0.0025	0	- 0.0005	0.0005
جوان2010	0.054	0.0007	0	- 0.0003	0.0024
جويلية2010	0.077	0.0003	0.022	- 0.0001	0
أوت2010	0	0	- 0.022	- 0.0003	0
سبتمبر 2010	0	0	0	0	0
أكتوبر 2010	0	0	0	0	0

الجدول (2): العوائد الشهرية بعض الأسهم و السندات في بورصة الجزائر.
المصدر: من إعداد الباحث.

3.2- صياغة نموذج المحفظة المالية

بالاعتماد على معطيات الجدول (3) وباستخدام برنامج (Eviews 6) تم حساب مصفوفة التباين المشترك (Covariance) للعوائد وكانت النتائج كـــالآتي:

	SAIDAL	ELAURASSI	ALGERIA	SONELGAZ	SONELGAZ11
SAIDAL	0.000682	0.000141	9.07E-06	-1.42E-06	5.85E-06
ELAURASSI	0.000141	8.07E-05	5.50E-07	3.67E-07	0.000000
ALGERIA	9.07E-06	5.50E-07	9.63E-06	3.42E-08	6.07E-07
SONELGAZ14	-1.42E-06	3.67E-07	3.42E-08	2.67E-08	-2.33E-08
SONELGAZ11	5.85E-06	0.000000	6.07E-07	-2.33E-08	8.97E-07

الجدول (3): مصفوفة التباين المشترك.

نرمز لرأسمال المستثمر في أسهم مجمع صيدال بـ X ، أسهم فنادق الأوراسي بـ Y، سندات اتصالات الجزائر بـ Z ، سندات سونلغاز 14 بـ G ، وسندات سونلغاز 11 بـ W.

يتطلب حل هذا النموذج التربيعي تحويله إلى النموذج الخطي لمعادلة من الدرجة الأولى لذلك نعتمد على المتغيرات الثنائية أو المزدوجة (Dual Variable) و مضاعف لاجرانج (LaGrange multiplier) لكل قيد، لذا سنستخدم 7 متغيرات مزدوجة وهي:

UNITY الوحدة (1)، العائد RETURN ، المتغير الثنائي لـ $X \Leftarrow$ XFRAC ، المتغير الثنائي لـ $Y \Leftarrow$ YFRAC ، المتغير الثنائي لـ $Z \Leftarrow$ ZFRAC ، المتغير الثنائي لـ $G \Leftarrow$ GFRAC ، المتغير الثنائي لـ $W \Leftarrow$ WFRAC. ، (FRAC هي اختصار لـ Fraction، أي كسر)

والصيغة الرياضية لمضاعف لاجرانج المطبقة لهذا النموذج هي كـــالآتي:

$$MinF(x) = 0.000682X^2 + 8.07\times10^{-5}Y^2 + 9.63\times10^{-6}Z^2 + 2.67\times10^{-8}G^2 + 8.97\times10^{-7}W^2$$
$$+ 2.82\times10^{-4}XY + 18.14\times10^{-6}XZ - 2.84\times10^{-6}XG + 11.7\times10^{-6}XW$$
$$+ 11\times10^{-7}YZ + 7.34\times10^{-7}YG + 0YW + 6.84\times10^{-8}ZG + 12.14\times10^{-7}ZW$$
$$- 4.66\times10^{-8}GW$$
$$+ (X + Y + Z + G + W - 1)UNITY$$
$$+ (1.055 - (1.092X + 1.1089Y + 1.0481Z + 1.048G + 1.0425W))RETURN$$
$$+ (X - 0.75) + (Y - 0.75) + (Z - 0.75) + (G - 0.75) + (W - 0.75)$$

إذن النموذج التربيعي للمحفظة المالية بعد تعديلها بمضاعف لاجرانج، يصبح النموذج سهل الحـــل ويكون كـــالآتي:

