

## تطور المنطق والرياضيات في الفكر اليوناني القديم

### زيات فيصل

طالب دكتوراه، تخصص المنطق وفلسفة العلوم، قسم الفلسفة، جامعة وهران 2 محمد بن أحمد

تحت اشراف أ.د. دراس شهرزاد

يمكن القول بصفة عامة إن الرياضيات كما نعرفها اليوم، أي بوصفها علما نظريا محضا، إنما ظهرت عند اليونان، وخاصة بعد فيثاغورس pythagore ومدرسته (القرن السادس قبل الميلاد). أما الأساس الذي بنى عليه اليونان صرحهم الرياضي النظري فهو، بدون شك، الرياضيات التطبيقية التي عرفتتها الحضارات الشرقية القديمة ولهذا كانت الرياضيات عندهم شديدة الارتباط بالواقع العملي والحسي والممارسة اليومية للإنسان، خاصة منها الحضارة المصرية والبابلية، والتي كانت تحت ضغط حاجات الإنسان الضرورية الاقتصادية والاجتماعية، كالقيام بالحسابات في الأعمال التجارية، وتوقع الأحداث الفلكية، ومثل فيضانات واد النيل التي دفعت المصريين القدماء إلى ابتكار طرق وأساليب هندسية لتحديد مساحات الحقول وتنظيم الزراعة والري<sup>(1)</sup>.

إن اليونان لم يبتكروا كل شيء، لم ينشئوا الرياضيات النظرية من عدم، بل إنهم نقلوا معلوماتهم الرياضية الأولى من المصريين والبابليين وشعوب الشرق الأخرى ( إن مدارس ملطية وساموس اللتين تعلم فيهما على التوالي، كل من طاليس<sup>(2)</sup> (thalés) وفيثاغورس كانت مدارس شرقية)، ولكن مع ذلك هناك فرق شاسع بين الرياضيات التطبيقية التي وصلتنا من حضارات الشرق، والرياضيات النظرية التي ورثناها عن اليونان، هناك انفصال بينهما.

يتجلى هذا الانفصال، أو القطيعة، في ظهور مفاهيم أساسية لم تكن موجودة من قبل، مفاهيم لا يزال يقوم عليها البناء الرياضي النظري، هذا بالإضافة إلى استعمال طرق جديدة في التفكير كالتجريد والتعميم والتحليل والتركيب، مما كانت نتيجته نشوء تصور جديد للعلم الرياضي يختلف اختلافا جذريا عن التصورات التي تربط الحساب والهندسة بالتطبيقات العملية والحاجات الاجتماعية<sup>(3)</sup>.

### أولا: موقف المدرسة الفيثاغورية:

موضوع الرياضيات عند اليونان ماهيات ذهنية تتمتع بوجود موضوعي مستقل وكامل. فكما أن العدد الصحيح تصور ذهني خالص، من الصعب ربطه بالمحسوسات، فكذلك الأشكال الهندسية يجب أن تكون هي الأخرى تصورات ذهنية خالصة، أي ماهيات عقلية. الفيثاغورية مدرسة علمية اهتمت بعلوم عديدة في الزمن القديم: كالرياضة (الحساب والهندسة)، و يعتبر فيثاغورس هو الذي وضع الحجر الأساس وأرسى دعائم هذا العلم؛ بيد أن البشرية قد سارت أجيالا كثيرة تخطو بالرياضة خطوات قطعت زمنا طويلا حتى انتقلت من الحس إلى التجربة<sup>(4)</sup>.

إن القول الرئيسي الذي قالت به الفيثاغورية هو أن كل شيء هو العدد، فكل شيء جسماني أو غير جسماني له صفة العدد، فالعدد هو جوهر الوجود وحقيقته<sup>(5)</sup>. يقول أرسطو Aristotle "لقد عنى الذين عرفوا بالفيثاغوريين بالرياضيات وكانوا أول من افترض أن مبادئ الرياضة هي أيضا مبادئ جميع الأشياء"<sup>(6)</sup>. وبذلك قد أنشئوا عدة نظريات في الهندسة وعلم العدد. بدأ الفيثاغوريون بأن نسبوا إلى الأعداد صفات هندسية، حيث يرى فيثاغورس أن كل شيء في الوجود إنما هو: " شكل هندسي وعدد"<sup>(7)</sup>.

ولما كانت الأعداد هي أول مبادئ الرياضة فقد تصوروا أن بينهما وبين سائر الكائنات الموجودة تشابها كبيرا يفوق التشابه القائم بينهما وبين النار أو الأرض أو الماء<sup>(8)</sup>، وقالوا أن العدد 1 يناظر النقطة، والعدد 2 يناظر الخط، والعدد 3 فهو يعبر عن المثلث... وانتهوا من كل ذلك إلى أن الكون ذات طبيعة رياضية<sup>(9)</sup>.

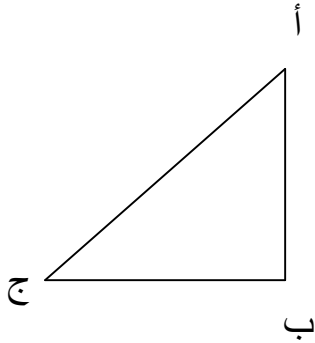
دخلت المدرسة الفيثاغورية<sup>(10)</sup> في أزمة علمية عميقة عند منتصف القرن الخامس قبل الميلاد، وهي تعتبر أول أزمة رياضية (تاريخيا)، تعود إلى فيثاغورس، وتتمثل أعراض هذه الأزمة في اكتشاف أعداد "غريبة" لا تقبل القياس Nombres incommensurables ، وقد سماها

العرب بالأعداد الصماء، وذلك في مقابل الأعداد العقلية Nombres rationnels التي يتصورها العقل وسمها العرب بالأعداد المنطوقة، وتسمى اليوم الأعداد الجذرية.

