تسعير الأصول المالية بين النظرية والتطبيق: نموذج ثنائي الحد على سهم بنك BNP Paribas

Financial Asset Pricing between Theory and Practice: binomial Model on a Bank stock of BNP Paribas

مصطفاي منال[1]
طالبة دكتوراه. مخبر MIFMA
كلية العلوم الاقتصادية و التسيير و العلوم التجارية
جامعة تلمسان
manal.mostefai@univ-tlemcen.dz

طاولي مصطفى كمال
استاذ التعليم العالي.كلية العلوم الاقتصادية و التسيير و العلوم التجارية
جامعة تلمسان
mk_taouli@yahoo.fr

قدم للنشر في: 2019-09-30 / قبل للنشر في: 31-05-2020 / نشر في: 30-06-2020

الملخص:
ان حجم حصة التداول والقبول العام لمختلف الأدوات المالية ومن بينها المشتقات يجعل تقييم الخيارات موضوعا مهما للدراسة وعلى اعتبار أن نظرية تقييم الخيارات لها تطبيقات مهمة في الادارة المالية بصفتها أداة من أدوات التحوط ضد مخاطر السوق لذلك هدفت هذه الدراسة الى تطبيق واحد من أهم الطرق الكمية المستخدمة وهو نموذج ذو الحدين Binomial لتحديد قيمة العلاوة على خيار شراء لسهم بنك BNP Paribas خلال 7 فترات جزئية على اعتبار أنه يسمح للمتعاملين بمتابعة تطور أسعار الأصول المالية بفضل التوزيعات الاحتمالية التي يوفرها النموذج
الكلمات المفتاحية : تسعير الخيارات ، خيار الشراء الأوروبي ، نموذج ذو الحدين ، الزمن المنفصل ، اشتقاق سعر السهم.
تصنيف JEL: G 13، G 11، G17

Abstract :
The size of the trading share and general acceptance of the various financial instruments, including derivatives, makes evaluation of options an important subject of study, the theory of options valuation has important applications in financial management as a tool of hedging against market risks. This study aimed at applying one of the most important quantitative methods used, Binomial to determine the value of the premium on the call option of BNP Paribas Bank during 7 partial periods as it allows traders to follow the development of prices of financial assets thanks to potential distributions provided by the model
Keywords: pricing Options, European Call Option, Binomial, Discrete time, Derivation of stock price.
Jel Classification Codes: G 13, G 11, G17

المؤلف المراسل: مصطفاي منال، الإيميل [1] manal.mostefai@univ-tlemcen.dz

مقدمة :

ان انفجار فقاعة أسعار العقارات، وأزمة الائتمان لعام 2007، والخسائر الناجمة عن مئات المليارات من الدولارات على مقايضات العجز الائتماني والتزامات الديون الائتمانية، وفشل المؤسسات المالية البارزة قد غيرت إلى الأبد الطريقة التي ينظر بها العالم إلى المشتقات. فعندما ضربت الأزمة المالية العديد من الدول، بما في ذلك الولايات المتحدة، علق العديد من الأكاديميين وحتى العامة، باللوم على المشتقات. ولكن في الواقع، كان السبب هو فشل وكالات التصنيف الائتماني في تقييم المشتقات المعقدة بشكل صحيح، اذ أن الخسائر على هذه المشتقات أسقطت العديد من المؤسسات المالية. وعلى العكس من ذلك، تمت الإشادة بنمو سوق الأدوات المشتقة على أنه تحسين الرفاه الاقتصادي عن طريق تحويل المخاطر من أولئك الذين يخشونها إلى أولئك الذين يستفيدون منها. بالإضافة الى ذلك تساعد المشتقات في حل المشكلات المالية. فقد تم استخدامها حتى من قبل الحكومات خلال الأزمة للمساعدة في حلها.

وهناك مثال أحدث على الأوراق المالية المشتقة المستخدمة لدعم السياسة المالية والنقدية للحكومات، اذ بدأت وزارة الخزانة الأمريكية برنامج إغاثة الأصول المتعثرة خلال الأزمة المالية من أجل الالتزام بـ "700 مليار دولار لإنقاذ النظام المالي" ،حسب ما يشير إليه تقرير الرقابة الصادر في يوليو (تموز) 2009 من هيئة الرقابة في الكونغرس " تعويضات TARP ، بما في ذلك إعادة شراء أوراق مالية. اشترت TARP الأسهم في البنوك المجهدة مع " الأصول المتعثرة "، ولكن بالإضافة إلى ذلك، تلقوا مذكرات (warrants) لمدة عشر سنوات (Warrants .هي نوع من خيار الشراء) ، و بعد تعافى البنوك باعت الحكومة الأمريكية هذه الخيارات إلى البنوك بسعر عادل، تم تحديدها بمساعدة Black-Scholes-Merton (BSM) ونماذج ذات الحدين. وفي هذا السياق فان تقييم أسعار الأصل الأساس أثار الأكاديميين والممارسين منذ فترة طويلة على اعتبار أنه من أهم مزايا التعامل بالخيارات المالية هي الفرص المتاحة أمام المستثمرين للتوفيق بين العائد والمخاطرة. ومن خلال ما سبق يمكننا طرح الاشكال التالي:

كيف يتم تحديد القيمة النظرية العادلة لعقد خيار الشراء باستخدام نموذج ذو الحدين (binomial) على السهم العادي لبنك BNP Paribas ؟

وللإجابة على الاشكالية تم تناول البحث في المحاور التالية:

المحور الأول: المفاهيم الأساسية للخيارات

المحور الثاني: نماذج التسعير

المحور الثالث: تسعير خيار الشراء لسهم بنك BNP Paribas باستعمال نموذج ذو الحدين

هدف البحث :

تسعى هذه الدراسة الى التعرف على الخيارات ومختلق أنواعها كواحدة من أهم الأدوات المالية للتحوط من المخاطر وتقديم مقاربة مفاهيمية حول نماذج تسعير الأصول. عن طريق التطرق الى واحد من أهم النماذج المستعملة وهو نموذج بينوميال من خلال القيام بدراسة تطبيقية على خيار شراء لسهم بنك BNP Paribas.