Min X + Y + Z + G + W + UNITY + RETURN + XFRAC + YFRAC + ZFRAC + GFRAC + WFRAC

Subjet to

0.001364 X + 0.000282 y + 0.00001814 Z - 0.00000284 G + 0.0000117 W + UNITY - 1.092 RETURN + XFRAC > 0

0.000282 X + 0.0001614 y + 0.0000011 Z + 0.000000734 G + UNITY - 1.1089 RETURN + YFRAC > 0

0.00001814 X + 0.0000011 Z - 0.00001926 y + 0.0000000684 G + 0.000001214 W + UNITY - 1.0481 RETURN + ZFRAC > 0

- 0.00000284 X + 0.000000734 y + 0.0000000684 Z + 0.0000000534 G - 0.0000000466 W + UNITY - 1.0480 RETURN + GFRAC > 0
0.0000117 X + 0.000001214 Z - 0.0000000466 G + 0.000001794 W + UNITY - 1.10425 RETURN + WFRAC > 0
X + Y + Z + G + W = 1
1.092 X + 1.1089 Y + 1.0481 Z + 1.048 G + 1.0425 W > 1.055
X < 0.75
Y < 0.75
Z < 0.75
G < 0.75
W < 0.75
END
QCP 7

ولحل هذا البرنامج استخدم برنامج (LINDO 6.1) المتخصص في حل البرامج الخطية وتطبيقاتها، وكانت النتائج كالآتي:-

QP OPTIMUM FOUND AT STEP 7
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
(1
0.9068406 E-05

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X	0.000000	0.000041
Y	0.182565	0.000000
Z	0.067435	0.000000
G	0.000000	0.000003
W	0.750000	0.000000
UNITY	0.000555	0.000000
RETURN	0.000527	0.000000
XFRAC	0.000000	0.750000
YFRAC	0.000000	0.567435
ZFRAC	0.000000	0.682565
GFRAC	0.000000	0.750000
WFRAC	0.000026	0.000000

DUAL PRICES	SLACK OR SURPLUS	ROW
0.000000	0.000041	(2
0.182565-	0.000000	(3
0.067435-	0.000000	(4
0.000000	0.000003	(5
0.750000-	0.000000	(6

0.000555	0.000000	(7
0.000527-	0.000000	(8
0.000000	0.750000	(9
0.000000	0.567435	(10
0.000000	82565	(11
0.000000	750000.	(12
0.000026	0.000000	(13

NO. ITERATIONS= 7

3.3- تحـــليل النتـائج

حسب نتائج البرنامج نجد أن X= 0 % ; Y=18 % ; Z = 7% ; G = 23 % ; W = 75 %، أي أن المحفظة المالية تتكون من 0% من أسهم مجمع صيدال، و 18% من أسهم فنادق الأوراسي، 7% من سندات اتصالات الجزائر، 23% من سندات سونلغاز 14 ، و75% من سندات سونلغاز 11.

بلغت قيمة دالة الهدف تساوي 0.9068406×10^{-9} ، أي بانحراف معياري 0.95228×10^{-9} ، معنى أن الانحراف المعياري صغير جدا يدلل عن قلة التغييرات في أسعار الأسهم والسندات في بورصة الجزائر.

4- الخـــاتمة

إن اختيار مكونات المحفظة المالية على أساس علمي بالاعتماد على الأساليب الكمية، أمر ضروري لاتخاذ القرار المالي السليم، وباستخدام هذه الطرق يتم تقديم أعلى مستوى من الخدمة للمستثمر ومساعدته في تكوين محفظة مالية كفؤة ومعرفة حصة كل استثمار منها مما يؤمن عامل التنويع المالي.

إن النتائج التي تم الحصول عليها من نموذج ماركويتز لبعض أسهم و سندات بورصة الجزائر، تبين أن الانحراف المعياري لدالة الهدف صغيرا جدا، وهذا معناه إن التغيرات في أسعار الأوراق المالية في بورصة الجزائر شبه ثابتة، وأن المستثمرين الحاليين في البورصة هدفهم هي العوائد المتحصل عليها في نهاية السنة المالية للشركة، وليست العوائد المتأتية من الفروق في أسعار الأسهم نتيجة التداول، مما يؤكد أن بورصة الجزائر مازالت بعيدة عن الحركيات والنشاط الموجود في البورصات العالمية.

الهوامش والمراجع

[1] - عبد الرحمن إبراهيم الحميد، " تبسيط أسلوب بناء المحفظة المالية " الأسواق العربية، العربية.نت، 02 ديسمبر2007، على المسار: <http://www.alaswaq.net/views/2007/12/02/12507.html>.

