Sciences & Technologie – N°19, Juin (2003), pp. 65-69.

CRITERES DE RUPTURE DE MATERIAUX FRAGILES INTEGRANT LA DISSYMETRIE EN TRACTION ET COMPRESSION

Reçu le 10/07/2002– Accepté le 05/05/2003

Résumé

Nous proposons une approche générale des critères de résistance à la rupture pour des matériaux présentant une dissymétrie de comportement en traction et compression. Elle est basée sur l'égalité des énergies de rupture en traction et compression et repose sur le concept d'endommagement associé à un formalisme énergétique.

***Mots clés**: Résistance à la rupture, dissymétrie en traction et compression, densité d'énergie de déformation.*

Abstract

We propose a general approach of fracture criteria for materials exhibiting a dissymmetry in tension and compression. This approach is based on damage concept associated with strain energy density.

***Keywords**: Breaking strength, asymmetry in traction and compression, density of energy deformation.*

G. PLUVINAGE
Laboratoire de Fiabilité
Mécanique - ENIM
Université de Metz (France)
V.T. SAPOUNOV
Institut d'Ingénieurs Physiciens
de Moscou, Fédération de Russie

ملخص

يقترح صاحب المقال مقاربة عامة حول معايير المقاومة للإنكسار لمواد ذات لا تناظر عند التمديد والتقليص. وترتكز هذه المقاربة على تساوي طاقات الكسر والتقلص ويعتمد على مفهوم التشويه المرتبط بالشكلية الطاقوية.

***الكلمات المفتاحية**: مقاومة الانكسار، اللاتناظر عند التمدد والتقلص، الكثافة الطاقوية لتشوه.*

Pour des raisons de gain de poids, on peut être amené à utiliser, dans les structures porteuses, des matériaux plus résistants, donc plus fragiles. Il apparaît toutefois, dans de nombreux cas, que ces matériaux fragiles présentent une dissymétrie de comportement en traction et compression. Cette dissymétrie concerne à la fois les limites d'élasticité, les modules d'élasticité ou de Young, les endommagements volumiques et les déformations à rupture. Parmi les matériaux présentant ce type de comportement, citons les composites, les bétons, les aciers hautement alliés, les alliages à base d'aluminium et de magnésium, les fontes, les métaux frittés, etc.

Dans cet article, nous proposons une approche générale des critères de résistance à la rupture pour ce type de matériaux. Elle est basée sur l'égalité des énergies de rupture en traction et compression et repose sur le concept d'endommagement associé à un formalisme énergétique.

1- METHODOLOGIE DE L'APPROCHE

On considère un matériau dont les diagrammes "contrainte-déformation" sont non linéaires et présentent des résistances ultimes en traction R^+ et compression R^- différentes et des modules élastiques sécants en traction E^+ et compression E^- non identiques. Le matériau est caractérisé par un module de dissymétrie $\chi = R^+/R^-$. Pour certains matériaux constitutifs de structures, les valeurs de χ sont reportées dans le tableau 1. Remarquons que pour un corps idéalement fragile $\chi = 0$, et idéalement ductile $\chi = 1$.

La plupart des critères de rupture pour les matériaux métalliques ne prennent pas en compte ce comportement [1]. Il est pris en compte pour les critères de résistance des matériaux composites, les roches et les bétons, mais ces critères sont rarement utilisés faute de quantification de la dissymétrie du comportement. Pour palier à ce manque d'informations, nous proposons une méthode permettant de calculer le module de dissymétrie.

Matériaux	χ	Matériaux	χ
Fontes	0,2 ÷ 0,95	Céramiques métalliques	0,1 ÷ 0,4
Aciers ordinaires	0,9 ÷ 1,0	Plastiques thermodurcissables	0,2 ÷ 0,5
Aciers à outils	0,4 ÷ 0,5	Composites à fibres de carbone	0,2 ÷ 0,6
Babbits	0,5 ÷ 0,8	Verres	0,07 ÷ 0,2

Tableau 1: Coefficient χ pour quelques matériaux fragiles.

