

تعليم الرياضيات (الغاية والأهمية)

Teaching Mathematics: Rationale and importance

د. حربوش العمري

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية جامعة سطيف 2 philatou19@yahoo.fr

تاريخ القبول: 2020/12/15

تاريخ الاستلام: 2020/03/18

الملخص:

يهدف هذا المقال إلى الإجابة عن السؤال: لماذا نتعلم الرياضيات ونُعلِّمها؟ في دراسة إبستمولوجية تتناول تحليل سؤال الرياضيات من حيث تعليمها، الغاية والأهمية، من خلال محاور أربعة: (1) قيمة الرياضيات وما تشتمل عليه من صفات، كالدقة، والوضوح، والأساس المنطقي، والخصوبة والإنشاء بالرغم من صفتها التجريدية (2) أنطولوجيا: باعتبارها تشكل جزء من الإرث الإنساني وأحسن ما أبدعه الإنسان، فهي إذن جزء من ثقافة كل إنسان، بل هي جزء من الهوية الإنسانية (3) واقعيًا: باعتبارها ضرورية في تكوين الفكر، من حيث التفكير، وحسن التقدير، والتعبير عن حرية الفكر، والقدرة على الإبداع. أي تساهم في بناء تفكير عقلائي منسجم منطقيًا ومركب معرفيًا تميزه الصرامة والدقة. وكونها منبع المعرفة النافعة فهي ضرورية للحياة الاجتماعية، والمهنية، فهي مصاحبة لتفكيرنا ومتجسدة في سلوكنا ومنه فهي رأس مال معرفي علمي. (4) إبستمولوجيا: باعتبارها لغة العلوم على إخلاف طبيعتها، فهي مجال تقاطع العلوم، وأساس استقلالها وتطورها. هذه المبررات التي يقوم المقال بتحليلها تجيب عن السؤال المحوري بغية حمل المعلم والمتعلم على إعادة الاعتبار لمادة الرياضيات والممارسة الرياضية، وإثبات الحاجة إليها في الحياة اليومية المعيشية، والمهنية، والفكرية.

الكلمات المفتاحية: الرياضيات، أنطولوجيا الرياضيات، إبستمولوجيا الرياضيات، الممارسة الرياضية.

Abstract:

This article is an attempt to answer the question: why teach and study mathematics?

In an epistemological study pertaining to the teaching of Maths and its rationale and importance, we will focus on four aspects: (1) Importance of Maths and their exactness, clarity, logical basis, and their fertile liability to enrichment despite their immateriality. (2) Anthology: Maths are in deniably a part of Humanity's heritage and do represent the best Mankind has ever

created. They not only are a part of everybody's culture but are a part of humanity's identity as well. (3) In practice/ reality: Maths are essential in shaping our mental skills of reasoning and thinking, creativity, expressing free unbiased thinking. Therefore, they play an important role in coherent sensible thinking characterized by precision and conciseness. They also are essential in professional and social life and are embedded in our behaviour. They are the source of knowledge and science. (4) Epistemology: Being the language for many sciences, Maths are cross-road for these sciences' independence and development. The factors that will be analysed in this article, answer the question that will urge both the teachers and the learners of maths, to reconsider and rehabilitate mathematics and their practices in daily life; be it mental, professional or life-sustaining.

Keywords: Maths, Anthology of maths, Epistemology of maths, Maths practices.

مقدمة:

لماذا نتعلم الرياضيات ونُعَلِّمها؟ إن هذا السؤال لا يخص أساتذة الرياضيات الجزائريين فحسب، بل هو سؤال يطرحه كل أستاذ رياضيات في جميع أنحاء المعمورة، كما أنه لا يخص أساتذة الرياضيات فحسب، بل يمكن أن يتعدى ذلك حتى يصبح محل اهتمام دراسة فلسفية خاصة منهم المتخصصين في مجال فلسفة العلوم، كدراسة النقدية لمختلف العلوم، من حيث بيان أصولها المنطقية، ومبادئها، ومناهجها وقيمة هذه المناهج، ونتائجها، وقيمة هذه النتائج، وأسئلة أخرى متفرعة عنها حتى يتم تناول الموضوع شكل إجمالي ودقيق.

مثل هذه الأسئلة، سؤال الرياضيات من حيث تعليمها، الغاية والأهمية، يحاول المقال الإجابة عنه. وقبل الإجابة عن هذا السؤال، حاولنا التطرق إلى ما يمكن اعتباره دواعي ودوافع هذا السؤال، والتي في نظري يمكن اختصارها فيما يلي:

- الطبيعة الصورية للمادة: أي الطبيعة العقلية للرياضيات في حد ذاتها، بحيث أنها مبنية على عملية التجريد العقلي (Abstraction)، وهذا الأخير، مثلما هو معلوم، يقوم على إدراك صور الأشياء دون مادتها مما يُبعد المتصور عن الأشياء في واقعها.

- الكيفية الخالصة: وهي صفة المعاني الرياضية، والتي تجعل من الرياضيات بعيدة عن الواقع، بالرغم من أنها تعبر عن صور قابلة للقياس، إلا أن القياس هنا عقلي، وفي هذه الحالة لا يجد المتعلم لهذه المعاني وجودا فعليا واقعيا، مما يعقد مهمة المدرس وهو يحاول مقارنة المعاني الرياضية واقعيا.

- بناء على السمتين السابقتين: لا يجد المتعلم نفعاً مادياً خاصة المبتدئين منهم، في تعلم الرياضيات، وتتحول عنده، ربما، إلى ترف أو تعب ذهني وإرهاق لا طائل منه. في هذه الحالة هل يمكن اعتبار هذه المبررات كافية للامتناع عن تعلم مادة الرياضيات؟ في اعتقادي هذه المبررات ليست كافية، والدليل على ذلك هو أننا حين نبحث عن المبررات التي تثبت العكس، أي التي تدعو إلى ضرورة تدريس وتعلم الرياضيات، نجدها أقوى بكثير، وهذه الأخيرة يمكن حصرها في ما يلي:

- لأنها مبدئياً (أي الرياضيات) تشكل جزء من الإرث الإنساني، بمعنى أنها أفضل شيء نجح الفكر الإنساني في إبداعه وتعلمه، فهي إذن جزء من ثقافة كل إنسان.

- ولأنها ضرورية في تكوين الفكر أو العقل الإنساني من حيث التفكير، وحسن التقدير، والتعبير عن حرية الفكر، والقدرة على الإبداع. فهي منبع المعرفة النافعة، ورأس مال معرفي علمي، بل أكثر من ذلك، ضرورة للحياة الاجتماعية، والمهنية، فالجميع بحاجة إلى ثقافة رياضية قاعدية على الأقل من أجل العيش والاستعمال اليومي.

- لأنها لغة العلوم بحيث تمثل مجال تقاطع العلوم، وأساس استقلالها، وتطورها.