[2]- Harry Markowitz, " Portfolio Selection", The Journal of Finance, Vol. 7, No1,Mar., 1952, pp.77-91 . Available at : < http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28195203%297%3A1%3C77%3APS%3E2.0.CO%3B2-1>.

[3]- Harry M. Markowitz, " Portfolio Selection, Efficient Diversification Of Investments ", John Wiley & Sons, Inc., New York Chapman & Hall, Limited, London 1959; available at: <http://cowles.econ.yale.edu/P/cm/m16/index.htm>.

[4] -Fabio Silva Dias, " Quadratic Programming Applied to Modern Portfolio Selection", Departament of Computer Science, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo – Brazil, available at: <http://www.linux.ime.usp.br/~cef/mac499-01/monografias/fdias-rec/QP.pdf>.

[5] - ناظم الشمري واخرون، " أساسيات الاستثمار العيني والمالي"، ط1، دار وائل للطباعة والنشر، عمان، الأردن، 1999 ، ص15 .

[6]- هوشيار معروف كوكا مولا، "الاستثمارات والأسواق المالية"، دار الصفاء للنشر والتوزيع الأردن، 2003، ص 132.

[7] - Charles Jones , " Investments Analysis and Management ", John Wiley Sons Inc, USA, 2000, p02.

[8]- حمزة محمود الزبيدي، الاستثمار في الأوراق المالية، مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع، الأردن، 2001، ص ص21-22، بتصرف.

[9] - Charles Jones , op. cit, p49.

[10] -Ibid, p16.

[11] - خالد وهيب الراوي ،" إدارة المخاطر المالية "، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الأردن، 1999 ، ص 90.

[12] - محمود داغر، " الأسواق المالية مؤسسات – أوراق - بورصات "، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2007، ص 203.

[13] - نفس المرجع ، ص 204.

[14]- محمد حامد محمد، " تكوين محافظ الأوراق المالية وإداراتها "، دار النهضة، القاهرة، مصر، 1997، ص2.

[15] - Noël Amenc ; Véronique Le Sourd; " Portfolio Theory and Performance Analysis ", John Wiley & Sons Ltd, England, 2003, p06.

[16] - محمود داغر، مرجع سبق ذكره، ص 204.

[17] - نفس المرجع.

[18] - شهاب الدين حمد النعيمي، " إدارة المعرفة المالية تطور وسائل بناء وإدارة المحفظة المالية "، قسم إدارة الأعمال، كلية الاقتصاد و العلوم الإدارية، جامعة الزيتونة الأردنية، 2004، ص....

[19]- Paul A. Jensen and Jonathan F. Bard, " Nonlinear Programming Methods.S2 -Quadratic Programming- "; Operations Research Models and Methods, university of Texas, 2011, available at:

<
http://www.me.utexas.edu/~jensen/ORMM/supplements/methods/nlpmethod/S2_quadratic.pdf >. p01.

[20]- Ibid.

[21] المفهوم الرياضي لـ - infimum يفهم من خلال: أولا infimum= mnimum1=1 ،(1,2,3)

ثانيا mnimum ≠ infimum (1-,1,2,3,0)،

هو اكبر حد سفلي وهو هنا infimum.1، infimum= 1

[22]- Quadratic programming, available at:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic_programming>.

[23] - ابراهيم أحمد مخلوف، " التحليل الكمي في الإدارة "، ط1، جامعة الملك سعود، 1995، ص 14.

[24] - ريشارد بروسون، " بحوث العمليات "، ط2، ترجمة حسن الغباري، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، 2002، ص ص 195-197 ، بتصرف.

[25]- Groupe SAIDAL, Informations Financières, COSOB, Alger, < http://www.cosob.org/les-emetteurs-groupe-saidal.htm> .

[26]- ALGERIE TELECOM SPA, COSOB, Alger, <http://www.cosob.org/les-emetteurs-AlgerieTelecom2.htm>.

[27]- Entreprise de gestion hôtelière El Aurassi, Informations Financières, COSOB, Alger, <http://www.cosob.org/les-emetteurs-eghaurassi.htm>.

[28]- SONELGAZ, COSOB, Alger, <http://www.cosob.org/les-emetteurs-sonelgaz2.htm>.

[29]- SONELGAZ, COSOB, Alger, <http://www.cosob.org/les-emetteurs-sonelgaz2.htm>.