Elle est basée sur une hypothèse appelée **H** dans la référence [2] qui repose sur l'égalité des énergies de rupture en traction et compression. Les fondements de cette hypothèse sont ceux de la physique du solide. La rupture à l'échelle atomique est la somme de processus de rupture de liaisons atomiques. L'aire sous les courbes contrainte-écartement des distances inter atomiques représentent l'énergie surfacique de rupture qui est intrinsèque à la surface et non au mode de sollicitation conduisant à la création de cette surface. Comme ce phénomène concerne des matériaux fragiles, il est naturel de linéariser le comportement mécanique de ces matériaux à la fois en compression et en traction. L'hypothèse **H** qui traduit l'égalité des densités d'énergie de déformation mises en jeu s'écrit :

$$(R^+)^2/2E^+ = (R^-)^2/2E^- \tag{1}$$

Les pentes des diagrammes linéarisés sont respectivement les modules sécants en traction E^+ et en compression E^-.

On définit le coefficient ξ comme le rapport de ces modules sécants $\xi = E^+/E^-$.

Le rapport ξ est relié au module de dissymétrie χ par la relation :

$$\chi = R^+/R^- = \sqrt{E^+/E^-} = \sqrt{\xi} \tag{2}$$

Dans ce cas, les résistances ultimes et les modules d'élasticité ne sont pas indépendants entre eux. Cette remarque n'est pas traditionnellement prise en compte en mécanique des milieux continus traditionnelle.

Une relation similaire se rencontre en mécanique de rupture. La formule fondamentale de Griffith de présente sous la forme suivante:

$$R^+ = \lambda\sqrt{E^+} \tag{3}$$

$\lambda = \sqrt{2\Gamma/(\pi l)}$; l est la demi longueur de fissure, Γ l'énergie surfacique de rupture.

Une conséquence de l'introduction de l'hypothèse **H** conduit à introduire le rapport R^+/R^- dans les constantes d'élasticité. Cette complication est la source de la faible utilisation des critères de rupture dissymétriques.

Dans ce qui suit, nous allons présenter les critères de plasticité et de rupture comme des grandeurs normalisées, ce qui les assimile à des endommagements. Ces critères sont tenus de satisfaire aux équations aux dimensions.

2- CRITERES DE RUPTURE DISSYMETRIQUES

On dénombre dans la littérature plus d'une trentaine de critères de rupture qui sont tous basés sur l'idée de ramener l'état de contrainte triaxial à un état de contrainte uniaxial de traction. Cette démarche commence à être contestée notamment en approche méso mécanique mais elle est encore actuellement quasi utilisée par les ingénieurs. De nombreuses tentatives pour établir un critère universel pour tous les matériaux, isotropes ou non, fragiles ou ductiles, avec comportement linéaire ou non, compressibles ou incompressibles, sont restées vaines en raison de leur complexité et du nombre de paramètres à identifier. La solution retenue consiste à trouver le critère le mieux adapté au matériau considéré.

Il peut être envisageable que ce problème soit lié à la non utilisation du théorème π de la théorie classique des équations aux dimensions.

Dans notre cas, on utilisera des grandeurs normalisées du type $\sigma^* = \sigma/R$ associées à la condition $0 \leq \sigma^* \leq 1$. Ces grandeurs sont comparables à des endommagements car $\sigma^* = 0$ pour le matériau à l'état initial et $\sigma^* = 1$ pour le matériau rompu.