وقصة هذه الأعداد الصماء هي أن فيثاغورس عندما كان يطبق نظريته المعروفة، على مختلف الأشكال التي تنطبق عليها، أي على المثلثات قائمة الزاوية، حيث تقول نظرية فيثاغورس: "إن مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين"<sup>(11)</sup> تبين له أن وتر المثلث القائم الزاوية يكون في بعض الحالات غير قابل للقياس بوحدات صحيحة. فإذا كان لدينا مثلا مثلث قائم الزاوية ضلعاه المتجاوران يساويان على التوالي 3، 4، وباستخدام القانون المذكور أعلاه، فإن مربع وتر هذا المثلث يساوي:  $23 + 24 = 9 + 16 = 25 = 25$ . وبالتالي فإن مربع وتر هذا المثلث يساوي 5، وهو عدد صحيح "معقول"، أي يمكن تصوره بتمام.

أما إذا كان الضلعان المتجاوران يساويان على التوالي 5، 7، فإن مربع الوتر يساوي  $25 + 27 = 49 + 25 = 74$ . وإذا أردنا استخراج وتر هذا المثلث أي الجذر التربيعي للعدد 74 فإننا لن نحصل على عدد صحيح "معقول" بل على عدد يقع ما بين 8 و9 باعتبار أن  $28 = 29 = 81$  وبالتالي فإن وتر هذا المثلث لا يقبل القياس بوحدات صحيحة لأنه يساوي 8 مع كسور لا لخائية لعدد أرقامها بعد الفاصلة. ولذلك لا يمكن تعقله بتمام<sup>(12)</sup>.

إذا افترضنا أن لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان متساويان (أب و ب ج يساوي واحد) أي أن مقياس كل منهما يساوي وحدة واحدة، فوفقا لنظرية فيثاغورس في المثلث القائم الزاوية يكون مربع الوتر حساسيا يساوي:



الشكل (1)

$$\begin{aligned} (أج)^2 &= (أب)^2 + (ب ج)^2 \\ 2^2 &= 1^2 + 1^2 \\ 4 &= 1 + 1 \\ 4 &= 2 \end{aligned}$$

ومن مربع الوتر يساوي 2 وطول الوتر يساوي ذلك العدد إذا ربع أعطانا 2. لكن الفثاغوريين اكتشفوا المشكلة الغير المتوقعة وهي أن مثل هذا العدد لا يمكن التعبير عنه بوحدات محددة صحيحة، وبمعنى أدق لا يمكن التعبير عنها بالأعداد الناطقة. وعندما أرادوا التعبير عن الأطوال الهندسية بأعداد حسابية اصطدموا بالأعداد الصماء التي لا تقبل القياس المضبوط. وكان الفثاغوريين هم أول من عرفوا الجذر التربيعي للعدد 2 - وهذا أول ما استكشفوه من الأعداد الصماء -<sup>(13)</sup>

فاعتبر فيثاغورس ذلك أزمة وفضيحة، كتمها إلا عن تلاميذه وأوصاهم بألا يكشفوا سرها لكي لا يصيبهم شر، ولعل هذا كان ذلك من جملة العوامل التي جعلت الفثاغوريين ينصرفون عن الحساب جملة ويقتصرون على الهندسة وقامت كعلم ناضج منذ البداية وخضع الحساب نفسه إليها<sup>(14)</sup>.

فلكل خط مستقيم عدد صحيح يرتبط به ( هو عدد النقط المكونة له)، فهناك نقط تقابل أعداد ناطقة إذا قمنا بقياسها، لكن ليس كل النقط تقابلها أعداد ناطقة، إذ هناك نقط لا تقابل أي عدد ناطق ومنها ما يقابل الأعداد الصماء، ولكن في العصر الحديث تم إدماج

الأعداد الصماء في الرياضيات ووضع له رمز  $\sqrt{\quad}$  للعدد الذي إذا ضربناه في نفسه يعطي عددا صحيحا، وبالتالي يكون طور الوتر (ب ج) في الشكل (1) يساوي  $\sqrt{2}$

$$\text{حيث: } 2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \text{ أي: } 2 = (\sqrt{2})^2$$

وتسميته بالعدد الأصم  $\sqrt{2}$  هي أصلا تنسب إلى الفيثاغوريين.

لماذا لم تدمج هذه الأعداد في الرياضيات مع الفيثاغوريين واعتبرت فضيحة وتم كتمانها؟

ذهبت المدرسة الفيثاغورية لدراسة الرياضيات وهذا ليس بهدف الرياضيات في ذاتها بل بهدف فهم وتفسير الكون، حيث كانت لهذه المدرسة أفكار فلسفية أرادوا تحقيقها وإثباتها، وفي المقابل كان تصور العدد الأصم يتناقض مع آرائهم الفلسفية فوجدوا أنفسهم في معضلة، فكان أمام الفيثاغوريين أحد الطريقتين للخروج من هذا المأزق: فأما أن يقبلوا بمثل هذه الأعداد فتهدم أسس فلسفتهم، وإما أن يبتعدوا ويتجنبوا هذه الأعداد ويحافظوا على مذهبهم الفلسفي؛ ولقد اتجه الفيثاغوريين إلى قبول الحل الثاني الذي أدى بدوره إلى نتائج وخيمة (العزل بين الحساب والهندسة)، فتأخر علم العدد كثيرا.

والحقيقة أن لهذا التخلف في علم الجبر أسباب عديدة منها افتقار لغة رمزية رياضية يستحيل تقدم علم الجبر بدونها.