الدراسات السابقة:

1) دراسة ل John C. Cox (1979) واخرون بعنوان Option Pricing: A Simplified Approach تقدم هذه الورقة نموذجًا منفصلاً بسيطًا لتقدير الخيارات. حيث قام أصحاب الدراسة بتقديم نموذج بينوميال كبديل لنموذج بلاك سكولز بالاعتماد على المبادئ الاقتصادية الأساسية لتسعير الخيار.
2) دراسة ل Sunday Emmanuel وآخرون (2014) بعنوان performance measure of binomial model for pricing American and European options قام الباحثون من خلال هذه الدراسة بإجراء مقارنة بين نموذج بينوميال وبلاك-سكولز لتقييم الخيارات وتوصلوا الى ان نموذج بينوميال هو أكثر مرونة مقارنة بنموذج بلاك-سكولز وكذلك يستخدم لتسعير مجموعة واسعة من الخيارات.
3) دراسة ل عيساوي سهام (2016) بعنوان تسعير الخيارات باستخدام نموذج التسعير ثنائي الحدين ودورها في تشكيل محفظة التحوط – دراسة تطبيقية لبعض الشركات المدرجة في أورونكست باريس- حيث هدفت هذه الدراسة الى استخدام نموذج بينوميال لفترة واحدة ولفترتين لإيجاد أسعار عقود الخيار المتداولة في الأسواق المالية وذلك بهدف التحوط من مخاطر تقلبات الأسعار وخفضها وذلك بتكوين محفظة استثمارية خالية من المخاطر من خلال توليفة متنوعة من الأسهم وعقود الخيارات.

1- المفاهيم الأساسية للخيارات

1-1 مقاربة مفاهيمية للخيارات:

بشكل عام هناك ثلاثة أنواع من خيارات الأسهم: مذكرات (warrants) خيارات أسهم تنفيذية (executive stock-options)، وخيارات للتداول العام .(publicly traded options) يعتبر (warrants) بمثابة أداة مالية تصدرها شركة تمنح المشتري الحق في شراء عدد محدد من الأسهم بسعر محدد لفترة محددة. هناك فروقان رئيسيتان بين مذكرات وخيار التداول العام. الأول هو أن استحقاق (warrants) يكون عادة أقل من 9 أشهر. والفرق الثاني هو أن (warrants) يتعلق باتفاق بين الشركة ومشتريها. ويعني هذا أنه إذا قرر مالك التوكيل أن يمارس حقه في الشراء والبيع، تقوم الشركة بإصدار أسهم جديدة وتتلقى النقد من بيع تلك الأسهم. الخيار المتداول علناً هو اتفاق بين شخصين لا علاقة لهما بالشركة التي يتم اختيار أسهمها. عندما يتم ممارسة خيار التداول العام، يتم تبادل الأموال للأسهم بين الأفراد ولا تتلقى الشركة أي أموال، فقط مالك جديد.

خيارات الأسهم التنفيذية هي وسيلة لتعويض موظفي الشركات. بالنسبة للخدمات المقدمة، يحق للمدير أو الموظف شراء عدد محدد من الأسهم بسعر محدد خلال فترة معينة. على عكس مذكرات والخيارات المتداولة علنا، لا يمكن تداول خيارات الأسهم التنفيذية. يمتلك مالك الخيار خيارين فقط: ممارسة الخيار أو تركه منتهي الصلاحية. مثل مذكرات ، إذا قرر المالك ممارسة الخيار، تتلقى الشركة المال وتصدر أسهمًا جديدة. إن استخدام خيارات الأسهم التنفيذية لتعويض الإدارة يثير مسألة وكالة مثيرة للاهتمام. اذ يجوز لمديري الشركة اتخاذ قرارات الاستثمار والتمويل التي تزيد من مخاطر الشركة من أجل زيادة قيمة خيارات الأسهم الخاصة بهم. يمكن أن يكون لهذا الإجراء تأثير ضار على حاملي السندات وغيرهم من دائني الشركة. وبالتالي، سنرى أن قيمة الخيار ترتبط مباشرة بتغير أو مخاطرة الأصل الأساسي، وهو في هذه الحالة الشركة .

تأتي الخيارات في صنفين أساسيين: خيارات الشراء (calls) وخيارات البيع (puts) والتي هي عبارة عن الحق، ولكن ليس الالتزام بشراء كمية محددة من أصل مالي أو حقيقي من البائع في أو قبل تاريخ استحقاق ثابت (maturity date) في المستقبل عن طريق دفع سعر تنفيذ (strike price) متفق عليه اليوم.

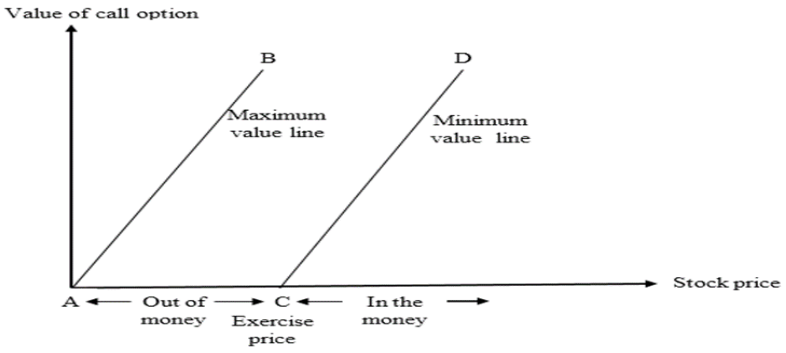
تعد خيارات الشراء والبيع أمثلة عن plain vanilla، عادةً ما يتم تحديد خيارات الفانيلا العادية بإحدى طريقتين: أمريكي أو أوروبي. لا يمكن ممارسة الخيار الأوروبي إلا في تاريخ الاستحقاق للخيار، بينما يمكن ممارسة الخيار الأمريكي في أي وقت يصل إلى تاريخ انتهاء صلاحيتها. كل من الخيارين الأمريكي والأوروبي لهما نفس القيمة في تاريخ انتهاء الصلاحية إذا بقي الخيار الأمريكي غير مفعل. ولكن قبل انتهاء الصلاحية، تكون الخيارات الأمريكية على الأقل ذات قيمة مثل نظيراتها الأوروبية. فهي تكرر ما يمكن أن تفعله الخيارات الأوروبية، ولكنها تقدم أيضًا ميزة تنفيذ مبكر.