يأتي المقال في إطار تفصيل هذه العناصر والتي نعتبرها مبررات تعلم مادة الرياضيات، ليس انطلاقاً من تجربة تدريس هذه المادة، بل انطلاقاً من اهتمامنا العميق بمبحث فلسفة العلوم، والتي تمنح للفيلسوف أو دارس الفلسفة أو المتفلسفة مشروعية التفلسف حول القضايا العلمية منها الرياضيات.

1- مفهوم الرياضيات:

قبل الإجابة عن السؤال المركزي لماذا نتعلم الرياضيات؟ أو لماذا نُدرّس الرياضيات؟ أو سؤال الرياضيات الغاية والأهمية؟ نحاول الإجابة عن السؤال ما الرياضيات؟ والقصد منه ليس بيان معناها لأنه معروف، بل الإطلاع على الصفات الجوهرية التي تبرر السؤال الجوهري الأول.

إن التأمل في الرياضيات من حيث المفهوم يوحي بأنها ليس علا بالمعنى الإبستمولوجي الحديث، يوم اعتبرت المدرسة الوضعية، التجريب كأساس وكشرط في العلمية، لأن الرياضيات في أبسط تعريف لها، تعد من العلوم العقلية، "فهي علم عقلي يهتم بدراسة الكميات (الكم المتصل (الهندسة)، والكم المنفصل (الحساب والجبر)) أو المقادير، أو التصورات الذهنية الإنشائية القابلة للقياس العقلي"، أو هي "علم المقادير".

وبما أن الرياضيات مجالها العقل فهي بعيدة عن الواقع الملموس، فهل معنى ذلك أنها ليس علما؟ على العكس من ذلك هي علم من العلوم الدقيقة، أو ما يسمى تارة بالعلوم المحضة، وكونها كذلك، هل يجعل منها مادة بعيدة عن الواقع والحياة اليومية للإنسان؟ هو كذلك سؤال نحاول الإجابة عنه لاحقا.

إذا ما حاولنا تحليل مفهوم الرياضيات سوف نكشف عن سر دقتها ووضوحها، وخصوصيتها:

1-1 من حيث الدقة:

الرياضيات علم عقلي صوري ذو الأساس المنطقي، بمعنى أن النسق الرياضي، هو نسق متماسك منطقيًا، أي أن معيار الصدق فيه منطقي يستند إلى المبادئ العقلية المنطقية (Principes de raisonnement)، وهي بالنسبة لديكارت، أولية فطرية سابقة عن التجربة، وهي أساس في بناء معرفة صحيحة منطقيًا، على رأس

هذه المبادئ مبدأ الهوية (Principe d'identité)، ومبدأ عدم التناقض (Principe de non-contradiction) أي تطابق النتائج مع المقدمات في أي برهان رياضي.

2-1- من حيث الوضوح:

أو كما يعرفها ديكرت: "هي علم البدهة والوضوح"، لأنها تستند إلى ثلاثة مبادئ يستند إليها الرياضياتي في عملية البرهنة وهي :

- **التعريفات Les définitions** : وهي قضايا تحدد لنا مفهوم المعنى الرياضي، مثل تعريف المثلث: هو سطح مستوي يحده ثلاثة خطوط متقاطعة مثنى مثنى مكونة بذلك ثلاث رؤوس أو زوايا.

- **المصادرات Les postulats** : وتسمى كذلك، لأن العالم الرياضياتي هو مصدرها، بمعنى هي عبارة عن قضايا يضعها الرياضياتي كمقدمات، يطلب منا التسليم بها حتى نسلم بالنتيجة، مثال ذلك: الخط في الهندسة الإقليدية (نسبة إلى إقليدس الإسكندري Euclide d'Alexandrie مستقيم، ومنه يأتي تعريف المثلث على أنه سطح مستوي يحده ثلاثة خطوط مستقيمة متقاطعة مثنى مثنى مكونة بذلك ثلاث رؤوس أو زوايا مجموعها يساوي 180° ، في حين إذا سلّمنا بأن الخط محدب في نظر هندسة ريمان (Rieman Geometry) نسبة لريمان Bernhard Riemann، فإن المثلث يكون عبارة سطح مستوي يحده ثلاثة خطوط محدبة متقاطعة مثنى مثنى مكونة بذلك ثلاث رؤوس أو زوايا مجموعها أكبر من 180° (Blanché, R. 1970, pp13-16).

- أما **البديهيات Les axiomes** : فهي عبارة عن قضايا واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان، بل البرهان يقوم عليها، كقولنا أن الكل أكبر من جزئه، مثال: $10 > 5$ ، لأن 5 جزء من 10. هذه المبادئ الثلاثة، كونها واضحة، ومنطقية تزيد في دقة ومنطقية ووضوح البرهان الرياضي.

1-3- من حيث الخصوبة والإنشاء:

ذلك أن للعقل فيها حرية الحركة، وإبداع ما يشاء من المعاني، والعلاقات، والأنساق الرياضياتية، والدليل تعدد أنواع الرياضيات، وخاصة منها الهندسات، مثل هندسة ريمان، وهندسة لوباشفسكي.

لكن بالرغم من هذه الخصال الحميدة نلاحظ ذلك العزوف عن تعلم الرياضيات لدى تلامذتنا، كما نجد نوع من التردد والإشمتزاز في تدريس هذه المادة لدى الأساتذة، وأقول هذا بكل تحفظ على وجه التعميم وليس التخصيص. ربما تعود ردود الفعل هاته إلى الشعور ببعيد القضايا الرياضيات عن الواقع، يبقى أن وصف الرياضيات (أي مفهومها) يختلف عن النظر إليها من حيث فاعليتها، ومساهمتها في المعيشي (Le vécu) وفي تفسير الواقع، وهو الأمر الذي سوف نحاول توضيحه عند الحديث عن علاقتها بالعلوم.

إن التأمّل في مفهوم الرياضيات، يوجي لنا، من دون شك، أن لها قيمة هي في حد ذاتها، لكن المشكلة لا تتعلق بهذا الجانب، بل بما يترتب عن تعلم الرياضيات وضرورة تعليمها لأطفالنا، وتلامذتنا بعد ما نكون قد تعلمناها نحن. من هنا كان لزاما علينا تقديم أهم المبررات التي تؤكد هذه الضرورة، والتي تم ذكرها سلفا في المقدمة على أن يتم تحليلها في الصفحات التالية، من هذه المبررات:

2- الرياضيات جزء من الإرث الإنساني:

إن أفضل شيء نجح الفكر الإنساني في إبداعه وتعلمه هو الرياضيات، فهي إذن جزء من ثقافة كل إنسان، فهي، بمعنى آخر، من إبداع الإنسان وإلى الإنسان، بل إلى جميع الناس، بحيث تفترون بالتفكير الإنساني، وبأفعاله وممارساته، فليس هناك نشاط يقوم به مهما كانت طبيعته، كان اجتماعيا، أو اقتصاديا، أو دينيا إلا والرياضيات تحتل فيه المساحة الأكبر. ولما كان أساس الرياضيات منطقي، كان

الوضوح هو السمة الأساسية فيها، لذلك كانت القضايا الرياضياتية لا تجد معارضة العقل لها، فهي علم البدهة والوضوح.