لكن لماذا اتجه الفيثاغوريين إلى الحل الثاني للخروج من المأزق ولم يتجهوا إلى الحل الأول؟ إن السبب يكمن في حقيقة إدراكهم أن قبول الحل الأول كان يتضمن في حقيقة الأمر التحلي عن فكرة المحدود من النقط في الخط وقبول أن كل خط مستقيم محدود يتضمن في داخله عددا لا نهائيا من النقط، بشرط أن تقبل الفرض الإقليدي عن النقطة التي تعرف بأنها تشغل موقع في الخط ولا تشغل حجما، في حين يبدو أن للنقطة حجما في نظرهم مما يعني أنهم ارتبطوا بالعالم المادي في تحديد المفاهيم الرياضية كالنقطة والخط.

ومن أهم أفكار المدرسة الفيثاغورية التي درست خواص الأعداد مرتبطة مع التصورات الفلسفية، القول أن النقطة لا تنقسم وكل قطعة مستقيمة تحتوي على عدد من النقط يكافئ عدد صحيح والعلاقة بين قطعتين مستقيمتين تساوي العلاقة بين عددي نقاطها. ولذا كان العدد الذي يكافئ قطعة غير قابلة للقياس مصدر إزعاج بالنسبة لهم لعدم توافقه مع مفاهيمهم الأساسية في الرياضيات والفلسفة.

ولما كان هذا يعني انهيار النظام الفيثاغوري بأكمله، كان من الطبيعي أن يبتعد الفيثاغوريون عن الحل الأول.

## 2- موقف أفلاطون:

يمكننا القول أن اهتمام أفلاطون ينصب أساسا على المعاني الميتافيزيقية التي تكمن من وراء التصورات الرياضية، وفي هذا ومن المحتمل ومن دون شك كان متأثر بالمدرسة الفيثاغورية - أي كان مسائرا للاتجاه الفيثاغوري - الذي تشبع أفلاطون بتعاليمها في اهتماماته بالرياضيات، فلا عجب أن نرى فيلسوفا مثل راسل يقول: "إني لا أجد شخصا غير فيثاغورس كان له أثر يماثله في عالم الفكر، لأن ما يبدو لنا أفلاطونيا نجد في جوهره عند التحليل فيثاغوريا"<sup>(15)</sup>

فكما حرص الفيثاغوريين على إضفاء دلالة كونية على الرياضة لم يحل بينهم وبين الوصول إلى مجموعة من أروع الكشوفات الرياضية في العالم القديم، فكذلك كانت حماسة أفلاطون للدراسة الرياضية قوة دافعة لهذا العلم. أدت إلى نهوضه في الأكاديمية بوجه خاص، ويمكن القول أن أفلاطون حاول أن يجعل للرياضة قيمة أساسية في تفسير الكون<sup>(16)</sup>.

فالفيثاغوريين "قرؤوا أن هذا العالم أشبه بعالم الأعداد منه الماء أو النار أو التراب، وقالوا إن مبادئ الأعداد هي عناصر الموجودات، أو أن الموجودات أعداد وأن العالم عدد ونغم"<sup>(17)</sup>

والواقع أن بحث أفلاطون للرياضيات يتسم بطابع مزدوج: فالرياضة ترتفع عن كل موضوع متعلق بالعالم المحسوس، ولكنها من جهة أخرى تهيئ الذهن أفضل تهيئة للصعود إلى العالم المعقول وهي بالنسبة إلى العالم الأول غاية في ذاتها ينبغي أن تحتفظ باستقلالها الكامل عن كل الموضوعات، أما بالنسبة للعالم الثاني فهي وسيلة لتدريب العقل على التعامل مع عالم الأفكار المجردة<sup>(18)</sup>.

ويبدو أن حماسة أفلاطون لدراسة الرياضيات لم تكن ترجع إلى تعلقه بالرياضيات بقدر ما كانت ترجع إلى قدرة الرياضيات على تكوين " الطابع الفلسفي " في النفس، وقد أيد " دانتسج " هذا الرأي إذ قال " على الرغم من الإدعاءات المبالغ فيها أفلاطون والأفلاطونية المحدثة، فإن أفلاطون لم يكن رياضيا. فالرياضة عند أفلاطون وأتباعه كانت إلى حد بعيد وسيلة لغاية، والغاية هي الفلسفة ... وينعكس ذلك في

لفظ *matematica* ذاته، الذي يترجم حرفياً بعبارة "مقرر دراسي" أو "منهج". وبهذا المعنى كانت الرياضة تستخدم في أكاديمية أفلاطون ولم تصبح الرياضيات اسماً لعلم العدد والشكل والامتداد إلا فيما بعد<sup>(19)</sup>.

وهذا ما ذهب إليه ليون برنشفيك Léon Brunschvicg في كتابه "مراحل فلسفة الرياضيات" وذلك من خلال تعليقه على فلسفة أفلاطون: "إن الأفلاطونية مثل الفيثاغورية - فلسفة من نمط رياضي - لكن هناك فرق بين الأفلاطونية والفيثاغورية، فحسب الفيثاغوريين الأشياء تمثل الأعداد، وحسب أفلاطون الأشياء تشارك الأعداد فالاسم هو الذي يتغير فقط"<sup>(20)</sup>. فعندما يرى الفيثاغوريين أن الأشياء تحد الأعداد إنما يضعون على الخطة ذاتها الحقيقة العددية والحقيقة الطبيعية، إنهم يفترضون تشابهاً بين مجموع الأعداد ومجموع الأشياء، وعلى العكس من ذلك حسب أفلاطون، أن علم الأعداد لا يقوم على الأشياء في ذاتها، لكن على خصائص الأشياء، التي يتألف في فهم محدوديتها<sup>(21)</sup>.

