

Printed from

Journal of Scientific Research

<http://www2.univ-bechar.dz/jrs/>

Analyse du comportement des coques géométriquement linéaire et non linéaire Par la méthode des éléments finis utilisation d'un élément à champs de déformations augmenté

Amieur Belkacem, Djermane Mohammed
Laboratoire de Fiabilité des Matériaux et des Structures (FIMAS)
Université de Béchar ALGERIE
Corresponding author: Lamac.Amieur@yahoo.fr

Published on 10 December 2011

The Editor, on behalf of the Editorial Board and Reviewers, has great pleasure in presenting this number of the Journal of Scientific Research. This journal (ISSN 2170-1237) is a periodic and multidisciplinary journal, published by the University of Bechar. This journal is located at the interface of research journals, and the vulgarization journals in the field of scientific research. It publishes quality articles in the domain of basic and applied sciences, technologies and humanities sciences, where the main objective is to coordinate and disseminate scientific and technical information relating to various disciplines.

The research articles and the development must be original and contribute innovative, helping in the development of new and advanced technologies, like the studies that have concrete ideas which are of primary interest in mastering a contemporary scientific concepts. These articles can be written in Arabic, French or English. They will not be published in another journal or under review elsewhere. The target readership is composed especially of engineers and technicians, teachers, researchers, scholars, consultants, companies, university lab, teaching techniques and literary ... The journal is obtainable in electronic form, which is available worldwide on the Internet and can be accessed at the journal URL:

<http://www2.univ-bechar.dz/jrs/>.

Director of Journal
Pr. BELGHACHI Abderrahmane

Editor in Chief
Dr. HASNI Abdelhafid

Editorial Member

Mr. TERFAYA Nazihe
Mr. BOUIDA Ahmed
Mr. LATFAOUI Mohieddine
Mr. OUAHABI Abdelhakim

Reviewers board of the Journal.

Pr. KADRY SEIFEDINE (The American University in KUWAIT)
Pr. RAZZAQ GHUMMAN Abdul (Al Qassim University KSA)
Pr. PK. MD. MOTIUR RAHMAN (University of Dhaka Bangladesh)
Pr. MAHMOOD GHAZAW Yousry (Al Qassim University KSA)
Pr. KHENOUS Houari Boumediene (King Khalid University KSA)
Pr. RAOUS Michel (Laboratory of Mechanic and Acoustic France)
Pr. RATAN Y. Borse (M S G College Malegaon Camp India)
Pr. LEBON Frédéric (University of Aix-Marseille 1 France)
Pr. MONGI Ben Ouédou (National Engineering School of Tunis)
Pr. BOUKELIF Ouéd (University of Sidi Bel Abbes Algeria)
Pr. DJORDJEVICH Alexander (University of Hong Kong)
Pr. BENABBASSI Abdelhakem (University of Bechar Algeria)
Pr. BOULARD Thierry (National Institute of Agronomic Research France)
Pr. LUCA Varani (University of Montpellier France)
Dr. FELLAH Zine El Abidine Laboratory of Mechanic and Acoustic France)
Dr. ZHEN Gao (University of Ontario Institute of Technology Canada)
Dr. OUERDACHI Lahbassi (University of Annaba Algeria)
Dr. HADJ ABDELKADER Hicham (IBISC – University of Evry France)
Dr. KARRAY M'HAMED ALI (National Engineering School of Tunis)
Dr. ALLAL Mohammed Amine (University of Tlemcen Algeria)
Dr. FOUCHAL Fazia (GEMH - University of Limoges France)
Dr. TORRES Jeremi (University of Montpellier 2 France)
Dr. CHANDRAKANT Govindrao Dighavka (L. V. H. College of Panchavati India)
Dr. ABID Chérifa (Polytech' University of Aix-Marseille France)
Dr. HAMMADI Fodil (University of Bechar Algeria)
Dr. LABBACI Boudjema (University of Bechar Algeria)
Dr. DJERMANE Mohammed (University of Bechar Algeria)
Dr. BENSAFI Abd-El-Hamid (University of Tlemcen)
Dr. BENBACHIR Maamar (University of Bechar Algeria)