ليس هناك من العلوم التي كانت لها علاقة وثيقة بالفلسفة أكثر وأقدم من الرياضيات، فقد وهبت للفيلسوف فكرة عن أهم القضايا المركزية، كما وقّرت له طرق عرض أفكاره، وكيفية تبرير مواقفه (Roshdi, R. 1991). لقد كانت الرياضيات هي المنفذ الوحيد واليقين التام لدى الفلاسفة، الذي لا يتسرب إليه الشك، كل شيء معرض للشك عندهم إلا الرياضيات، لذلك كان العقل الراجح عندهم هو العقل الرياضي، يحكى أن أفلاطون (Platon) كان يكتب على باب مدرسته "من لم يكن رياضياً (مهندساً) لا يدخل علينا"، فبالرغم من أن أفلاطون لم يكن رياضياتياً بالمعنى الحقيقي، إلا أنه كان لا يقبل غير الرياضياتي، وهذا دليل على أنه كان يقصد بالمهندس أو الرياضي هو ذلك الشخص الذي يمتلك عقلاً راجحاً ودقيقاً، ومنطقياً مثل راحة ودقة الرياضيات.

ثم أن اللغة الوحيدة المشتركة بين الناس والتي يفهمها الجميع مهما كانت جنسياتهم، هي الرياضيات، فهي عالمية من حيث رمزيّتها، ومن حيث هي وسيلة لإثبات الحقيقة. إن الرياضيات هي أحسن، وأجمل وسيلة فكرية أبدعها الإنسان فهي قدرة عقلية إنسانية، بمعنى أنها نشاط إنساني، وقد عمل الإنسان على إثرائها عبر العصور والحضارات. ومن أجل هذا يجب علينا وصل ونقل هذا الإرث الإنساني. لأنه يعوّض عن قصر الحياة، وعن نقص الحواس. وفي هذه الحالة يمكن القول بأن الرياضيات هي جزء من الهوية الإنسانية "Les mathématiques sont une partit de l'identité humaine"

3- الرياضيات ودورها: في تكوين الفكر، والحفاظ على رأس المال المعرفي:

3-1- في تكوين الفكري:

إن الكثير منا ممن درس الرياضيات وتعلّمها في المراحل الابتدائية، والثانوية،

يعتقد بأنه لن يكون بحاجة إليها، في المستقبل، إلا أن اعتقاده هذا، بقدر ما هو صادق إلى حد ما، فهو في نهاية الأمر لن يكون له وجود، ذلك، لأنه سوف يكتشف بأن الرياضيات ملازمة بشكل دائم لجميع مظاهر حياته اليومية، سواء في معاملاته التجارية حتى الأبسط منها، أو في الشغل والوظيفة، أو في البيت عند محاولته تنظيم النفقات، أو حين يقبل على السفر، أو في العبادة، أو عند المرض وأنت تأخذ وصفة وتريد أن تتناول الدواء بانتظام، إلى غير ذلك من النشاطات الملازمة للحياة اليومية. إننا نستعمل الرياضيات في كل خطوة نخطوها، فهي مصاحبة لتفكيرنا ومتجسدة في سلوكنا، ولا يمكن تجاوزها أو الاستغناء عنها.

وبالرغم من ذلك، فإذا سألنا الكثير عن ما يحتفظون به من ذكريات عن تعلّمهم للرياضيات، قطعاً ستكون الإجابة سلبية بنسبة كبيرة، أي ذكريات سيئة عن الرياضيات، لكن هل هذا مبرر لعدم تدريس وتعليم الرياضيات للتلاميذ والطلاب؟

من دون شك هذا ليس بمبرر، خاصة إذا أدركنا ما لي الرياضيات من قيمة في تكوين الفرد وتطوير قدراته الذهنية، وعقليته العلمية، وهذه المزايا لا تتحقق إلا بتحصيل الوسائل الذهنية (Outils intellectuels) المتمثلة في المعارف القاعدية، كالهندسة، والحساب، والتقدير، ووضع النسب، وقراءة الجداول، وعملية الإحصاء والمسح، إنها تمثل المعطيات الضرورية للحياة الاجتماعية (Perrin, D. 2004).

لقد كتب ابن خلدون في مقدمته يقول في الهندسة: "واعلم أن الهندسة تفيد صاحبها إضاءة في عقله، واستقامة في فكره؛ لأن براهينها كلها بَيِّنَةٌ الانتظام، جليّة الترتيب، لا يكاد الغلط يدخل أقيستها، لترتيبها وانتظامها، فيبعد الفكر بممارستها على الخطأ، وينشأ لصاحبها عقل على ذلك المهيّج (السعة) فإن كنت تحيا بين ربوع ذلك العالم، فأنت مدين بالفضل إلى الهندسة وأهلها" (ابن خلدون، 1984، ص 609-610). القول يصف لنا الرياضيات ويظهر قيمتها من حيث أنها تتميز بالدقة،

والترتيب، والمنطقية، والإقناع، والسعة، وكل هذه الصفات يكتسبها المشتغل بالرياضيات، وهذا يجعل منا في أمس الحاجة إلى المهندس، لأنه يمثل الوساطة المعرفية في فهم العالم.

تسمح هذه المعطيات القاعدية للمتعلم، باكتساب الكثير من القدرات التي تعينه على العمل مستقبلاً. مثل: القدرة على التحليل، والفهم، وكشف العلاقات النسبية والسببية، والقدرة على النقد، والمصادقة، ومراقبة ومراجعة النتائج والتواصل والحوار، والحجاج والبرهنة خاصة إذا تعلق الأمر بالقضايا ذات الطابع التجريدي. من جهة أخرى، لا يمكن اكتساب هذه المهارات إلا بعد التدريب عليها من خلال حل المسائل الرياضية (Piron. F, 2014. pp169-176).

إن ارتباط الرياضيات بكل الأنشطة الإنسانية في جميع الحقول المعرفية، والسلوكية، والمنهجية، والإستشراافية جعل منها عاملاً من العوامل التي تساهم بشكل فعال في بناء الشخصية الفردية المتزنة، وذلك بفعل ما تحققه من نتائج يمكن أن نذكر منها:

3-1-1- اكتساب المهارات التنظيمية والمنهجية في حل المشكلات:

يقدم الأساس المنطقي الذي تتصف به الرياضيات، مجموعة من الآليات والأدوات الفرية المنطقية التي تساعد المتعلم للرياضيات- على حل المشكلات المعقدة، أو المركبة، وتركيب النتائج والحلول، كما تساعده على كشف العلاقات المنطقية التي تربط عناصر المشكلة. كما أنها تساهم في اكتساب القدرة على وضع المنهجية أو الخطة الملائمة المحسوبة رياضياتياً، والتي تؤدي إلى الحلول المناسبة لمشكلات متنوعة، خاصة ما يتعلق بما تفرزه التفاعلات الاجتماعية الناتجة عن الحياة اليومية، باختصار تعلمك الرياضيات كيف تفكر.