ومن هنا يرى برنشفيك أن الأفلاطونية هي التي وضعت القاعدة الأساسية من أجل فلسفة رياضية لأن أفلاطون "استخرج من الرياضيات فلسفة ويؤسس الرياضيات على الفلسفة"<sup>(22)</sup>.

ومما سبق يتضح أن الرياضيات في رأيه تتصف بالصفات الآتية:

**أولاً:** إنها تبدأ من مسلمات تعد في غير حاجة إثبات، لأنها واضحة بذاتها.

**ثانياً:** وهي استدلالية متدرجة، أي أنها تحتاج إلى سلسلة من المراحل المتسقة التي توصل إلى البرهان المطلوب.

**ثالثاً:** وهي تحتاج إلى صور متخيلة يستعين بها الرياضي في فهم مشكلاته<sup>(23)</sup>.

وبهذا فقط أعطى أفلاطون كما سبق وأن ذكرنا للتصورات الرياضية معانٍ ميتافيزيقية متأثراً بالمدرسة الفيثاغورية ولهذا ارتبطت الرياضيات لديه بالفلسفة.

قد كان أفلاطون منبهراً بالرياضيات وكانت في نظره نموذج للدقة واليقين في الفلسفة، وقد كان يضع الإبداعات - في بعض الشيء من عمره - ولم يتوقف عن التفكير الرياضي بصفة مباشرة إذ كان دائماً يهتم لإيجاد طرق جديدة للبحث الرياضي وعلى هذا يعلق جماعة نيكولاس بورباكي بقولهم "إن أفلاطون كان مولعاً بالرياضيات دون أن يكون مبدعاً في الميدان، حيث كان مطلعاً على الاكتشافات الرياضية لمعاصريه فكثير منهم كانوا تلامذته أو أصدقائه"<sup>(24)</sup>.

صحيح أن أفلاطون ذاته لم يهتد إلى جديد في مجال الرياضيات ولكنه جعل ممارسة الهندسة عملاً إلهياً وشرطاً ضرورياً لدخول الأكاديمية حيث نقش على باب الأكاديمية "لا يدخل هنا إلا من كان هندسياً (أي رياضياً)"<sup>(25)</sup>.

وكان ذكر الرياضيات في محاوراته مقترناً على الدوام بالاحترام بل كان يحيطها بحالة من التقديس، تؤدي قطعاً إلى بث الإعجاب بهذا العلم في نفس كل من يستمع إلى دروسه أو يقرأ محاوراته<sup>(26)</sup>.

وسواء أكان هذا صحيحاً أم لا فإنه من المؤكد أن الرياضيات كانت تمثل مكاناً ممتازاً في دراسات مدرسة أفلاطون، وهو يفصل في الكتاب السابع من "الجمهورية" الحديث عن العلوم الرياضية التي يجب على حراس المدينة الفاضلة دراستها لتهيأهم للوصول إلى أعتاب الدرجة العليا من التعليم: مرحلة الفلسفة<sup>(27)</sup>.

وهذا كله يدل أن الرياضيات لم تتحرر من قيود الفلسفة. فهل كان نفس مع أرسطو مؤسس المنطق الصوري؟

### 3- المنطق الأرسطي و الفكر الرياضي:

يفرّق أرسطو بين العدد عند أفلاطون، والعدد عند فيثاغوروس، فيقول إن الفيثاغوريين لا يجعلون الأعداد مفارقة للأشياء التي هي نموذج لها كما فعل أفلاطون. ويمكن تلخيص موقف أرسطو على النحو الآتي:

نقد أرسطو مفهوم الأعداد المتعالية عند أفلاطون ونتيجة هذا هي:

1- تأسيس مفهوم العدد الطبيعي على التجريد فقط، بحيث لا يمكن تأسيس العدد إلا على فكرة التجريد من الموضوعات الموجودة في الطبيعة.

2- فصل العدد عن الشكل الهندسي.

فيرى أرسطو في كتاب "التحليلات الثانية" أن علم العدد منفصل عن علم الهندسة تماما ولا يمكن أن نجمع بينهما ولا يمكننا البرهان على القضايا الهندسية بالرجوع إلى علم العدد مثلما اعتقد الفيثاغوريين، يقول أرسطو " لا يمكننا أن نتقل في البرهان من نوع إلى آخر، كما لا يمكننا أن نبرهن قضية هندسية باستخدام علم العدد أو علم الحساب arithmétique" (28)

وليس هذا فحسب بل يبين أرسطو وجود ثلاث عناصر في البرهان وهي:

في المقام الأول: إن ما نبرهن عليه مرهون بالنتيجة.

في المقام الثاني: البديهيات، والبديهيات التي عن طريقها يتسنى بما البرهان.

في المقام الثالث: الجنس هو الموضوع الذي يظهر في البرهان الصفات الأساسية (29).

حيث يقول أيضا: " لكن في حالة الأجناس المختلفة مثلما هو الأمر بالنسبة لعلم الحساب والهندسة، فلا يمكننا أن نطبق البرهان العددي على خصائص الكميات (أي المقادير أو المساحات) إلا إذا افترضنا أن المساحات لا تكون أعدادا" (30).

والمقصود بالمقدار في الرياضيات الكم المنفصل (أي الحساب)، أو الكم المتصل أي الهندسة، وهذا الأخير هو النوع الذي يقصده أرسطو ويوضح أنه لا يمكن التعبير عنه بعلم العدد فهذا غير ممكن إذ يقول " ولهذا فإنه لا يمكننا أن نبرهن عن طريق الهندسة على أن علم المتناقضات واحد، ولا حتى أن مكعبين يكونان مكعبا، ولا يمكننا مطلقا أن نبرهن على نظرية علم ما بواسطة أو عن طريق علم آخر، إلا إذا لم تكن النظريات هذه في علاقتها الواحدة بالأخرى كعلاقة أكبر أو أصغر من... ولا يمكن للهندسة إطلاقا التذليل على أن الخط المستقيم هو أجمل الخطوط، أو أنه عكس الدائرة إذ أن جنسها لا ينتمي إلى الخطوط" (31).