Pr. BALBINOT Alexandre (Federal University of Rio Grande do Sul Brazil)
Pr. TEHIRICHI Mohamed (University of Bechar Algeria)
Pr. JAIN GOTAN (Materials Research Lab., A.C.S. College, Nandgaon India)
Pr. SAIDANE Abdelkader (ENSET Oran Algeria)
Pr. DI GIAMBERARDINO Paolo (University of Rome « La Sapienza » Italy)
Pr. SENGOUGA Nouredine (University of Biskra Algeria)
Pr. CHERITI Abdelkarim (University of Bechar Algeria)
Pr. MEDALE Marc (University of Aix-Marseille France)
Pr. HELMAOUI Abderrachid (University of Bechar Algeria)
Pr. HAMOUINE Abdelmadjid (University of Bechar Algeria)
Pr. DRAOUI Belkacem (University of Bechar Algeria)
Pr. BELGHACHI Abderrahmane (University of Bechar Algeria)
Pr. SHAILENDHRA Karthikeyan (AMRITA School of Engineering India)
Pr. BURAK Barutcu (University of Istanbul Turkey)
Dr. SELLAM Mebrouk (University of Bechar Algeria)
Dr. ABDUL RAHIM Ruzairi (University Technology of Malaysia)
Dr. BELBOUKHARI Nasser (University of Bechar Algeria)
Dr. CHIKR EL MEZOUAR Zouaoui (University of Bechar Algeria)
Dr. BENACHAIBA Chellali (University of Bechar Algeria)
Dr. KAMECHE Mohamed (Centre des Techniques Spatiales, Oran Algeria)
Dr. MERAD Lotfi (Ecole Préparatoire en Sciences et Techniques Tlemcen Algeria)
Dr. BASSOU Abdesselam (University of Bechar Algeria)
Dr. ABOU-BEKR Nabil (Universit of Tlemcen Algeria)
Dr. BOUNOUA Abdennacer (University of Sidi bel abbes Algeria)
Dr. TAMALI Mohamed (University of Bechar Algeria)
Dr. FAZALUL RAHIMAN Mohd Hafiz (University of Malaysia)
Dr. ABDELAZIZ Yazid (University of Bechar Algeria)
Dr. BERGA Abdelmadjid (University of Bechar Algeria)
Dr. Rachid KHALFAOUI (University of Bechar Algeria)
Dr. SANJAY KHER Sanjay (Raja Ramanna Centre for Advanced Technology INDIA)

Journal of Scientific Research

P.O.Box 417 route de Kenadsa
08000 Bechar - ALGERIA
Tel: +213 (0) 49 81 90 24
Fax: +213 (0) 49 81 52 44

Editorial mail: jrs.bechar@gmail.com
Submission mail: submission.bechar@gmail.com
Web: <http://www2.univ-bechar.dz/jrs/>



Analyse du comportement des coques géométriquement linéaire et non linéaire Par la méthode des éléments finis utilisation d'un élément à champs de déformations augmenté

Amieur Belkacem, Djermane mohammed
Laboratoire de Fiabilité des Matériaux et des Structures (FIMAS)
Université de Béchar ALGERIE

L'analyse des coques par la méthode des éléments finis est rendue nécessaire par la complexité du problème et par manque de méthodes analytiques générales. L'élément d'Ahmad utilisant l'intégration réduite et sélective, et malgré les résultats satisfaisants obtenus, a exhibé sous certaines conditions un mauvais comportement dû à l'apparition de mécanismes.

Dans ce travail nous présentons une autre alternative dite à champs de substitution et due à Huang-Hinton. Une étude paramétrique a ensuite permis de sélectionner l'élément le plus performant de cette famille. L'analyse linéaire est ensuite étendue pour prendre en compte la non linéarité géométrique.

Mots clés: Analyse des coques, Eléments finis, Champs substitués, Analyse linéaire, Analyse non linéaire

I. Introduction

L'élément de coque, auquel nous nous sommes intéressés, est un solide ayant des courbures quelconques à sa surface et dont l'une des dimensions est faible par rapport aux deux autres, cette dimension appelée épaisseur sépare deux surfaces : supérieure et inférieure.

Les coques interviennent dans les constructions mécaniques comme c'est le cas de la construction des carrosseries automobiles,...etc., comme elles peuvent intervenir également dans la construction des coupoles, des cheminées comme constructions de génie civil.