2-1 العوامل الخمسة المؤثرة على خيار الشراء:

تتمثل العوامل فيما يلي:

1) سعر السوقي للسهم: في الشكل 1، نرى أن العلاقة المنحنية بين قيمة خيار الشراء وسعر السوق للسهم. مع بقاء العناصر الأخرى متساوية، كلما ارتفع سعر السوق، كلما ارتفعت قيمة خيار الشراء على السهم. بحيث يزداد ميل هذه العلاقة مع ارتفاع سعر السوق، إلى الحد الذي تصبح فيه كل زيادة في سعر السهم تؤدي الى زيادة في نفس القيمة تقريباً في قيمة خيار الشراء على ذلك السهم.

شكل 1 . قيمة خيار الشراء



المصدر :

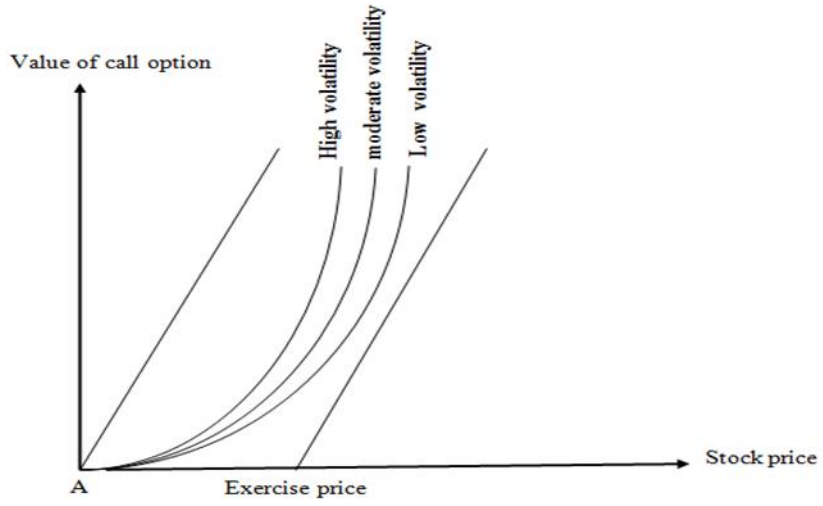
Cheng-Few Lee Alice C. Lee John Lee (2010) Handbook of Quantitative Finance and Risk Management, Springer Science Business Media, LLC, USA, p381

2) سعر التنفيذ: افتراضا أنه يتم عرض خيارين متشابهين لخيار الشراء على نفس الأصل، فاذا كنت تفضل الشراء مع انخفاض سعر التنفيذ فهذا يتطلب مكاسب أكبر من أي حركة مواتية في سعر السهم أكثر من أي خيار له سعر ممارسة أعلى. لذلك، نستنتج أنه كلما انخفض سعر التنفيذ، كلما كانت قيمة خيار الشراء أعلى.

3) معدل الفائدة بدون مخاطر: إذا تم في نهاية المطاف تنفيذ خيار الشراء، فسوف يجني حامل الخيار بعض فوائد الزيادة في القيمة السوقية للسهم. ومع ذلك، فإن الحائز سيفعل ذلك دون الحاجة إلى دفع سعر التنفيذ على الفور. لن يتم إجراء هذا الدفع إلا في وقت ما في المستقبل عندما يتم بالفعل تنفيذ خيار الشراء. في غضون ذلك، يمكن استثمار هذه الأموال في الأوراق المالية الحكومية لكسب عائد خالي من خطر. تمنح هذه الفرصة زيادة في القيمة على خيار الشراء؛ فكلما زاد سعر الفائدة بدون مخاطر، كلما زادت هذه القيمة الإضافية أو خفضت القيمة الحالية لسعر التنفيذ. لذلك، فانه من المتوقع أنه كلما ارتفع سعر الفائدة بدون مخاطر، زادت قيمة خيار الشراء. علاوة على ذلك، كلما تم تأجيل ممارسة الخيار، زادت أرباح الفوائد الخالية من المخاطرة. وبناءً على ذلك يحدد سعر الفائدة الخالي من المخاطر قيمة خيار الشراء مع الوقت المتبقي قبل تاريخ انتهاء الصلاحية.

4) تقلب سعر السهم: إحدى الطرق المفيدة لقياس التقلب هي من خلال التباين في التغيرات اليومية في سعر السهم. يوضح الشكل 2 تأثير تقلبات أسعار الأصل على قيمة خيار الشراء. يوضح الشكل العلاقة بين قيمة الشراء والسعر الحالي للسوق لثلاثة أسهم. المنحنيات الثلاثة لها نفس الشكل العام الموضح في الشكل 1، ومع ذلك، نلاحظ أنه بالنسبة لأي سعر للسوق الحالي للسهم، كلما كان هناك تباين في تغيرات الأسعار اليومية، زادت قيمة خيار الشراء. بالتالي يرتبط مفهوم التقلب في أسعار سوق الأوراق المالية في المستقبل بطول الأفق الزمني قيد النظر. وعلى وجه التحديد، إذا كان تباين التغيرات اليومية هو ^{2} التباين في التغيير من الوقت الحالي إلى أيام t هو σ^{2t} إذا كانت تغيرات الأسعار مستقلة بشكل تسلسلي. لذلك، كلما تقدم موعد انتهاء الصلاحية، زادت التقلبات في حركة السعر. هذا يشير إلى أنه بالنسبة للخيار الأوروبي، والذي لا يمكن ممارسته إلا في تاريخ انتهاء الصلاحية، فإن مقياس التقلب ذي الصلة هو σ^{2t} حيث t هو عدد الأيام المتبقية لتاريخ انتهاء الصلاحية. كلما كبرت هذه الكمية، كلما كانت قيمة خيار الشراء أكبر.