Pour illustrer ce concept, nous considérons un état de contraintes défini par ses trois contraintes principales σ_1, σ_2, σ_3. Nous ferons l'hypothèse que σ_1 et σ_2 sont de traction et σ_3 de compression. L'amplitude des contraintes normalisées représente le taux de travail :

$$\frac{\sigma_e}{R^+} = \frac{\sigma_1}{R^+} - \frac{\sigma_3}{R^-} \tag{4}$$

σ_e est la contrainte équivalente qui permet le passage de l'état triaxial à l'état uniaxial. La relation (4) est connue sous le nom de critère de Mohr et peut s'écrire:

$$\sigma_e = \sigma_1 - \chi.\sigma_2 \tag{5}$$

La relation de Mohr, en terme de contraintes normalisées, s'écrit :

$$\sigma_e^* = \sigma_1^* - \sigma_3^* \tag{6}$$

σ_e^* est la contrainte équivalente normalisée ou endommagement équivalent qui ramène un endommagement triaxial à un endommagement équivalent uniaxial.

La méthode peut être étendue aux écarts types de l'ensemble des contraintes principales. Dans ce cas, l'application du test de Fischer permet d'obtenir une estimation quantitative de l'endommagement triaxial sous forme d'une fonction quadratique sous la forme :

$$\left(\frac{\sigma_e}{R^+}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_1}{R^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{R^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{R^-}\right)^2 - \\ -k_\sigma\left(\frac{\sigma_1}{R^+}\cdot\frac{\sigma_2}{R^+} + \frac{\sigma_2}{R^+}\cdot\frac{\sigma_3}{R^-} + \frac{\sigma_3}{R^-}\cdot\frac{\sigma_1}{R^+}\right) \tag{7}$$

k_σ est un paramètre du matériau qui représente physiquement les interactions entre contraintes principales (c'est l'effet Poisson) ainsi que les hétérogénéités de structure. k_σ est appelé paramètre de contraction. Les valeurs du paramètre k_σ peuvent être obtenues par des essais de rupture selon deux axes. Nous ajouterons l'hypothèse que les endommagements sont indépendants du signe des scissions et nous obtenons ainsi :

$$k_\sigma = 2\sqrt{\mu^+\mu^-} \qquad (8.a)$$

$$\mu^+ / \mu^- = E^+ / E^- \qquad (8.b)$$

La relation (8.a) donne l'interprétation physique du paramètre k_σ. La relation (8.b) est la relation de base pour un comportement dissymétrique du matériau [1]. Pour les matériaux ductiles k_σ=1 et $\mu^+ = \mu^- = \mu = 0{,}5$. Dans ce cas, le critère se ramène au critère bien connu d'Huber-Mises.

Pour les matériaux au comportement dissymétrique et aux propriétés dispersées, nous écrirons ce critère sous la forme :

$$\sigma_e^{*2} = \sigma_1^{*2} + \sigma_2^{*2} + \sigma_3^{*2} - k_\sigma\left(\sigma_1^*\sigma_2^* + \sigma_2^*\sigma_3^* + \sigma_3^*\sigma_1^*\right) = 1 \qquad (9)$$

Remarquons que l'application du test de Fischer sur les valeurs de la dispersion de ces états limites prend en compte à la fois les approches statistiques et phénoménologiques.

Ce critère a été utilisé sur une large gamme de matériaux fragiles. Un traitement statistique de plus de 300 courbes limites de matériaux fragiles rassemblées dans une monographie [3] a permis de donner les valeurs suivantes au paramètre k_σ (Tab.2).

Matériaux fragiles	Paramètre k_σ
Fontes	0,4 ÷ 0,9
Aciers ordinaires	0,5 ÷ 1,0
Alliages Al, Mg, Ti	0,6 ÷ 1,0
Polymères isotropes	0,8 ÷ 1,0

Tableau 2: Valeurs du paramètre k_σ.