L'analyse des coques par élément finis peut être réalisée suivant trois approches différentes :

En utilisant la formulation des éléments courbés faisant intervenir les coordonnées curvilignes.

En utilisant la discrétisation de la coque par facettes planes.

Ou bien en utilisant la formulation des éléments iso paramétriques dégénérés.

Les trois approches présentent des avantages et des inconvénients qui dépendent du problème traité du point de vue :

- Géométrie.
- Types de chargement.
- Et types de conditions aux limites.

Si nous tenons compte des aspects fiabilité, simplicité de la formulation, l'interprétation des

résultats et efficacité, aucune approche n'apparaît absolument préférable aux autres.

2. Formulation de l'élément de coque

Dans ce travail nous allons présenter une technique qui a pour but d'éliminer le blocage au membrane et au cisaillement lors d'utilisation d'une intégration réduite ou sélective dans les problèmes de coques minces, et dans le but de vaincre ce problème, Huang propose l'utilisation d'un champ de déformations supposées pour le cisaillement et la membrane.

2.1 Blocage au cisaillement :

L'élimination du blocage au cisaillement transversal pour le cas des coques minces nous amène à tendre vers zéro les déformations de cisaillement :

$$\gamma_{\xi\zeta} \rightarrow 0 \text{ et } \gamma_{\eta\zeta} \rightarrow 0 \quad (1)$$

Considérons un élément de coque Lagrangien à 9 nœuds, le champ de déformations de cisaillement transversal de substitution est donné par :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{\xi\zeta} &= b_1 + b_2\xi + b_3\eta + b_4\xi\eta + b_5\eta^2 + b_6\xi\eta^2 \\ \bar{\gamma}_{\eta\zeta} &= c_1 + c_2\xi + c_3\eta + c_4\xi\eta + c_5\xi^2 + c_6\xi^2\eta \end{aligned} \quad (2)$$

Ce qui permet d'avoir:

$$\int_{-1}^1 \gamma_{\xi\zeta} d\xi = 0 \quad \text{et} \quad \int_{-1}^1 \gamma_{\eta\zeta} d\eta = 0 \quad (3)$$

Dans le but d'éliminer les déformations de cisaillement transversal, on cherche à déterminer les valeurs de ξ et de η pour lesquelles les relations (2) soient nulles.

Ces valeurs sont déterminées en résolvant les équations suivantes :

$$\gamma_{\xi\zeta} = \theta_\xi + W_{,\xi} = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_{\eta\zeta} = \theta_\eta + W_{,\eta} = 0 \quad (4)$$

Ces dernières expressions nous conduisent à $\gamma_{\xi\zeta} = A\xi^2 + B\xi + C = 0$ et

$\gamma_{\eta\zeta} = A_1\eta^2 + B_1\eta + C_1 = 0$ successivement, qui donnent, en les substituant dans (3), les valeurs suivantes : $\xi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 3^{-\frac{1}{2}}$ et $\eta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 3^{-\frac{1}{2}}$.

2.2 Blocage membranaire :

Les déformations en membrane ne peuvent être séparées de celles de la flexion que dans le système de coordonnées locales, c'est pourquoi l'utilisation d'une interpolation de déformations de membrane dans ce système de coordonnées nous aide bien sur à éliminer le blocage en membrane.

Les expressions de déformations de membrane sont données par :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mx'} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 Q_i(\xi) \bar{Q}_j(\eta) \bar{\varepsilon}_{mx'}^{ij} \\ \varepsilon_{mx'y'} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 Q_i(\xi) \bar{Q}_j(\eta) \bar{\varepsilon}_{mx'y'}^{ij} \\ \varepsilon_{my'} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 Q_i(\eta) \bar{Q}_j(\xi) \bar{\varepsilon}_{my'}^{ij} \\ \varepsilon_{mx'y'} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 Q_i(\eta) \bar{Q}_j(\xi) \bar{\varepsilon}_{mx'y'}^{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

et en fin

$$\varepsilon_{mx'y'} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 Q_i(\xi) \bar{Q}_j(\eta) \bar{\varepsilon}_{mx'y'}^{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 Q_i(\eta) \bar{Q}_j(\xi) \bar{\varepsilon}_{mx'y'}^{ij}$$

de même que précédemment, on trouve :

$$\xi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 3^{-\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \eta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 3^{-\frac{1}{2}} \quad [9].$$

3. Analyse non linéaire en grands déplacements

Les problèmes géométriquement non linéaires sont aussi utilisés pour montrer la fiabilité de la technique des champs de déformations de substitution. La non linéarité se manifeste dans la relation qui relie les déformations aux déplacement nodaux.