5) شكل 2 . قيمة خيار الشراء كدالة لسعر السهم للأصل محل التعامل العالية والمتوسطة والمنخفضة التقلب.



المصدر:

Cheng-Few Lee Alice C. Lee John Lee, (2010), p383

6) الوقت المتبقي لتاريخ انتهاء الصلاحية: لقد رأينا في العوامل 3 و 4 أعلاه سببين لتوقع أنه كلما كان الوقت المتبقي قبل تاريخ انتهاء الصلاحية أطول، كلما ارتفعت قيمة خيار الشراء، والسبب هو أن الوقت الإضافي يسمح باكتساب مكاسب أكبر من تأجيل دفع سعر التنفيذ ويسمح بتقلبات أكبر في حركة السعر للسهم. يعمل هذان الاعتباران في نفس الاتجاه - نحو زيادة قيمة خيار الشراء (lee, lee, & lee, 2010, p. 337)

2- نماذج التسعير

2- 1 ماهية التسعير:

التسعير يتضمن جانب من الرياضيات الى حد معقول. ما مدى عمق المتعاملين في ذلك؟ للإجابة على هذا نحن بحاجة إلى فهم ما يفعله النموذج. النموذج هو خريطة. فهو يبسط العالم، ويحافظ على التفاصيل التي نحتاجها ويستبعد الباقي. ليس المقصود أن يكون تمثيلا مثاليا للواقع. الطريقة الوحيدة التي يمكن أن تكون بها الخريطة مثالية هي أن بنفس حجم العالم. بالتالي لم نحصل على شيء.

الخيارات معقدة. تعتمد أسعارها على عدد من المتغيرات والأسعار تتغير بسرعة كبيرة. أضف إلى ذلك حقيقة أن أصلا واحدًا أساسيًا قد يحتوي على مئات الخيارات المرتبطة به وأن هذه الخيارات جميعها لديها علاقات مع بعضها البعض، ووجود نموذج لجعل الأمور أكثر بساطة يبدو مفيدًا بشكل واضح. ولكن هذا لا يعني أن النموذج ضروري. العديد من متداولي خيارات البيع بالتجزئة، وحتى بعض المحترفين، يتاجرون بدون واحد، إما باستخدام خيارات كأدوات اتجاهية أو لتنفيذ الاستراتيجيات الثابتة.

لكن النموذج المستخدم بذكاء، يبسط الأمور إلى حد كبير. ويعبر عن أسعار الخيارات سريعة الحركة كدالات لمعاملات أكثر تطورا ببطء. كما أنها تمكننا من مقارنة أسعار تنفيذ الخيارات المختلفة، واستحقاقات، والأصول محل التعامل في إطار بسيط. هذا لا يمكن المبالغة في التأكيد عليه. فالنموذج هو إطار للتفكير في الصفقات. لا تحتاج أن تقول أي شيء حقيقي حول الواقع. فهي لغة للتفكير في الخيارات، وليس نظرية علمية لسلوك المتعاملين. عند استخدامها بشكل صحيح، يمكن أن يضيف نموذج التسعير إلى معرفة المتداول بالخيارات (Euan, 2010, p. 41)

2- 2 نموذج بينوميال :

ذو الحدين (binomial) يعتبر النموذج الذي يطور فهمنا البسيط لتسعير مارتينجال (martingale pricing) ويوفر طريقة رقمية عملية لتسعير العديد من المشتقات المعقدة. يعتبر النموذج ذو الحدين مهمًا جدًا لأنه يوضح كيفية الابتعاد عن الاعتماد على الحلول المغلقة. فمن المهم أن يكون لديك طريقة لتقييم الخيارات التي تعتمد فقط على نموذج بسيط وأساليب رقمية سريعة ودقيقة..

الافتراضات التي يقوم عليها النهج ذي الحدين:

- الأسواق تتميز بالتنافسية، معدل الفائدة بدون مخاطر ثابت عبر الزمن.
- لا يدفع السهم أي أرباح (dividends) طوال الوقت المتبقي حتى الاستحقاق.
- لا توجد قيود على المبلغ المقترض أو المقرض ولا ضرائب؛ لا تكاليف المعاملات ولا متطلبات الهامش.
- البيع القصير مسموح به. يتصرف المستثمرون بعقلانية ويفضلون المزيد من الثروة.
- يتبع سعر السهم عملية ثنائية الحدين مضاعفة على فترات منفصلة. وهذا يعني أنه في كل فترة زمنية يكون هناك احتمال p أن يرتفع السهم بنسبة u% والاحتمال 1- p أن الأسهم سوف تنخفض بنسبة d%.
- بالنظر إلى R=1+r كأسعار فائدة بدون مخاطر خلال فترة واحدة، فان u > r > d

يكون معدل العائد على السهم دائمًا قيمتين محتملتين، 1- u و1- d مع الاحتمالات p و1- p على التوالي. سيكون لسعر السهم في نهاية الفترة القيمة uS مع الاحتمال p وdS مع الاحتمال 1- p (Baruníková, 2008, p. 42)

نموذج ذو الحدين لفترة واحدة:

لنمذجة باستخدام ذات الحدين، نفترض أن لدينا سعر الأصل محل التعامل في زمن t = 0 مع القيمة الأولية S_0 يمكن أن يتحرك سعر السهم للأعلى مع الاحتمالية p إلى الأسفل مع الاحتمال 1 - P خلال فترة زمنية واحدة Δt ، إذا كان سعر السهم يتحرك للأعلى ، القيمة هي Su حيث $u = e^{\sigma \Delta t}$ ؛ وإذا تحركت للأسفل ، فإن القيمة هي Sd