Dans ce tableau sont en outre ajoutés les intervalles de variation du paramètre k_σ. La dispersion importante est due au faible nombre d'essais et à l'hétérogénéité de la population d'essais étudiée. On peut formuler le critère (9) en terme de déformations équivalentes :

$$\varepsilon_e^{*2} = \alpha_\varepsilon^2\left[\varepsilon_1^{*2} + \varepsilon_2^{*2} + \varepsilon_3^{*2} - k_\varepsilon\left(\varepsilon_1^*\varepsilon_2^* + \varepsilon_2^*\varepsilon_3^* + \varepsilon_3^*\varepsilon_1^*\right)\right] \qquad (10)$$

où ε_e^* est la déformation équivalente normalisée. L'endommagement en terme de déformation est défini de la façon suivante:

$$\varepsilon^* = \varepsilon/\varepsilon_R^+ \text{ pour } \varepsilon>0 \text{ ; } \varepsilon^* = \varepsilon/\varepsilon_R^- \text{ pour } \varepsilon<0. \qquad (11)$$

En raison de l'hypothèse **H**, les déformations critiques en traction ε_R^+ et en compression ε_R^- sont liées entre elles par la relation :

$$R^+\varepsilon_R^+ = R^-\varepsilon_R^- \qquad (12)$$

A partir du coefficient k_σ, on peut définir les paramètres α_ε^2 et k_ε :

$$\alpha_\varepsilon^2 = (2 - k_\sigma)/(1 - k_\sigma)(2 + k_\sigma) \qquad (13)$$

$$k_\varepsilon = -2k_\sigma/(2 - k_\sigma) \qquad (14)$$

En coordonnées σ_e-ε_e, la loi de Hooke généralisée se présente sous la forme classique :

$$\sigma_e = E^+\varepsilon_e \qquad (15)$$

La normalisation des contraintes et des déformations, en terme d'endommagement, permet d'écrire les critères de rupture pour les matériaux anisotropes de façon habituelle et de prendre en compte le caractère statistique de ces grandeurs.

3- DENSITE D'ENERGIE DE DEFORMATION ELASTIQUE EQUIVALENTE

Un matériau linéaire élastique, travaillant en traction et en compression, développe une énergie potentielle linéaire élastique appelée généralement densité d'énergie de déformation W.

$$W = 0{,}5\sigma_e\varepsilon_e = 0{,}5\sigma_e^2 / E = 0{,}5E\varepsilon_e^2 \qquad (16)$$

En terme énergétique, le critère de rupture s'énonce par $W = W_R$; W_R est la valeur de la densité d'énergie de déformation critique définie par $W_R = 0{,}5R\cdot\varepsilon_R$. En utilisant des grandeurs normalisées, le critère de rupture s'écrit :

$$W^* = W/W_R = 1 \qquad (17)$$

W^* est appelé l'endommagement énergétique.

Selon Ambartsoumian [1], la définition correcte de la densité d'énergie de déformation pour un matériau linéaire élastique est un problème compliqué. Une dizaine de définitions plus ou moins complexes et non cohérentes entre elles ont été proposées. Certaines nécessitent des considérations particulières.

Le formalisme de cette densité d'énergie de déformation est la base de la mécanique des milieux fragiles. Il se simplifie si on utilise des grandeurs normalisées. La densité d'énergie de déformation élastique, pour un état de contrainte triaxial, s'écrit :

$$W = 0{,}5\sigma_e^2 / E^+ = 0{,}5E^+\varepsilon_e^2 \qquad (18)$$

Ceci nous ramène au critère (9). Lorsque le comportement du matériau est linéaire élastique, on peut alors définir la densité d'énergie de déformation élastique normalisé W^* sous la forme :

$$2W^* = \sigma_e^*\cdot\varepsilon_e^* \qquad (19)$$

Cette grandeur permet de retrouver la formule classique de Clapeyron et les généralisations des théorèmes de Green et de Castigliano :

$$\sigma_{ij}^* = \frac{\partial W^*}{\partial\varepsilon_{ij}^*} \text{ ; } \varepsilon_{ij}^* = \frac{\partial W^*}{\partial\sigma_{ij}^*} \qquad (20)$$