يبدو أن أرسطو كان ناقدا لمن سبقوه، ولم يكن أرسطو في أكاديمية أفلاطون يعن بالرياضيات بطريقة مباشرة، لكنه يذكر أمور عدة ضمن مؤلفاته، ولم يكن يجتهد في الحفاظ على اتصاله مع الحركة الرياضية في عصره، فلم ينقل لنا ولم يحصل إلا على بعض النتائج التي كانت متداولة آنذاك منذ زمن طويل حسب رأي جماعة بوريانكي. (32)

لقد كان أرسطو بموقفه هذا قد ساهم إسهاما كبيرا في تطور هذا العلم، رغم أن اهتمامه بالرياضيات كان ضعيفا إذ قورن باهتمام أفلاطون، لكنه بالمقابل تمكن من " تنظيم وتقنين طرق الاستدلال لأول مرة "، وكان ذلك من خلال كتابه الكبير "الأورغانون" l'organon والذي من خلاله نقد الجدول وجاء بنظرية القياس (théorie du syllogisme). وبالتالي فالمنطق يعود تأسيسه إلى أرسطو (33).

لقد كان أرسطو رياضيا وذلك لأنه قدم نسقا رياضيا. فقد كان عارفا بالرياضيات عصره، ودوره في جمع الرياضيات وتقدمها أمر لا مجال للشك فيه، وهذا ما يدل عليه مؤلفه الكبير " التحليلات الثانية" الذي يثبت فيه البرهان اليقيني أو بصفة أحص الرياضي من صلة هذا البرهان بالمنطق الصوري، وفيه أيضا يثبت أن اليقين الرياضي الذي تحدث عنه فيثاغورس وأفلاطون مستمد من أن الرياضيات علم برهاني science démonstrative، أو كما يقال اليوم علم استنباطي science déductive، ويقصد أرسطو بالعلم البرهاني ذلك العلم الذي يحتاج لقيامه إلى أسس ومبادئ عامة تنطلق منها للبرهنة على جملة من القضايا والنظريات (34).

ويضيف أرسطو أن تلك الأسس والمبادئ قليلة العدد، وأنها غير قابلة للبرهان في العلم الرياضي ذاته ويمكن تبريرها والبرهنة عليها في الميتافيزيقا، أي في علم المبادئ الأولى للوجود، والقارئ لكتاب "التحليلات الثانية" يرى أن العلوم الرياضية أساسها حدسي حيث يقول "إذا كانت المعرفة العلمية تقوم على ما وضعنا، فيلزم ضرورة أن ينطلق العلم البرهاني من مقدمات (prémises) تكون صادقة وأولية ومباشرة" (35) وهذا معناه أننا نعرف هذه المقدمات عن طريق الحدس وهو طريق مباشر لا عن طريق الاستدلال (أي وسائل) وهو طريق غير مباشر.

ويرى أيضا أن المبادئ لا يمكننا البرهنة عليها حيث يقول: " أعني بالمبادئ تلك التي لا يمكن البرهان على أنها موجودة"

إن الذين لم يفهموا منطق أرسطو بالشكل الذي أراده هو فقد اعتبروا الرياضيات نموذج للدقة واليقين، وهذا لزمنا طوليا، بالرغم أن إقليدس ذاته "أعتبر بالنسبة لكثير من الأجيال الذين تملوا من مادته أستاذ منطق أكثر منه أستاذ هندسة" (36)

وقد حدد أرسطو نقاط البدء التي يحتاجها هذا العلم (العلم البرهاني) الذي يتسم بالدقة واليقين كما سبق الذكر، فميز في "التحليلات الثانية" بين المبادئ المشتركة بين جميع العلوم، وبين المبادئ الخاصة بكل علم، حيث يقول أن: " بعضها تخص كل علم لوحده وأخرى مشتركة بين العلوم" (37).

وقد استطاع 'هيث' heath أن يلخص لنا موقف أرسطو من فهم النسق الإستنباطي في عبارة يقول فيها نقلا عن أرسطو " إن كل علم برهاني يجب أن يبدأ من مقدمات لا مبرهن عليها. وإلا فإن خطوات البرهان ستكون لا نهائية. أما عن الأصول اللا- مبرهن عليها فإن بعضها (أ) عام بالنسبة لكل العلوم . وبعضها الآخر (ب) " خاص أو متعلق بالعلم الخاص . أما الأصول العامة فهي البديهيات ويمكن شرحها عن طريق البديهية القائلة : إذا طرحنا أشياء متساوية من أشياء متساوية فإن النواتج ستكون متساوية أيضا. أما فيما يتعلق بـ (ب) فإن لدينا أولا الجنس أو الموضوع الذي يجب افتراض وجوده" (38).

وما يعنيه أرسطو بما هو عام بالنسبة لكل العلوم يتمثل في، قوانين الفكر وتعتبر من أهم أهداف الفكر " قانون الهوية " و" قانون عدم التناقض " و" قانون الثالث المرفوع " وهذه القوانين عامة ومشتركة بين العلوم وهي تعد بديهيات (39). أما ما يقصده بالأصول الخاصة بكل علم من العلوم، خاصة الرياضيات: (أهم المبادئ التي يركز عليها الاستنباط الرياضي) فيتمثل في:

1- التعريفات: ويقصد بها تلك القضايا التي تشرح معنى الحدود الأولية وهي غير صادقة وغير كاذبة. مثلا تعريف الخط بقولك إنه طول بلا عرض.