3-1-2- اكتساب طريقة منهجية في التعامل مع مختلف الوضعيات:

سواء كانت الوضعيات فكرية مجردة، أو مادية ملموسة، فإن الرياضيات تُكسب العقل المهارة والقدرة على التكيف، وبالتالي تنظيم شؤون الحياة اليومية، وذلك من خلال ربط ووصل عناصر الحياة ببعضها، وإشراك كل القدرات، بحيث يكون العامل الرياضي نقطة التقاطع بين هذه العناصر.

3-1-3- اكتساب القدرة على اتخاذ القرارات المناسبة:

وذلك بتوظيف ملكة الحساب والعد، من خلال التمرن على العمليات الرياضية المعقدة منها أو البسيطة. فالطبيب المتخصص يعتمد على ملاحظة النسب التي تفرزها التحاليل الطبية، حتى يتمكن من تشخيص المرض، ووصف الدواء الملائم للشفاء. أما المهندس المعماري، فإن عمله يستند أساساً إلى الحساب، بل أن كل الفاعلين في المجتمع المهني، يقترن عملهم بالرياضيات حتى يتقنوا عملهم، ويقدموا الأحسن من المنتج. بهذا المعنى تساهم الرياضيات في بناء تفكير عقلائي منسجم منطقياً ومركب معرفياً تميزه الصرامة والدقة.

من هنا يمكن استنتاج حقيقة لا يمكن نكرانها، وهي ضرورة تدريس مادة الرياضيات من أجل أن يكون للتلميذ أو الطالب فكر مركب قادر على التعامل مع مختلف الفروع المعرفية العلمية مستقبلاً. فمهما كان تخصص المتعلم، فهو بحاجة إلى أداة تحليل، وتركيب، بهما يكتسب القدرة على التفكير، وحسن التقدير، والتعبير عن حرية الفكر والتحكم فيه. فالجميع بحاجة إلى ثقافة رياضية قاعدية على الأقل من أجل العيش (الاستعمال اليومي). فهي إذن منبع المعرفة النافعة بل الضرورية للحياة الاجتماعية، والمهنية، ولا يتحقق كل هذا إلا من خلال اكتساب القدرة على التعامل مع المسائل الرياضية.

من أجل هذا، تسعى كل الدول، خاصة منها المتقدمة، أو النامية، إلى جعل مادة الرياضيات مادة ضرورية ضمن برامجها التعليمية القاعدية منها خاصة. لقد كتب الفيلسوف الفرنسي الملقب بـ ألان (1932) وهو Emile-Auguste chartier

عن التربية قوله: "لقد عبّر رجل دولة عظيم عن ما ينبغي أن يعرفه كل كائن إنساني بطريقة ممكنة وحسنة: الهندسة واللاتينية" ومعنى ذلك أن كل الدروس التي تقدم للطفل في بداية تعليمه إلى جانب اللغة اللاتينية، الحساب والهندسة، أي ينبغي أن تكون الدروس حسابية وهندسية *Arithmétiques et Géométrie*.

- هندسية: لأن الهندسة هي بداية لكل العلوم، ذاك هو علم الهندسة وأهله كما يذكر (ابن خلدون، 1984، ص 620) في مقدمته عن شيوخه "ممارسة علم الهندسة للفكر بمثابة الصّابون للثّوب الذي يغسل منه الأقدار وينقيّه من الأوضار والأدران (الوسخ)".

- حسابية: لأن كل ما هو حسابي شفاف وواضح، فإذا أضفنا خمسة إلى سبعة نحصل على اثنا عشر، ليس هناك شيء نوضحه في الحساب ولا في الهندسة كلاهما شفاف وواضح في غاية الشفافية والوضوح، لذلك تعليمهما الأطفال أمر ضروري. (Alain. 1932. pp39-40) وقد أدرك القدامى قيمة المعرفة الرياضياتية، ف"الأعداد هي أعلى مراتب المعرفة، العدد هو المعرفة ذاتها، الهندسة هي المعرفة بما هو دائم" هكذا كان يقول أفلاطون *les nombres son les plus haut degré de la connaissance*.

لقد رأى ديكرت في الرياضيات أنها علم البدهاة والوضوح، وكان دائما يؤكد ذلك حين يقول، منذ أن أصبح حتى أمسي وأنا اردد أن $2 = 1 + 1$ ولن ينتابني أي شك حول صحة ووضوح هذه القضية. كما أن الهندسة في نظر ألان هي مفتاح الطبيعة ومن لم يكن هندسيا لا يمكنه إدراك العالم الذي يعيش فيه ويرتبط به (Alain. p55).

وكمثال على ضرورة تعليم الرياضيات للجميع، خاصة في السنوات الأولى، النشاط الذي يقوم به المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) *National Council of Teachers in mathematics* في الولايات المتحدة *Le conseil national des enseignants de mathématiques* أسس هذا المجلس سنة 1920 وتحول إلى أهم منظمة تعنى

بتعليم الرياضيات في الولايات المتحدة وكندا، ويعتبر صوت الشعب في مجال تعليم الرياضيات، وسند لمعلمي الرياضيات، أصدر ستة كتب، من بين ما ضمنها، المبادئ ومعايير تدريس الرياضيات، وكان القصد منها تحسين عملية تدريس الرياضيات.

من ضمن مبادئ هذا المجلس، أن كل التلاميذ مهما تكن خصوصياتهم أو مستواهم، أو تاريخهم، أو تحدياتهم المادية، أو إرادتهم، لهم كل الإمكانيات الطبيعية لتعلم الرياضيات، وأن تقدم لهم المساعدة في تعلمها، يقول الفيلسوف الرياضي الفرنسي بليز باسكال Blaise Pascal: "لا قيمة للحياة إلا بدراسة وتعليم

الرياضيات " *La vie n'est bonne qu'à étudier et à enseigner les mathématiques*

إن الغرض من هذا النوع من التعليم، هو تكوين مواطن يستطيع العيش في بيئة أو مجتمع ديمقراطي، يمكنه من المشاركة بفعالية في النقاش الاجتماعي، وذلك من خلال اكتساب القدرة على التحكم وتوجيه خصائص الحياة منها خاصة الكمية *Quantitative Literacy*. أو ما يعرف في أمريكا باسم *Les aspects quantitatifs de la vie* وهذا ما أشار إليه العالم البيداغوجي والرياضياتي الأمريكي ستين (Steen, L. A, 2001) في كتابه، حيث أكد على قيمة الرياضيات في تكوين المواطن الصالح والقادر على التحكم في جميع ميادين الحياة، والتي تشمل الحياة اليومية، والمواطنة، والثقافة، والصحة، والتسيير والعمل من خلال دراسة الإحصائيات واستخراج منها المعلومات التي نحن بحاجة إليها، من أجل إنتاج، وتوزيع واستهلاك حرو وعادل.