Le formalisme des relations (20) permet de retrouver les équations de l'élasticité linéaire:

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{xx}^* = \alpha_\varepsilon^2\left[\varepsilon_{xx}^* - 0{,}5k_\varepsilon(\varepsilon_{yy}^* + \varepsilon_{zz}^*)\right]...... \\ &\varepsilon_{xx}^* = \sigma_{xx}^* - 0{,}5k_\sigma(\sigma_{yy}^* + \sigma_{zz}^*),...... \\ &\sigma_{ij}^* = \varepsilon_{ij}^* \text{ avec } i \neq j = x,y,z \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Dans le cas d'un matériau incompressible, nous avons k_σ et la convertibilité des équations (21) est perdue.

On peut interpréter les relations (21) comme une loi de sommation linéaire d'endommagements par un état de tension complexe, car les grandeurs normalisées ε^* et σ^* définissent les endommagements en contraintes et déformations.

4- APPLICATIONS: RUPTURE DES MATERIAUX FRAGILES SOUS MODES DE CHARGEMENTS DIFFERENTS

4.1- Flexion circulaire d'une poutre de section droite rectangulaire

La condition énergétique liée à l'hypothèse **H**, dans le cas de flexion circulaire d'une barre rectiligne, se présente sous forme d'un critère d'égale résistance pour la partie tendue et la partie comprimée. Ce critère permet d'obtenir une résistance limite $R^{\cap}$ et le module de l'élasticité $E^{\cap}$ sous la forme suivante [2] :

$$E^{\cap} = 4E^{+} /(1+\chi)^{2} \ ; \ R^{\cap} = 2R^{+} /(1+\chi) = mR^{+} \qquad (22)$$

Le coefficient m montre l'augmentation du moment fléchissant calculée par rapport à la valeur donnée du moment résistant de la section.

La comparaison entre les valeurs calculées m_{cal} et expérimentales m_{exp} du paramètre m pour des poutres de section droite rectangulaire en fontes grises de composition différente [2, 3] est indiquée dans le tableau 3.

Type de fonte grise	χ	ξ	m_{exp}	m_{cal}	δ, %
СЧ 15 - 32	0,23	0,053	2,13	1,63	23,5
СЧ 21 - 40	0,28	0,078	1,90	1,56	17,9
СЧ 24 - 44	0,28	0,078	1,83	1,56	14,8
СЧ 28 - 48	0,28	0,078	1,71	1,56	8,8
СЧ 32 - 52	0,29	0,084	1,62	1,55	4,3
СЧ 35 - 56	0,29	0,084	1,60	1,55	3,1
СЧ 38 - 60	0,29	0,084	1,58	1,55	1,9

Tableau 3: Valeurs du paramètre m en flexion circulaire pour une barre de section droite et rectangulaire.

On voit sur ce tableau que l'erreur moyenne δ sur la valeur calculée du paramètre m est de l'ordre de 10,5%. Si on accepte la condition classique $R^{\cap} = R^{+}$, l'erreur obtenue est de 43,4% par rapport à la valeur moyenne expérimentale avec un paramètre m = 1,767. On voit que l'approche traditionnelle minimise les résistances limites des poutres réalisées en matériaux fragiles. Des résultats analogues peuvent être obtenus sur d'autres matériaux fragiles comme les verres, les céramiques, etc.

4.2- Torsion d'un arbre de section circulaire

Si on considère une barre en matériau linéaire-élastique, la rupture en traction (compression) se produit pour les valeurs R de la contrainte à rupture et ε_R de déformation à rupture. Dans le cas de la torsion, l'état limite est atteint pour :

$$\tau_R = R/\sqrt{2+k_\sigma} \ ; \ \gamma_R = \varepsilon_R\sqrt{2+k_\sigma} \qquad (23)$$