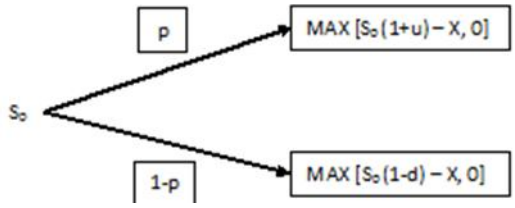
أين: ($d = 1 / u = e^{-\sigma\Delta t}$) . نحن نعلم أنه في عالم محفوفة بالمخاطر، يتوقع المستثمرون أن يكسبوا معدل خال من المخاطرة على المحافظ التي لا توجد مخاطر فيها. وبالتالي:

$$pSu + (1 - p)\, Sd = Se^{\sigma\Delta t}$$

من أجل حل ل p نجد (london, 2005, p. 123)

$$1 - p = \frac{u - e^{\sigma\Delta t}}{u - d} \text{ و } p = \frac{e^{\sigma\Delta t} - d}{u - d}$$

وبالتالي اعتمادا على التغير في السهم ستكون قيمة خيار الشراء في حال ارتفاع Cu أو انخفاض Cd سعر الموجود الأساس كمايلي:



انطلاقا مما سبق يمكن حساب ثمن خيار الشراء وفق لنموذج ثنائي الحدين لفترة واحدة بالمعادلة التالية (التريمي، 2013، الصفحات 15-16)

$$C = \frac{P\,(Cu) + (1 - P)\, Cd}{1 + r}$$

نموذج ذو الحدين لفترتين:

لعرض زيادة واقعية لنموذج الفترة الواحدة، سوف يتم اضافة فترة أخرى للنموذج وبذلك تزداد عدد النتائج المحتمل الحصول عليها في تاريخ النفاذ وعبر الفترات t_0, t_1, t_2 (بن لخضر، 2015، صفحة 118) باعتبار أن عدد النتائج الممكن حدوثها سوف تزداد، هذا يعني أن مخرجات المدة الأولى سوف تكون مدخلات المدة الثانية في تاريخ استحقاق الخيار، إذا ارتفع سعر السهم في الفترة الأولى الى (S_u)، ثم ارتفع ثانية في الفترة الثانية تصبح قيمة السهم

$$S_u^2 = S\,(1 + u)^2$$

أو ستنخفض بعد ارتفاعه الأول في الفترة الأولى فسوف يعبر عن هذه الحالة كمايلي:

$$S_{ud} = S\,(1 + u)(1 + d)$$

وعلى ضوء هذه الافتراضات فان قيم الخيار المختلفة المقابلة لمختلف تحركات سعر السهم الضمني يتم تحديدها وفقا للأتي (فوزي و العبادي ، 2007، صفحة 219)

$$C_{u}^{2} = \text{Max}\,(0, u^2 S - X)$$

$$C_{ud} = \text{Max}(0, udS - X)$$

$$C_{d}^{2} = \text{Max}(0,\ d^2 S - X)$$

ان أسعار الخيار الممكن حدوثها في نهاية الفترة الأولى هي ارتفاع سعر الخيار الى C_u، أو أن ينخفض الى C_d وفي كلتا الحالتين هناك نتيجتان محتملتان في الفترة الثانية، وبذلك يمكن استعمال النموذج الثنائي للفترة الواحدة لتسعير الخيار في حالة الارتفاع وفي حالة الانخفاض كمايلي (العارضي، 2009، صفحة 204)

$$C_u = \frac{P\,C_{u}^{2} + (1-p)\,C_{ud}}{1+r}$$

$$C_d = \frac{P\,C_{ud} + (1-p)\,C_{d}^{2}}{1+r}$$

ومع تعويض قيم كل من C_d و C_u في المعادلة السابقة نحصل على الصيغة الرياضية للقيمة النظرية العادلة لتسعير الخيارات للفترتين وهي كالأتي:

$$C = \frac{P^2\,C_{u}^{2} + 2P(1-P)\,C_{ud} + (1-P)^2\,C_{d}^{2}}{(1+r)^2}$$

شجرة ثنائية الحدين (THE BINOMIAL TREE):

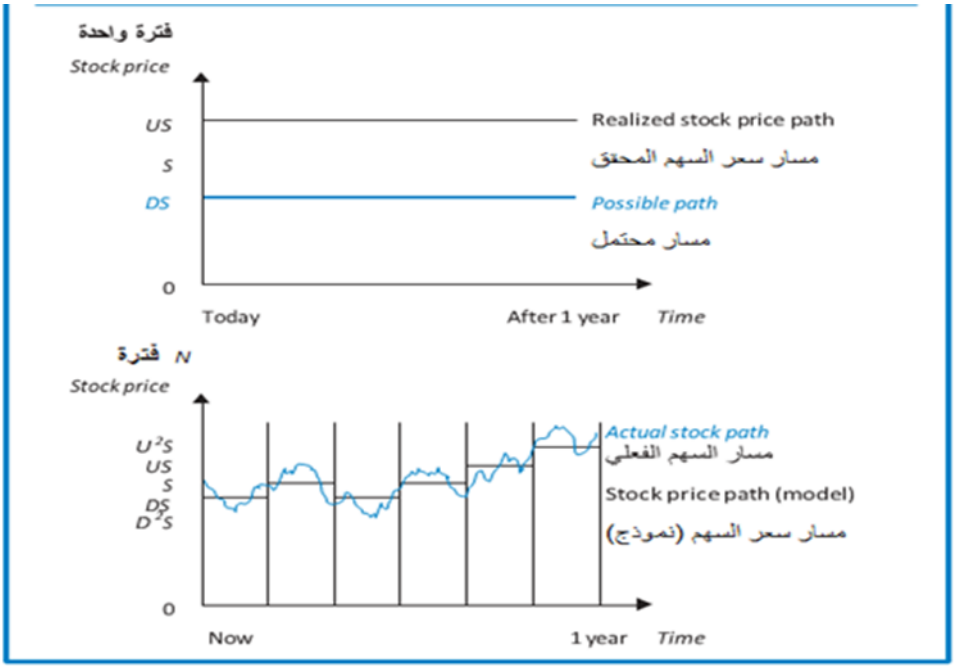
من أجل بناء نموذج OPM متعدد الحدين، نحتاج أولاً إلى فهم عملية سعر السهم المفترض

تطور سعر السهم

يوضح الشكل 03 كيف يبدو مسار سعر السهم تحت الافتراض ذي الحدين. يوضح الشكل الأول المسار في نموذج ذو الحدين ذات الفترة الواحدة، والذي هو عبارة عن خط موازٍ للمحور الأفقي. هنا يتوافق مع . US بدلا من ذلك، يمكن أن يكون أخذ القيمة .DS عند النظر إلى هذا الرسم البياني، يمكن للمرء بسهولة أن يرفض نموذج الفترة الواحدة كتقريب جيد. لذلك سنقوم بتمثيل أفق سنة واحد بالمقارنة مع مسار سعر السهم الفعلي الوارد في الشكل التالي.