كما أنها أساس في العبادة، فكل شيء مقدر ومحسوب عند الله، ولا تستقيم عبادة المرء إلا بمعرفة الحساب، في عدد ركعات الصلاة، وفي عدد أيام الصيام، وفي مقدار أموال الزكاة، وفي العقود، ويوم الحساب عند الله كل شيء موزون ومحسوب، من عدد الحسنات، وعدد السيئات، وكأن الحياة غير ممكنة من دون تلقي تكوين قاعدي في الرياضيات لذلك يرى جورج كنتور أن جوهر الرياضيات هو بالتحديد حريتها " *L'essence des mathématiques, c'est précisément leur liberté* (Décaillot,

(A. M, 2008.p111) ، قد يقصد بها الحرية الفكرية في الإبداع الرياضي، لكن هذه الحرية تمتد فاعليتها، إلى الحياة العملية. إذن تساهم الرياضيات في خدمة المواطن، ومنه تساهم في ترسيخ مبدأ العدالة والحرية من جهة أخرى ينبغي أن يكون التفكير في تعليم الرياضيات غايته تطوير الكفاءات (Développement des compétences) هذه الغاية نلمسها من خلال المشروع التعليمي الدنماركي الجديد (KOM) والذي يتضمن توضيح أهم الكفاءات المستهدفة في بُعديها التحليلي والإبداع (Niss. M, 2002. pp5-6) هذه الكفاءات تقدم على الشكل التالي:

- كفاءة التفكير رياضياتيا.
- كفاءة طرح وحل مسائل رياضياتية.
- تحليل وتركيب أو بناء نماذج رياضياتية.
- البرهنة الرياضياتية.
- التحكم في الرموز والأشكال الرياضياتية.
- التواصل بالرياضيات، ومع الرياضيات، وحول الرياضيات.
- للرياضيات إذن، تأثير مباشر وفعال في تكوين هذه الكفاءات، والتي تساهم بدورها في اكتساب قدرات وكفاءات أكثر نفعا وفاعلية نذكر منها:
- التعبير بطريقة ملائمة عن طريق توظيف لغة الأرقام، والنسب، والجداول والبيانات.
- البحث، وحدهس، ومعرفة الاطراد.
- برمجة، وبناء نماذج لوضعيات واقعية.
- عملية الاختيار في حالات الغامضة.

من هنا، وبناء على ما يحققه تعليم الرياضيات من نفع، فإن كل الأطفال وكل التلاميذ يحق لهم معرفة قوة وجمال الرياضيات، في عالم يستند جل سكانه إلى طبيعة تفكيرهم الرياضياتي في تسيير شؤونهم، وإدراك وضعيتهم، ووضعية الآخرين.

2-3- الرياضيات ودورها في المحافظة على رأس المال المعرفي العلمي:

تعتبر الرياضيات مصدر معرفي نفعي، وضروري للحياة الاجتماعية أو المهنية، بحيث تتحول إلى رأس مال معرفي علمي (Un capital scientifique)، بالنسبة للفرد وكذا بالنسبة للمجتمع الذي يعيش فيه. لا يتحقق هذا الغرض إلا بالتفكير في نمذجة الرياضيات، (Modélisation des mathématiques)، بمعنى جعلها النموذج المعرفي، ويشترط في ذلك ربطها بكل المواد أو العلوم المدرسية التعليمية، والارتقاء بها بحيث تصبح الأساس في العلاقات بين المؤسسات التعليمية، من جهة، والمحيط الخارجي من جهة أخرى.

ثم أن هذه السمة، أي نمذجة الرياضيات، لا تتحقق إلا بتعميم تعليمها، وربط المؤسسة التعليمية بالواقع، وإيجاد الطرق البيداغوجية الكفيلة بتحقيق هذا الغرض. ومنه فالنمذجة ضرورية غير كافية، ما لم يتم العمل على تطبيق ما يتعلمه التلميذ، بمعنى آخر، يمكن الحديث في هذا الصدد عن نمذجة وتطبيق الرياضيات (modélisation et application des mathématiques، وهما مشروعان أساسيان للرقى بالرياضيات حتى يرتقي المجتمع (Margolinas (2003), C. et Soury-Lavergne. S., 2003).

للإطلاع أكثر على مشروع النمذجة في فرنسا، يمكن الرجوع إلى كتابين

أساسيين:

- Nicolas Bouleau, (1999), Philosophies des mathématiques et de la modélisation : Du chercheur à l'ingénieur

- Giorgio Israel, (1996), La Mathématisation du réel : Essai sur la modélisation mathématique.

في هذا الصدد يمكن الحديث عن الطريقة البيداغوجية التعليمية التعلّمية الجديدة في التدريس، والمعروفة بطريقة التدريس بالكفاءات أو (كفايات) (L'enseignement par les compétences). أين يكون التلميذ هو محور العملية التعليمية التعلّمية. بمعنى يتم من خلال هذه الطريقة استثمار ما للطفل، أو التلميذ من مهارات، وكفاءات وذلك بتوظيف ما يسمى بالوضعيات الإدماجية، أو الوضعيات المشكلة (Situation problème)، وهي عبارة عن وضع التلميذ في موقف يمثل بالنسبة له مشكلة جديدة تتطلب منه حلا جديدا ملائما مبني على ما تعلمه. يمكن لهذه الطريقة، إذا تم استغلالها بشكل جيد، أن تساعد على ربط النظري بالعملية خاصة في مادة الرياضيات. "إن الأعداد هي أعلى مراتب المعرفة، العدد هو المعرفة ذاتها، الهندسة هي المعرفة بما هو دائم" هكذا كان يقول أفلاطون. هذه العبارة تُظهر مرتبة les nombres sont les plus haut degré de la connaissance المعرفة الرياضياتية العليا لدى الإغريق.

إن الكثير من الدول اليوم تحاول أن تجعل من الرياضيات نموذجا معرفيا، ورأس مال معرفي، يساهم بفعالية في نمو الفكري، والاجتماعي بجميع نشاطاته، إلا أن هذه العملية (نمذجة الرياضيات) ليست بالمهمة السهلة، ذلك لأنها تتطلب إمكانيات مادية، وبشرية من مكونين ومؤثرين، ومؤسسات متخصصة، وأخرى معنوية كاستعدادات التلاميذ النفسية، وما يتوفرون عليه من قدرات ذهنية، فليس من السهل حمل الأساتذة أو التلاميذ بسهولة على ترقية البحث في مجال الرياضيات، خاصة في البلدان المتخلفة.