2- البديهيات: وهي لا تحتاج إلى برهان لأنها واضحة بذاتها، مثل قولك الكل أكبر من الجزء.

3- المسلمات: هي التي نصادر عليها كي نؤسس العلم ونقيم البرهان، حيث يقول محمد ثابت الفندي " لكنها تختلف عن الأصل المتواضع عليه في أنها ليست بينة في ذاتها ويجد المتعلم عنادا في قبولها، ومن ثم فهو يصادر بما حتى تتضح له" (40).

وقد شرح العرب هذه النظرية الأرسطية شرحا وافيا فأوضحوا ما كان غامضا فيها، ومن بينهم ابن سينا من خلال كتابه "النجاة". وبهذا فقد وضع أرسطو مبادئ للرياضيات دون تحديدها للهندسة أو للحساب، فقد كانت أفكار عامة للرياضيات.

كما أن الاستدلال هو الموضوع الرئيسي للمنطق الأرسطي، فهو الباحث في كيفية التفكير الصحيح للتأدي من المقدمات إلى النتائج، وقد اعتنى أرسطو بالمنهج الاستدلالي أكثر من المنهج الاستقرائي وخصص له كتاب "التحليلات الثانية"، كما وضع كل القواعد الخاصة بنظرية القياس (41)، ولكن هذا قد كان موجودا من قبل في الرياضيات الفيثاغورية، وبهذا يحق القول أن الرياضيات تماما مثل المنطق الصوري علم استنباطي، لا تهتم بمدى تطابق قضايها مع الواقع، إن اهتمامها يكمن في السؤال التالي: " هل تستلزم هذه القضية الرياضية المعينة عن الفروض الأولى أم لا تستلزم" (42).

يقول الرياضي ومؤرخ الرياضة بول تانري paul tannery "عندما ندرس في أرسطو استعمال الرموز الحرفية للدلالة على موضوعات فكرية، فإننا سنقول حتما في أنفسنا أنه لم يبق بين اليونان وجرر إلا بضع خطوات ". وإذن فأرسطو استعمل الطريقة الرمزية كطريقة للمنطق، كما هو الشأن في الرياضة (43).

لقد كان أرسطو يعبر عن المتغيرات عن طريق الرموز، وهذا يدل دلالة واضحة على أن ارتباط المنطق بالرياضيات كان قديما وليس حديثا، إذ عرفت الرياضيات تطورا كبيرا باستخدامها للرموز واعتمادها كمنهج. وقد أثرت كذلك على المنطق إذ " يظهر المنطق الإقليدي ليس إلا حالة خاصة من المنطق الأرسطي" (44).

ومثل هذا التحليل الأرسطي الغير المسبوق في تاريخ الفكر إنما يشهد أنه ساهم إسهاما كبيرا في تقدم هذا العلم وعلاقته بالرياضيات، وكان من أسبق من الرياضيين في فحص مسألة مصادر اليقين الرياضي بفحص الأسس التي يقوم عليها البناء الرياضي كله. لكنه لم يذهب إلى أبعد من هذا التحليل الرائع في حد ذاته، وإنما ترك الرياضيات نظريات مبعثرة وغير مؤتلفة في بناء موحد كما هو الشأن عند الفيثاغوريين (45). فهو قد واصل المسار الذي افتتحه الفيثاغوريون، وهذا ما يبدو جليا إذا ما لاحظت الاستدلال الرياضي في مرحلته الثانية حيث ارتبط بالرياضيات وهو غير ذلك في مرحلته الأولى، وذلك كله يعود إلى إقليدس الذي أقام الرياضيات الإقليدية من خلال مؤلفه "الأصول".

#### 4- بناء نسق الرياضيات الإقليدية:

أول نسق عرفته الإنسانية هو هندسة الرياضي الإسكندري إقليدس (Euclide) (360-295 ق.م) وقد صاغه في كتابه العناصر "الأصول" (éléments) (حوالي 300 قبل الميلاد)، وقد ظل هذا الكتاب المرجع الوحيد للرياضيين لقرون عديدة لما شمله من تحديد نتيجة اهتماماته المنطقية، وقد أدى ذلك إلى هيمنة الهندسة الإقليدية حتى القرن 18، كما يعد الصرح الأعظم للهندسة، وقد جمع فيه نظريات

القدامى المبعثرة التي ظهرت في القرون الثلاثة السابقة عليه، وقدم الهندسة على نظرية الأعداد (الحساب)، ونسق هذا كله ولأول مرة في التاريخ في نسق أو بناء واحد محكم الحلقات بحيث يستند برهان كل نظرية لاحقة إلى ما تقدم عليها في الترتيب داخل ذلك البناء وبحيث يستند ذلك كله إلى تلك المقدمات أو المبادئ التي ميزها أرسطو في تحليلاته الثانية<sup>(46)</sup>.

هذا النسق الذي شيدت الرياضيات وفقا له هو ما نطلق عليه النسق الاستنباطي الذي ينطلق ابتداء من بديهيات، وتعريفات ومسلمات معينة ليبرهن على مجموعة من النظريات أو اللواحق، كما رد كل الفرضيات التي تقوم عليها الهندسة إلى مسلمة واحدة وهي: " من نقطة خارج مستقيم يمكننا رسم مواز واحد فقط لهذا المستقيم"<sup>(47)</sup>.