يوضح الشكل التالي أيضًا مسار سعر السهم في إعداد متعدد الحدود لذي الحدين. لا يزال بإمكانك رفض هذا التطور بمجرد الملاحظة، ولكن ماذا يحدث إذا تقلصت هذه الفترات وأصبحت صغيرة جدًا؟ لأنه بتثبيت مسار سعر السهم الواقعي على هذا الرسم البياني. وعندما تصبح خطوات الزمن صغيرة، تقارب عملية التسعير متعددة الحدين مسار السعر الفعلي بشكل جيد، هنا، قد لا يتم رفض نموذج ذو الحدين متعددة الفترات بسهولة. لأنه في الواقع، باختيار الاحتمال الفعلي للارتقاء q والعامل للارتفاع U والعامل للانخفاض D بشكل مناسب، يقترب تطور ثنائي الحدين متعدد الفترات من التوزيع اللوغاريتمي الذي يتم استخدامه للحصول على نموذج BSM (Jarrow & Chatterjea , 2013, p. 463)

شكل 3. تطور سعر السهم في فترة واحدة وN فترة.



المصدر :

Robert A. Jarrow, Arkadev Chatterjea (2013), P 463

يسمح النموذج ذو الحدين، الذي تم تقديمه، للسهم بالتحرك لأعلى أو لأسفل بمقدار محدد على الخطوة التالية. إذا بدأ السهم بالقيمة S، فسيأخذ إما القيمة uS أو dS بعد الخطوة الزمنية التالية. يمكننا تمديد السير العشوائي إلى الخطوة التالية. بعد خطوتين من الزمن، يكون الأصل إما في u2S، إذا كان هناك تحركين للأعلى، udS، إذا كان تتبع ما يتبعه أسفل أو العكس، أو d2S، إذا كان هناك تحركان متتاليان لأسفل. بعد ثلاث خطوات زمنية، يمكن أن يكون الأصل في u3S، u2dS، إلخ. يمكن للمرء أن يتخيل تمديد هذا السير العشوائي حتى نهاية الصلاحية. الهيكل الناتج يسمى الشجرة ذات الحدين حيث تمثل العقد القيم المأخوذة من الأصل (Wilmott , 2006, p. 279)

سعر الخيار الأوروبي يعطى بالصيغة التالية (Kyng , 2005, p. 09)

ليكن Fij سعر الخيار الشراء الأوروبي، المؤشر i يعبر عن الفترة الجزئية التي يتم فيها حساب سعر الخيار، j تعبر الوضعية المحددة لتطور سعر الأصل الموجود الأساس (الارتفاع أو الانخفاض) بين الفترة المبدئية والفترة i.

$$Fij = e^{-r\Delta t}\left[pF_{I+1,j+1} + (1-p)F_{i+1,j}\right]$$

أين: r : سعر الفائدة خالي من المخاطرة.

3- تسعير خيار الشراء لسهم بنك BNP Paribas باستعمال نموذج ذو الحدين Binomial

3- 1 تسعير الأصول المالية وفق نموذج ثنائي الحد لفترة واحدة :

قد اعتمدنا في دراستنا هذه على الفرضيات التالية:

- متوسط السعر السوقي لسنة 2018 SP ← 55.31
- يكون سعر التنفيذ 95 % من سعر الأصل الضمني، EP ← 52.545
- معدل تقلب السهم ثابت خلال فترة سنة واحدة.
- عدم وجود توزيعات الأرباح.
- خيارات شراء أوروبية

تفترض هذه النظرية بأن سعر الأصل يتبع قانون السير العشوائي، ويتم في الزمن المتقطع، وبالتالي فان معدل العائد الخالي من المخاطرة في الزمن المتقطع يحسب كالتالي:

$$1 - e^{-r} \Rightarrow 1 - e^{-0.05} = 5\%$$

جدول 1. تسعير خيار الشراء لفترة واحدة

البنك	S	E	R	U	D	Su	Sd	Cu	Cd	C*
BNPP	55.31	52.545	5%	0,25	0,15	69.138	47.014	16.593	0	7.90

المصدر :

من اعداد الباحثان

يتضمن الجدول الرموز التالية:

- S: متوسط سعر سهم البنك خلال فترة الدراسة 2018.
- E: سعر تنفيذ عقد الخيار والذي يمثل 95% من متوسط سعر السهم.
- dو u : نسبتي ارتفاع وانخفاض سعر السهم في السوق على التوالي واللتين بلغتا 25 % صعودا و 15% نزولا.
- Su و Sd : تمثلان قيم الأسهم في حالتي الارتفاع والانخفاض على التوالي.

3- 2 تسعير الأصول المالية وفق نموذج ثنائي الحد لفترتين :

جدول 2. تسعير خيار الشراء لفترتين

البنك	S	E	R	U	d	Su^2	Sud	Sd^2	Cud	Cu^2	Cd^2	C**
BNPP	55.31	52.54	5%	0,25	0,15	86.42	58.76	39.96	6.22	33.87	0	10.50

المصدر :

من اعداد الباحثان

حيث: sud: أسعار السهم في حالة ارتفاع الأسعار في الفترة الأولى ثم انخفاض الأسعار في المدة الثانية.

Sd^2 : يشير إلى انخفاض أسعار الأسهم.