Les relations (23) indiquent l'égalité des aires sous des diagrammes de traction et de torsion, et donc l'égalité des énergies de rupture en traction et torsion :

$$W_R = 0{,}5\tau_R\gamma_R = 0{,}5R\varepsilon_R = 0{,}5\tau_R^2/G = 0{,}5R^2/E \qquad (24)$$

Si on introduit la valeur $k_\sigma = 1$ dans les relations (23), on retrouve le résultat classique pour un matériau ductile incompressible. Le passage du diagramme de torsion au diagramme de traction s'obtient en divisant par $\sqrt{3}$ les valeurs des ordonnées et en multipliant par ce même chiffre les valeurs des abscisses. Dans ce cas limite, le module de Coulomb est relié au module de Young par la relation $3G = E$.

Les relations du type (24) pour les matériaux fragiles avec des propriétés dissymétriques (résistances ou modules d'élasticité) ont la forme [3]:

$$W_R = 0{,}5(R^{+})^2/E^{+} = 0{,}5(R^{-})^2/E^{-} = 0{,}5\tau_R^{+}\gamma_R^{+} = \ldots \qquad (25)$$

Les caractéristiques de traction et de torsion sont liées par les relations :

$$\tau_R = R^{+}/\sqrt{1+\chi^2+\chi k_\sigma} \ ; \ G = E^{+}/\left(1+\chi^2+\chi k_\sigma\right)^2 \qquad (26)$$

L'égalité des travaux limites pour le cas de la traction, compression et torsion est une hypothèse relativement simple, mais conduit à des formules simplifiées, validées par des essais de rupture sous sollicitations biaxiales.

Les relations (26) permettent de calculer la résistance à la rupture en torsion à partir des valeurs expérimentales de résistance à la rupture en traction et en compression. Les valeurs obtenues pour quelques aciers à outils [3] sont reportées dans le tableau 4.

Type d' acier à outils	Caractéristiques de l'acier				
	R^{+} (MPa)	R^{-} (MPa)	τ_R^{exp} (MPa)	χ	τ_R^{cal} (MPa)
P18	1980	4100	1720	0,48	1673
P9	2160	4500	1850	0,48	1826
9XC	2130	5100	1830	0,42	1852
У12	2170	5150	1790	0,42	1887

Tableau 4: Résistances à la rupture des aciers à outils.

L'examen des valeurs expérimentales ainsi obtenues conduit à une valeur moyenne du paramètre k_σ = 0,35 pour les aciers à outils. La formule (26) et les données du tableau permettent de calculer la limite de résistance en torsion τ_R^{cal} avec une erreur moyenne δ = 2,65%. A titre de comparaison, le critère de O. Mohr donnait une erreur δ = 24,6% dans ce cas.

Pour les matériaux élastoplastiques, les formules (26) conduisent aux résultats connus :

$$\tau_R = R/\sqrt{3} \ ; G = E/3 \qquad (27)$$

4.3- Problème de G. Lamé pour l'état de contraintes biaxial

L'intérêt du problème posé réside dans le grand nombre de possibilités d'application. On considère une rondelle plate circulaire soumise à l'action d'une pression intérieure q. Soit a et b les rayons intérieur et extérieur de la rondelle et h son épaisseur dans la direction de l'axe z, la solution de G. Lamé dans le cas où $R^{+}=R^{-}$ et $E^{+}=E^{-}$ donne le résultat :

$$\sigma_r = q\cdot\frac{1-(b/r)^2}{(b/a)^2-1}, \quad \sigma_\theta = q\cdot\frac{1+(b/r)^2}{(b/a)^2-1} \qquad (28)$$

où $a \le r \le b$ est la longueur courante selon un rayon de la rondelle, et σ_r et σ_θ sont respectivement les contraintes radiale et tangentielle. Remarquons que la somme des contraintes $\sigma_r^* + \sigma_\theta^* = \sigma_r / R^- + \sigma_\theta / R^+$ et la déformation axiale ε_z sont indépendantes de r.