La partie non linéaire de la matrice de déformation peut être déterminée en utilisant le champ de Von Karman ou bien celui de Green Lagrange.

L'application du principe des travaux virtuels permet d'aboutir à la matrice tangente donnée comme somme d'une partie linéaire, non linéaire et une matrice des contraintes initiales:

$$[K_t] = [K_l] + [K_{NL}] + [K_\sigma] \quad (6)$$

La résolution de ces problèmes non linéaires exige l'utilisation de l'une des techniques de pilotage suivantes :

3.1 Pilotage en force :

Cette technique consiste à imposer un incrément de charge pour chaque pas afin de calculer l'accroissement de déplacement jusqu'à l'équilibre.

3.2 Pilotage en déplacement :

Dans la technique de pilotage en force la détermination de la trajectoire OAB (Figure 1) s'effectue facilement avec un accroissement progressif du pas de charge, mais la difficulté rencontrée se pose au voisinage du point limite en force B car il est impossible en utilisant l'algorithme précédent de passer ce point limite.

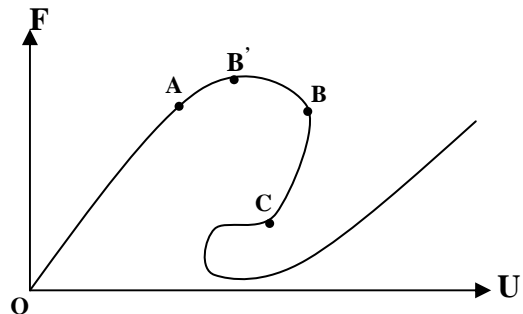


Figure 1 relation charge-déplacement

A cet effet la technique de pilotage en déplacement a été proposée. Dans cette technique on impose le déplacement d'un point U_q choisi par l'utilisateur en considérant le facteur de charge inconnu.

Pour un pas P on désire avoir :

$$R(U, \lambda^P) = \lambda^P \{F_0\} - \{F_{int}(U)\} = 0$$

Dans ce cas les inconnues sont : le facteur de charge et les déplacements qui sont déterminés par :

$$\{U^{i+1}\} = \{U^i\} + \{\Delta U^i\} \quad [9]$$

3.3 Pilotage en longueur d'arc :

Lorsqu'un point limite en déplacement C (Figure 1) est rencontré, il sera donc impossible de le dépasser en utilisant le pilotage en déplacement et pour cela une troisième technique dite en longueur d'arc est utilisée. Elle consiste à imposer une longueur d'arc et dans ce cas l'accroissement du pas de charge est considéré toujours inconnu.

La longueur d'arc est déterminée par :

$$\|\{U^P\} - \{U^{P-1}\}\| = \Delta \bar{S} \quad [9]$$

4. Tests numériques :

4.1 Exemples N° 1 :

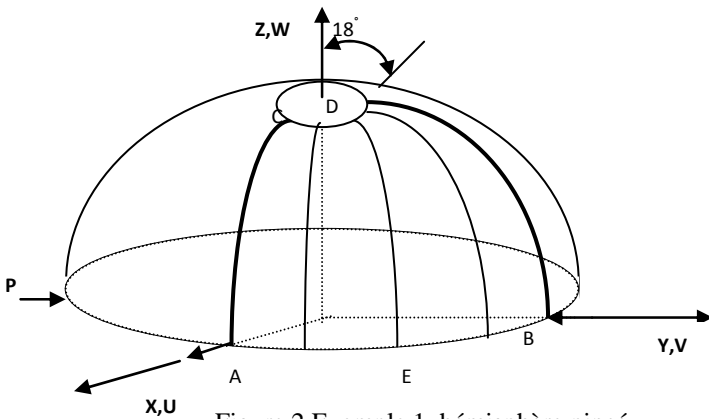


Figure 2 Exemple 1 hémisphère pincé

Un hémisphère, de rayon 10 m, d'épaisseur 0.04 m et de base libre, sur lequel on exerce un chargement nodal indiqué sur la Figure 2, cet exemple est utilisé pour vérifier l'absence de blocage en membrane.