Cud : تمثل الأسعار العادلة للخيار في حالة صعود ثم هبوط

Cd^2 : الأسعار العادلة للخيار في حالة انخفاضين متتاليين

Cu^2 : الأسعار العادلة للخيار في حالة صعود ثم صعود

3- 3 تسعير الأصول المالية وفق شجرة بينوميال :

اشتقاق سعر السهم:

من أجل نمذجة أسعار الأصول المالية نحن بحاجة الى نموذج لتحديد سلوك أسعار الأسهم، أين سنقوم باستخدام واحد من النماذج الأكثر شيوعا في المالية وهي الحركة البروانية الهندسية (GBM) والتي هي من الناحية التقنية تعتبر جزء من عمليات ماركوف وهذا يعني أن سعر السهم يتبع السير العشوائي والذي يتوافق مع فرضية المستوى الضعيف لكفاءة السوق. اذ يتم تطبيقها من خلال استعمال نماذج في الزمن المنفصل وذلك من أجل الحصول على أسعار تقريبية لسعر السهم، ومن بين هذه النماذج هي نموذج شجرة ثنائي الحدين، أين الفترات الزمنية يتم تقسيمها الى n فترة، حيث أن هذه الشجرة تستخدم لوصف سلوك أسعار الأسهم، كما أن هيكل هذه الشجرة يتم تشكيلها بناءا على أن S يمكن له اما أن يرتفع أو ينخفض وبالتالي فان حركة سعر السهم يتم تمثيلها بمسارات.

المتغيرات المعتمدة

$$S = 55.31$$

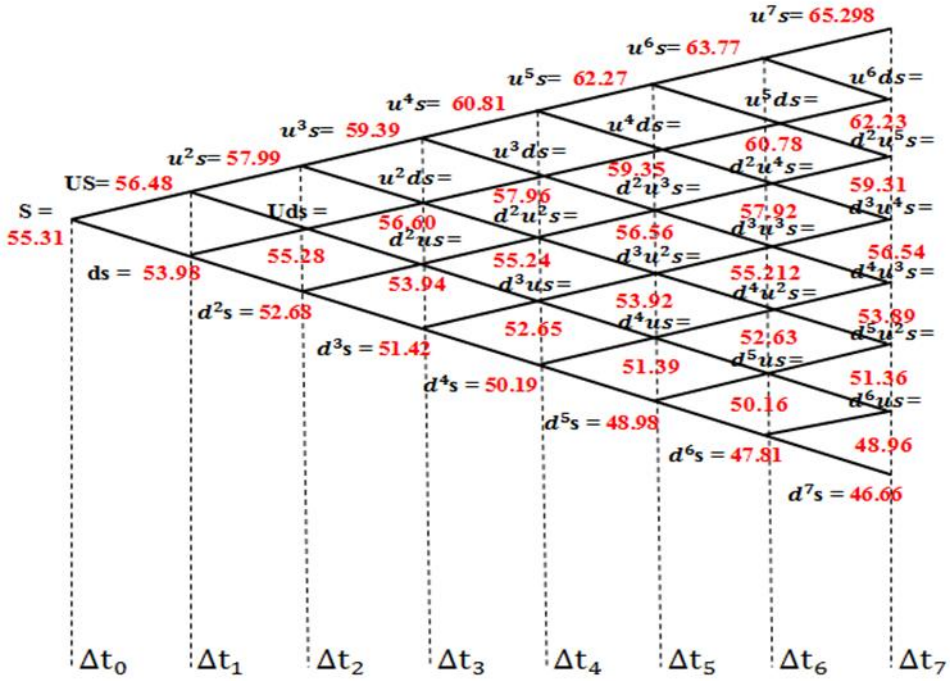
$$\sigma = 0.0832 \qquad t = 7 \text{ Months}$$

$$\Delta t = 1 \quad _{12} = 0.083$$

$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}} \Rightarrow u = e^{0.0832 \sqrt{0.083}} = 1.024$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \Rightarrow u = e^{-0.0832\sqrt{0.083}} = 0.976$$

شكل 4. اشتقاق سعر السهم لفترة 07 أشهر -BNP Paribas –



المصدر :من اعداد الباحثان

تسعير خيار الشراء الأوروبي:

نموذج ثنائي الحدين لـ **n** فترة هو تعدد النموذج الثنائي الحدين لفترة واحدة، فبدلا من اعتبار فترة كبيرة واحدة **T** هذه الأخيرة يتم تجزئتها إلى فترات جزئية ذات المجال **Δt** في كل فترة جزئية، فإن قيمة الخيار يتم تحديدها انطلاقا من قيم الفترات الجزئية التالية بعد تحيينها بسعر الفائدة خالي من الخطر، وعند تطبيق هذا النموذج على بنك BNP Paribas سعر الخيار الأوروبي يعطى بالصيغة التالية:

$$Fij = e^{-r\Delta t}\left[pF_{I+1,j+1} + (1-p)F_{i+1,j}\right]$$

$$S = 55.31 \quad \sigma = 0.0832 \quad E = 52.545 \quad r = 0.05$$

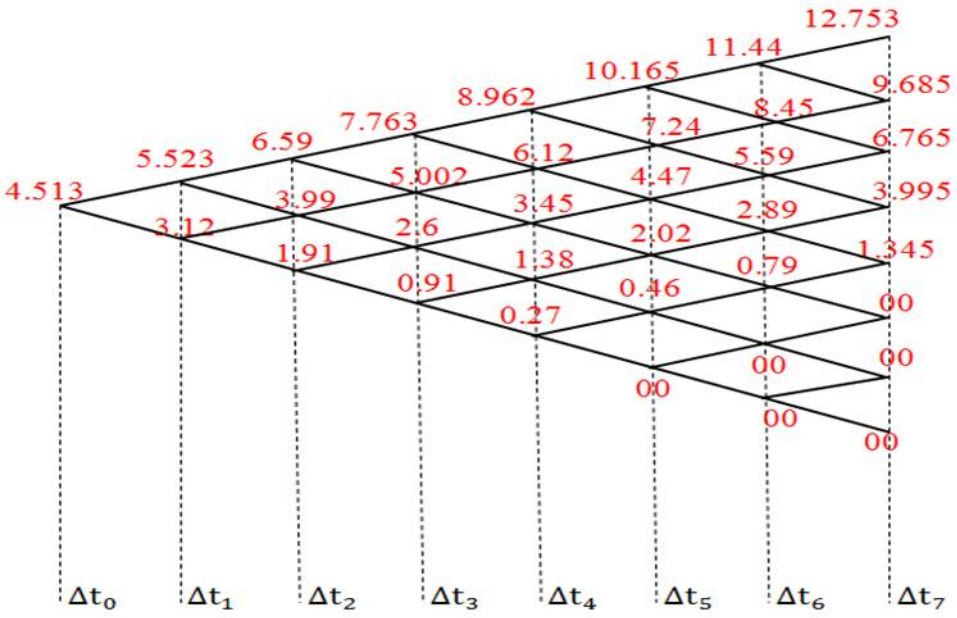
$$\Delta t = 1_{12} = 0.083 \qquad t = 7 \text{ Months}$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \Rightarrow u = e^{0.0832\sqrt{0.083}} = 1.024$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \Rightarrow u = e^{-0.0832\sqrt{0.083}} = 0.976$$