ولا يمكن فهم إقليدس أو العمل الذي أنجزه في كتاب الأصول إلا في ضوء تعاليم أرسطو من خلال تحليلاته الأولى والثانية، فكان بفضل تأثير أرسطو أوثق علم الحدر إلينا، ووضع أول نسق هندسي استنباطي سار جنبا إلى جنب مع المنطق الأرسطي لأكثر من ألفي عام، قرأ أرسطو ووقف على أصول نظريته في القياس.

أسس إقليدس نسقه على متن مقدمات أساسية تتمثل في :

أولا: التعريفات أو الحدود: أعطى إقليدس 23 تعريفا أو شرحا للحدود التي رآها رئيسية منها:

1- النقطة هي ما ليس له بعد.

2- الخط طول لا عرض له.

ثانيا: المسلمات (المصادر): ويعني بها الأشكال الممكنة في الهندسة ومن هذه الأشكال:

1- مد خط مستقيم من نقطتين .

2- كل الزوايا القائمة متساوية.

ثالثا: البديهيات: هي القضايا المعروفة والمقبولة من طرف الجميع حسب إقليدس وقد قبل إقليدس 28 قضية من هذا النوع منها:

1- الأشياء المتساوية لشيء بالذات متساوية فيما بينها.

2- الكل أكبر من الجزء<sup>(48)</sup>.

وعلى أساس هذه الأنواع الثلاثة من المقدمات أو المبادئ أو الأصول يبرهن إقليدس على قضية هندسية<sup>(49)</sup>، وعلى عددا كبيرا من القضايا المبرهنة، أي المشتقة بالبرهان. ويتعرض إلى خطوات البرهنة عند إثبات كل نظرية فذكر ثماني خطوات منها:

- ذكر منطوق النظرية.

- إعادة المنطوق مع الاستعانة بشكل مرسوم .

- افتراض التسليم بصحة القضية.

الأشكال الإضافية أي تحليل القضية المراد إثباتها إلى أشكال أخرى مألوفة وأبسط منها الخ...حتى الخطوة الثامنة والأخيرة وهي إعلان

النتيجة.

كل هذه الخطوات التي يمارسها فعلا الذين يقومون بالبرهان كانت معروفة قبله عند قدماء الهندسيين، وهكذا كان لليونانيين الفضل في إنشاء الهندسة المستوية، وينسب أفلاطون إلى نفسه اكتشاف بعضها في محاوراته. ولكن أهمية إقليدس لا ترجع إلى مثل تلك الخطوات العملية التي تتبع في الحل وإنما فقط إلى أنه استنادا إلى تحليلات أرسطو الثانية استطاع أن يبني نسقا علميا استنباطيا موحدا وواحد ومحكم الحلقات لكل النظريات المبعثرة- مما يرتبط بالهندسة والحساب ونظرية الأعداد- التي خلفها السابقون تستنبط في داخله النظريات اللاحقة مما سبقها في الترتيب<sup>(50)</sup>.

وقد كان لهذا المجهود أهمية كبيرة لأن الرياضيات أصبحت تتميز باليقين والصرامة المنطقية، وذلك نظرا للبناء المحكم الذي يجعل صحة ويقين النتائج مرتبطين بالمبادئ المنطلق منها. إذن كان الزمن قد نضج ليثمر إقليدس، وكانت رسالة إقليدس أن يخرج هذا العلم إلى حيز الوجود وأن يكون سر نجاحه في تأسيس هذا العلم الطريقة أو المنهج الذي اتبعه في تنسيق نظريات الرياضة المتفرقة وربطها برهانها بحيث يستنبط بعضها من بعض .

نستنتج أن أوجه الاتفاق بين موقف أرسطو وموقف إقليدس من طبيعة النسق الرياضي يتمثل في وجود مقدمات أو مبادئ يجب أن يبدأ بها منها العلم الرياضي مسيرة البرهان، وهذه المقدمات هي البديهيات والتعريفات والمسلمات. وقد ظلت هذه الفكرة توابك مسيرة التطور العلمي عبر تاريخ الرياضيات حتى حدثت أزمة الرياضيات في القرن التاسع عشر، وبدأ علماء الرياضة يشكون من التصور الإقليدي للهندسة فظهرت الأشكال الأخرى من الهندسات الجديدة التي تعرف بالهندسات اللاإقليدية non- euclidean، التي تختلف عن الهندسة الإقليدية من حيث المبادئ المنطلق منها.

ونحن عندما نثير مسألة المنهج في الرياضة يجب أن نعود أدرجنا إلى الوراء، إلى ما قبل إقليدس نفسه، أي قبل ظهور المنطق عند أرسطو، أعني قبل الفلاسفة الذين مهّدوا وبدون شك لإقليدس في منهجه الذي اتبعه لبناء علم رياضي، فنجد التعاون والارتباط الوثيق الذي نشأ بين الرياضيات والفلسفة، فكانت نظرياتها مشتتة ينقصها الانسجام وتوجهها الآراء الفلسفية، فكان هذا من الأسباب التي لم تساعد بل أعاققت تقدم الرياضة<sup>(51)</sup>.

لكن مع الوقت أصبحت الرياضيات جد منسجمة مع مبادئ المنطق التي جاء بها أرسطو مما أكسبها الاتساق والتسلسل المنطقي، فأصبح الرياضي يراعي عدم التناقض مع المبادئ التي ينطلق منها في استنباطه للنتائج من المقدمات، وهذا ما جعلها أكثر دقة و يقينا. وما سبق قوله فالرياضيات مع إقليدس أصبحت خاضعة لمبادئ المنطق، وهي تعتبر أساس كل علم، ومن جهة أخرى يمكن القول أن المنطق نشأ تحت تأثير المنهج الرياضي، ويعتبر المنطق أوسع العلوم تعميما... فالرياضيات لا بد أن تسير وفق مبادئه في حين أن العكس غير قائم<sup>(52)</sup>.