La discrétisation de l'un quart de la structure en 2, 3, 4, ..., 16 éléments par côté permet d'aboutir aux résultats reportés sous forme de graphes et comparés avec la solution analytique donnée par : $U_A = -V_B = 0.0925$

Données : $E=6.825 \times 10^7$ Pa ; $\nu=0.3$; $P=2N$

Conditions de symétrie :

$$V = \theta_x = 0 \quad \text{sur le côté AC}$$

$$U = \theta_y = 0 \quad \text{sur le côté BD}$$

Conditions aux limites : $W = 0$ en E

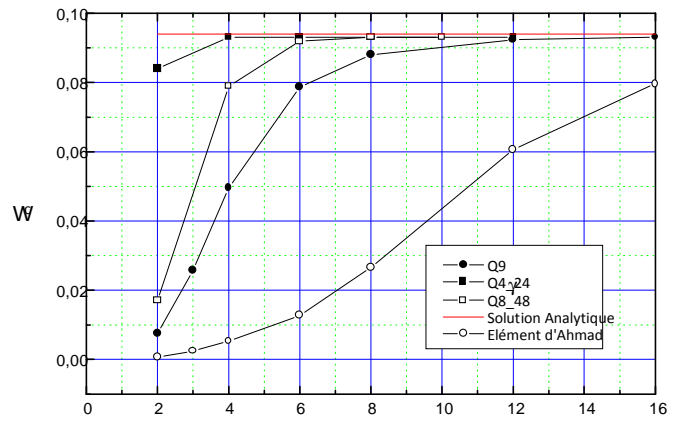


Figure 3 Convergence de UA

4.2 Exemples N° 2 :

Un cylindre soumis à une pression. Sur la figure ci-dessous on donne toutes les caractéristiques géométriques et mécaniques.

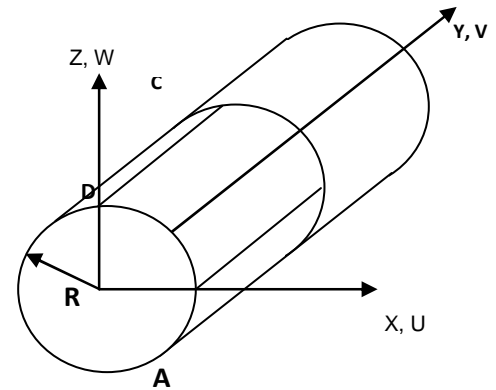


Figure 4 exemple 4 coque cylindrique avec pression

Conditions de symétrie

$$W = \theta_x = \theta_y = 0 \quad \text{sur le côté AB}$$

$$V = \theta_x = 0 \quad \text{sur le côté BC}$$

$$U = \theta_y = 0 \quad \text{sur le côté CD}$$

Conditions aux limites :

$$U = W = \theta_y = 0 \quad \text{sur le côté BC}$$

et en discrétisant la structure en 2x2, 3x3, 4x4, ..., 16x16 éléments, on représente les déplacements nodaux du point C suivant z et suivant y dans les graphes ci-dessous.

Le module de Young $E=3.1010$ Pa ; $h=0.03$ m ; la longueur $L=6$ m ; le rayon $R=3$ m ; $P=1N$

Les résultats présentés obtenus sont comparés avec la solution analytique donnée par la relation :

$$\bar{W}_C = -\frac{EhW_C}{P} \quad \text{avec} \quad \bar{W}_C = 164.24 \quad \text{et}$$

$$\bar{V}_D = \frac{EhV_D}{P} \quad \text{avec} \quad \bar{V}_D = 4.114$$

Ces résultats obtenus sont représentés sous forme de graphes :