$$P = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \Rightarrow \frac{e^{0.05*0.083} - 0.937}{1.024 - 0.976} = 0.5875$$

شكل 5. القيمة النظرية العادلة لخيار شراء لفترة 07 أشهر -BNP Paribas –



المصدر :

من اعداد الباحثان

من خلال قيامنا بنمذجة أسعار السهم لبنك BNP Paribas، وذلك باستعمال الحركة البروانية الهندسية من خلال شجرة بينوميال فقد تحصلنا على توزيعات احتمالية لأسعار سهم البنك خلال 07 فترات جزئية، وبالتالي معرفة أعلى قيمة يمكن أن يحققها سهم بنك BNP Paribas خلال فترة الدراسة وكذلك أقل انخفاض

يمكن أن يصل اليه هذا السهم، وهذا ما يجعلنا نتوصل الى أن استخدام نموذج ذو الحدين في تسعير الأصول المالية يرجع الى توافق خصائصها مع طبيعة حركة أسعار الأسهم في الواقع بالإضافة الى أنها تمكن من تحديد القيمة العادلة للخيار حتى تاريخ انتهاء الصلاحية مما يمكن المستثمرين من اتخاذ القرارات الاستثمارية المناسبة.

الخاتمة:

من التقنيات المفيدة والشائعة للغاية لتسعير الخيار هي عن طريق بناء شجرة ذات الحدين. فهو يعتبر من النماذج الأكثر مرونة بسبب مجموعة من النقاط أولها أن ذي الحدين هو عبارة رسم بياني يمثل مسارات مختلفة يمكن أن يتبعها سعر السهم على مدى عمر الخيار. الافتراض الأساسي هو أن سعر السهم يتبع السير العشوائي. في كل خطوة زمنية، يكون له احتمال معين في الارتفاع بمقدار معين من النسبة المئوية واحتمالية معينة للانخفاض بمقدار معين، وعندما تصبح الخطوة الزمنية أصغر يقدم النموذج أسعار أقرب من نموذج BSM، بالإضافة الى أن النموذج يستخدم تسعير مارتينجال والتي تعتبر التقنية الأسمى لتقييم المشتقات، لذلك من أبرز النتائج المتوصل اليها من خلال دراستنا هي أن نموذج ذو الحدين هو أداة قيمة للمحللين الماليين وهو مفيد بشكل خاص كأداة ارشادية لفهم نهج التقييم الفريد المستخدم مع الخيارات بسبب أن نموذج بينوميال يجنبنا الحلول المغلقة فهو يمنح عدة احتمالات لسعر الأصل الأساس خلال مدة عقد الخيار.

التوصيات:

تكرار المساهمة من قبل الباحثين على اجراء دراسات ميدانية في حقل هذا الاختصاص الهام والعمل على استعمال نماذج رياضية ذات استعمال واسع في مجال الأوراق المالية والعمل على تطبيقها في الجانب المحلي لما يفيد أغراض التوسع في المعرفة النظرية والميدانية لكافة مفردات وتطبيقات تسعير الأصول المالية.

قائمة المراجع :

Baruníková, M. (2008). Option Pricing : The methodological retrospection and the empirical tests of the Black-Scholes pricing formula and the feed-forward networks (diploma thesis). Faculty of Social Sciences Institute of Economic Studies, Prague: Charles University in Prague.

Euan, S. (2010). *Option Trading : Pricing and Volatility Strategies and Techniques.* New Jersey: John Wiley & Sons.

Jarrow , R., & Chatterjea , A. (2013). *an Introduction to Derivative Securities, Financial Markets, and Risk Management.* New York: W. W. Norton & Company.

Kyng , T. (2005). Tim Kyng, The multi-binomial model and applications, Division of Economic and Financial Studies, Macquarie University, Sydney- Australia. *ELSEVIER SCIENCE BV*, 09.

lee, C.-F., lee, A., & lee, J. (2010). *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management.* New York: Springer Science Business Media.

london, J. (2005). *Modeling Derivatives in C++*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Wilmott , P. (2006). *Quantitative Finance.* london: John Wiley & Sons.

الهاشم فوزي، و دباس العبادي . (2007). *الهندسة المالية وأدواتها بالتركيز على الخيارات المالية*. عمان: دار الوراق للنشر والتوزيع.

عبد الكريم التريمي. (2013). تسعير الخيارات باستخدام نموذج ثنائي الحد وبناء محفظة تحوط: دراسة حالة لقطاع البنوك في سوق الكويت المالي خلال الفترة 2013/2012 (مذكرة ماجستير). كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، ورقلة: جامعة قاصدي مرباح.

كاظم مدلول العارضي. (2009). نماذج تسعير الخيارات المتقدمة ودورها في تحديد قيمة المكافأة للخيار وبناء محفظة التحوط : دراسة تطبيقية في القطاع المصرفي العراقي. *مجلة اداب الكوفة*، 204.

مسعودة بن لخضر. (2015). عقود الخيار ودورها في التقليل من مخاطر أسواق رأس المال: دراسة تطبيقية على بورصة باريس للفترة 2009/ 2014 (مذكرة ماجستير). كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، بسكرة: جامعة محمد خيضر.