4- الرياضيات لغة العلوم:

يقول عالم الفلك والفيزيائي الإيطالي غاليلي أو كما يلقبه البعض غليليو

"Le grand livre de la nature était écrit dans la langue des droites, des cercles, la langue de la géométrie et des mathématiques. Les mathématiques sont

" le langage de l'Univers" (Galilée, 1632). إن القصد من هذا القول هو بيان قيمة الرياضيات كأداة نقرأ بها كتاب الكون.

لا شك أن كل العلوم مهما كانت طبيعتها تهدف إلى تفسير ظواهر الكون المتنوعة والمعقد كثيرها، لذلك حاول القدامى من الفلاسفة، يوم كانت الفلسفة أم العلوم، تفسير هذه الظواهر مستندين في ذلك إلى منطق تفكيرهم تارة، وإلى خيالهم وعقيدتهم تارة أخرى، وبالرغم من أن تفسيراتهم لم تكن دقيقة، ولا هي مقنعة، ولا هي محل اتفاق، إلا أن الكثير منهم، إن لم نقل كلهم، وهم يتحدثون عن الوجود، كانوا يؤمنون بفكرة الكم، والعدد، والمقدار، والكبير والصغير، والشكل والحجم الذي كان يتصف به.

قديمًا كان الفيلسوف اليوناني فيثاغورس Pythagore، أو المعلم الكوني الأول كما يسميه هيغل Hegel وهو صاحب النظرية الهندسية (Le théorème de Pythagore)، يقول الكون أعداد، وكل شيء في الوجود له مقياس، وأن هذا الكون مكتوب بلغة والأداة التي نقرأ بها هذه اللغة هي الرياضيات، وأن الكواكب تنبعث عنها أنغاما منسقة، إن الكون يُعَنِّي (سارتون، ج، 1977. ص ص 433-436). ومعنى ذلك أن فيثاغورس والمدرسة الفيثاغورية، كانت قد مزجت بين الموسيقى والحساب في وصف الكون، وأكدت على أن إدراك ظواهر الكون لا يتم إلا عن طريق حسابها، وقياسها. فإذا كان الفيثاغوريون قد بدئوا بتصوير الأعداد على أنها أشياء، فإن المحديثين منهم على العكس من ذلك يتصورون الأشياء على أنها أعداد "إنما الأشياء أعداد" (Brunchvicg.L, 1912. pp40-42).

إن حاجة العلوم إلى الرياضيات ليست وليدة اليوم، فقد كان من الضروري على أي علم من العلوم لكي يرتقي إلى مصاف العلمية، أن يوظف الرياضيات للتعبير عن قضاياها، ونظرياته، و عن القوانين التي اكتشفها، بحيث يستمد منها الدقة والصرامة. إن استقراء تاريخ العلوم يُظهر لنا كم كانت الرياضيات واستعمالها في

العلم، سببا في استقلاله عن الفلسفة وفي تطوره. في هذا الشأن يقال "بأن العلوم الحديثة هي علوم التقدير الكمي"، بمعنى أن ما تميزت به العلوم الحديثة، هو توظيفها للرياضيات. ولما كانت الفيزياء من بين العلوم الأكثر توظيفا للرياضيات، وقد عُرفت بالرياضيات التطبيقية (Mathématique appliquée)، فهي إذن أرقى العلوم وأكثرها تطورا، ولما كانت العلوم الإنسانية أقل العلوم توظيفا للرياضيات، فهي من بين العلوم المتأخرة في الظهور، وأقلها تطورا (Lichnerowicz, A.1967, p481).

العلوم إذن، هي وليدة الرياضيات، أو كما يقول برغسون Henri Bergson العلم هو بالذات ابن الرياضيات، ولم يكن في مقدوره تحقيق غاياته، وهي تفسير الكون إلا بالتعبير عن الظواهر في شكل صيغ، ومعادلات رياضية. يقول كيبلر Kepler Johannes (1630-1571): "ينبغي أن يكون جوهر البحث حول العالم الخارجي، هو الكشف عن النظام والتناغم العقلاني الذي ثبتته الله وأوحاه لنا في لغة الرياضيات". إن الرياضيات، بهذا المعنى هي لغة العلوم، وأساس استقلالها، وتطورها.

1-4 الرياضيات والبيولوجيا:

للتعبير أكثر عن قيمة الرياضيات بالنسبة للعلوم، يمكن الحديث كمثال عن التطبيقات الرياضية في مجال البيولوجيا، أو ما يسمى البيوررياضيات (La biomathématique) أو علم الإحياء الرياضي (Cherruault, Y. 1983) : وهو الجمع بين علمين، البيولوجيا والرياضيات، بشكل أدق يعبر علم الإحياء الرياضي عن مجموع الطرق والتقنيات الرياضية، والرقمية التي تسمح بدراسة ونمذجة الظواهر والعمليات البيولوجية، ومنه فإن البيوررياضيات هي علم تعالقي، لكن لم يتأكد هذا التعالق وهذا التداخل الوظيفي بينهما إلا مؤخرا، وهذا راجع إلى عدة عوامل أهمها: التطور الملحوظ في مجال البحوث البيولوجية نتيجة انتقالها من وصف الظواهر الحية إلى قياسها وحسابها، وهذا يتطلب توظيف الرياضيات بشكل مكثف ودائم.

في هذا المجال يمكن الحديث عن أب علم الإحياء الرياضي السكتلاندي من خلال كتابه المشهور *On growth and form 1917*. تمت مراجعته سنة 1942، وترجم إلى الفرنسية تحت عنوان *Forme et croissance 2009*. وقد جعل هذا الكتاب من صاحبه أول إحيائي رياضي، لأنه أول من أشار إلى إمكانية الانتقال من شكل نوع ما، إلى شكل نوع آخر قريب منه من خلال بعض التحولات الهندسية (Wentworth, T. D. 1945).

مما سبق، يمكن القول، أن العلوم الطبيعية لم تتمكن من الكشف عن حقيقة الظواهر الطبيعية، وبالتالي الارتقاء إلى مصاف العلوم الحقيقية، إلا من خلال توظيف الرياضيات، فكلما كان توظيف الرياضيات أكثر في أي مبحث من مباحث العلوم الطبيعية، كانت النتائج أدق، وكان العلم أكثر تطوراً، وأحسن دليل على ذلك، علم الفيزياء الذي كان من العلوم الأولى في الانفصال عن الفلسفة، وتحوله إلى نموذج معرفي تُقاص عليه كل العلوم، وهذا بفضل الرياضيات.