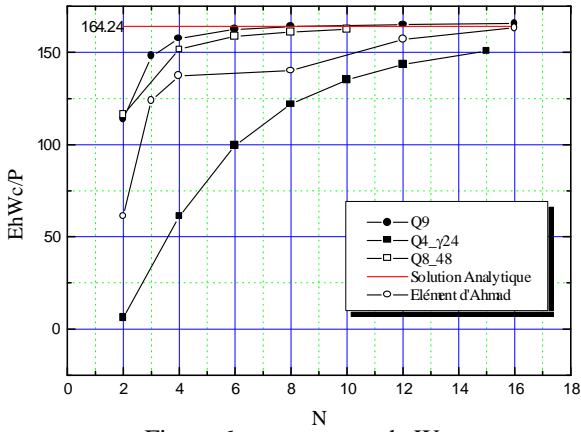


Figure 6 convergence de W_C

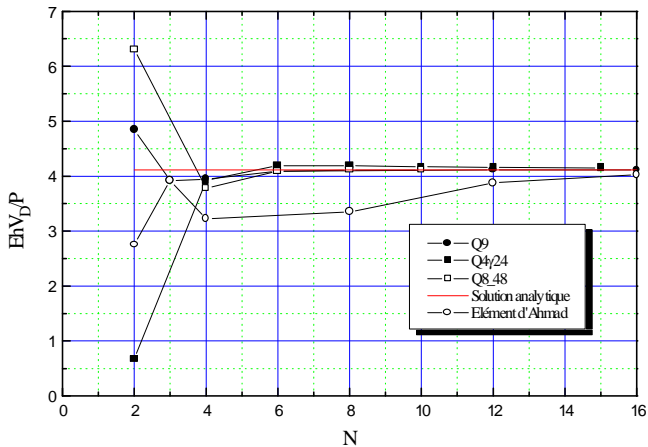


Figure 5 convergence de V_D

4.3 Exemples N° 3 :

Un panneau cylindrique soumis à son poids propre

et dont les bords droits sont libres et les bords courbes reposent sur un diaphragme. A cause de la symétrie, on étudie seulement un quart de la structure.

Données:

$$L = 6 \text{ m} ; R = 3 \text{ m} ; h = 0.03 \text{ m} ; \varphi = 40^\circ$$

$$E = 3 \times 10^{10} \text{ Pa} ; \nu = 0 ; f_z = -0.625 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

Conditions aux limites :

$$U = W = \theta_y = 0 \quad \text{sur le côté AD}$$

Conditions de symétrie :
 $U = \theta_y = 0$ sur le côté CD
 $V = \theta_x = 0$ sur le côté BC

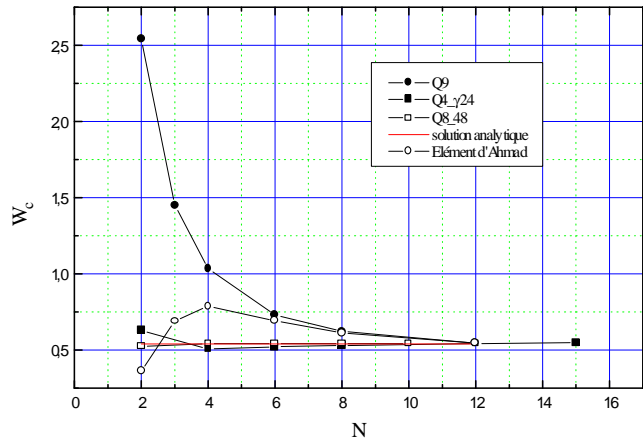
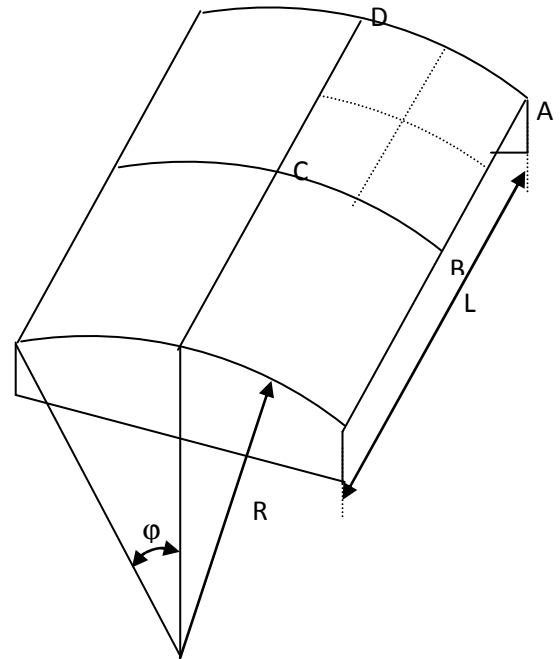


Figure 8 convergence de W_C

4.4 Exemples N° 4 : Coque cylindrique soumise à une charge ponctuelle :

La figure ci-contre présente une coque cylindrique soumise à une charge ponctuelle appliquée au point D situé en son centre.