وهكذا نستنتج في الفترة اليونانية بأنه كان التأثير بين العلمين متبادلا (الرياضيات والمنطق)، فتأثير المنطق على الرياضيات كان مباشر وكبير في حين تأثير الرياضيات على المنطق كان تأثيرا ضعيفا وغير مباشر.

لكن هل تبقى الرياضيات منسجمة مع المنطق، ترجع إليه لتحقيق الاتساق المنطقي؟ وهل يبقى المنطق يستفيد من طرق الاستدلال الرياضي عبر مراحل تطور الرياضيات؟

الهوامش:

1. محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، 4، 1998، ص 57.
2. <sup>1</sup> طاليس thalés (625-547 ق م) هو فيلسوف وفلكي رياضي، يعد أحد مؤسسي الفلسفة اليونانية، حيث يصنف ضمن الحكماء السبع.
3. محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 58.
4. عربي عباس عطيتو، ملامح الفكر الفلسفي عند اليونان، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، (د.ط.)، 1992، ص 49.
5. أحمد أمين وزكي نجيب محمود، قصة الفلسفة اليونانية، دار الكتب المصرية، القاهرة، ط2، 2000، ص 31-32.
6. أميرة حلمي مطر، الفلسفة اليونانية ومشكلاتها، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، طبعة جديدة، 1998، ص 72.
7. جميل صليبا، الموجز في تاريخ العلوم عند العرب، دار الكتاب اللبناني، بيروت، 1981، ص 23.
8. أميرة حلمي مطر، مرجع سابق، ص 73.
9. عبد الرحمن بدوي، موسوعة الفلاسفة، الجزء الأول، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ط1، 1984، ص 230.
10. المدرسة الفيثاغورية نسبة إلى مؤسسها فيثاغورس، وهم جماعة فلسفية يونانية تنتمي إلى القرن الخامس قبل الميلاد، وعاشت الجماعة بعد ذلك لمئات السنين، ويعتبر جاليليو عودة إليهم.
11. عربي عباس عطيتو، مرجع سابق، ص 52.
12. محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 60-61.
13. برتراند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية، الكتاب الأول، الفلسفة القديمة، ترجمة: زكي نجيب محمود، مراجعة أحمد أمين، الهيئة المصرية العامة للكتاب، (د.ط.)، 2010، ص 328.
14. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1969، ص 34-35.
15. Bertrand russell , A new History of western philosophy ,clarendon press, oxford, p 55.
16. جمهورية أفلاطون، ترجمة فؤاد زكرياء، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الإسكندرية، 2004، (د.ط.)، ص 138-139.
17. يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، مصر، (د.ط.ت)، ص 38.
18. يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، المرجع السابق، ص 135.
19. المرجع نفسه، ص 138.

20. Léon Brunschvicg, les etapes de la philosophie mathématique, librairie félix algan , paris, 1929.p 43.

21. Ibid, p 44

22. Ibid, p 69



23. جمهورية أفلاطون، المرجع السابق، ص 136.
24. Nicolas Bourbaki, éléments d'histoire de mathématique, (paris : Hermann, 1974) , p 12
25. pierre Edouard Machel, histoire de géométrie, (paris : presses universitaires de France, 1984), p 21
26. جمهورية أفلاطون، المرجع السابق، ص 138.
27. عزت قرني، الفلسفة اليونانية حتى أفلاطون، جامعة الكويت، (د. ط)، 1993م، ص 213.
28. Aristote, organon, les seconds analytiques ,trad,j tricot,nouvelle edition,( paris,librairie philosophique,J,vrin , 1966), livre 1 ch. 7.75 a b35- 40 .
29. Ibid, livre 1 ch. 7.75 , b 5.
30. Ibid, livre 1 ch. 7.75 , b 5.
31. Ibid, livre 1. ch. 7.75 b.10-20
32. Nicolas Bourbaki, op.cit, p 12
33. Léon Brunschvicg , op. cit. p 71.
- أنظر كتاب عبد الرحمان بدوي، منطق أرسطو، وكالة المطبوعات، الكويت، ط1، 1980م، ص 137 وما بعدها
34. عبد القادر بشته، الإبستمولوجيا مثال فلسفة الفيزياء النيوتينية، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، ط1، 1995، ص 66
35. Aristote, organon, les seconds analytiques,livre 1, ch 2 , 71, b 20- 25
36. Léon Brunschvicg , op. cit. p 84.
37. Ibid, livre 1. Ch 10. 76, b 30- 35
38. ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم، المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، بيروت، ج3، (د.س.ط)، ص 93.
39. ماهر عبد القادر محمد علي، محاضرات في المنطق، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، الجزء الأول، (د.ط)، 1986، ص 17.
40. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ط1، 1969، ص 44.
41. عبد الرحمان بدوي، موسوعة الفلاسفة، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، الجزء الأول، ط1، 1984، ص 473.
42. زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، ج1، مكتبة الأنجلو مصرية، القاهرة، ط4، 1966، ص 50.
43. Léon Brunschvicg , op. cit. p 104.
44. Léon Brunschvicg, op. cit. p 85.
45. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص 35.
46. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق ، ص 42
47. ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم، المنطق الرياضي، مرجع سابق ، ص 92- 98.
48. محمد محمد قاسم مدخل إلى فلسفة العلوم، دار المعارف الجامعية، الإسكندرية، (د.ط)، 2000، ص 355- 356.
49. – Robert Blanché, L'axiomatique .puf,paris,1999,p12 .
50. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، 48.
51. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص 42.
52. زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، مكتبة الأنجلو مصرية، القاهرة، (د.ط)، 1966، ص 26.