2-4 الرياضيات والعلوم الإنسانية:

إن أول ما ظهرت عليه الرياضيات، كعلم إنساني، مع فيثاغورس فقد كان رياضياتياً بقدر ما كان فيلسوفاً، وقد بحث في الأعداد عن جوهر علاقات الإنسان بالكون، كما بحث عن جوهر علاقات الناس فيما بينهم. ثم أن أفلاطون كان يكتب على باب مدرسته (الأكاديمية): من لم يكن رياضياً لا يدخل علينا، ويقصد بالرياضياتي العارف بالهندسة. لقد شهدت الحضارات القديمة: المصرية، والبابلية، والهندية، والصينية، والإغريقية، والإسلامية وغيرها، تعبيرا واضحا عن انشغالها الإنساني (اهتمامها بالإنسان) عن طريق نظام الرموز الرياضية (Austruy, J. 1961, pp414-439)، وبعد قرابة خمسة وعشرين قرناً زالت الرياضيات تبحث عن كيفية دخول عالم الإنسان الذي تكونت فيه، ومشاركة العلوم الإنسانية

في دراستها، ولأنها تتصف بخاصيتين تنفرد بهما، فإن هذا يجعل منها الأداة الأكثر فاعلية في التعبير عن الظواهر بشكل عام، والظواهر الإنسانية بشكل خاص، وهما:

- كونها أداة دقيقة في الكشف عن مدى الانسجام المنطقي الذي يجعل من الفرضيات مقبولة.

- كونها وسيلة قياس الأكثر دقة في التعبير عن الظواهر، يدفع الكثير ممن يشتغلون في حقل العلوم الإنسانية إلى الاعتقاد بضرورة توظيف المعاني الرياضية في التعبير عن الظواهر الإنسانية، والتي من غيرها لا يمكن تصور مستقبل ولا استمرار لهذه العلوم. فالرياضيات ليست وسيلة للتعبير عما هو قابل للقياس فحسب، بل كذلك هي علم بما هو خفي مثلما عبّر عن ذلك الإبيستيمولوجي الفرنسي غاستون باشلار (Bachelard, G. 1949, p.88).

1-2-4 الرياضيات وعلم الاقتصاد L'économie:

تشكل الرياضيات، من دون شك، مجال التقاطع بين مختلف النشاطات التي يقوم بها الإنسان، بحيث تعبر عن أبعاده المختلفة البيولوجية، والنفسية، والاجتماعية والتاريخية منها. ربما نلتمس أكثر فكرة ضرورة توظيف الرياضيات بالنسبة إلى العلوم الإنسانية في علم الاقتصاد، قد يتساءل البعض عن طبيعة هذا العلم هل هو من العلوم الإنسانية أم لا؟

في هذا المقام، ليس بوسعنا الحديث عن طبيعة علم الاقتصاد، لكن الأمر المتأكد منه هو: أنه بقدر اجتهاد علماء الاقتصاد في رد هذا العلم يرتقي إلى مصاف العلمية على شاکلة العلوم الطبيعية، فإنهم لم يتمكنوا من نفي عنه صفة الإنسانية، خاصة في تعامله مع ظاهرة العمل، والربح، والتوزيع، وغيرها من الظواهر الاقتصادية الإنسانية. إلا أن علماء الاقتصاد الجدد لم يتأخروا عن توظيف الرياضيات على اختلاف فروعها، مثل حساب المثلثات (La trigonométrie)، أو الطوبولوجيا (La topologie) أو الإحصاء (La statistique) الذي يعتبر من أهم

الفروع الضرورية لعلم الاقتصاد، والذي تولد عنه الاقتصاد القياسي (l'Économétrie). ويمكن ملاحظة توظيف الرياضيات في الاقتصاد من خلال مؤلفات علماء الاقتصاد، أمثال الفيلسوف الاقتصادي (فيلسوف الأنوار) آدم سميث Adam Smith (1723-1790)، وكتابه ثروة الأمم (La richesse des nations) (1776)، أو نظرية التوازن العام *théorie de l'équilibre général* للعالم الاقتصادي الفرنسي ليون ويلريس Léon walras (1834-1910) الذي يعتبر مرجع أساسي ودائم في علم الاقتصاد، وغيرهم كثيرون. لم يكن حديثهم عن الاقتصاد بمنأى عن توظيف الرياضيات،

2-2-4 الرياضيات والأنثروبولوجيا **Anthropologie**:

وفي مجال الأنثروبولوجيا كتب العالم الأنثروبولوجي الفرنسي ليفي ستروس Claude Lévi-Strauss في مقاله 1954 *Les mathématiques de l'homme* يصف مستقبل الإيجابي لتوظيف الجبر (جبر المجموعات) في مجال علوم الإنسان، خاصة ما يتعلق بمجموعة التحول أو التغير *Groupe de transformation* الذي جعل منه أداة التحليل البنائي المعروف عنده (Lévi-Strauss, C. 1954. pp 643-752).

3-4 الرياضيات والشعر وعلم التاريخ:

وفي نفس السياق، وكمثال على فكرة تقاطع العلوم مع الرياضيات، اهتمت ميشال أودان Michèle Audin المولودة بالجزائر سنة 1954 بالرياضيات، وبالأدب والشعر، وبالتاريخ وهي تحاول أن تربط بين هذه الأبعاد الثلاثة: الرياضياتية، والفنية الشعرية، والتاريخية تعبيراً عن قيمة الرياضيات في حياة الإنسان. وقد اعتمدت في تحقيق ذلك على الهندسة، أو ما يسمى عندها بالهندسة المتلازمة (*Géométrie Symplectique*) والأنظمة الديناميكية (*Systèmes Dynamiques*). من الكلمة (*Symplectique*) يمكن اشتقاق كلمة (*complexité*) التي تعبر عن فكرة

التشابك (entrelacement)، والتي ترتبط بالميكانيكا النيوتونية التي تضمن انسجام مسارات الجسم بمحيطه، بحيث ترتبط وضعيته في الفضاء بثلاثة قوى أساسية: الحفاظ على الطاقة، الحفاظ على مقدار حركته، والحفاظ على لحظة حركته.

لم تهتم ميشال أودن بالرياضيات فحسب، بل عملت على ربطها بالشعر، فقد كانت عضو نشط في فرقة تسمى بـ (Oulipo) وتعني l'Ouvroir de Littérature Potentielle أي غرفة الخياطة للأدب المحتمل أو التقريبي. وهذه المجموع مكونة من علماء رياضيات، وأدباء، معجبون بالعلاقة بين الرياضيات والشعر، ويصفون أنفسهم "بالفأر الذي يصنع متاهة بنفسه ويحاول الخروج منها"، وهذا تعبير مجازي للدلالة على أن هذه المجموعة تحاول خلق مشكلات نجدها في البنيات الرياضية وتحاول إيجاد الحلول لها عن طريق توظيف ملكة الخيال.

إلى جانب اهتمام أودان بالشعر، كان اهتمامها بالتاريخ وعلاقته بالرياضيات، في مؤلف لها بعنوان "Mai, Quai Conti" sur les liens entre l'Académie des sciences et la révolte de la Commune de Paris en 1871"

في هذا الكتاب تقيدت أودان بقضية زادت القصة جمالا رياضياتيا، حيث اعتبرت أن العلاقة بين الأشخاص هي من إملاء وضعية النقاط في شكل هندسي مشتق من نظرية باسكال الرياضية. وقد برز اهتمام أودان بعلاقة الرياضيات بالتاريخ من خلال توضيح ما حققته الرياضيات في علاقتها مع الملحمة، وهي الحرب العالمية الأولى (1914-1918)، في قصة حياة وممات عالم رياضي "Avec Une histoire de Jacques Feldbau"، ومعاناة علماء الرياضيات اليهود أثناء الحرب العالمية الثانية (Audin.M 2010).