Cet exemple a été traité par plusieurs chercheurs [1],[3],[5],[6] et [10] pour tester leurs éléments en Présence de la non linéarité géométrique.

Les données géométriques sont les suivants :

$$R = 10 L = 2540 \text{ mm}$$

$$t = 12.7 \text{ mm} \quad , \quad t = 6.35 \text{ mm}$$

$$\varphi = 0.1 \text{ rad}$$

et les données matérielles sont :

$$E = 3.10275 \text{ KN} / \text{mm}^2$$

$$\nu = 0.3$$

En tenant compte les conditions aux limites :

$$u = v = w = \theta_x = 0 \quad \text{le long de BC}$$

et les conditions de symétrie :

$$u = \theta_y = 0 \quad \text{le long de AD}$$

$$v = \theta_x = 0 \quad \text{le long de DC}$$

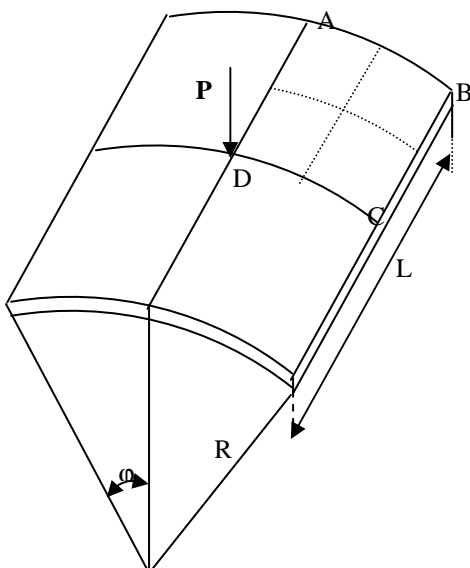


Figure 9: coque cylindrique

Après discrétisation du quart de la structure par raison de symétrie en 2x2 éléments, on aboutit aux résultats qu'on a comparés avec ceux extraits de la littérature et qui ont montré pour la troisième fois l'efficacité, la fiabilité et la bonne convergence de l'élément Q9.

En utilisant la technique de pilotage en force, l'existence d'un point limite en force ce qui empêche la courbe à être complètement tracée, la valeur de charge correspondante à ce point limite égale 2.25 KN est comparée à la valeur 2.21 KN obtenue par Huang [1] et [1], 2.22 KN par Horigmoe [1] et 2.24 KN obtenue par K.J.Bathe et Al [5].

Le comportement non linéaire n'est connu de façon complète que en utilisant la technique de pilotage en déplacement (Figure 9.1).