Dans le cas des matériaux fragiles, l'utilisation des relations (21) conduit au résultat suivant :

$$\sigma_\theta = q \cdot \frac{1 + (b/r)^{\chi+1}}{(b/a)^{\chi+1} - 1}, \quad \sigma_r = q \cdot \frac{1 - (b/r)^{\chi+1}}{(b/a)^{\chi+1} - 1} \qquad (29)$$

Les relations (29) conduisent à la même propriété d'indépendance vis-à-vis du rayon :

$$\sigma_r^* + \sigma_\theta^* = \sigma_r / R^- + \sigma_\theta / R^+ \qquad (30)$$

Dans le cas où $\chi = 1$, les relations (29) sont identiques aux formules classiques (28). Les points chauds sont situés sur la surface intérieure de la rondelle où nous avons :

$$\sigma_r = -q \; ; \quad \sigma_\theta = q \cdot \frac{1 + \chi (b/a)^{\chi+1}}{(b/a)^{\chi+1} - 1} \qquad (31)$$

L'utilisation du critère (7), ou sous la forme non dimensionnelle (9), permet de calculer la valeur de la pression limite $q_{\max}$:

$$q_{\max} = R^+ / \sqrt{\chi^2 + S k_\sigma \chi + S^2} \qquad (32)$$

avec $$S = \left[1 + \chi (b/a)^{\chi+1}\right] / \left[(b/a)^{\chi+1} - 1\right]. \qquad (33)$$

Ce résultat n'a pas pu être vérifié expérimentalement et devrait l'être pour confirmation de cette théorie.

CONCLUSION

Cet article présente une approche générale des critères de rupture et des équations de l'élasticité linéaire pour les matériaux fragiles aux propriétés dissymétriques en traction et compression.

Ce critère est basé sur l'égalité du travail de rupture en traction et compression et un formalisme énergétique. Le critère est présenté en termes de contraintes normalisées analogue à des endommagements. Il se présente alors sous la forme quadratique permettant l'établissement d'une contrainte ou d'un endommagement équivalent qui ramène l'état de contrainte triaxial (l'endommagement triaxial) à un état de contrainte uniaxial de traction (l'endommagement uniaxial). Le critère ne fait intervenir qu'un seul paramètre expérimental (paramètre de contraction).

Le dépouillement d'un nombre important de courbes limites de déformation et de rupture de matériaux fragiles aux propriétés dissymétriques en traction et compression permet de donner quelques valeurs du coefficient de dilatabilité. Ce critère a été vérifié expérimentalement sur des aciers à outils et sur des fontes grises.

Liste des symboles

R^+, R^-, τ_R	:	Résistance ultimes en traction, compression et torsion,
E^+, E^-	:	Modules sécants élastiques en traction et compression,
$\chi = R^+ / R^-$ $\xi = E^+ / E^-$	:	Paramètres non dimensionnels de résistance et de rigidité,
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	:	Contraintes et déformations principales,
σ_e, ε_e	:	Contrainte et déformation équivalentes,
*	:	Le symbole de grandeur normalisée (ou "endommagement"),
$\varepsilon_R^+, \varepsilon_R^-, \gamma_R$	:	Déformations critiques en traction, en compression et torsion,
μ	:	Coefficient de Poisson,
k_σ	:	Paramètre de contraction,
W	:	Densité d'énergie de déformation.

REFERENCES

[1]-Ambartsoumian S.A., "La théorie de l'élasticité", M. Naouka, (1982), 320 p. (en russe).

[2]-Mankovsky V.A., Sapunov V.T., "Flexion d'une poutre fabriquée avec un matériau présentant des résistances différentes en traction et compression", *Zavodskaya Laboratoriya*, n°10, (1999), pp. 48-52 (en russe).

[3]-Lebedev A.A., "Les propriétés mécaniques des matériaux de structure soumis à des états de contrainte complexe", Kiev, Naoukova doumka, (1983), 368 p. (en russe). ☐