بالرغم من كثرة المنتج المعرفي المتنوع والذي هو في تطور مستمر، فإن البعض منه فقط ما يجد طريقه نحو التطبيقات الصناعية، وهو لا يعني شيء بالنسبة لأفراد المجتمع، بينما الباقي من هذا المنتج (الرياضيات مثلا) يعاد تركيبه

بعد تجريده وتحليله حتى يتم دمجها ضمن الإرث المعرفي الإنساني. وبالرغم من الخدمات الجليلة التي تقدمها نتائج هذه العلوم، إلا أنها عاجزة عن توحيد العقول، كما أنها عاجزة عن إيجاد مكان لها في ثقافة المجتمع، مثلما هو الحال بالنسبة للرياضيات. وهذا بفضل موضوعها المستمد من التاريخ المعرفي الإنساني العريق، كالأعداد، والأشكال، وأخرى حديثة الوجود، كالذوال، والمجموعات، والمعادلات التفاضلية، والاحتمالات، وغيرها من القضايا الرياضية التي لا تتوقف عن الظهور، والتي يتم تطبيقها خارج الإطار الذي وُلدت منه.

خاتمة:

بقدر ما أن هذا السؤال: لماذا نتعلم ونعلم الرياضيات؟ مشروع طرحه، بقدر ما يكون طرحه ضرب من ضروب الشك في قيمة الرياضيات. لا ينبغي النظر إلى التعليم على أنه مجرد الامتثال إلى قرارات فوقية، وتطبيقاً لتوجهات تربوية، بل ينبغي النظر إليه على أنه وظيفة من خلالها يمكن تطوير إستراتيجية تعليمية خاصة، وفي مجال تعليم الرياضيات. ينبغي العمل على التكوين الذاتي، قبل أن نكون مكونين، ولذلك كان مفتاح التطور هو تكوين المدرسين، لكي يتمكنوا من إبداع نماذج معرفية في مادة الرياضيات. ليس من السهل تحقيق هذا الهدف لأن الأمر مرهون بطبيعة وخصوصيات الثقافة التربوية، والنظام التربوي الذي يتبناه المجتمع، ولما لا الاستفادة من تجارب الآخرين في مجال تدريس الرياضيات. يكفي الإطلاع على مشاريعهم في هذا الشأن حتى ندرك أن الأمر يستحق الاهتمام:

لأن الرياضيات عنصر مهم في الثقافة الإنسانية، لأن الرياضيات تحتل فضاء تارة يفوق العقل، وتارة أخرى يفوق الواقع، لأن الرياضيات تعبير عن السلوك السوي المبني على الخيار السليم نتيجة الحساب الدقيق، لأن الرياضيات لغة كل العلوم، لأن الرياضيات هي اللّغة الوحيدة التي يفهمها كل البشر.

المراجع:

- 1- ابن خلدون، (1984)، المقدمة، الطبعة الأولى، الدار التونسية للنشر، تونس.
- 2- جورج سارتون، (1913)، تاريخ العلم، الجزء الأول، ترجمة، محمد حلف الله وآخرون، الطبعة الثالثة، دار المعارف، مصر.
- 3- Alain, (1932), *Propos sur l'éducation*, livre pdf, Paris, France. http://classiques.uqac.ca/Alain_propos_-_sur_-_education/_propo_sur_education.html
- 4- Blanché, R. *L'axiomatique* (1970), Paris, puf, pp 13-16.
- 5- Claire Margolins et Sophie Soury-Lavergne (2003), *Modélisation et application des mathématiques*. . https://www.amazon.fr/Recherches-didactique-math-%C3%A9matiques-23-N%C2%B0/dp/2859191887/ref=asap_bc?ie=UTF8, *Revue, Recherches en didactique des mathématiques*, 2003, Vol. 23(1), N°67.
- 6- Claude Lévi-Strauss (1954), *Les mathématiques de l'homme*, *Bulletin international des sciences sociales (Les mathématiques et les sciences sociales)*, vol 6(4), 1954, pp 643-752. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000059778_fre
- 7- Daniel Perrin, (2004), *Pourquoi faut-il enseigner les mathématiques aujourd'hui?* <http://www.math.u-psud.fr/~perrin/Strasbourg.pdf>.
- 8- Décaillot. A. M., (2008). *Cantor et la France: Correspondance du mathématicien allemand avec les Français à la fin du XIXe siècle*, Paris, Éditions Kimé, p 111
- 9- Florence Piron (sous la direction), (2014), *Femmes savantes, femmes de science*, Tome I, Association science et bien commun, Québec, Canada. <http://collections.banq.qc.ca/ark:/52327/bs2420984>
- 10- Gaston Bachelard, (1966), *Le rationalisme appliqué*, 3ème Edition, Paris, puf, p 54. file:///C:/Users/mehdiplay/Contacts/Desktop/rationalisme_applique.pdf
- 11- Jacques Austruy, (1961), *Méthodes mathématiques et sciences de l'homme*.
- 12- Léon Brunschvicg (1912), *Les étapes de la philosophie mathématique*, Librairie Felix Algan, Paris, France, pp 40-42. <https://archive.org/details/lestapesdelaph00brun/page/n7>
- 13- Lichnerowicz, A. (1967), *Remarques sur les mathématiques et la réalité*, in, *Logique et connaissance scientifique*, Paris, Gallimard, p 481.
- 14- Lynn Arthur Steen. (2001), *Mathematics and Democracy*, Paris, Edition Broché.

- 15- Michele Audin, (2010), Une histoire de Jacques Feldbau, LA SÉRIT T. <http://irma.math.unistra.fr/~maudin/feldbau-pro.pdf>.
- 16- Mogens Niss, (2002), Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. https://www.academia.edu/35252952/MATHEMATICAL_COMPETENCIES_AND_THE_LEARNING_OF_MATHEMATICS_THE_DANISH_KOMPROJECT
- 17- Rashed Roshdi, « Préface », (1991), *Mathématiques et Philosophie. De l'Antiquité à l'Âge classique*. Editions, C.N.R.S, Paris, France. <https://www.cairn.info/mathematiques-et-philosophie--9782222044963-page-IX.htm>
- 18- Wentworth, D. T. (1945), *On Growth and Form*, University press, New York. <https://archive.org/details/ongrowthform00thom/page/>
- 19- Yves Cherruault, (1983), *Biomathématiques*. Paris, puf. <http://www.biblio-scientifique.org/2018/07/livre-biomathematiques-yves-cherruault.html>, Collection : Que sais-je ? puf,