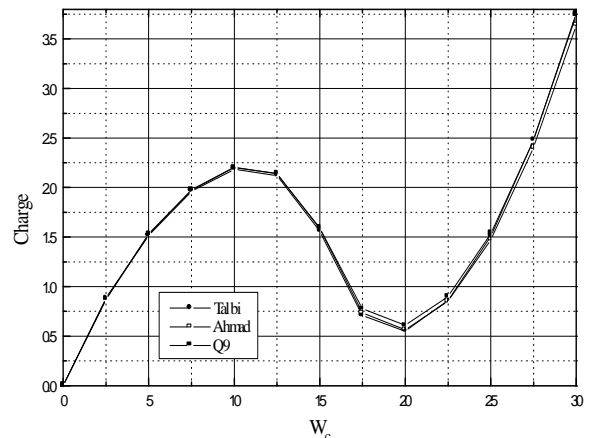


Figure 9.1 Pilotage en déplacement

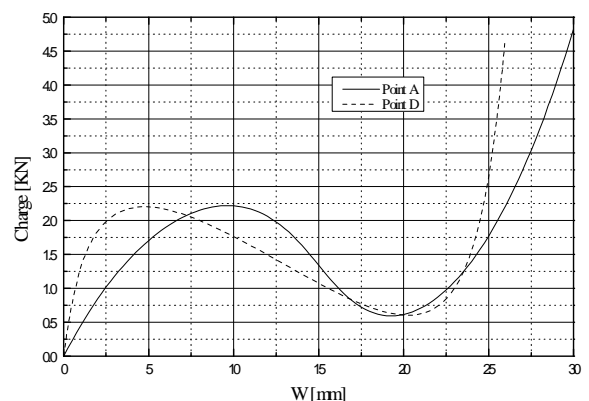


Figure 9.2 Comparaison de charge limite en deux points

Sur la Figure 9.2 on schématise la relation charges - déplacements au centre et au bord de la structure, sur laquelle on peut remarquer que plus en s'éloigne du point d'application de la force, plus le déplacement diminue, mais on constate que la charge critique reste la même pour tous les points.

La diminution de l'épaisseur de la structure de 50% provoque la naissance d'un point limite en déplacement qu'on ne peut passer en utilisant la technique de déplacement imposé (Figure 6.6) et la charge critique diminue à la valeur 0.6 KN.

5. Conclusion :

Les exemples précédents illustrent le bon comportement de notre code calcul d'élément à 9 nœuds utilisant la technique de substitution. Il a été montré également que cet élément passe avec succès les différents patch-test, il est libre de tous blocage.

L'utilisation de l'élément pour la simulation de certains problèmes pratiques de Génie civil a été envisagé. En particulier, le calcul des grands ouvrages de stockage dans les différents régimes de fonctionnement ne pose aucun problème particulier. L'analyse de la stabilité post-critique permet, en effet, d'évaluer le degré de sécurité dans toute utilisation rationnelle des capacités réelle de l'ouvrage. Les ouvrages de transport, de natures différentes et mettant en jeu des phénomènes plus complexe, sont actuellement à l'étude et les résultats obtenus permettent d'envisager l'utilisation des techniques exposées dans ce travail.

Références

- [1]. *H.C. Huang & E. Hinton* « Elastic – Plastic and geometrically nonlinear analysis of plates and shells using a new nine node element » Finite element methods for nonlinear problems. Europe-USSymposium, Editors Bergan P.G, Bathe K.J et Wunderlich W Trondheim, Norway 1985.
- [2]. *H.C. Huang & E. Hinton* «A new nine node degenerated shell element with enhanced membrane and shear interpolation » International Journal For Numerical Methods in Engineering Vol. 22, 73-92 1986.
- [3]. *H.C. Huang* « Implementation of assumed strain degenerated shell elements » Computer & Structures Vol. 25, N° 1, pp. 147-155, 1987
- [4]. *H.C. Huang* « Membrane locking and assumed strain shell elements » Computer & Structures Vol. 27, N° 5, pp. 671-677, 1987
- [5]. *K. J. Bathe and S. Bolourchi* « A geometrique and material nonlinear plate and shell element » Computer & Structures Vol. 11, pp. 23-48, Pergamon Press Ltd.1980
- [6]. *KARAN S. Surana* «Geometrically nonlinear formulation for the curved shell elements » International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 19, pp. 581-615 1983
- [7]. *E. Hinton & D.R.J. Owen* « Finite element software for plates and shells » Edition Pineridge Press Limited, Swansea, U.K 1980
- [8]. *D.R.J. Owen et E.Hinton* « Finite elements in plasticity : Theory and practice » Edition Pineridge Press Limited, Swansea, U.K 1984
- [9]. *B. Amieur* « Analyse linéaire et non linéaire des coques par la méthode des éléments finis, utilisation d'un élément à champs de déformation de substitution » mémoire de Magistère centre universitaire de Béchar Novembre 1999.
- [10]. *N.TALBI* « Modélisation du comportement semi – rigide d'un connecteur métallique sous sollicitations statiques » Thèse de doctorat Université de technologie de Compiègne FRANCE 22 avril 1996

Journal of Scientific Research

**P.O.Box 417 route de Kenadsa
08000 Bechar - ALGERIA
Tel: +213 (0) 49 81 90 24
Fax: +213 (0) 49 81 52 44
Editorial mail: jrs.bechar@gmail.com
Submission mail: submission.bechar@gmail.com
Web: <http://www2.univ-bechar.dz/jrs/>**
